

1. Trieu un problema entre els dos següents:
- a) El David es fa un cafè amb llet amb $\frac{1}{5}$ de cafè i $\frac{4}{5}$ de llet.
 Després de beure la tercera part del contingut torna a omplir la part que s'ha begut amb llet. Quina proporció de cafè i de llet té la barreja final?
- b) Un pintor pot pintar un apartament en 4 hores, mentre que un altre ho pot fer en 6 hores. En quantes hores ho podran fer si treballen junts i conserven el seu rendiment?

(a) **Alternativa 1.** Llenguatge de fraccions.

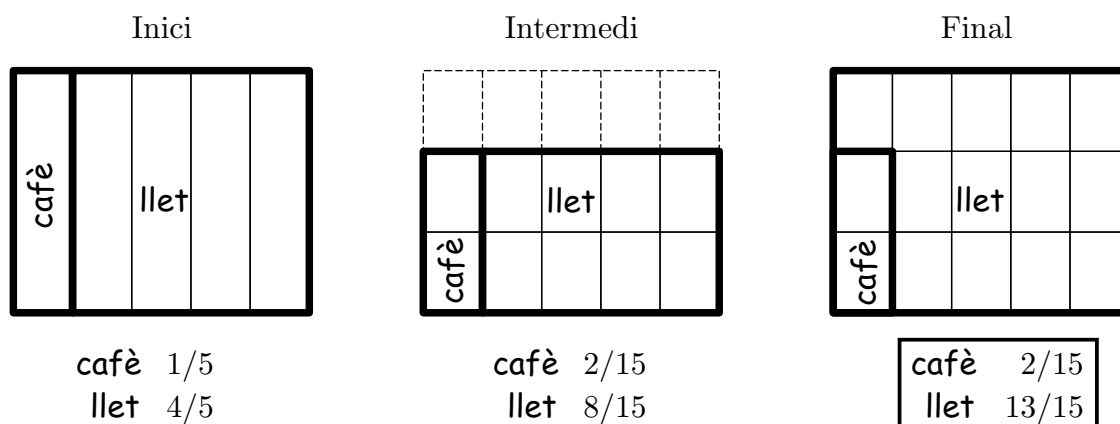
Organitzem la informació en el quadre següent, en què les fraccions es calculen respecte del total de la capacitat del got o tassa que conté el cafè amb llet.

	cafè	llet
Contingut inicial	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$
Contingut intermedi	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$
Contingut final	$\frac{2}{15}$	$\frac{8}{15} + \frac{1}{3} = \frac{8+5}{15} = \frac{13}{15}$

Les proporcions finals són

Cafè:	$\frac{2}{15}$ de got = $0.1\overline{3}$ = 13.33% del got.
Llet:	$\frac{13}{15}$ de got = $0.8\overline{6}$ = 86.67% del got.

Alternativa 2. Esquema gràfic.



(b) Organitzarem la informació cercant la fracció d'apartament que pot pintar cada pintor en una hora. D'allí obtindrem el que poden pintar junts en una hora.

	Pinten en 1 hora
Pintor ₁	$\frac{1}{4}$
Pintor ₂	$\frac{1}{6}$
Pintor ₁ i Pintor ₂	$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12}$

Els dos pintors junts poden pintar $\frac{5}{12}$ de l'apartament en 1 hora = 60 minuts. Això implica que poden pintar $\frac{1}{12}$ de l'apartament en $\frac{60}{5} = 12$ min, i tot l'apartament (= $\frac{12}{12}$) en $12 \cdot 12 = 144$ min.

Solució:

Poden pintar en 144 min = 2 h 24 min.

2. Opereu i expresseu en forma de fracció irreductible.

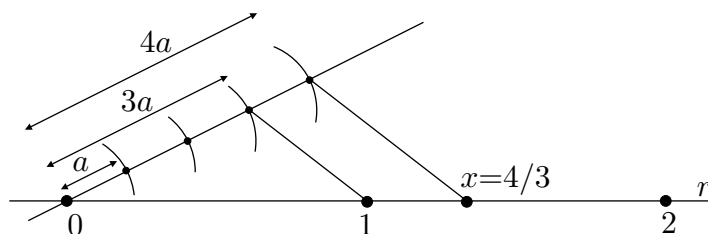
a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{7}{10}$ b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{5} - \frac{1}{5}$ c) $\frac{3}{5} - \frac{2}{25} : \frac{2}{3}$

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{7}{10} = \frac{10 + 15 - 14}{20} = \frac{11}{20}$.

b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{5} - \frac{1}{5} = \frac{9}{15} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$.

c) $\frac{3}{5} - \frac{2}{25} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5} - \frac{2 \cdot 3}{25 \cdot 2} = \frac{3}{5} - \frac{3}{25} = \frac{15}{25} - \frac{3}{25} = \frac{12}{25}$.

