IES Pons d'Icart

Matemàtiques – 4t ESO B — 13/04/2011

Inequacions i funcions 1 — $20+10+(10+5)+(20+5)+20$

1. Resoleu i representeu les solucions sobre la recta real:

a) $3x+5<\dfrac{x}{2}-3$ b) $x-\dfrac{5x-2}{6}\geq 4+\dfrac{3x}{15}$.

a) $3x+5<\dfrac{x}{2}-3 \Longleftrightarrow 6x+10<x-6 \Longleftrightarrow 5x<-16 \Longleftrightarrow \boxed{x<-\dfrac{16}{5}=-3.2}$.

b) $x-\dfrac{5x-2}{6}\geq 4+\dfrac{3x}{15} \Longleftrightarrow 30x-25x+10\geq 120+6x \Longleftrightarrow -x\geq 110 \Longleftrightarrow \boxed{x\leq -110}$.

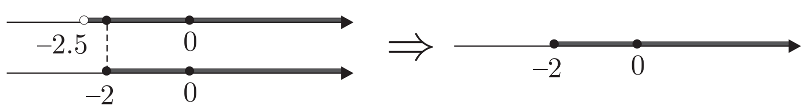
a) 

b) 

2. Resoleu el sistema següent i representeu les solucions sobre la recta real:

$$\begin{cases} 3x+2>x-3 \\ x+6\leq 2x+8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2>x-3 \\ x+6\leq 2x+8 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 2x>-5 \\ -2\leq x \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x>-\dfrac{5}{2}=-2.5 \\ x\geq -2 \end{cases} \Longleftrightarrow \boxed{x\geq -2}.$$



3. Resoleu les qüestions següents:

a) Trobeu els valors de k per als quals l'equació $x^2-5x+2k=0$ té solució.

b) La suma de les longituds dels catets d'un triangle rectangle és igual a 5 cm. Calculeu els possibles valors de la seva àrea.

a) Que l'equació tingui solució és equivalent a dir que el seu discriminant sigui igual major o igual que zero. Així,

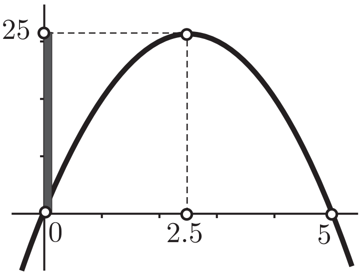
$$(-5)^2-4\cdot 1\cdot 2k\geq 0 \Longleftrightarrow 25-8k\geq 0 \Longleftrightarrow 8k\leq 25 \Longleftrightarrow \boxed{k\leq \dfrac{25}{8}=3.125}.$$

b) **Resolució 1:** Si anomenem x, $5-x$ les longituds dels seus catets, els possibles valors de l'àrea són els nombres k tals que existeix solució x per a l'equació

$$\frac{x\cdot(5-x)}{2}=k, \text{ la qual equival a l'equació } x^2-5x+2k=0.$$

Com hem vist abans s'ha de complir $\boxed{k\leq 3.125\text{ cm}^2}$.

Resolució 2: Considerem l'àrea com la funció $A(x) = \dfrac{x\cdot(5-x)}{2} = -\dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{5}{2}x$. De l'observació del seu gràfic, el qual és una paràbola amb les branques avall, en resulta que el valor màxim de l'àrea ve determinat pel seu vèrtex. Per tant,



$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{5}{2}}{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{5}{2}$$
$$\Longrightarrow \quad y_v = A\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{\frac{5}{2}\left(5-\frac{5}{2}\right)}{2} = \frac{\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{2}}{2} = \frac{25}{8} = 3.125.$$

Per tant, l'àrea serà menor o igual que 3.125 cm^2.

