IES Pons d'Icart – 15/V/2009
MATEMÀTIQUES – 3R ESO C/D (A) **Nom** ____________________
Geometria de l'espai i funcions I $2.5 + 2.5 + 3 + 1.2 + 0.8$

1. Tenim un cub que té la mateixa capacitat que una esfera de superfície $144 \cdot \pi$ m^2. Calculeu l'aresta i la superfície del cub.

Caldrà cercar el volum del cub, el qual és el mateix que el de l'esfera. Per aconseguir-ho cal trobar el radi de l'esfera que ve determinat per la superfície $144 \cdot \pi$ d'aquesta. Si anomenem r el radi de l'esfera i x l'aresta del cub,

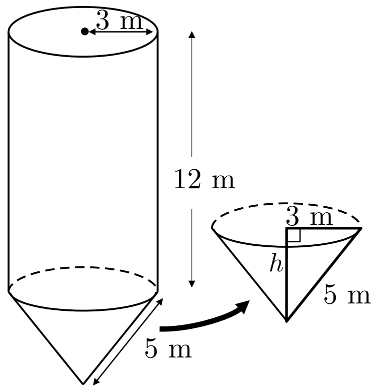
$$\begin{aligned} 4\pi r^2 = 144\pi \quad &\Longrightarrow \quad r^2 = \frac{144}{4} = 36 \Longrightarrow r = 6 \Longrightarrow \text{Volum(esfera)} = \frac{4}{3}\pi\, 6^3 = 288\pi \\ &\Longrightarrow \quad 288\,\pi = \text{Volum(cub)} = x^3 \Longrightarrow x = \sqrt[3]{288\,\pi} \approx \boxed{9.672 \text{ m}}. \\ &\Longrightarrow \quad \text{àrea(cub)} = 6\,x^2 \approx \boxed{561.88 \text{ m}^2}. \end{aligned}$$

2. En el dipòsit representat a la figura guardem un derivat del petroli de densitat 0.85 kg/l. El dipòsit buit pesa 1200 kg. Quin és el pes del dipòsit ple? (Indicació: Calculeu en primer lloc el volum del dipòsit.)

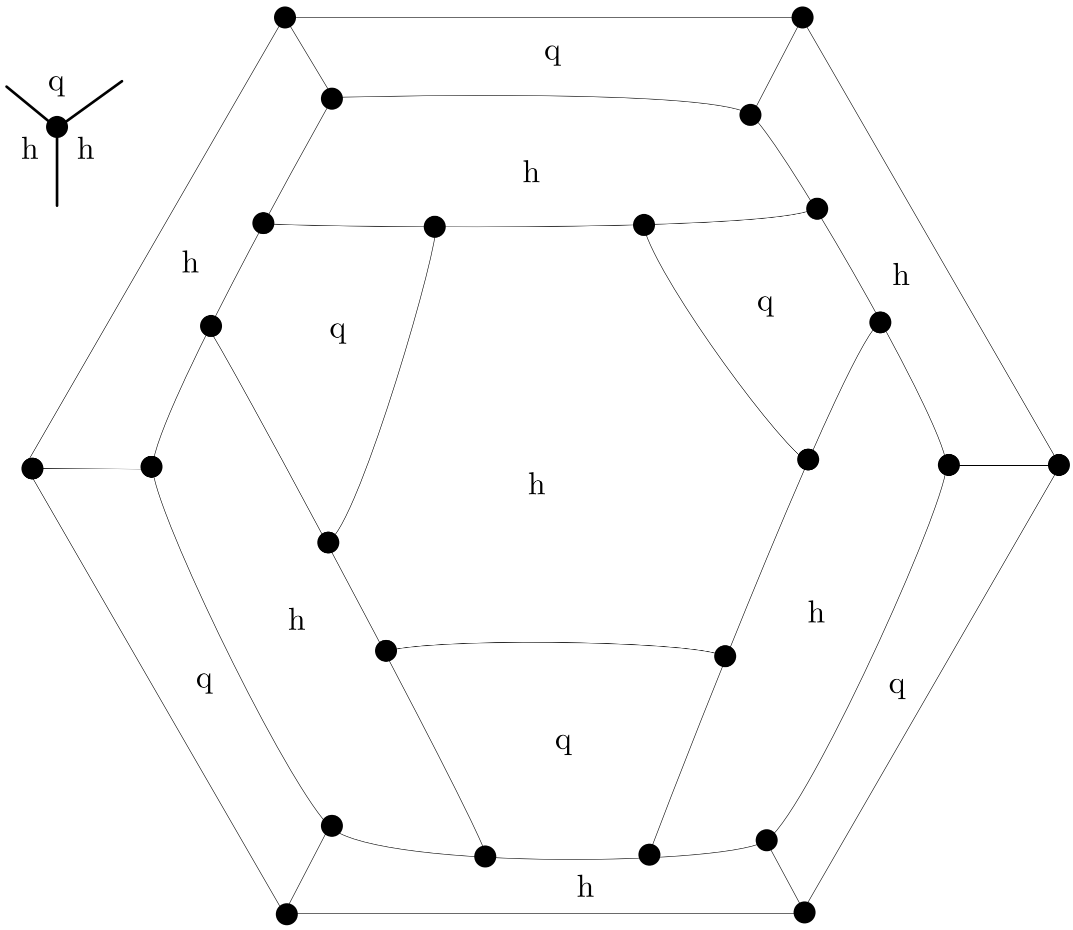
El volum del dipòsit es compon d'un cilindre i un con. L'única dada que falta per al càlcul del volum és l'altura h del con, la qual es pot trobar pel teorema de Pitàgores sobre el triangle rectangle de la figura adjunta.

