1. Opereu i expresseu en forma de fracció irreductible.

a) $\dfrac{30}{35}-\dfrac{5}{7}+\dfrac{7}{10}$ b) $5-\dfrac{1}{3}\cdot\left(1-\dfrac{1}{3}\right)$ c) $\dfrac{\dfrac{2}{5}-\dfrac{1}{10}\cdot 3}{\dfrac{3}{10}-\dfrac{1}{5}}$

a) $\dfrac{30}{35}-\dfrac{5}{7}+\dfrac{7}{10}=\dfrac{60-50+49}{70}=\boxed{\dfrac{59}{70}}$.

b) $5-\dfrac{1}{3}\cdot\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=5-\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3-1}{3}=5-\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{2}{3}=5-\dfrac{2}{9}=\dfrac{45-2}{9}=\boxed{\dfrac{43}{9}}$.

c) $\dfrac{\dfrac{2}{5}-\dfrac{1}{10}\cdot 3}{\dfrac{3}{10}-\dfrac{1}{5}}=\dfrac{\dfrac{2}{5}-\dfrac{3}{10}}{\dfrac{3-2}{10}}=\dfrac{\dfrac{4-3}{10}}{\dfrac{1}{10}}=\dfrac{1\cdot 10}{1\cdot 10}=\boxed{1}$.

2. Ordeneu de menor a major i expresseu en forma de fracció irreductible els nombres

$$2,401\,;\qquad 2,\overset{\frown}{40}\;;\qquad 2,4\overset{\frown}{01}$$

$$\left.\begin{array}{ll|c|c|c|c|c|l}
2,401 & =2 & , & 4 & 0 & 1 & 0 & 0\ldots\longrightarrow\boxed{1r}\\
2,\overset{\frown}{40} & =2 & , & 4 & 0 & 4 & 0 & 4\ldots\longrightarrow\boxed{3r}\\
2,4\overset{\frown}{01} & =2 & , & 4 & 0 & 1 & 0 & 1\ldots\longrightarrow\boxed{2n}
\end{array}\right\}\Longrightarrow\boxed{2,401<2,4\overset{\frown}{01}<2,\overset{\frown}{40}}$$

$$2,401=\boxed{\frac{2401}{1000}},\qquad 2,\overset{\frown}{40}=\frac{240-2}{99}=\boxed{\frac{238}{99}},\qquad 2,4\overset{\frown}{01}=\frac{2401-24}{990}=\boxed{\frac{2377}{990}}.$$

3. Un majorista transporta en un camió un carregament de pomes que ha pagat a 0,2 €/kg al pagès. En el viatge aquestes perden el 3% del seu pes i quan les descarrega descobreix que una vuitena part se li ha fet malbé. Finalment ven a diferents botiguers els 2450 kg de pomes que li han quedat a 1,6 €/kg. La diferència entre els diners obtinguts de la venda i el que ha pagat al pagès li servirà per cobrir les despeses derivades del transport i la venda i obtenir beneficis. Calculeu aquesta diferència.

Construïm una taula amb els pesos de les pomes, segons les dades de l'enunciat:

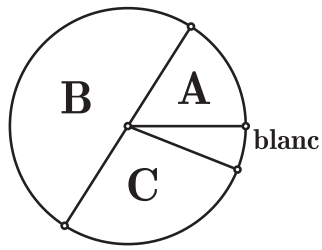
Inici		$\xrightarrow{-3\%}$		Intermedi		$\xrightarrow{-1/8}$		Final
x	$\rightarrow$	$(\cdot 0.97)$	$\rightarrow$	$0.97x$	$\rightarrow$	$\left(\cdot\frac{7}{8}\right)$	$\rightarrow$	$\dfrac{7}{8}\cdot 0.97x=2450$

Per tant, el pes inicial és $x=\dfrac{2450\cdot 8}{7\cdot 0.97}\approx 2886.5979\,\text{kg}$

Diferència de preus $=$ Preu de venda $-$ Preu de cost $=2450\cdot 1.6-2886.5979\cdot 0.2\approx\boxed{3342.68\,€}$.

4. En unes eleccions s'hi han presentat tres candidats **A**, **B** i **C**. El candidat **A** ha obtingut el 16% dels vots, el **B** n'ha obtingut el 50%, el **C** n'ha obtingut el 28% i, finalment, la resta de vots han estat en blanc.
Volem representar aquests quatre resultats gràficament mitjançant sectors circulars sobre un cercle. Quin angle tindrà cada sector si ha de ser proporcional al nombre corresponent de vots? Feu una aproximació al gràfic a mà alçada

- Candidat **A**: 16% de $360° = \dfrac{16}{100} \cdot 360° = 0.16 \cdot 360° = 57.6° = 57° + 0.6 \cdot 60' = \boxed{57°\,36'}$.
- Candidat **B**: 50% de $360° = \dfrac{50}{100} \cdot 360° = 0.5 \cdot 360° = \boxed{180°}$.
- Candidat **C**: 28% de $360° = \dfrac{28}{100} \cdot 360° = 0.28 \cdot 360° = 100.8° = 100° + 0.8 \cdot 60' = \boxed{100°\,48'}$.
- **En blanc**: 6% de $360° = \dfrac{6}{100} \cdot 360° = 0.06 \cdot 360° = 21.6° = 21° + 0.6 \cdot 60' = \boxed{21°\,36'}$.



