

1. En el nombre decimal $5.\widehat{173}$, trobeu raonadament el decimal que ocupa el lloc 231 i el decimal que ocupa el lloc 545.

$$\begin{array}{r} 231 \mid 3 \\ 21 \mid 77 \\ 0 \end{array} \Rightarrow \text{recorrem 77 vegades el grup 173 i trobem el decimal 3. Per tant, el lloc 231 és ocupat pel 3.}$$

$$\begin{array}{r} 545 \mid 3 \\ 24 \mid 181 \\ 05 \\ 2 \end{array} \Rightarrow \text{recorrem 181 vegades el grup 173 i encara hem d'avançar 2 llocs. Per tant, el lloc 545 és ocupat pel 7.}$$

2. Ordeneu els nombres següents de menor a major i presenteu el procediment seguit:

$$3.1251; 3.1\widehat{2}; \frac{78}{25}; 3.\widehat{12}; 3.1212.$$

$$\left. \begin{array}{l} 3.1251 = 3.12 \left| \begin{array}{c} 5 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right| \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \end{array} \left| \begin{array}{c} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right| \dots \left| \begin{array}{c} \boxed{5\text{è}} \\ \boxed{4\text{t}} \\ \boxed{1\text{r}} \\ \boxed{3\text{r}} \\ \boxed{2\text{n}} \end{array} \right. \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{78}{25} < 3.1212 < 3.\widehat{12} < 3.1\widehat{2} < 3.1251.$$

3. En una cursa, un dels premis s'ha de repartir entre els classificats 3r, 4t, 5è, 6è i 7è. L'organitzador diu que té molt clar com fer-ho i explica que donarà 1/3 del premi al tercer, 1/4 al quart, 1/5 al cinquè, 1/6 al sisè i 1/7 al setè. Raoneu si ho podrà fer d'aquesta manera o no ho podrà fer.

Observem que
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{140 + 105 + 84 + 70 + 60}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{459}{420} > 1.$$

No ho podrà fer perquè per poder repartir el premi aquesta suma ha de ser menor o igual que 1.

4. Justifiqueu que $3 + \frac{1}{10} + \frac{9}{10^2} + \frac{9}{10^3} + \frac{9}{10^4} + \dots = 3.2$

$$3 + \frac{1}{10} + \frac{9}{10^2} + \frac{9}{10^3} + \frac{9}{10^4} + \dots = 3 + 0.1 + 0.09 + 0.009 + 0.0009 + \dots = 3.1\widehat{9}.$$

$$\left. \begin{array}{l} 100 \times 3.1\widehat{9} = 319.\widehat{9} \\ -10 \times 3.1\widehat{9} = -31.\widehat{9} \\ \hline 90 \times 3.1\widehat{9} = 288 \end{array} \right\} \Rightarrow 3.1\widehat{9} = \frac{288}{90} = \boxed{3.2}.$$

5. Opereu i simplifiqueu sense utilitzar la calculadora:

$$\text{a) } \frac{8}{6} - \frac{9}{12} = \frac{16-9}{12} = \boxed{\frac{7}{12}}.$$

$$\text{b) } \frac{7}{45} + \frac{2}{9} - \frac{2}{15} = \frac{7+10-6}{45} = \boxed{\frac{11}{45}}.$$

$$\text{c) } \frac{0.5^{-4} \cdot 4}{8^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}} = \frac{2^4 \cdot 2^2}{2^6 \cdot 2^3} = \boxed{\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 2^{-3}}.$$

$$\text{d) } \frac{5}{12} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{5}{36}\right) = \frac{5}{12} \cdot \frac{30-5}{36} = \frac{5}{12} \cdot \frac{25}{36} = \boxed{\frac{125}{432}}.$$

$$\text{e) } \frac{\frac{29}{18} - \frac{7}{9} \cdot \frac{5}{6}}{\frac{7}{4} \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{6}\right)} = \frac{\frac{29}{18} - \frac{35}{54}}{\frac{7}{4} \cdot \frac{14}{6}} = \frac{\frac{87-35}{54}}{\frac{98}{24}} = \frac{52 \cdot 24}{54 \cdot 98} = \frac{13 \cdot 8}{9 \cdot 49} = \boxed{\frac{104}{441}}.$$

6. Tenim tres dipòsits d'aigua. En un hi ha 1800 l, en el segon hi ha 2340 l i en el tercer 1200 l. Del primer s'ha evaporat 30% de l'aigua, del segon un 36% i del tercer un 40%. Quin percentatge del total d'aigua s'ha evaporat?

$$\frac{\text{Volum evaporat}}{\text{Volum total}} = \frac{0.30 \cdot 1800 + 0.36 \cdot 2340 + 0.40 \cdot 1200}{1800 + 2340 + 1200} = \frac{1862.4}{5340} = 0.34876 \approx \boxed{34.88\%}.$$

7. Trobeu raonadament la fracció generatriu del nombre decimal $2.3\widehat{45}$. És un nombre racional?

$$\left. \begin{array}{l} 1000 \times 2.\widehat{345} = 2345.\widehat{45} \\ -10 \times 2.\widehat{345} = -23.\widehat{45} \\ \hline 990 \times 2.\widehat{345} = 2322 \end{array} \right\} \Rightarrow 2.\widehat{345} = \frac{2322}{990} = \frac{258}{110} = \boxed{\frac{129}{55}}.$$

$\boxed{\text{És un nombre racional}}$ perquè es pot expressar com una fracció d'enters.