$$5^2 = 3^2 + h^2 \Longrightarrow h = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4.$$

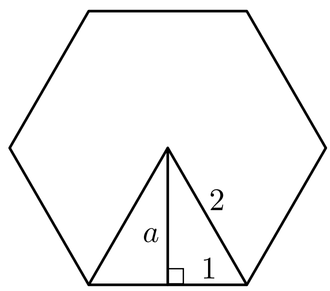
$$\begin{aligned} \text{Volum (total)} &= \pi \cdot 3^2 \cdot 12 + \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 \\ &= \pi \cdot 108 + \pi \cdot 12 = 120\,\pi \approx 376.99 \text{ m}^3. \\ \text{Pes} &= 1200 + 120 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot 0.85 = 1200 + 102000\,\pi \\ &\approx 1200 + 320442.45 = \boxed{321642.45 \text{ kg}}. \end{aligned}$$



3. En cada vèrtex d'un poliedre incideixen un quadrat i dos hexàgons regulars. Dibuixeu el diagrama de Schlegel i comproveu que té 6 cares quadrades i 8 cares hexagonals. Si la mesura de cada aresta és de 2 m, calculeu-ne la superfície total.



- Cada cara quadrada mesura 2^2 m$^2 = 4$ m^2.
- Per al càlcul de cadascuna de les cares hexagonals, cal calcular l'apotema o altura a de cadascun dels sis triangles equilàters que componen l'hexàgon.



$$a^2 + 1^2 = 2^2 \Longrightarrow a = \sqrt{4-1} = \sqrt{3} \text{ m}\,.$$

$$\text{Àrea(hexàgon)} = 6 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3} \text{ m}^2.$$

Finalment, l'àrea total és igual $\quad 6 \cdot 4 + 8 \cdot 48\sqrt{3} \approx \boxed{107.138 \text{ m}^2}$.

4. Considereu la funció $f(x) = \dfrac{3}{5}\,x - 4$.

a) Calculeu $f(-5)$.

b) Calculeu $f^{-1}(2)$.

c) Calculeu els punts de tall del seu gràfic amb els eixos de coordenades.

d) Utilitzeu la informació trobada per dibuixar el gràfic de la funció f.

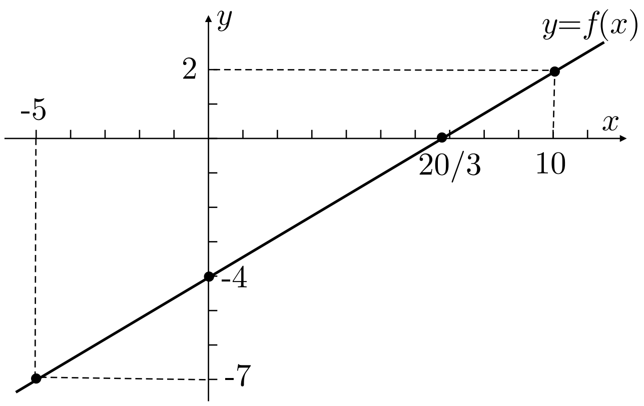
a) $f(-5) = \dfrac{3}{5} \cdot (-5) - 4 = -3 - 4 = \boxed{-7}$.

b) $f^{-1}(2) = \{x \text{ tals que } f(x) = 2\} \Longrightarrow \dfrac{3}{5}\,x - 4 = 2 \Longrightarrow \dfrac{3}{5}\,x = 6 \Longrightarrow \boxed{x = 10}$.

c) Tall OX: $f(x) = 0 \Longrightarrow \dfrac{3}{5}\,x - 4 = 0 \Longrightarrow \dfrac{3}{5}\,x = 4 \Longrightarrow x = \dfrac{20}{3} \Longrightarrow \boxed{\text{punt } \left(\dfrac{20}{3}\,,\,0\right)}$.

Tall OY: $x = 0 \Longrightarrow f(0) = \frac{3}{5} \cdot 0 - 4 = -4 \Longrightarrow \boxed{\text{punt } (0, -4)}$.

d)



5. Recordeu que que l'àrea d'un quadrat es pot expressar en funció del seu costat, —en llenguatge de funcions—, escrivint $f(x) = x^2$, en què x és el valor del costat i $f(x)$ l'àrea del quadrat. Utilitzeu el llenguatge de funcions per expressar:

a) El costat d'un quadrat en funció de la seva àrea.

$$\boxed{f(x) = \sqrt{x}}\,.$$

b) El preu que costa una compra de taronges en funció del nombre de kg comprats, si 1 kg val 0.87 €.

$$\boxed{f(x) = 0.87 \cdot x}\,.$$

c) La longitud d'un arc de circumferència de radi igual a 5 en funció del seu angle central.

$$\boxed{f(x) = \frac{\pi}{36} \cdot x}\,.$$