

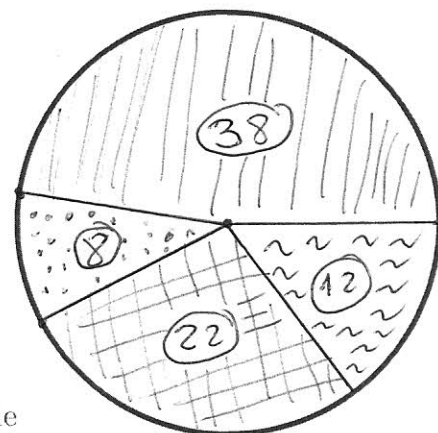
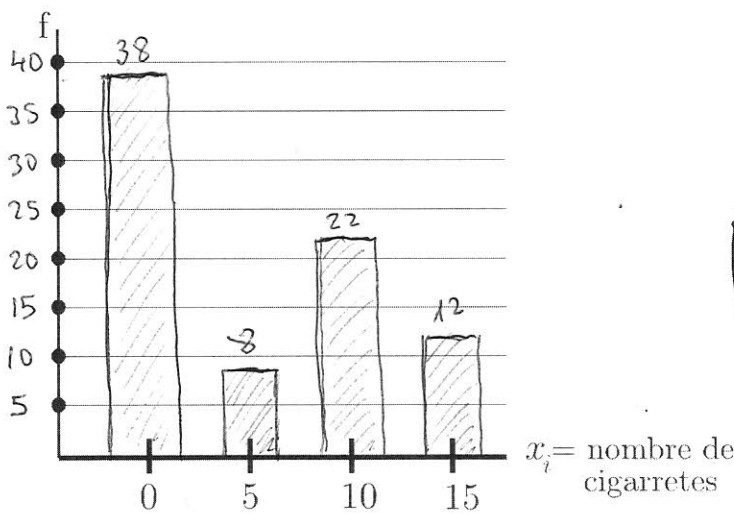
NOM:

Enunciat 1. En un grup de 80 persones s'ha fet una enquesta sobre el nombre de cigarretes que fumen al dia. És a dir, la població de l'estudi són les 80 persones i la característica, (variable estadística), que s'estudia és el nombre de cigarretes fumades al dia. S'han obtingut els resultats següents: 38 persones no fumen, 8 persones fumen 5 cigarretes, 22 persones fumen 10 cigarretes i 12 persones fumen 15 cigarretes.

a) Elaboreu una taula amb tots els tipus de freqüències i percentatges, i els angles per al diagrama de sectors.

x_i	f	F	fr	Fr	%	%ac	angle
0	38	38	$\frac{38}{80} = 0,475$	0,475	47,5	47,5	$0,475 \cdot 360^\circ = 171^\circ$
5	8	46	$\frac{8}{80} = 0,100$	0,575	10	57,5	$0,100 \cdot 360^\circ = 36^\circ$
10	22	68	$\frac{22}{80} = 0,275$	0,850	27,5	85	$0,275 \cdot 360^\circ = 99^\circ$
15	12	80	$\frac{12}{80} = 0,150$	1,000	15	100	$0,150 \cdot 360^\circ = 54^\circ$
	<u>80</u>		<u>1,000</u>				<u>360°</u>

b) Representeu en un diagrama de barres i en un diagrama de sectors les freqüències absolutes. Finalment, calculeu la mitjana aritmètica de la variable nombre de cigarretes fumades per una persona en un dia



// 0 cigarretes
 . . . 5 cigarretes
 # 10 cigarretes
 ~ ~ 15 cigarretes

Mitjana aritmètica:

$$\frac{38 \cdot 0 + 8 \cdot 5 + 22 \cdot 10 + 12 \cdot 15}{80} = \frac{440}{80} = 5,5 \text{ cigarrets}$$

Enunciat 2. Si tiro dos daus 12000 vegades, al voltant de quantes vegades prediu la teoria de la probabilitat que sortirà suma igual a 6.

$\begin{matrix} 1+5 & 5+1 \\ 2+4 & 4+2 \\ 3+3 \end{matrix}$ ← Casos favorables
 $36 = \sqrt{6^2}$ ← Casos possibles

Probabilitat (suma 6) = $\frac{5}{36}$
 Predicció = $\frac{5}{36} \cdot 12000 = 1666,67$

Al voltant de 1667 vegades

Enunciat 3. Considereu els nombres de cinc xifres, (inclosos els que comencen amb zero).

- a) Quants n'hi ha que tinguin les xifres diferents i no tinguin el 7 entre elles?
 b) Quants n'hi ha que tinguin dues vegades el 7, i totes les altres xifres diferents.

a) Elements diferents: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 → $m=9$
 Elements de cada col·lecció → $k=5$
 L'ordre importa
 No hi ha repetició

⇒ $V_9^5 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 15120$

b) $\begin{matrix} 77 & _ & _ & _ & _ \\ 7 & _ & 7 & _ & _ \\ \vdots & & & & \\ _ & _ & _ & 7 & 7 \end{matrix}$ → $m=9$ Ordre importa
 $k=3$ No hi ha repetició

⇒ V_9^3
 ⇒ V_9^3
 ⇒ V_9^3

↓
 Nombre de maneres de triar dos llocs entre 5.
 L'ordre no importa
 No hi ha repetició

⇒ $C_5^2 \cdot V_9^3 = \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1} = 5040$

Enunciat 4. En una renglera de 8 quadrats, cadascun d'ells es pot pintar de color blanc o negre.



