

Heu de contestar els enunciats 1, 2, 3 i un a escollir entre el 4A i el 4B.

Enunciat 1. Trobeu l'alçada d'una casa de la qual, des del terra a una distància de 35 metres, es veu el seu punt més alt sota un angle de 52° . A quina distància ens hauríem de posar si ens interessés veure-la sota un angle de 40° ?

$$\begin{aligned}x &= \text{alçada} \\ \tan 52^\circ &= \frac{x}{35} \\ x &= 35 \cdot \tan 52^\circ \\ x &\approx 44,798 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tan 40^\circ &= \frac{35 \cdot \tan 52^\circ}{y} \\ y &= \frac{35 \cdot \tan 52^\circ}{\tan 40^\circ} \\ y &\approx 53,388 \text{ m}\end{aligned}$$

Enunciat 2. Un camp rectangular té perímetre = 2200 m i superfície = 25 ha (= 250 000 m²).

- Calculeu la longitud dels costats de la finca en metres, (amb precisió de 3 xifres decimals).
- Calculeu la longitud d'un canal subterrani que la travessa des d'un vèrtex fins el punt mitjà del costat més llarg que no conté aquest vèrtex.
- Si vull plantar-hi oliveres i vull que cadascuna disposi d'un quadrat de terreny de 6 m de costat, quantes n'hi puc plantar com a màxim.

a)

$$\begin{aligned}\text{Perímetre} &= 2200 \Rightarrow \text{semiperímetre} = 1100 \\ \text{costats } x \text{ i } 1100-x &\left\{ \begin{array}{l} 250000 = x(1100-x) \\ x^2 - 1100x + 250000 = 0 \\ x = \frac{1100 \pm \sqrt{1210000 - 1000000}}{2} \end{array} \right. \\ x &= \frac{1100 \pm \sqrt{210000}}{2} = 779,1287847 \text{ m} \\ 1100 - x &= 320,87121525 \text{ m} \\ \text{Els costats mesuren } 779,129 \text{ m i } 320,871 \text{ m!} &\end{aligned}$$

b)

$$c = \sqrt{320,871^2 + 779,129^2} = 842,615 \text{ m}$$

c)

$$\frac{779,129}{6} \approx 129,85 \quad \frac{320,871}{6} \approx 53,4785 \Rightarrow 129,85 \times 53,4785 = 6837 \text{ oliveres!}$$

Enunciat 3. Considereu les funcions, $f(x) = 4x^2 - 4x - 15$ i $g(x) = -4x + 1$.

- Trobeu els punts de tall dels seus gràfics amb els eixos de coordenades i el vèrtex de la paràbola associada a $f(x)$.
- Trobeu els punts d'intersecció entre els gràfics de $f(x)$ i $g(x)$ analíticament. ($f(x) = g(x)$).
- Representeu gràficament les dues funcions en uns mateixos eixos i comproveu que els punts obtinguts a l'apartat anterior són correctes.
- Trobeu els nombres x tals que $4x^2 - 4x - 15 > 0$.
- Trobeu els nombres x tals que $4x^2 - 4x - 15 < -4x + 1$.
- Trobeu una funció afí, ($h(x) = ax + b$) tal que el seu gràfic sigui paral·lel al gràfic de $g(x)$.

a) $f(x)$ Tall OX : $4x^2 - 4x - 15 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16+240}}{8} = \frac{4 \pm 16}{8} = \frac{5}{2}$

