

1. Opereu i expresseu en forma de fracció irreductible.

$$\text{a) } \frac{19}{12} - \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{3} \quad \text{b) } \frac{47}{18} - \frac{5}{12} + \frac{7}{8} \quad \text{c) } \frac{4.\widehat{2}}{4 - 2.1\widehat{35}} \quad \text{d) } \frac{7 \cdot \left(8 - \frac{10}{3}\right)}{8 - \frac{10}{3} \cdot 7}$$

$$\text{a) } \frac{19}{12} - \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{3} = \frac{19}{12} - \frac{10}{9} = \frac{57 - 40}{36} = \boxed{\frac{17}{36}}.$$

$$\text{b) } \frac{47}{18} - \frac{5}{12} + \frac{7}{8} = \frac{188 - 30 + 63}{72} = \boxed{\frac{221}{72}}.$$

$$\text{c) } \frac{4.\widehat{2}}{4 - 2.1\widehat{35}} = \frac{\frac{42 - 4}{9}}{4 - \frac{2135 - 21}{990}} = \frac{\frac{38}{9}}{\frac{3960 - 2114}{990}} = \frac{38}{1846} = \frac{38 \cdot 110}{1846} = \frac{19 \cdot 110}{923} = \boxed{\frac{2090}{923}}.$$

$$\text{d) } \frac{7 \cdot \left(8 - \frac{10}{3}\right)}{8 - \frac{10}{3} \cdot 7} = \frac{7 \cdot \frac{14}{3}}{8 - \frac{70}{3}} = \frac{\frac{98}{3}}{\frac{24 - 70}{3}} = \frac{98}{-46} = \boxed{-\frac{49}{23}}.$$

2. Trobeu una fracció irreductible que approximi el valor de $\sqrt{3}$ a les mil·lèsimes.

$$\sqrt{3} \simeq 1.73205 \implies \text{la fracció que approxima a les mil·lèsimes serà } \sqrt{3} \simeq 1.732 = \frac{1732}{1000} = \boxed{\frac{433}{250}}.$$

Trieu una de les dues qüestions, —la 3 o la 4—, i resoleu-la.

3. L'Anna obre un compte amb 800 € en règim d'interès compost del 5% anual.

- Quants euros hi haurà en el compte al cap d'un any?
- I al cap de 3 anys?
- Quants anys han de passar perquè hi hagin més de 1600 €?

Recordem que

$$\text{Capital al final de l'any} = \text{Capital inicial} + \frac{5}{100} \cdot \text{Capital inicial} = 1.05 \cdot \text{Capital inicial}$$

$$\text{a) } 1.05 \cdot 800 = \boxed{840 \text{ €}}.$$

$$\text{b) } \begin{array}{ccccccc} & +5\% & & +5\% & & +5\% & \\ 800 \text{ €} & \longrightarrow & 1.05 \cdot 800 \text{ €} & \longrightarrow & 1.05^2 \cdot 800 \text{ €} & \longrightarrow & 1.05^3 \cdot 800 \text{ €} \\ & 1\text{r any} & & 2\text{n any} & & 3\text{r any} & \end{array}$$

$$\text{Per tant, el capital final és } 1.05^3 \cdot 800 = \boxed{926.10 \text{ €}}.$$

$$\text{c) Actuem per tempteig: } 1.05^{14} = 1583.95 \text{ €} ; 1.05^{15} = 1663.14 \text{ €} . \text{ Per tant, calen } \boxed{15 \text{ anys}} .$$

4. Resoleu els dos apartats:

- El preu de l'or ha pujat en una setmana el 12%. A la setmana següent ha baixat un 6%. Quin ha sigut el percentatge d'increment resultant de les dues setmanes?
- Trobeu l'angle, en graus, minuts i segons, que formen les agulles del rellotge a les 14 h 22 min.

Quan el preu puja es compleix que el que costava 100 € costarà 112 €. Això es tradueix en que el preu es multiplica pel factor $\frac{112}{100} = 1.12$.

