Enunciat 1. Resoleu els tres exercicis següents:

a) Opereu i simplifiqueu, $\frac{4}{9} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$, en primer lloc sense utilitzar els nombres decimals i, en segon lloc, passant-ho tot a decimals. Comproveu que els resultats coincideixen.

b) Posem 850€ en un compte a termini fix en una entitat bancària. Al final del primer any, el banc hi afegeix uns interessos del 1.3%, al final del segon any fa el mateix sobre els diners acumulats i , també, al final del tercer, quart i cinquè anys. Calculeu els diners que hi haurà després dels 5 anys en el compte.

c) El preu final d'un producte després d'apujar-lo un 20% i, tot seguit, rebaixar aquest últim preu un 16.67%, és de 33.50€. Calculeu el preu inicial.

(a) $\frac{4}{9} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{4}{9} - \frac{2}{4} = \frac{4}{9} - \frac{1}{2} = \frac{8-9}{18} = \boxed{-\frac{1}{18}}$

$0,\widehat{4} - 0,\widehat{6} \cdot 0,75 = 0,\widehat{4} - 0,5 = -0,0\widehat{5} = \boxed{-\frac{1}{18}}$

0.5
$0,444\ldots$
$0,055\ldots$

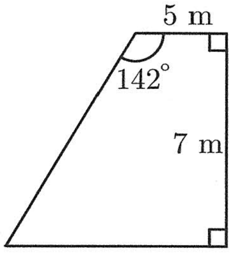
(b) $850\ € \xrightarrow[\times 1.013]{1r\ any} \square \xrightarrow[\times 1.013]{2n\ any} \square \xrightarrow[\times 1,013]{3r} \cdots \xrightarrow{5è\ any} \boxed{850 \cdot 1.013^5\ €}$

$\simeq \boxed{906.71\ €}$

(c) $x \xrightarrow{+20\%} 1,2 \cdot x \xrightarrow{-16,67\%} \boxed{0,8333 \cdot 1,2 \cdot x = 33.50\ €}$

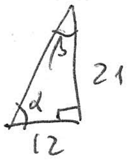
$x = \frac{33.50}{0.8333 \cdot 1.2} \simeq \boxed{33.50\ €}$

Enunciat 2. Resoleu els exercicis següents:



a) En un triangle rectangle els catets mesuren 12 cm i 21 cm. Calculeu els seus angles.
b) Trobeu la hipotenusa dels triangles rectangles que tenen un angle de 30° i un catet que mesura tres unitats menys que la hipotenusa.
c) Calculeu l'àrea del trapezi rectangle adjunt, (no està fet a escala).

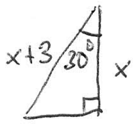
(a)



$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{21}{12}\right) \simeq 60° 15' 18.43''$

$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{12}{21}\right) \simeq 29° 44' 41.57''$

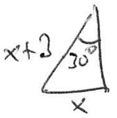
(b)



$\cos 30° = \frac{x}{x+3} \Rightarrow x \cdot \cos 30° + 3 \cdot \cos 30° = x \Rightarrow 3\cos 30° = x(1-\cos 30°)$

$\Rightarrow x = \frac{3\sqrt{3}/2}{1-\sqrt{3}/2} = \frac{3\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \Rightarrow x+3 = \frac{3\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + 3 = \frac{6}{2-\sqrt{3}} \simeq \boxed{22.39}$

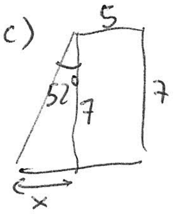
$\boxed{12+6\sqrt{3}}$



$\sin 30° = \frac{x}{x+3} \Rightarrow x \cdot \sin 30° + 3 \cdot \sin 30° = x \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{3}{2} = x \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 3$

$\boxed{x+3 = 6}$

(c)



$\tan 52° = \frac{x}{7}$

$x = 7 \cdot \tan 52°$

$\text{Àrea} = 7 \cdot 5 + \frac{7 \cdot 7 \tan 52°}{2} = 35 + \frac{49 \tan 52°}{2} \simeq \boxed{66.36}$

Enunciat 3. Considereu la funció polinòmica $p(x) = 2x^3 - 19x^2 + 52x - 35$.

a) Trobeu les seves arrels i la seva descomposició factorial.
b) Estudieu el signe de $p(x)$ a partir de la representació dels factors com a rectes i/o paràboles.
c) Trobeu els seus màxim i mínim local a partir de la imposició de la condició d'existència de solució doble en l'equació $p(x) = k$.
d) A partir de la informació obtinguda i del comportament de les imatges quan la variable x tendeix a infinit, feu un esquema gràfic de la funció.

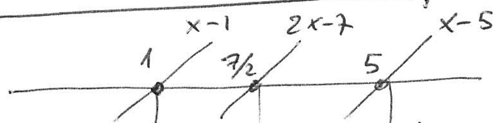
(a) Arrels pel mètode de Ruffini i Factors

	2	−19	52	−35
1		2	−17	35
	2	−17	35	0
5		10	−35	
	2	−7	0	

$p(x) = (x-1)(x-5)(2x-7)$

Arrels: $x = 1,\ x = 5,\ x = 7/2$

(b)



$x-1$	−	+	+	+
$x-5$	−	−	−	+
$2x-7$	−	−	+	+
$p(x)$	−	+	−	+

$p(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (1, 7/2) \cup (5, +\infty)$

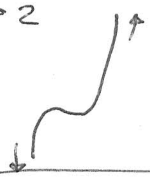
$p(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (7/2, 5)$