Tall OY : $f(0) = -15$

Vèrtex: $x_v = \frac{\frac{5}{2} + (-\frac{1}{2})}{2} = \frac{1}{2}$

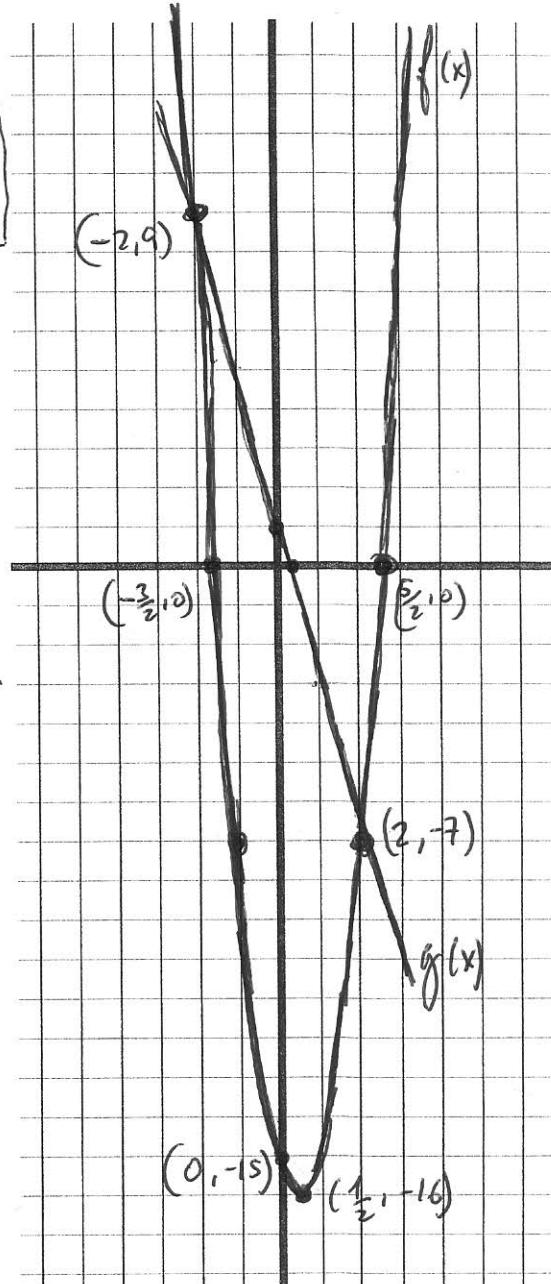
$y_v = f(\frac{1}{2}) = 4 \cdot \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} - 15 = -16$

(2.5, 0)
(-1.5, 0)
(0, -15)
(0.5, -16)

$g(x)$ Tall OX : $-4x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$

Tall OY : $g(0) = 1$

(0.25, 0)
(0, 1)



b) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 4x^2 - 4x - 15 = -4x + 1$

$4x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{16}{4}} = \pm 2$

$x = 2 \rightarrow g(2) = -4 \cdot 2 + 1 = -7$

$x = -2 \rightarrow g(-2) = -(-4)(-2) + 1 = 9$

(2, -7)
(-2, 9)

c) Els punts $(2, -7)$ i $(-2, 9)$ coincideixen amb les interseccions dels dos gràfics de la imatge de la recta

d) Observem el gràfic de $f(x)$ i

obtenim $x > \frac{5}{2}$ o $x < -\frac{3}{2}$

e) Observem els dos gràfics i obtenim

$-2 < x < 2$

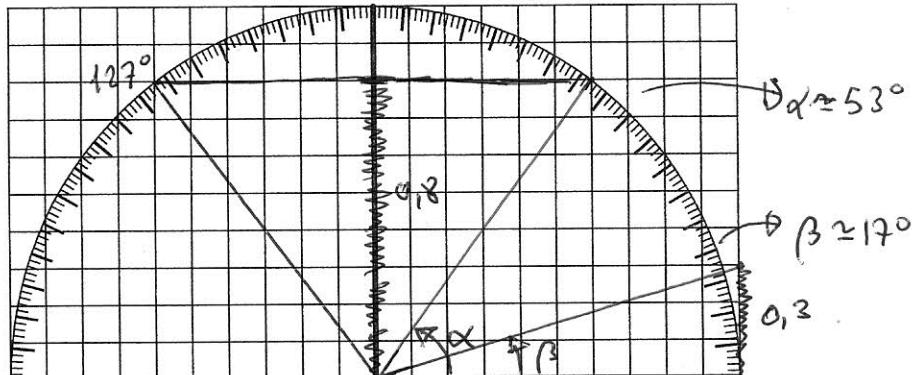
f) Si és paral·lel pot ser una funció que passi pel punt $(1, 0)$ i el $(0, 4)$,

s'ha de dir $\begin{cases} 0 = f(1) = a \cdot 1 + b \\ 4 = f(0) = a \cdot 0 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = -4 \end{cases}$

Conclusió: Una funció pot ser $f(x) = -4x + 4$

Enunciat 4A. Sota d'aquestes línies teniu dibuixada mitja circumferència trigonomètrica.

