1. Resoleu: a) $3x^2 - 4x - 15 = 0$ b) $(x+3)^2 = -2(x+3)$ c) $\dfrac{2}{x} + \dfrac{4}{x} = x - 1$
d) $2x - \sqrt{2x+9} = x - \dfrac{9}{2}$.

a) $3x^2 - 4x - 15 = 0 \iff x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16+180}}{6} = \dfrac{4 \pm 14}{6} = \begin{cases} \boxed{3} \\ \dfrac{-10}{6} = \boxed{-\dfrac{5}{3}}. \end{cases}$

b) $(x+3)^2 = -2(x+3) \iff (x+3)\big((x+3)+2\big) = 0 \iff \begin{cases} x+3=0 \iff \boxed{x=-3} \\ \text{o bé} \\ x+5=0 \iff \boxed{x=-5}. \end{cases}$

c) $\dfrac{2}{x} + \dfrac{4}{x} = x - 1 \iff \dfrac{6}{x} = x - 1 \iff x^2 - x - 6 = 0$

$\iff x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \dfrac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} \boxed{3} \\ \boxed{-2}. \end{cases}$

d) $2x - \sqrt{2x+9} = x - \dfrac{9}{2} \implies (2x+9)^2 = \left(2\sqrt{2x+9}\right)^2 \implies (2x+9)^2 = 4(2x+9)$

$\implies (2x+9)\big((2x+9)-4\big) = 0 \implies \begin{cases} 2x+9=0 \iff \boxed{x=-\dfrac{9}{2}} \\ \text{o bé} \\ 2x+5=0 \iff \boxed{x=-\dfrac{5}{2}}. \end{cases}$

Comprovació: $\begin{cases} \boxed{x=-\dfrac{9}{2}} : \quad -9-\sqrt{-9+9} = -9 = -\dfrac{9}{2} - \dfrac{9}{2} \\ \boxed{x=-\dfrac{5}{2}} : \quad -5-\sqrt{-5+9} = -7 = -\dfrac{5}{2} - \dfrac{9}{2} \end{cases}$

2. Una pantalla de televisor té un perímetre de 217 cm i una superfície 2628 cm^2. Calculeu de quantes polzades és. (Recordeu que el nombre de polzades equival a la longitud de la diagonal de la pantalla i que una polzada equival a 2.54 cm.)

Anomenem x i y La longitud dels costats de la pantalla. Llavors de l'enunciat obtenim:

$$\begin{cases} x \cdot y = 2628 \\ 2x + 2y = 217 \end{cases} \implies x \cdot \frac{217-2x}{2} = 2628 \implies 2x^2 - 217x + 5256 = 0$$

$$\implies x = \frac{217 \pm \sqrt{217^2 - 8 \cdot 5256}}{4} = \frac{217 \pm 71}{4} = \begin{cases} 72 \text{ cm} \\ 36.5 \text{ cm} \end{cases}$$

En ser un sistema simètric, (si intercanviem les x i les y surt el mateix sistema), aquest dos valors són els costats de la pantalla. Per tant, la diagonal mesura:

$$\sqrt{72^2 + 36.5^2} \approx 82.7233 \text{ cm} \approx \boxed{31.78 \text{ polzades}}.$$

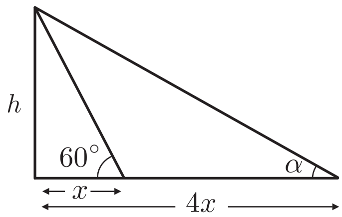
3. Si $\sin\alpha = 0.8$, trobeu el valor de $\tan\alpha$. Expliqueu com ho heu fet.

$$\sin\alpha = 0.8 \Longrightarrow \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{0.8}{\sqrt{1-0.8^2}} = \frac{0.8}{0.6} = \boxed{\frac{4}{3}}.$$

Aquesta és la solució si α està en el 1r quadrant. Si α està en el segon llavors, $\tan\alpha = -\dfrac{4}{3}$.

4. Des d'un punt del pati de l'Institut es veu el punt més alt de la façana sota un angle de 60° des del nivell horitzontal. Si us situeu en un punt del pati tal que la seva distància a la façana és quatre vegades la que hi havia des del punt anterior, trobeu l'angle sota el qual veureu la façana.

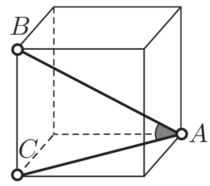
Anomenem α l'angle que busquem. En la figura adjunta observem que:



$$\tan\alpha = \frac{h}{4x} = \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{x} = \frac{\tan 60^\circ}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \overset{(*)}{\Longrightarrow} \alpha = 23^\circ\, 24'\, 47.6''$$

$(*)$ Obtingut amb calculadora.

5. Calculeu l'angle $\angle BAC$, en graus, minuts i segons, del cub de la figura adjunta. (BA és una diagonal interior.)



Anomenem a la mesura de l'aresta. Llavors, pel teorema de Pitàgores, $AC = \sqrt{a^2+a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$. Per tant,

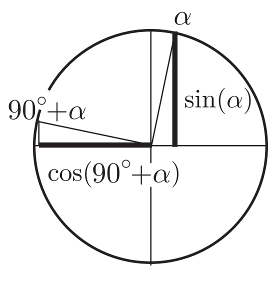
$$\tan(\angle BAC) = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \overset{\text{(calculadora)}}{\Longrightarrow} \boxed{\angle BAC = 35^\circ\, 15'\, 51.8''}.$$

6. Si $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ i $\cos\alpha = \dfrac{1}{5}$, calculeu:

a) El valor exacte de $\cos(90^\circ + \alpha)$ sense calculadora i representant gràficament els angles implicats sobre la circumferència trigonomètrica.

b) El valor aproximat de $\cos(90^\circ + \alpha)$ amb calculadora i sense l'ajut de les identitats trigonomètriques.

a) Del gràfic adjunt obtenim,



$$\begin{aligned}\cos(90^\circ+\alpha) &= -\sin\alpha = -\left(+\sqrt{1-\left(\frac{1}{5}\right)^2}\right)\\ &= -\sqrt{\frac{24}{25}} = \boxed{-\frac{\sqrt{24}}{5}}.\end{aligned}$$

b) Amb calculadora: $\cos\alpha = \dfrac{1}{5} \Longrightarrow \alpha = 78^\circ\, 27'\, 46.95''$

$$\Longrightarrow 90^\circ + \alpha = 168^\circ\, 27'\, 46.95'' \Longrightarrow \cos(90^\circ+\alpha) = \boxed{-0.979795987},$$

el qual coincideix amb el de l'apartat (a).