5. Un operari **A** tardaria, tot sol, dues hores en tallar la gespa d'un camp de futbol. Un altre operari **B** tardaria 3 hores, tot sol, en tallar la mateixa gespa. Si treballessin junts, cadascun d'ells a la mateixa velocitat que abans, quantes hores tardarien a tallar la gespa. (Doneu el resultat en hores i minuts.)

Operari	temps que tarden	en 1 hora (= 60 min) tallen
A	2 hores	$\frac{1}{2}$ del camp
B	3 hores	$\frac{1}{3}$ del camp
A i **B** junts	x hores	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$ del camp

$\Longrightarrow$ Per fer 1/6 del camp tarden $60/5 = 12$ min. Llavors, per fer tot el camp tarden $6 \cdot 12 = 72$ min = 1 h 12 min.

6. Durant 30 dies el volum d'aigua embassada en un pantà ha augmentat un 12% cada dia. Al final d'aquests 30 dies el pantà conté $2{,}4 \cdot 10^9$ litres d'aigua. Calculeu el nombre de litres un dia abans. Quin era el nombre de litres fa 30 dies? (Presenteu el resultat en notació científica.)
El volum final quantes vegades conté el volum de fa 30 dies?

Observem que cada hora el volum es multiplica per 1.12,

$$x \xrightarrow{+12\%} 1.12x \xrightarrow{+12\%} 1.12^2 x \xrightarrow{+12\%} \cdots \xrightarrow{+12\%} 1.12^{29} x \xrightarrow{+12\%} 1.12^{30} x = 2.4 \cdot 10^9.$$

Llavors, un dia abans hi havia $1.12^{29} x = \dfrac{1.12^{30} x}{1.12} = \dfrac{2.4 \cdot 10^9}{1.12} = \boxed{2.142857 \cdot 10^9 \text{ L}}$.

Finalment, 30 dies abans hi havia $x = \dfrac{2.4 \cdot 10^9}{1.12^{30}} = \boxed{8.0107017 \cdot 10^7 \text{ L}}$.

El volum final conté, aproximadament, $\dfrac{2.4 \cdot 10^9}{8.0107017 \cdot 10^7} \approx \boxed{30 \text{ vegades}}$ vegades el de fa 30 dies.

7. En una pel·lícula de ciència ficció els tripulants d'una nau han descobert una estrella amb 4 planetes els quals estan alineats (en conjunció). L'ordinador de la nau ha enregistrat les dades del seu moviment i ha calculat que els dies terrestres que tarden a completar una volta a la seva estrella són respectivament, 48, 143, 260 i 936. Calculeu el nombre d'anys terrestres que han de passar perquè tornin a estar en conjunció en el mateix lloc.

Quan es tornin a trobar en el mateix lloc, cada planeta haurà fet un nombre enter de voltes. Llavors, el nombre de dies que hauran passat serà múltiple del nombre de dies que tarden en donar una volta, és a dir, múltiple comú de les dades numèriques. Consegüentment, la primera vegada que es tornin a trobar haurà passat un nombre de dies igual a **mcm(48,143,260,936)**. Fem el càlcul:

$$\left.\begin{array}{l} 48 = 2^4\cdot 3 \\ 143 = 11\cdot 13 \\ 260 = 2^2\cdot 5\cdot 13 \\ 936 = 2^3\cdot 3^2\cdot 13 \end{array}\right\} \Longrightarrow \textbf{mcm} = 2^4\cdot 3^2\cdot 5\cdot 11\cdot 13 = 102960 \text{ dies} \approx \boxed{282.082 \text{ anys}}.$$

8. Una unitat astronòmica (UA) és aproximadament igual a $1,496\cdot 10^{11}$ km. Urà es troba a 19,22 UA del Sol, mentre que Júpiter es troba a 5,2 UA del Sol. Treballem amb la hipòtesi que les òrbites són circulars. Calculeu, en notació científica i en km, la distància entre els dos planetes en el moment de màxima separació i la distància en el moment de mínima separació.

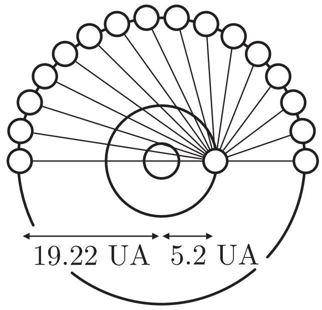
En el gràfic adjunt observem que:

Mínima distància:

$19.22\ UA - 5.2\ UA = 14.02\ UA = 14.02\cdot 1.496\cdot 10^{11}$ km $\approx \boxed{2.097\cdot 10^{12} \text{ km}}$.