3. Representeu sobre una recta els nombres 0, 1, i 2. Representeu també, amb l'ajut del teorema de Tales, el nombre $\frac{4}{3}$. (No es permet d'utilitzar les marques del regle i si no porteu eines de dibuix expliqueu de quina manera faríeu la construcció amb el seu ajut.)



Construcció:

- Sobre una recta r marquem dos punts i anomenem 0 el de l'esquerra i 1 el de la dreta.
- Traslladem amb el compàs la distància de 0 a 1, a partir de 1, sobre r . En resulta el 2.
- Pel punt 0 tracem una línia amb inclinació arbitrària i sobre ella marquem amb el compàs, a partir de 0, quatre punts separats per distàncies iguals i arbitràries.
- Pel tercer d'aquests punts tracem un segment fins el punt 1.
- Pel quart d'aquests punts tracem una paral·lela al segment anterior. La seva intersecció amb la recta r inicial és la representació del nombre $x = \frac{4}{3}$.

Justificació:

El teorema de Tales afirma que es compleix $\frac{x}{1} = \frac{4 \cdot a}{3 \cdot a} = \frac{4}{3}$. És a dir, $x = \frac{4}{3}$.

4. Trieu tres problemes entre els quatre següents:

- El dia 5 de maig del 2009 el preu d'un producte era de 160 € i el dia 13 va pujar un 12%. Calculeu el seu preu final.
- El Marc ingressa en un compte 12400 €. Aquests diners estan sotmesos a un interès compost anual del 5%. Si no toca els diners del compte, quin serà el seu capital al cap de 3 anys?
- El preu d'un producte puja un 24% i en resulta un preu final de 719.20 €. Quin era el seu preu inicial?
- El preu inicial d'un producte era de 250 €, i el seu preu final és de 303.75 €. Calculeu el percentatge d'increment.

(a) Establim la proporcionalitat entre els preus inicials i els finals

Preu inicial		Preu final	
100 €		112 €	
—		=	
160 €		x	

$$\implies x = \frac{112 \cdot 160}{100} = 1.12 \cdot 160 = \boxed{179.20 \text{ €}}.$$

(b) Cada any que passa es compleix que 100 € es converteixen en 105 €. Això vol dir que, cada any, els diners que tinc es multipliquen pel factor $\frac{105}{100} = 1.05$.

12400 €	+5%	→	1.05 · 12400 €	+5%	→	1.05 ² · 12400 €	+5%	→	1.05 ³ · 12400 €
	1r any			2n any			3r any		

Així el capital final és $1.05^3 \cdot 12400 = \boxed{14354.55 \text{ €}}$.

(c) Establim, com a l'apartat (a), la proporcionalitat entre els preus inicials i els finals

Preu inicial		Preu final	
100 €		124 €	
—		=	
x		719.20 €	

$$\implies x = \frac{719 \cdot 100}{124} = \frac{719}{1.24} = \boxed{580 \text{ €}}.$$

(d) Repetim el mateix raonament de proporcionalitat.

Preu inicial		Preu final	
250 €		303.75 €	
—		=	
100 €		x	

$$\implies x = \frac{303.75 \cdot 100}{250} = 121.5 \text{ €} \implies \boxed{\text{Incrementa un 21.5\%}}.$$

5. Trobeu, amb l'explicació de com ho feu, quatre fraccions racionals entre $\frac{12}{5}$ i $\frac{13}{5}$.

Cercarem fraccions equivalents a les donades de manera que els numeradors siguin números entre els quals en puguem introduir quatre. Per aconseguir-ho multiplicarem numerador i denominador per 5.

$$\frac{12}{5} = \frac{60}{25} < \boxed{\frac{61}{25} < \frac{62}{25} < \frac{63}{25} < \frac{64}{25}} < \frac{65}{25} = \frac{13}{5}$$