1. Opereu i expresseu en forma de fracció irreductible.

a) $\dfrac{40}{7}-\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{14}$ b) $3-\dfrac{1}{2}\cdot\left(1-\dfrac{1}{3}\right)$ c) $\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\cdot 2}$

a) $\dfrac{40}{7}-\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{14}=\dfrac{160-21+10}{28}=\boxed{\dfrac{149}{28}}.$

b) $3-\dfrac{1}{2}\cdot\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=3-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3-1}{3}=3-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2}{3}=3-\dfrac{1}{3}=\dfrac{9-3}{3}=\boxed{\dfrac{8}{3}}.$

c) $\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\cdot 2}=\dfrac{\frac{2-1}{6}}{\frac{3}{4}-\frac{1}{3}}=\dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{9-4}{12}}=\dfrac{1\cdot 12}{6\cdot 5}=\boxed{\dfrac{2}{5}}.$

2. Ordeneu de menor a major i expresseu en forma de fracció irreductible els nombres

$$1,323\,;\qquad 1,\overset{\frown}{32}\;;\qquad 1,3\overset{\frown}{2}$$

$$\left.\begin{array}{ll|c|c|c|c|l}
1,323 & =1 & , & 3 & 2 & 3 & 0\ldots\longrightarrow\boxed{2n}\\
1,\overset{\frown}{32} & =1 & , & 3 & 2 & 3 & 2\ldots\longrightarrow\boxed{3r}\\
1,3\overset{\frown}{2} & =1 & , & 3 & 2 & 2 & 2\ldots\longrightarrow\boxed{1r}
\end{array}\right\}\Longrightarrow\boxed{1,3\overset{\frown}{2}<1,323<1,\overset{\frown}{32}}$$

$$1,323=\boxed{\dfrac{1323}{1000}},\qquad 1,\overset{\frown}{32}=\dfrac{132-1}{99}=\boxed{\dfrac{131}{99}},\qquad 1,3\overset{\frown}{2}=\dfrac{132-13}{90}=\boxed{\dfrac{119}{90}}.$$

3. Un majorista transporta en un camió un carregament de pomes que ha pagat a 0,2 €/kg al pagès. En el viatge aquestes perden el 3% del seu pes i quan les descarrega descobreix que una vuitena part se li ha fet malbé. Finalment ven a diferents botiguers els 2450 kg de pomes que li han quedat a 1,6 €/kg. La diferència entre els diners obtinguts de la venda i el que ha pagat al pagès li servirà per cobrir les despeses derivades del transport i la venda i obtenir beneficis. Calculeu aquesta diferència.

Construïm una taula amb els pesos de les pomes, segons les dades de l'enunciat:

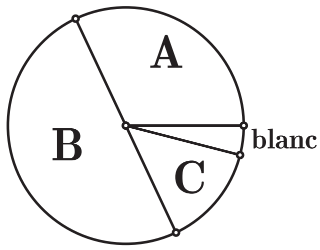
Inici		$\xrightarrow{-3\%}$		Intermedi		$\xrightarrow{-1/8}$		Final
x	$\rightarrow$	$(\cdot 0.97)$	$\rightarrow$	$0.97x$	$\rightarrow$	$(\cdot\frac{7}{8})$	$\rightarrow$	$\dfrac{7}{8}\cdot 0.97x=2450$

Per tant, el pes inicial és $\quad x=\dfrac{2450\cdot 8}{7\cdot 0.97}\approx 2886.5979\,\text{kg}$

Diferència de preus = Preu de venda − Preu de cost $=2450\cdot 1.6-2886.5979\cdot 0.2\approx\boxed{3342.68\,€}$.

4. En unes eleccions s'hi han presentat tres candidats **A**, **B** i **C**. El candidat **A** ha obtingut el 32% dels vots, el **B** n'ha obtingut el 50%, el **C** n'ha obtingut el 14% i, finalment, la resta de vots han estat en blanc.
Volem representar aquests quatre resultats gràficament mitjançant sectors circulars sobre un cercle. Quin angle tindrà cada sector si ha de ser proporcional al nombre corresponent de vots? Feu una aproximació al gràfic a mà alçada.