Màxima distància:

$19.22\ UA + 5.2\ UA = 24.42\ UA = 24.42\cdot 1.496\cdot 10^{11}$ km $\approx \boxed{3.653\cdot 10^{12} \text{ km}}$.



9. Us sembla que hi pot haver algun nombre que no es pugui escriure com a fracció. En cas afirmatiu intenteu fer-ne una descripció i en cas negatiu raoneu el perquè.

Hem estudiat a l'aula que els enters, els decimals exactes i els decimals amb infinites xifres,les quals es repeteixen periòdicament a partir d'un lloc determinat es poden escriure en forma de fracció d'enters.

Exemples: $\quad 3 = \dfrac{3}{1},\quad -5 = \dfrac{10}{-2},\quad 3.71 = \dfrac{371}{100},\quad 1.\overset{\frown}{2} = \dfrac{11}{9},\quad 2.1\overset{\frown}{02} = \dfrac{2081}{990}.$

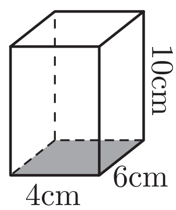
Hi ha uns nombres dels que quasi bé no hem dit res fins aquest moment, són els nombres que admeten presentació amb infinites xifres decimals que no es repeteixen periòdicament. Aquests no es poden presentar com una fracció d'enters i alguns exemples són $\sqrt{2},\ \pi,\ \sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \ldots$

10. L'Audal té un recipient de vidre amb forma de caixa de sabates (ortoedre) ple de mercuri. Les seves mesures són de 4cm×6cm×10cm. Li sembla recordar de memòria que la densitat del mercuri és de 13 kg/L. L'Audal calcula el pes del mercuri amb les seves dades i després el pesa en una balança de precisió. El pes que li surt del càlcul és 129 g menor que el pes que li surt a la balança. Trobeu la densitat real del mercuri i l'error relatiu, en percentatge, que ha fet l'Audal.

• Pes del mercuri amb les dades de l'Audal:

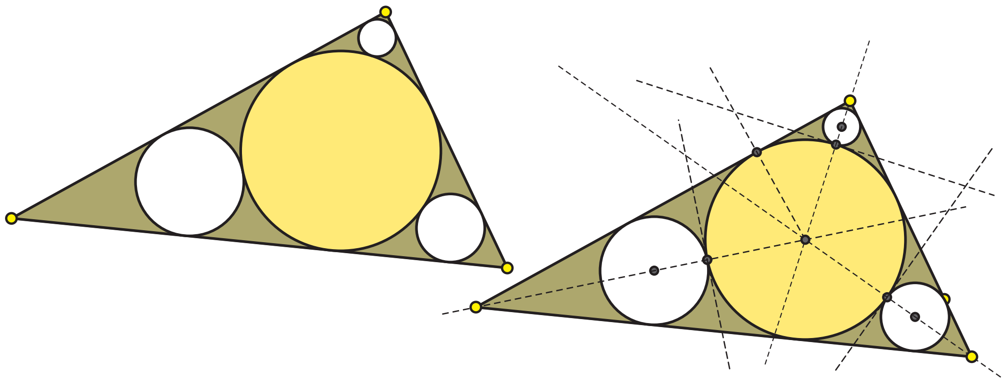
$(4\text{ cm}\cdot 6\text{ cm}\cdot 10\text{ cm})\cdot 13\text{ g/mL} = 240\text{ cm}^3\cdot 13\text{ g/mL} = 240\text{ mL}\cdot 13\text{ g/mL} = 3120\text{ g} = 3.12\text{ kg}$

• Pes real del mercuri: $\quad 3.12\text{ Kg} + 0.129\text{ kg} = 3.249\text{ kg}$



Llavors, la densitat real i l'error relatiu són $\begin{cases} d &= \dfrac{3.249\,\text{kg}}{0.24\,\text{L}} \approx \boxed{13.5375\,\text{Kg/L}} \\ \text{E}_r &= \dfrac{129\,\text{g}}{3249\,\text{g}} \approx 3.97\cdot 10^{-2} = \boxed{3.97\%}. \end{cases}$

11. Observeu la figura adjunta de l'esquerra. A la dreta teniu algunes línies auxiliars d'ajuda per a la seva construcció.



a) Construïu la figura de l'esquerra i guardeu-la en un fitxer GeoGebra.

b) Trameteu el fitxer en l'encàrrec GG0711 del MOODLE.

Vegeu la construcció de Pedro Pablo G. en el Moodle. La podeu descarregar per estudiar-la.