

1. Opereu i simplifiqueu, sense calculadora i sense utilitzar els nombres decimals:

a)  $\frac{7}{6} - \frac{3}{10} + \frac{4}{15}$     b)  $3 - \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3}$     c)  $\frac{\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right) \cdot 2}{\frac{5}{\frac{4}{4}}}$     d)  $3.1\overline{54} : \frac{9}{110}$

a)  $\frac{7}{6} - \frac{3}{10} + \frac{4}{15} = \frac{35 - 9 + 8}{30} = \frac{34}{30} = \frac{17}{15}$ .

b)  $3 - \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} = 3 - \frac{5 \cdot 2}{4 \cdot 3} = 3 - \frac{10}{12} = \frac{36 - 10}{12} = \frac{26}{12} = \frac{13}{6}$ .

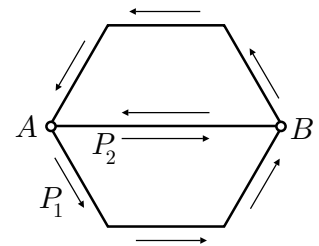
c)  $\frac{\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right) \cdot 2}{\frac{5}{\frac{4}{4}}} = \frac{\frac{6 - 1}{8} \cdot 2}{\frac{5}{4}} = \frac{\frac{10}{8}}{\frac{5}{4}} = \frac{10 \cdot 4}{8 \cdot 5} = \frac{40}{40} = 1$ .

d)  $3.1\overline{54} : \frac{9}{110} = \frac{3154 - 31}{990} : \frac{9}{110} = \frac{3123 \cdot 110}{990 \cdot 9} = \frac{3123}{9 \cdot 9} = \frac{347}{9}$ .

2. Trieu i resoleu tres qüestions entre les quatre següents:

- a) El preu final d'un producte després de ser rebaixat, sobre el preu inicial, un 12% és de 33 €. Calculeu-ne el preu inicial.
- b) Trobeu la fracció generatriu de  $1.\overline{2}$  amb el procediment "llarg". Dibuixeu sobre la recta numèrica, amb regle no graduat, compàs i escaire, la fracció resultant.
- c) Dues partícules  $P_1$  i  $P_2$  surten al mateix temps del vèrtex  $A$  d'un hexàgon regular de costat 1 m, a una velocitat de 1 m/s.

- La partícula  $P_1$  recorre reiteradament el seu perímetre en sentit antihorari.
- La partícula  $P_2$  recorre reiteradament la diagonal  $AB$  en trajectes d'anada i tornada.



Estudieu quants segons passaran fins que es trobin en el punt  $A$  i quants fins que es trobin en el punt  $B$ .

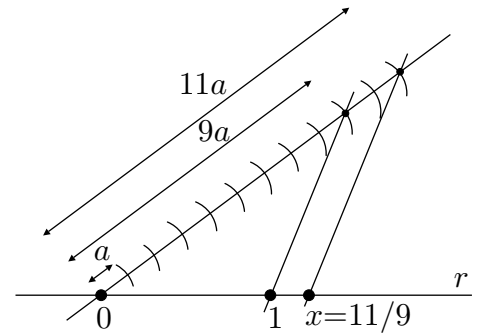
- d) Raoneu si és possible repartir una herència entre tres persones de manera que a una li toqui la quarta part de l'herència, a l'altra la tercera part de l'herència i a l'última la meitat de l'herència.

- a) Observem la taula de proporcionalitat i les operacions següents en què tenim en compte que si el preu inicial era 100€ el preu rebaixat és  $100 - 12 = 88$ €.

$$\left. \begin{array}{ccc} \text{Preu inicial (€)} & \xrightarrow{-12\%} & \text{Preu rebaixat (€)} \\ 100 & \xrightarrow{-12\%} & 88 \\ x & \xrightarrow{-12\%} & 33 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{x} = \frac{88}{33} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 33}{88} = \frac{33}{0.88} = 37.5 \text{€}$$

b) Anomenem  $x = 1.\overline{2}$ . Llavors,

$$\left. \begin{array}{l} 10 \cdot x = 12.\overline{2} \\ - x = 1.\overline{2} \\ \hline 10x - x = 12 - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{12 - 1}{9} = \boxed{\frac{11}{9}}.$$



c) Representem en dues taules els instants de temps en segons, en què les partícules passen per A i per B.

Passen pel punt A	$P_1$	$P_2$
	6	4
	12	8
	18	12
	24	16
	...	...