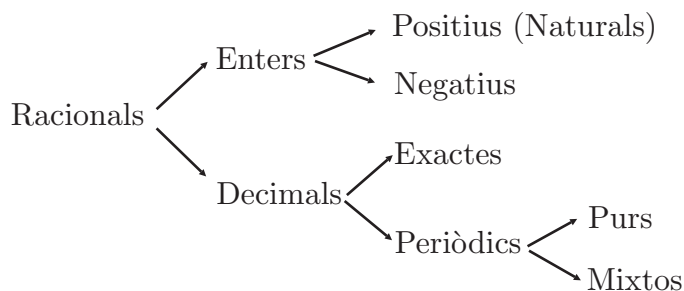
Quan el preu baixa es compleix que el que costava 100 € costarà 94 €. Això es tradueix en que el preu es multiplica pel factor $\frac{94}{100} = 0.94$

| | |
|--|---|
| $+12\%$ Preu inicial \longrightarrow 1.12 · Preu inicial 1a operació | -6% \longrightarrow 0.94 · 1.12 · Preu inicial 2a operació |
|--|---|

Per tant, el preu final és igual a $0.94 \cdot 1.12 \cdot \text{Preu inicial} = 1.0528 \cdot \text{Preu inicial}$.

D'aquest resultat es desprèn que el percentatge d'increment és del 5.28%.

5. Construïu un esquema que presenti una classificació del nombres racionals.



6. Resoleu l'equació $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 4 = 0$.

Alternativa 1.

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 4 = 0 \iff \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 4 \iff x + \frac{1}{2} = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$$\iff x = -\frac{1}{2} \pm 2 \iff x = \begin{cases} \frac{3}{2} \\ -\frac{5}{2} \end{cases}$$

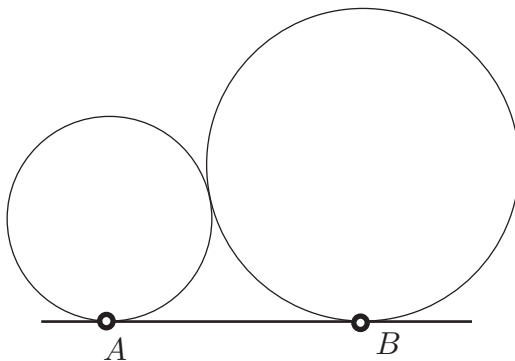
Alternativa 2.

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 4 = 0 \iff x^2 + x + \frac{1}{4} - 4 = 0 \iff 4x^2 + 4x - 15 = 0$$

$$\iff x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{4} = \frac{-2 \pm 8}{4} = \begin{cases} \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

7. En la figura adjunta trobem representats dos cercles tangents de radis 4.5 m i 8 m i una recta tangent als dos.

- Trobeu la distància entre els punts A i B de tangència.
- Si les longituds dels radis són r i R , trobeu una fórmula que expressi el valor d' AB en funció de r i R .



Fem una anàlisi del problema que ens porti al traçat d'una figura sobre la que tenim informació. Diferents intents ens porten a traçar el triangle rectangle adjunt sobre el que podem aplicar el teorema de Pitàgores.

(Hem tingut en compte que els centres de les dues circumferències i el punt de tangència d'aquestes estan en línia recta. També hem considerat que la recta tangent a la circumferència forma amb el radi que toca en el punt de tangència un angle de 90° .)

$$\begin{aligned} \text{a) } AB &= \sqrt{12.5^2 - 3.5^2} = \sqrt{156.25 - 12.25} \\ &= \sqrt{144} = \boxed{12 \text{ m}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } AB &= \sqrt{(R+r)^2 - (R-r)^2} \\ &= \sqrt{R^2 + 2Rr + r^2 - (R^2 - 2Rr + r^2)} \\ &= \sqrt{2Rr + 2Rr} = \sqrt{4Rr} = \boxed{2\sqrt{Rr}}. \end{aligned}$$

