- **L'alumnat amb la 1a Avaluació pendent treballarà els nombres 1, 2, i els que vulgui de la resta.**
  - **25 punts o més dels nombres 1 i 2 equivalen a un Suficient de la 1a Avaluació.**
  - **Cada 10 punts dels nombres 3 al 8 equivalen a 1 punt sobre 10, dels continguts en aquesta prova, de la 2a Avaluació.**
- **L'alumnat amb la 1a Avaluació aprovada treballarà els nombres 3, 4, 5, 6, 7 i 8.**
  - **Cada 10 punts dels nombres 3 al 8 equivalen a 1 punt sobre 10, dels continguts en aquesta prova, de la 2a Avaluació.**

---

1. Resoleu, a) $\dfrac{4x}{9} - \dfrac{3-2x}{6} = \dfrac{x}{12} + 5$ b) $\begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 3x + 6y = 8 \end{cases}$

a) Multipliquem per 36: $16x - 18 + 12x = 3x + 180 \iff (16 + 12 - 3)x = 180 + 18$

$$\iff 25x = 198 \iff \boxed{x = \frac{198}{25}}.$$

b) Utilitzarem el mètode de reducció.

$$\begin{array}{rl} E_1: & 5x + 2y = 8 \\ E_2: & 3x + 6y = 8 \\ \hline 3E_1 - E_2: & 12x = 16 \Longrightarrow \boxed{x = \dfrac{16}{12} = \dfrac{4}{3}}. \end{array}$$

Substituïm a l'equació E_1 :

$$5 \cdot \frac{4}{3} + 2y = 8$$

$$\Longrightarrow \frac{20}{3} + 2y = 8 \Longrightarrow 2y = 8 - \frac{20}{3}$$

$$\Longrightarrow 2y = \frac{4}{3} \Longrightarrow \boxed{y = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}}.$$

2. En una població amb 39720 habitants, el 40% d'habitants del sexe masculí i el 30% del sexe femení tenen carnet de conduir. Si els carnets que pertanyen al sexe masculí superen en 894 unitats els que pertanyen al sexe femení, calculeu el nombre d'habitants de cada sexe que té la població.

Anomenem $x =$ nombre d'habitants del sexe masculí
$y =$ nombre d'habitants del sexe femení.

Llavors, de les dues informacions en resulta el sistema $\begin{cases} x + y = 39720 \\ 0.4x = 0.3y + 894 \end{cases} \iff \begin{cases} x + y = 39720 \\ 4x = 3y + 8940 \end{cases}$

Si sumem 3 vegades la primera equació més la segona s'obté,

$$7x = 128100 \Longrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{128100}{7} = \boxed{18300 \text{ homes}} \\ y = 39720 - 18300 = \boxed{21420 \text{ dones}}. \end{cases}$$

3. Resoleu, a) $4x^2+12x+5=0$ b) $\sqrt{2x^2+3}+4x+1=10x$ c) $\dfrac{4}{x}+4x=\dfrac{8}{x}-15$

a) $x=\dfrac{-6\pm\sqrt{36-20}}{4}=\dfrac{-6\pm 4}{4}=\begin{cases} =-\dfrac{2}{4}=\boxed{-\dfrac{1}{2}} \\ =-\dfrac{10}{4}=\boxed{-\dfrac{5}{2}}. \end{cases}$

b) $\sqrt{2x^2+3}=6x-1 \Longrightarrow 2x^2+3=36x^2-12x+1 \Longrightarrow 34x^2-12x-2=0 \Longrightarrow 17x^2-6x-1=0$

$\Longrightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+17}}{17}=\dfrac{3\pm\sqrt{26}}{17}\approx \begin{cases} \boxed{0.4764} \\ -0.1235. \end{cases}$ Només val la solució emmarcada.

c) Multipliquem per x: $4+4x^2=8-15x \Longrightarrow 4x^2+15x-4=0$

$$\Longrightarrow x=\frac{-15\pm\sqrt{225+64}}{8}=\frac{-15\pm 17}{8}=\begin{cases} \boxed{\dfrac{1}{4}} \\ \boxed{-4}. \end{cases}$$

4. Per tancar un camp rectangular de 798 m^2 s'han necessitat 126.2 m de filat. Calculeu la longitud dels seus costats.

Anomenem $\begin{cases} x = \text{longitud d'un costat del camp} \\ y = \text{longitud de l'altre costat del camp.} \end{cases}$

De les dues informacions en resulta el sistema $\begin{cases} x+y=63.1 \\ xy=798 \end{cases}$

Si aïllem la incògnita y en la primera equació i la substituïm en la segona, obtenim

$$x(63.1-x)=798 \Longleftrightarrow x^2-63.1x+798=0$$

$$\Longleftrightarrow x=\frac{63.1\pm\sqrt{63.1^2-3192}}{2}=\frac{63.1\pm 28.1}{2}=\begin{cases} 45.6 \Longrightarrow y=63.1+45.6=17.5 \\ 17.5 \Longrightarrow y=63.1-17.5=45.6. \end{cases}$$

En els dos casos s'obté la mateixa solució. $\boxed{\text{Un costat mesura 45.6 m i l'altre 17.5 m}}$.