Passen pel punt B	$P_1$	$P_2$
	3	2
	9	6
	15	10
	21	14
	...	...

En la primera taula hem de trobar el primer múltiple comú de 6 i de 4, que resulta ser el 12. O sigui que, per primera vegada

es troben en A en el segon 12.

En la segona taula s'observa que la primera partícula passa en segons representats per nombres imparells, mentre que la segona partícula passa per B en segons representats per nombres parells. Per tant,

no es trobaran mai en B.

d) Per poder fer aquest repartiment la suma de les parts hauria de donar la unitat (tota la herència). Comprovem-ho,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6 + 4 + 3}{12} = \frac{13}{12} > 1.$$

No es pot repartir d'aquesta manera perquè el resultat excedeix el total de l'herència. Un cop haguéssim repartit  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ , només queda  $\frac{1}{6}$  per repartir, és a dir menys de  $\frac{1}{4}$  que proposa l'enunciat.

**3.** En Sergio ha gastat el 24% dels seus estalvis en la compra de roba d'hivern i el 25% de la resta en un disc dur per la seu ordinador. Després d'aquesta despesa li han quedat 342 €. Calculeu els euros gastats en la roba i en el disc dur.

Despesa en percentatge:  $\left\{ \begin{array}{l} 24\% \text{ en roba} \\ 25\% \text{ de } (100\% - 24\%) \text{ en un disc dur} \end{array} \right.$

És a dir que el percentatge total de despesa és

$$24\% + 25\% \text{ de } 76\% = 0.24 + 0.25 \cdot 0.76 = 0.24 + 0.25 \cdot 0.76 = 0.24 + 0.19 = 0.43 = 43\%$$

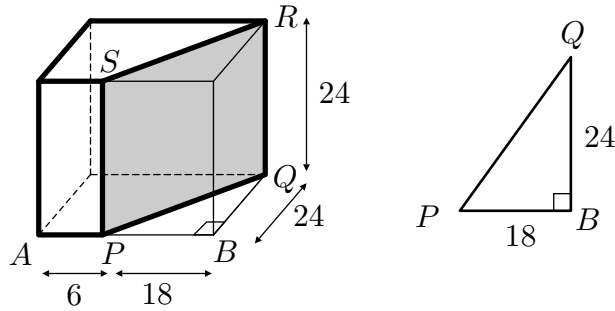
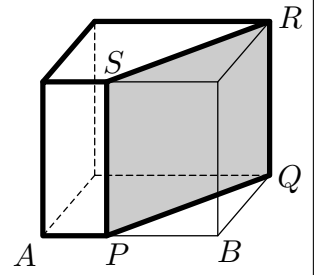
Per tant li queda un  $100\% - 43\% = 57\%$  dels diners inicials, iguals segons l'enunciat a 342 €.

Llavors, si  $x$  són els diners inicials,  $\frac{57}{100} = \frac{342}{x} \Rightarrow x = \frac{342 \cdot 100}{57} = \frac{342}{0.57} = \boxed{600 \text{ €}}.$

Per tant, s'ha gastat  $0.24 \cdot 600 = \boxed{144 \text{ € en roba}}$  i  $0.25 \cdot 0.76 \cdot 600 = \boxed{114 \text{ € en el disc dur}}.$

4. Un arquitecte vol construir un edifici amb jardí partir d'un mòdul cúbic d'aresta  $AB$  igual a 24 metres. L'edifici i el jardí han d'estar separats per una façana  $PQRS$  rectangular de vidre. Si volem que  $AP$  mesuri 6 metres. Calculeu la superfície total de vidre que haurà d'encarregar per a aquesta façana.

**Indicació:** Pot ser útil tenir en compte que el triangle  $\triangle PBQ$  és rectangle en  $B$ .



Després d'observar la figura amb atenció i identificar-ne les dades obtenim,

$$\text{Àrea } (PQRS) = PQ \cdot QR = PQ \cdot 24 \text{ m}$$

Llavors, cal calcular la longitud  $PQ$ . Aquest càlcul es pot fer mitjançant l'aplicació del teorema de Pitàgores sobre el triangle  $\triangle PBQ$ . Efectivament,

$$\begin{aligned} PQ^2 &= PB^2 + BQ^2 = 18^2 + 24^2 = 900 \implies PQ = \sqrt{900} = 30 \text{ m} \\ &\implies \text{Àrea } (PQRS) = 30 \cdot 24 = \boxed{720 \text{ m}^2}. \end{aligned}$$