$p(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{1, 7/2, 5\}$

(c) $p(x)=k \iff 2x^3-19x^2+52x-35-k=0$ (Cerquem $x=a$ solució doble)

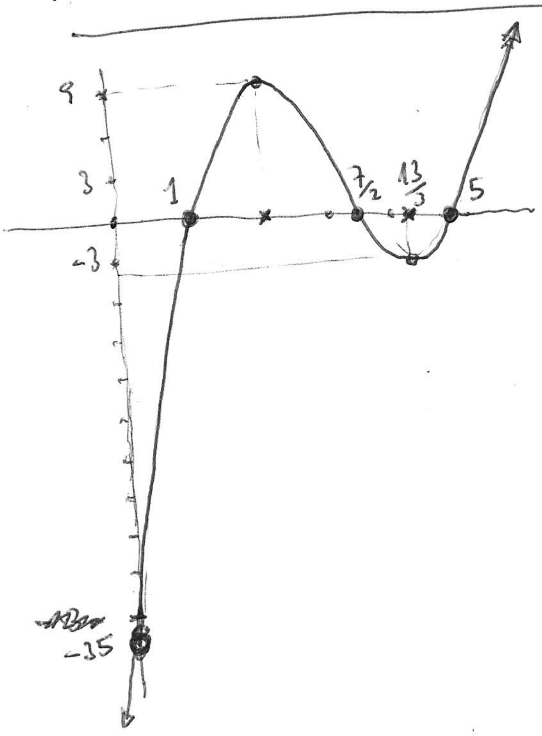
$$\begin{array}{c|cccc}
 & 2 & -19 & 52 & -35-k \\
a & & 2a & -19a+2a^2 & 2a^3-19a^2+52a \\
\hline
 & 2 & -19+2a & 2a^2-19a+52 & p(a)-k=0 \\
a & & 2a & 4a^2-19a & \\
\hline
 & 2 & 4a-19 & \boxed{6a^2-38a+52=0} &
\end{array}
\Rightarrow a=\frac{19\pm\sqrt{361-312}}{6}=\frac{19\pm 7}{6}=\begin{cases}13/3\\ 2\end{cases}$$

Observem que quan $\begin{cases} x\to-\infty \\ x\to+\infty \end{cases}$ llavors $\begin{array}{l} p(x)\to-\infty \\ p(x)\to+\infty \end{array}$ és del tipus



Per tant, en $x=2$ hi ha un màxim local de valor $p(2)=16-76+104-35=9$
i en $x=13/3$ " " mínim " " $p(13/3)\cong-3,7$

(d)



Enunciat 4. a) Trobeu els talls amb els eixos i el vèrtex del gràfic de la paràbola determinada per la funció $f(x) = 9x^2 - 9x - 10$. A continuació, representeu la funció gràficament i expliqueu per a quins valors de x es compleix que $f(x) > 0$.

b) Representeu el gràfic de la funció $f(x) = -9x - 10$, a partir dels seus talls amb els eixos, sobre els mateixos eixos que a l'apartat anterior. Investigueu si talla la paràbola anterior en dos punts, la toca en un punt o no té cap punt en comú amb aquesta.

(a) $f(x) = 9x^2 - 9x - 10$

Talls OX: $9x^2 - 9x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81+360}}{18} = \frac{9 \pm 21}{18}$ $\nearrow \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$, $\searrow \frac{-12}{18} = -\frac{2}{3}$

Tall OY: $f(0) = -10$

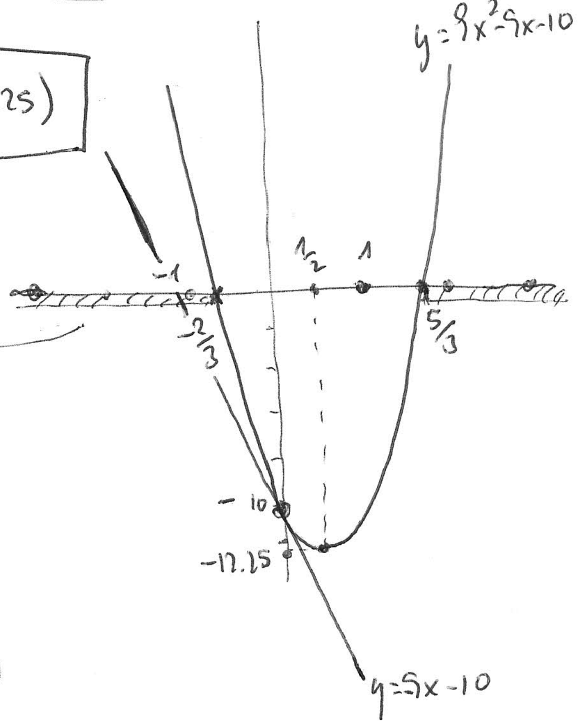
Talls: $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$, $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$, $(0, -10)$

Vèrtex: $x_v = \frac{5/3 + (-2/3)}{2} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \boxed{(0.5, -12.25)}$

$y_v = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} - 10 = \frac{-49}{4} = -12.25$

$f(x) > 0 \Leftrightarrow \boxed{x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{3}, +\infty\right)}$

↳ x amb imatge positiva



(b) Tall OX: $-9x - 10 = 0 \Rightarrow x = -\frac{10}{9}$ $\left(-\frac{10}{9}, 0\right)$

Tall OY: $f(0) = -10$ $(0, -10)$

Intersecció?

$9x^2 - 9x - 10 = -9x - 10 \Leftrightarrow 9x^2 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = 0,\ y = -10}$

Només toca en el punt $(0, -10)$

És tangent!