5. Els nombres següents són les expressions de 5 angles en radians. Trobeu la mesura d'aquests angles en graus, minuts i segons sexagesimals.

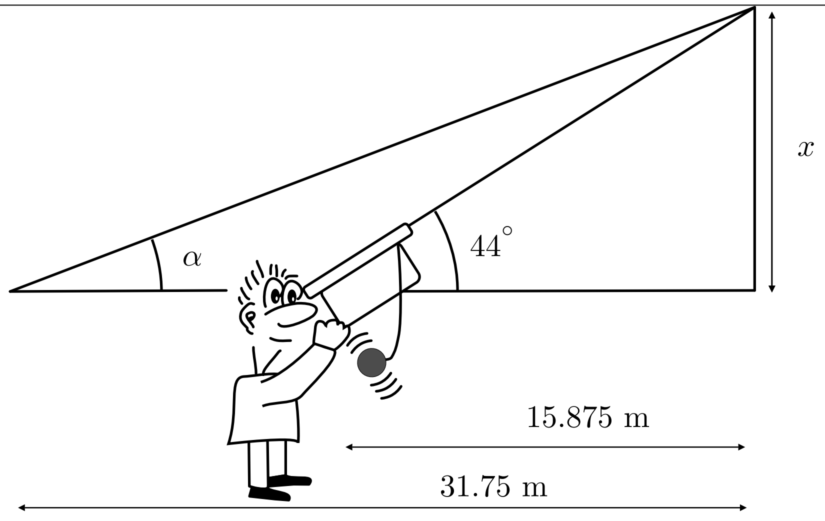
a) $\dfrac{\pi}{5}$ b) $\dfrac{2\pi}{7}$ c) $\dfrac{4\pi}{3}$ d) $\dfrac{\pi}{8}$ e) $\dfrac{5\pi}{9}$

Recordem que π rad $=180°$. Llavors,

a) $\dfrac{\pi}{5}=\dfrac{180°}{5}=36°$ b) $\dfrac{2\pi}{7}=\dfrac{360°}{7}=51°25'42.9''$ c) $\dfrac{4\pi}{3}=\dfrac{720°}{3}=240°$

d) $\dfrac{\pi}{8}=\dfrac{180°}{8}=22°30'$ e) $\dfrac{5\pi}{9}=\dfrac{900°}{9}=100°$.

6. Quan en Joel va calcular l'alçada de la façana del pati de l'Institut va obtenir la informació següent: Si se separava 15.875 m de la façana, l'angle d'elevació del punt més alt de la façana era de 44°. Calculeu l'angle d'elevació que hagués obtingut si s'hagués separat el doble de distància (31.75 m) de la façana.



Si s'observa el gràfic s'obté

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{x}{31.75} = \tan^{-1}\frac{15.875 \cdot \tan 44^\circ}{15.875} \approx \tan^{-1} 0.4828 \approx \boxed{25^\circ\, 46'\, 23.9''}.$$

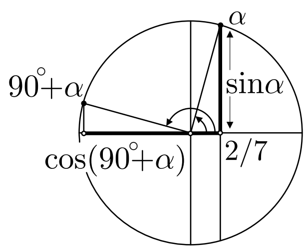
7. Sabem que $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ i $\cos\alpha = \dfrac{2}{7}$. Calculeu $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

a) Amb l'ajut de la circumferència trigonomètrica i sense utilitzar la calculadora.

b) Amb l'ús exclusiu de la calculadora, indicant la seqüència de tecles que heu utilitzat.

$$\text{a) } \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha = -\sqrt{1 - \cos^2\alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{2}{7}\right)^2}$$

$$= -\sqrt{\frac{45}{49}} = \boxed{-\frac{3\sqrt{5}}{7} \approx -0.958314847}.$$



b) En mode DEG: $\boxed{\cos}\ \boxed{(}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{\cos^{-1}}\ \boxed{(}\ \boxed{2}\ \boxed{\div}\ \boxed{7}\ \boxed{)}\ \boxed{+}\ \boxed{9}\ \boxed{0}\ \boxed{)} \approx \boxed{-0.958314847}$.

8. El radi de la circumferència circumscrita a un pentàgon regular és de 20 cm. Calculeu el perímetre del pentàgon i la seva àrea.
Indicació: L'àrea d'un triangle es pot trobar amb el càlcul de la meitat del producte de dos dels seus costats pel sinus de l'angle que determinen aquests costats.

Descomponem el pentàgon en 5 triangles isòsceles iguals. El seu costat x es pot calcular amb l'ús del teorema del cosinus i la seva àrea amb la suma de les àrees dels cinc triangles. Per tant,

$$\begin{aligned} \text{Perímetre} &= 5x = 5\sqrt{20^2 + 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 20 \cos 72^\circ} \\ &= 100\sqrt{2\,(1 - \cos 72^\circ)} \approx \boxed{117.56 \text{ cm}}. \\ \text{Àrea} &= 5 \cdot \frac{20 \cdot 20 \sin 72^\circ}{2} = 1000 \cdot \sin 72^\circ \approx \boxed{951.06 \text{ cm}^2}. \end{aligned}$$