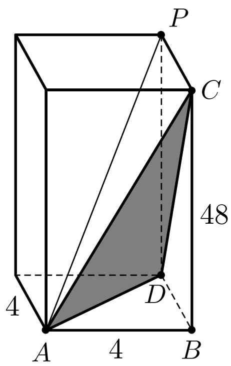
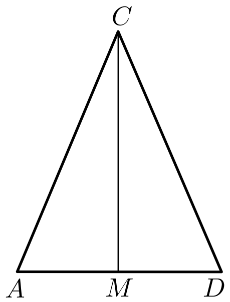
IES Pons d'Icart – 24/IV/2009
MATEMÀTIQUES – 3R ESO C/D (A) **Nom** ______________________
Geometria de l'espai -I $3 + (0.5 + 0.5 + 1) + 2 + 2$

1. Digueu si són vertaderes o falses les afirmacions següents, encerclant **V** o **F** respectivament.

- Existeixen poliedres tals que en algun vèrtex incideixen 5 triangles equilàters. **V** **F**
- Existeixen poliedres tals que en algun vèrtex incideixen 3 hexàgons regulars. **V** **F**
- Per un punt exterior a un pla es pot traçar més d'una perpendicular al pla. **V** **F**
- El volum d'un tetraedre regular és igual al producte de l'àrea d'una de les seves cares per la tercera part de l'altura del tetraedre. **V** **F**
- Un cilindre de diàmetre 10 i altura 10 té el doble de capacitat que un cilindre de diàmetre 5 i altura 10. **V** **F**
- Donada una recta hi ha una infinitat de plans que la contenen. **V** **F**
- Un cilindre de diàmetre 10 i altura 10 té el doble de capacitat que un cilindre de diàmetre 10 i altura 5. **V** **F**
- La fórmula d'Euler per als dodecaedres diu que 12+18=28+2. **V** **F**
- Un icosaedre té 12 vèrtexs . **V** **F**
- Una piràmide quadrangular té 4 cares i 8 arestes. **V** **F**
- Els hexaedres regulars són prismes rectes. **V** **F**
- La superfície lateral d'un cilindre de diàmetre d i altura h és $\pi \cdot d \cdot h$. **V** **F**

2. Considereu un ortoedre d'arestes 4, 4 i 48 cm. Calculeu la seva diagonal, el volum del tetraedre $ABCD$ i l'àrea del triangle ACD.





$$\begin{aligned}
\text{Diagonal} &= AP = \sqrt{AD^2 + DP^2} = \sqrt{AB^2 + BD^2 + DP^2} \\
&= \sqrt{4^2 + 4^2 + 48^2} = \sqrt{2336} \approx \boxed{48.3322 \text{ cm}}. \\
\text{Volum} &= \frac{\text{àrea}(\triangle ABD) \cdot 48}{3} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 48}{2 \cdot 3} = \boxed{128 \text{ cm}^3}.
\end{aligned}$$

Àrea del triangle $\triangle ACD$:

$$CD = AC = \sqrt{48^2 + 4^2} = \sqrt{2320}.$$

(Hem treballat sobre els triangles rectangles $\triangle CBA \equiv \triangle CBD$.)

$$AM = \frac{AD}{2} = \frac{\sqrt{4^2 + 4^2}}{2} = \frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{\sqrt{16 \cdot 2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}.$$

(Hem treballat sobre el triangle rectangle $\triangle ABD$.)