4. Sigui $f(x) = -x^2+4x+5$.

a) Trobeu els punts de tall del seu gràfic amb els eixos de coordenades, el vèrtex i feu-ne la representació gràfica.

b) Resoleu, a partir de l'observació del gràfic anterior i amb l'explicació de com heu trobat el resultat, la inequació
$$-x^2+4x+5 \geq 0$$

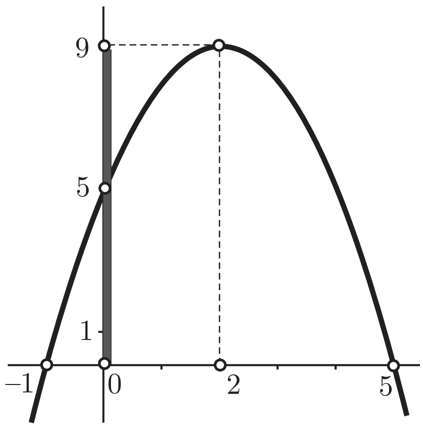
a) Talls $OX : f(x) = 0 \Longrightarrow -x^2+4x+5$

$$\Longrightarrow x = \frac{-4\pm\sqrt{16+20}}{-2} = \frac{-4\pm 6}{-2} = \begin{cases} -1 \\ 5 \end{cases} \Longrightarrow \boxed{\begin{matrix}(-1,0)\\ (5,0)\,.\end{matrix}}$$

Tall $OY : x = 0 \quad \Longrightarrow f(0) = -0^2+4\cdot 0+5 = 5 \Longrightarrow \boxed{(0,5)}$.

Vèrtex : $x_v = -\dfrac{4}{2\cdot(-1)} = 2 \Longrightarrow y_v = f(2) = -2^2+4\cdot 2+5 = 9 \Longrightarrow \boxed{(2,9)}$.

b) En resulta un gràfic amb les branques avall, la qual cosa concorda amb que el coeficient del terme quadràtic és negatiu.



c) Observem que tots els nombres x que es troben entre -1 i 5, a l'eix OX, tenen la seva imatge $f(x) = -x^2+4x+5$ en la part positiva de l'eix OY. Per tant, $-x^2+4x+5 \geq 0$ quan $\boxed{-1 \leq x \leq 5}$.

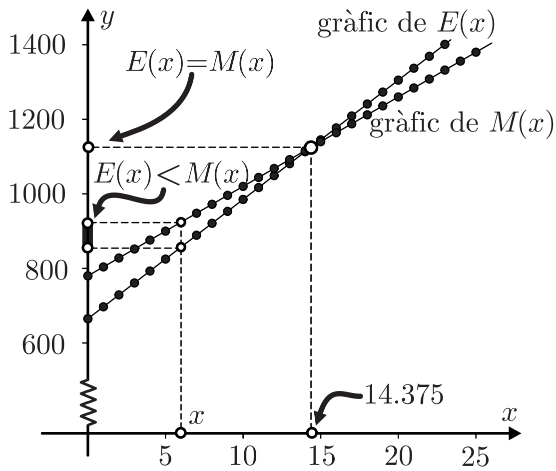
5. L'Estel i el Marc són venedors d'electrodomèstics. L'Estel té un sou de 32€ per unitat que ven més 665€ al mes. El Marc té un sou de 24€ per unitat que ven més 780€ al mes. Si anomenem, respectivament, $E(x)$ i $M(x)$ els sous mensuals de l'Estel i el Marc en funció del nombre x d'unitats venudes cada mes,

a) Representeu gràficament les dues funcions $E(x)$ i $M(x)$.

b) Per a quantes unitats venudes mensualment és menor el sou de l'Estel que el sou del Marc? Expliqueu el resultat amb l'ajut dels gràfics anteriors.

a) Anomenem x =nombre d'unitats venudes en un mes. Llavors,

$$E(x) = 665 + 32x \qquad\qquad M(x) = 780 + 24x$$



b) Cal resoldre el sistema $\left\{\begin{array}{c} x \geq 0 \\ E(x) < M(x). \end{array}\right.$ És a dir, $\left\{\begin{array}{c} x \geq 0 \\ 665 + 32x < 780 + 24x. \end{array}\right.$

Llavors,

$$665 + 32x < 780 + 24x \text{ i } x \geq 0 \Longleftrightarrow 0 \leq 8x < 115 \Longleftrightarrow 0 \leq x < \frac{115}{8} \Longleftrightarrow 0 \leq x < 14.375$$

El sou de l'Estel serà menor que el del marc sempre que el nombre d'unitats venudes satisfagui

$$\boxed{0 \leq x \leq 14}\,.$$