- Candidat **A**: 32% de $360° = \dfrac{32}{100} \cdot 360° = 0.32 \cdot 360° = 115.2° = 115° + 0.2 \cdot 60' = \boxed{115°\,12'}$.
- Candidat **B**: 50% de $360° = \dfrac{50}{100} \cdot 360° = 0.5 \cdot 360° = \boxed{180°}$.
- Candidat **C**: 14% de $360° = \dfrac{14}{100} \cdot 360° = 0.14 \cdot 360° = 50.4° = 50° + 0.4 \cdot 60' = \boxed{50°\,24'}$.
- **En blanc**: 4% de $360° = \dfrac{4}{100} \cdot 360° = 0.04 \cdot 360° = 14.4° = 14° + 0.4 \cdot 60' = \boxed{14°\,24'}$.



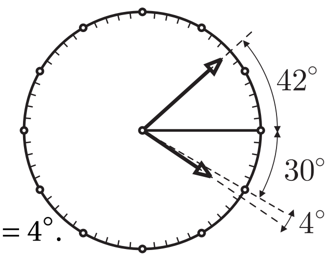
5. Trobeu l'angle que formen les agulles d'un rellotge de bon funcionament a les 4 h 8 min.

Considerem la circumferència partida en 60 divisions. Llavors, cada part determina un angle central de $360°/60 = 6°$ i l'angle:

– Entre la divisió del minut 8 i la del minut 15 és igual a $7 \cdot 6° = 42°$.

– Entre la divisió del minut 15 i la del minut 20 és igual a $5 \cdot 6° = 30°$.

– Entre la divisió del minut 20 i la línia de l'agulla petita és igual a $\dfrac{8}{60} \cdot 30° = 4°$.



Conseqüentment, l'angle demanat és igual a $42° + 30° + 4° = \boxed{76°}$.

6. El nombre d'individus d'una població de bacteris creix cada hora un 60%. Si el nombre d'individus en un moment determinat és de $3,7 \cdot 10^8$ individus, quin era el nombre d'individus una hora abans? Quin era el nombre d'individus 24 hores abans? (Presenteu el resultat en notació científica.)

Observem que cada hora el nombre d'individus es multiplica per 1.60,

$$x \xrightarrow{+60\%} 1.6x \xrightarrow{+60\%} 1.6^2 x \xrightarrow{+60\%} \cdots \xrightarrow{+60\%} 1.6^{23} x \xrightarrow{+60\%} 1.6^{24} x = 3.7 \cdot 10^8.$$

Llavors, una hora abans hi havia $1.6^{23} x = \dfrac{1.6^{24} x}{1.6} = \dfrac{3.7 \cdot 10^8}{1.6} = \boxed{2.3125 \cdot 10^8 \text{ individus}}$.

Finalment, 24 hores abans hi havia $x = \dfrac{3.7 \cdot 10^8}{1.6^{24}} = \boxed{4.67006 \cdot 10^3 \text{ individus}}$.

La població final conté, aproximadament, 50000 vegades la inicial.

7. En una pel·lícula de ciència ficció els tripulants d'una nau han descobert una estrella amb 4 planetes els quals estan alineats (en conjunció). L'ordinador de la nau ha enregistrat les dades del seu moviment i ha calculat que els dies terrestres que tarden a completar una volta a la seva estrella són respectivament, 48, 187, 220 i 2520. Calculeu el nombre d'anys terrestres que han de passar perquè tornin a estar en conjunció en el mateix lloc.

Quan es tornin a trobar en el mateix lloc, cada planeta haurà fet un nombre enter de voltes. Llavors, el nombre de dies que hauran passat serà múltiple del nombre de dies que tarden en donar una volta, és a dir, múltiple comú de les dades numèriques. Conseqüentment, la primera vegada que es tornin a trobar haurà passat un nombre de dies igual a **mcm(48,187,220,2520)**. Fem el càlcul:

$$\left.\begin{array}{l} 48 = 2^4\cdot 3 \\ 187 = 11\cdot 17 \\ 220 = 2^2\cdot 5\cdot 11 \\ 2520 = 5\cdot 7\cdot 3^2\cdot 2^3 \end{array}\right\} \Longrightarrow \textbf{mcm} = 2^4\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7\cdot 11\cdot 17 = 942480 \text{ dies} \approx \boxed{2582.14 \text{ anys}}.$$

8. Una unitat astronòmica (UA) és aproximadament igual a $1{,}496\cdot 10^{11}$ km. Plutó es troba a 39,5 UA del Sol, mentre que Júpiter es troba a 5,2 UA del Sol. Calculeu, en notació científica, la distància entre els dos planetes en el moment de màxima separació i la distància en el moment de mínima separació. (Hipòtesi: Suposem òrbites circulars, que en el cas de Plutó és lluny de la realitat.)