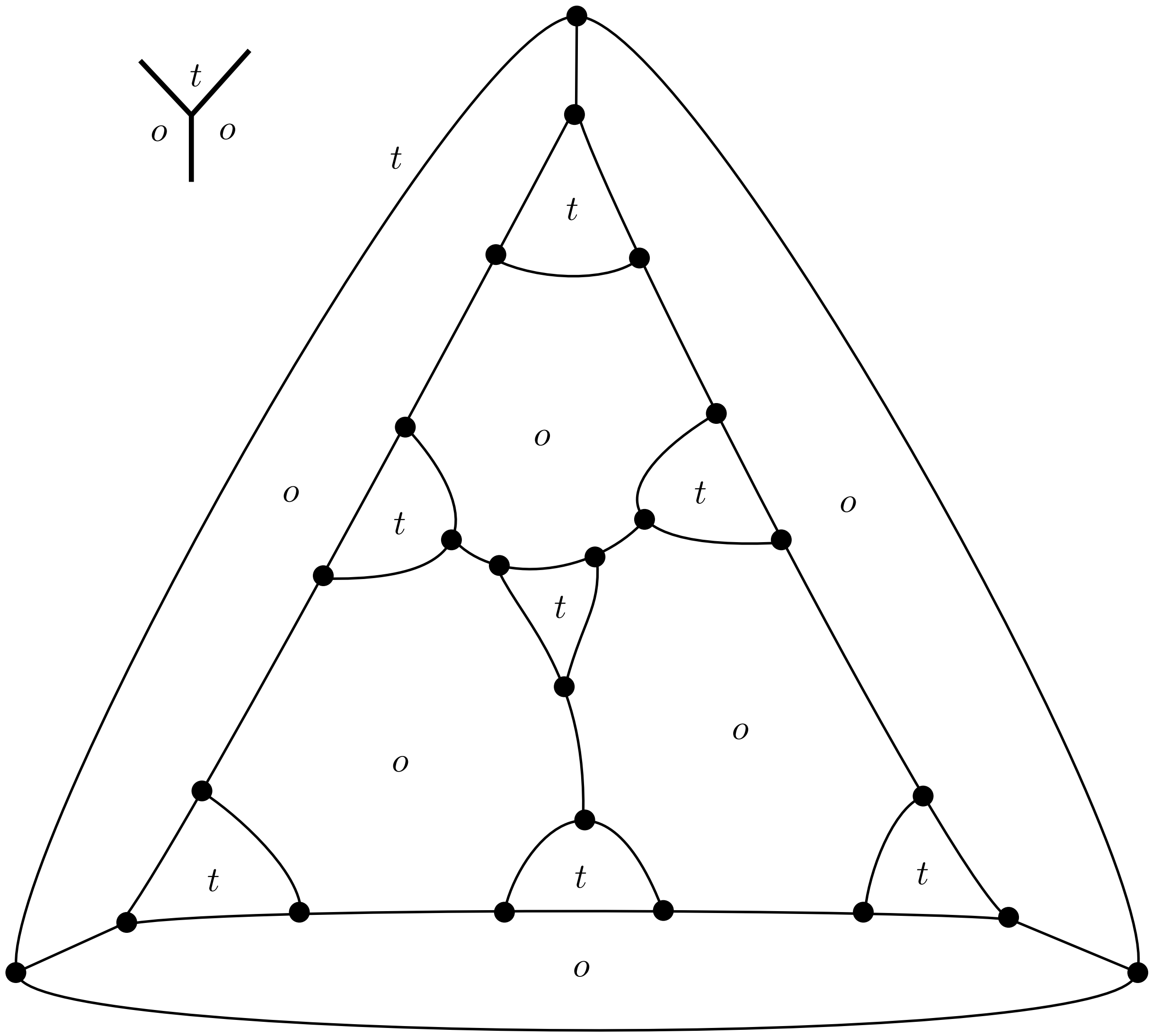
$$CM = \sqrt{\left(\sqrt{2320}\right)^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{2312}$$

(Hem treballat sobre el triangle rectangle $\triangle CMD$.)

Finalment,

$$\text{àrea}(\triangle ACD) = \frac{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2312}}{2} = \boxed{136 \text{ cm}^2}.$$

3. En cada vèrtex d'un poliedre incideixen un triangle equilàter i dos octàgons regulars. Dibuixeu el diagrama de Schlegel i feu el recompte del seu nombre de cares, vèrtexs i arestes i observeu que es compleix la fórmula d'Euler.



$$C = 6\ o + 8\ t = 14, \qquad V = 24, \qquad A = 36.$$

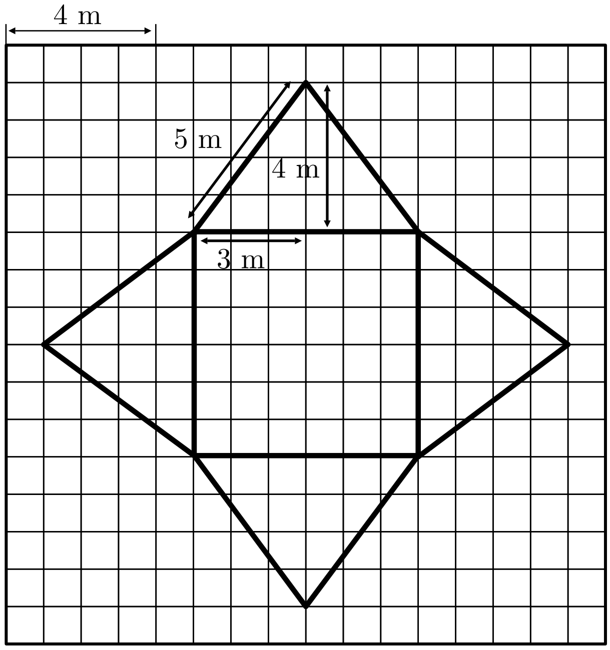
Es compleix la fórmula d'Euler: $14 + 24 = 36 + 2$.

4. Considereu una piràmide quadrangular regular de costat de la base igual a 6 m i aresta lateral igual a 5 m. Calculeu el seu volum i dibuixeu el seu desenvolupament pla en la quadrícula on cada quadret té un costat de longitud equivalent a 1 m.

L'altura de la cara lateral és, pel teorema de Pitàgores, igual a

$$\sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4.$$

Per tant, obtenim el desenvolupament pla de la figura adjunta.



Determinarem l'altura PM mitjançant el triangle rectangle $\triangle AMP$ de la figura. Ho farem amb el càlcul previ de $AM = \frac{AB}{2}$, en què AB haurà estat calculat amb l'ajut del triangle rectangle $\triangle ACB$. (En els dos triangles utilitzarem el teorema de Pitàgores.)

$$\begin{aligned}
AB &= \sqrt{6^2+6^2} = \sqrt{72} = \sqrt{36\cdot 2} = 6\sqrt{2} \\
&\Longrightarrow AM = \frac{AB}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}. \\
PM &= \sqrt{5^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{25-18} = \sqrt{7}. \\
\text{Volum} &= \frac{1}{3}\cdot 6^2 \cdot \sqrt{7} = \boxed{12\sqrt{7} \approx 31.749 \text{ m}^3}.
\end{aligned}$$