Ins Pons d'Icart
MATEMÀTIQUES – 3r d'ESO A
Control 2 de la
tercera avaluació

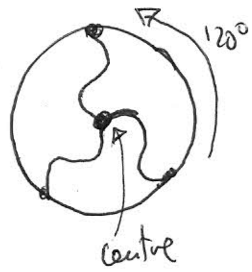
12/05/17
$20 + 20 + 10 + 10 + 15 + 15 = 90$
(S'avaluarà sobre 75 punts)

NOM:

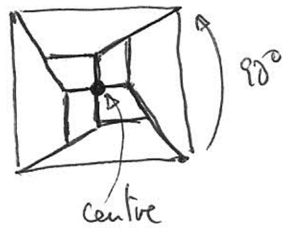
Enunciat 1. Descriviu els quatre tipus de moviments del pla possibles, expliqueu què significa que una figura tingui simetria i definiu la propietat que caracteritza un mosaic periòdic. Dibuixeu tres figures que presentin respectivament, només simetria de rotació de 120°, només simetria de rotació de 90° i només simetria axial.

- Translació: Donat un vector $\vec{v}$, anomenem translació de vector $\vec{v}$ el moviment que transforma cada punt P en un altre punt P' tal que $\overrightarrow{PP'} = \vec{v}$
- Rotació: Donats un punt C i un angle α, anomenem rotació (o gir) de centre C i angle α el moviment que transforma cada punt P en un altre punt P' tal que $\widehat{PCP'} = \alpha$. i $CP = CP'$
- Simetria axial: Donada una recta r anomenem simetria axial d'eix r el moviment que transforma cada punt P en un altre punt P' tal que r és mediatriu del segment PP'
- Lliscament: Donats un vector $\vec{v}$ i una recta r anomenem lliscament d'eix r i vector $\vec{v}$, la composició de la simetria axial d'eix r amb la translació de vector $\vec{v}$
- Una figura té simetria quan existeixen moviments que ela deixen invariant.
- Diem que un disseny és un mosaic periòdic si hi ha translacions en dues direccions diferents que el deixen invariant.

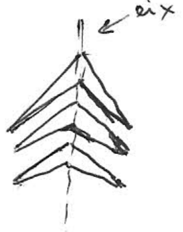
Simetria de rotació de 120°



Simetria de rotació de 90°



Simetria axial

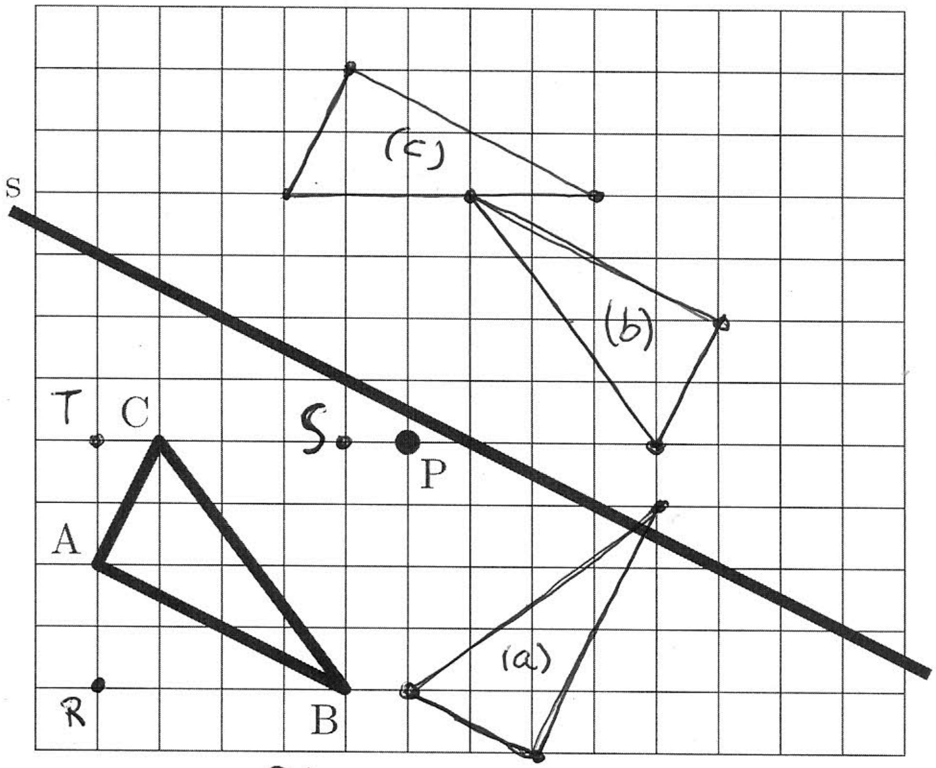


Enunciat 2. a) Transformeu el triangle ABC mitjançant un gir de centre P i angle 90°.

b) Transformeu el triangle ABC mitjançant un gir de centre P i angle 180°.

c) Transformeu el triangle ABC mitjançant una simetria axial d'eix s.

d) Calculeu l'àrea i el perímetre del triangle ABC, considerant la unitat de mesura el costat dels quadrets de la graella.



Pel teorema de Pitàgores

(d) $AB = \sqrt{AR^2 + RB^2} = \sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{20}$ u.

$AC = \sqrt{AT^2+TC^2} = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$ u.

$BC = \sqrt{BS^2+SC^2} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5$ u.