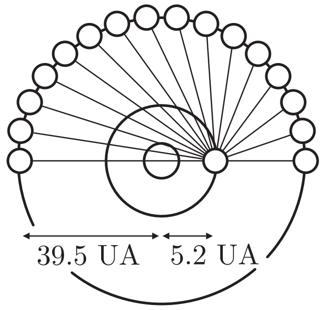
En el gràfic adjunt observem que:

Mínima distància:

$39.5\ UA - 5.2\ UA = 34.3\ UA = 34.3\cdot 1.496\cdot 10^{11}$ km $\approx \boxed{5.13128\cdot 10^{12} \text{ km}}$.

Màxima distància:

$39.5\ UA + 5.2\ UA = 44.7\ UA = 44.7\cdot 1.496\cdot 10^{11}$ km $\approx \boxed{6.68712\cdot 10^{12} \text{ km}}$.



9. Us sembla que hi pot haver nombres que no es pugui escriure com a fracció? En cas afirmatiu intenteu fer-ne una descripció i en cas negatiu raoneu el perquè.

Hem estudiat a l'aula que els enters, els decimals exactes i els decimals amb infinites xifres,les quals es repeteixen periòdicament a partir d'un lloc determinat es poden escriure en forma de fracció d'enters.

Exemples: $3 = \dfrac{3}{1}$, $-5 = \dfrac{10}{-2}$, $3.71 = \dfrac{371}{100}$, $1.\overset{\frown}{2} = \dfrac{11}{9}$, $2.1\overset{\frown}{02} = \dfrac{2081}{990}$.

Hi ha uns nombres dels que quasi bé no hem dit res fins aquest moment, són els nombres que admeten presentació amb infinites xifres decimals que no es repeteixen periòdicament. Aquests no es poden presentar com una fracció d'enters i alguns exemples són $\sqrt{2}$, π, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, …

10. Ens trobem en un fons marí a 42 m de profunditat. Calculeu l'error absolut i l'error relatiu, en percentatge, que faríem si calculéssim el pes d'aigua que suporta 1 m^2 d'aquest fons si no tinguéssim en compte que l'aigua del mar és salada. La densitat de l'aigua del mar és igual a 1.028 g/mL.

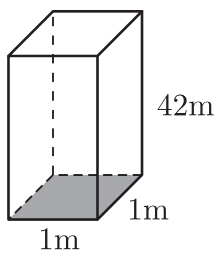
Si l'aigua fos dolça la seva densitat seria 1g/mL i el seu pes seria,

$$(1\text{ m}\cdot 1\text{ m}\cdot 42\text{ m})\cdot 1\text{ g/mL} = 42\text{ m}^3\cdot 1\text{ g/mL} = 42000\text{ L}\cdot 1\text{ kg/L} = 42000\text{ kg}$$

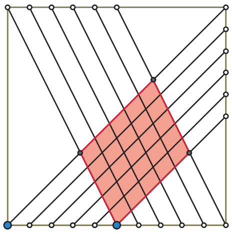
En ser salada, el seu pes real és,

$$(1\text{ m}\cdot 1\text{ m}\cdot 42\text{ m})\cdot 1.028\text{ g/mL} = 42\text{ m}^3\cdot 1\text{ g/mL} = 42000\text{ L}\cdot 1.028\text{ kg/L} = 43176\text{ kg}$$

Llavors, $E_a = 43176 - 42000 = \boxed{1376\text{ kg}}$, $E_r = \dfrac{1176}{43176} \approx 2.72\cdot 10^{-2} = \boxed{2.72\%}$.



11. Observeu la figura adjunta en què les línies paral·leles estan separades per distàncies iguals.



a) Construïu-la i guardeu-la en un fitxer GeoGebra.

b) Trobeu la raó entre l'àrea del quadrat i l'àrea del quadrilàter determinat per les dues col·leccions de paral·leles.

c) Redacteu un fitxer WORD 97-2003 o un fitxer OpenOffice en què expliqueu:

- El procés i les eines de construcció de la figura.
- Quina és la raó de les àrees que heu trobat i de quina manera l'heu trobat.
- Trameteu els dos fitxers en l'encàrrec del GG0711 del MOODLE.

Vegeu les solucions de l'Arnau i l'Albert M. en el MOODLE. La relació entre les àrees és que l'àrea del quadrilàter interior és 1/6 de l'àrea del quadrat. Una manera de trobar-la és mitjançant l'eina Àrea del cinquè quadre d'eines per la dreta del GeoGebra i una operació de divisió.