- Representeu-hi un angle α del segon quadrant tal que $\sin \alpha = 0.8$ i escriviu el valor aproximat als graus enteros que deduïu del gràfic. **Solució:** $\alpha \approx 53^\circ \rightarrow 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$
- Representeu-hi un angle β del primer quadrant tal que $\tan \beta = 0.3$ i escriviu el valor aproximat als graus enteros que deduïu del gràfic. **Solució:** $\beta \approx 17^\circ$



- Utilitzeu la calculadora, (indicant les tecles que premeu), per trobar els angles α i β . Comenteu si són bones les aproximacions que heu fet en els apartats (a) i (b).

$$\alpha = \text{SHIFT} \left[\begin{array}{l} \sin^{-1} \\ \sin \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} 0 \\ \cdot \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} 8 \\ \equiv \end{array} \right] 53,130 = 53^\circ 48.37'' \rightarrow 180^\circ - 53^\circ 48.37'' = 126^\circ 52' 11.6''$$

$$\beta = \text{SHIFT} \left[\begin{array}{l} \tan^{-1} \\ \tan \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} 0 \\ \cdot \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} 3 \\ \equiv \end{array} \right] 46,699 = 46^\circ 41' 57.28''$$

Enunciat 4B. Resoleu:

$$a) 3x - 2 = 7 - 5x \quad b) \frac{x}{4} = 1 - \frac{x}{8} \quad c) (x^2 + 1)^2 = x^2(x^2 + 2) - 1 \quad d) x - \sqrt{x-1} = \frac{x}{2} + 8.$$

$$a) 3x - 2 = 7 - 5x \Rightarrow 8x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{8}$$

$$b) \frac{x}{4} = 1 - \frac{x}{8} \Rightarrow 2x = 8 - x \Rightarrow 3x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

$$c) x^4 + 2x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 - 1 \Rightarrow 1 = -1 \Rightarrow \text{no té solució}$$

$$d) x - \sqrt{x-1} = \frac{x}{2} + 8 \Rightarrow 2x - 2\sqrt{x-1} = x + 16 \Rightarrow x - 16 = 2\sqrt{x-1} \Rightarrow (x-16)^2 = 4(x-1) \Rightarrow x^2 - 32x + 256 = 4x - 4 \Rightarrow x^2 - 36x + 260 = 0$$

$$x = \frac{36 \pm \sqrt{1296 - 1040}}{2} = \frac{36 \pm \sqrt{256}}{2} = \frac{36 \pm 16}{2} = \begin{cases} 26 \\ 10 \end{cases}$$

Comprovació:

$x = 26$ $26 - 5 = 21$ $13 + 8 = 21$	$x = 10$ $10 - 3 = 7$ $5 + 8 = 13$
--	--

\downarrow
s'bona

no s'bona

Heu de contestar els enunciats 1, 2, 3 i un a escollir entre el 4A i el 4B.

Enunciat 1. Opereu i simplifiqueu si es pot, indicant els passos intermedis, sense calculadora.

a) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2}$ b) $\frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16}$ c) $3 - (5 - 2)$ d) $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$

a) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3}{4} - \frac{5}{3} = \frac{9 - 20}{12} = \boxed{-\frac{11}{12}}$

b) $\frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} = \frac{12 + 6 + 3}{16} = \boxed{\frac{21}{16}}$

c) $3 - (5 - 2) = 3 - 3 = 0$

d) $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} = (1+1+1)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

Enunciat 2. Resoleu les tres qüestions següents.

- El preu sense IVA d'un televisor és de 600 €. Quin és el preu un cop afegit l'IVA del 21%?
- El preu amb IVA d'una rentadora és de 544,50 €. Quin és el preu sense IVA.
- Sis persones es reparteixen una herència. Una d'elles rep el 20%, consistent en 13 520 €. les altres es reparteixen la resta en parts iguals. Quin era el total de l'herència i quan rep cadascuna de les cinc persones restants?

a) $600 + \frac{21}{100} \cdot 600 = \left(1 + \frac{21}{100}\right) 600 = \frac{121}{100} \cdot 600 = 1,21 \cdot 600 = 726 \text{ €}$

b) $1,21 \cdot x = 544,50 \Rightarrow x = \frac{544,50}{1,21} = 450 \text{ €}$
 preu nete IVA

c) $\frac{20}{100} = \frac{13520}{x}$ $x = \text{Total de l'herència}$ $\Rightarrow x = \frac{13520 \cdot 100}{20} = \boxed{67600 \text{ €}}$
 (cadascuna de les cinc persones
 restants rep $\frac{67600}{5} = \boxed{13520 \text{ €}}$)