- Perímetre $= 5+\sqrt{5}+\sqrt{20} = 5+\sqrt{5}+\sqrt{4\cdot 5} = 5+\sqrt{5}+2\sqrt{5} = 5+3\sqrt{5} \simeq \boxed{11{,}71 u.}$
- Àrea: l'angle $\widehat{CAB} = 90°$, per tant, puc considerar $\begin{cases} AC = \text{base} \\ AB = \text{altura} \end{cases}$

$$\text{Àrea} = \frac{AC\cdot AB}{2} = \frac{\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{20\cdot 5}}{2} = \frac{\sqrt{100}}{2} = \frac{10\,u^2}{2} = \boxed{5\,u^2}$$

- Resolució alternativa per a l'àrea:

àrea (ABC) = Àrea del quadrat (RBST) - Àrea (ARB) - Àrea (ATC) - Àrea (CSB)

$$= 4^2 - \frac{4\cdot 2}{2} - \frac{2\cdot 1}{2} - \frac{4\cdot 3}{2} = 16-4-1-6 = 16-11 = \boxed{5\,u^2}$$

Enunciat 3. Resoleu l'equació $x^2 + 2x - 8 = 0$ de dues maneres, amb la fórmula amb radicals i completant quadrats.

Completant quadrats

$$x^2+2x-8=0 \iff \overbrace{(x+1)^2}^{x^2+2x+1}-1-8=0 \iff (x+1)^2-9=0$$

$$\iff (x+1)^2=9 \iff x+1=\pm\sqrt{9}=\pm 3 \iff x=-1\pm 3 = \boxed{\begin{cases} 2 \\ -4 \end{cases}}$$

Fórmula amb radicals

$a=1$

$b=2$

$c=-8$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\cdot 1\cdot(-8)}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{36}}{2}=\frac{-2\pm 6}{2}=\boxed{\begin{cases} 2 \\ -4 \end{cases}}$$

Enunciat 4. Opereu i simplifiqueu sense utilitzar nombres decimals. Heu d'expressar el resultat en forma de nombre enter o de fracció d'enters i presentar les diverses etapes del càlcul.

a) $5-\frac{17}{26}-\left(\frac{107}{143}+\frac{3}{2}\right) = 5-\frac{17}{26}-\frac{107}{11\cdot 13}-\frac{3}{2}=\frac{5\cdot 26\cdot 11-17\cdot 11-107\cdot 2-3\cdot 13\cdot 11}{26\cdot 11}=$

$=\frac{1430-187-214-429}{26\cdot 11}=\frac{1430-830}{26\cdot 11}=\frac{600}{26\cdot 11}=\frac{300}{13\cdot 11}=\boxed{\frac{300}{143}}$

b) $2.8\overset{\frown}{45} - \frac{100}{297} = \frac{2845-28}{990}-\frac{100}{11\cdot 3^3}=\frac{2817\cdot 3-100\cdot 10}{3^3\cdot 11\cdot 10}=\frac{8451-1000}{3^3\cdot 11\cdot 10}=\frac{7451}{3^3\cdot 11\cdot 10}=\boxed{\frac{7451}{2970}}$

$990=3^2\cdot 11\cdot 10$

Enunciat 5. En una ciutat hi ha 81733 habitants. El nombre d'habitants masculins és igual al 88% d'Habitants femenins. Trobeu el nombre d'habitants de cada sexe.

$$\begin{cases} m = \text{nombre d'habitants masculins} \\ 81733 - m = \text{" " femenins} \end{cases}$$

$$m = \frac{88}{100}(81733 - m) \Leftrightarrow 100m = 88 \cdot 81733 - 88m \Leftrightarrow 188m = 88 \cdot 81733$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{88 \cdot 81733}{188} = 38258$$

$$\boxed{\begin{array}{l} m = 38258 \text{ hab. masculins} \\ 81733 - m = 81733 - 38258 = 43475 \text{ hab. femenins} \end{array}}$$

(*)

Alternativa: Si anomenem f el nombre d'habitants femenins es pot plantejar

$$f + \frac{88}{100} f = 81733$$

Enunciat 6. Resoleu:

a) $9x + 6 = 3x - (32 + 2x)$ b) $\dfrac{x}{3} + \dfrac{5x}{6} = 7 + 2(4 - x)$ c) $(x + 2)^2 + 2x = 4 + x$

a)
$$9x + 6 = 3x - 32 - 2x$$
$$9x + 6 = x - 32$$
$$8x = -38$$
$$x = \frac{-38}{8}$$
$$\boxed{x = -\frac{19}{4}}$$

b)
$$2x + 5x = 42 + 12(4 - x)$$
$$7x = 42 + 48 - 12x$$
$$19x = 90$$
$$\boxed{x = \frac{90}{19}}$$

c)
$$(x + 2)^2 + 2x = 4 + x$$
$$x^2 + 4x + \cancel{4} + 2x = \cancel{4} + x$$
$$x^2 + 6x = x$$
$$x^2 + 5x = 0$$
$$x(x + 5) = 0 \Rightarrow \begin{array}{c} x = 0 \\ \text{o} \\ x + 5 = 0 \end{array} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{c} x = 0 \\ \text{o} \\ x = -5 \end{array}}$$

(*) Enunciat 5 (resolució alternativa)

- Si hi hagués 188 habitants i es mantinguessin els percentatges la proporció d'habitants masculins respecte el total seria $\dfrac{88}{188}$ per tant
- Si anomenem x els habitants masculins es complirà

$$\begin{array}{l} \text{Masculins} \rightarrow \\ \text{Total} \rightarrow \end{array} \quad \frac{88}{188} = \frac{x}{81733} \Rightarrow x = \frac{88 \cdot 81733}{188} = 38258 \text{ masculins}$$

$$81733 - 38258 = 43475 \text{ femenins}$$