- a) Quants models diferents es poden obtenir en total, considerant totes les possibilitats de pintar quadrats blancs i negres?
 b) Quants models diferents es poden crear en què hi hagi 4 quadrats blancs i 4 negres?

a) $\begin{matrix} B B B B N B N \\ B N B N B B N N \\ N B B N B B N N \\ \vdots \end{matrix}$ ⇒ $m=2$
 $k=8$ Hi ha repetició fixada
 Importa l'ordre


⇒ $V_2^8 = 2^8 = 256$

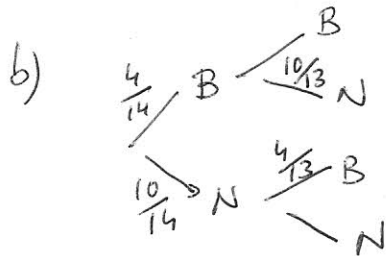
b) $\begin{matrix} B B B B N N N N \\ B B B N B N N N \\ \vdots \end{matrix}$ ⇒ $m=2$
 $k=8$ $B \rightarrow \alpha_1=4$
 $N \rightarrow \alpha_2=4$ Hi ha repetició fixada
 Importa l'ordre

⇒ $PR_8^{4,4} = \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$

Enunciat 5. En una bossa hi ha 4 boles blanques i 10 boles negres.

- a) Si en trec una a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui blanca?
 b) Si en trec dues a l'atzar, (sense reposició), i repeteixo l'experiència 100000 vegades, quin nombre aproximat de vegades seran de diferent color?

a) $P(\text{blanca}) = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} \approx 0.286$ 



$P(\text{diferent color}) = \frac{4}{14} \cdot \frac{10}{13} + \frac{10}{14} \cdot \frac{4}{13} = 2 \cdot \frac{40}{182} = \frac{40}{91} \approx 0.440$

Predicció: Al voltant de $100.000 \cdot \frac{40}{91} \approx 43956$ vegades

Enunciat 6. En un banc hi han 7 seients.

- a) De quantes maneres s'hi poden seure 7 persones si cadascuna ocupa un seient?
 b) Quina és la probabilitat que dues persones determinades s'asseguin juntes?
 c) Quina és la probabilitat que tres persones determinades s'asseguin juntes?

a) $\frac{P_7}{P_2} \frac{P_2}{P_1} \frac{P_3}{P_3} \frac{P_4}{P_4} \frac{P_5}{P_5} \frac{P_6}{P_6} \frac{P_7}{P_7}$ $\left\{ \begin{array}{l} n=7 \\ k=7 \\ \text{Importa l'ordre} \\ \text{No hi ha repetició} \end{array} \right\} \Rightarrow P_7 = 5040 = 7!$ Probabilitat: $\frac{1440}{5040} = \frac{6}{21} \approx 0.286$

b) $P_1 P_2$ juntes $\left\{ \begin{array}{l} n=6 \\ k=6 \\ \text{Importa l'ordre} \\ \text{No hi ha repetició} \end{array} \right\} \Rightarrow P_6$ Cal multiplicar per 2 perquè puguin ser les possibilitats que $P_1 P_2$ estiguin a l'invers, és a dir, $P_2 P_1$.
 $2 \cdot P_6 = 2 \cdot 6! = 1440$

c) $P_1 P_2 P_3$ juntes És el raonament semblant a l'anterior $\left\{ \begin{array}{l} n=5 \\ k=5 \\ \text{Importa l'ordre} \\ \text{No hi ha repetició} \end{array} \right\} \Rightarrow P_5$ Cal multiplicar per tots els possibles casos d'ordre dels tres elements $P_1 P_2 P_3$ sense repetició, és a dir per $P_3 = 3! = 6$.
 $0,143 \approx \frac{3}{21} = \frac{720}{5040} = \text{Probabilitat}$ $P_5 \cdot P_3 = 5! \cdot 3! = 720$

Enunciat 7. Calculeu:

- a) VR_7^3 b) V_7^3 c) C_7^3 d) P_7 e) $PR_7^{3,1,1,1,1}$

a) $VR_7^3 = 7^3 = 343$

d) $P_7 = 7! = 5040$

b) $V_7^3 = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$

e) $PR_7^{3,1,1,1,1} = \frac{7!}{3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = 840$

c) $C_7^3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$

Enunciat 8. Rutines numèriques i algèbriques.

1. Simplifiqueu: a) $\frac{2}{3} - \left(\frac{5}{6} - \frac{5}{9}\right)$ b) $\frac{3}{8} - \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8}$ c) $\frac{3 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - 3}$

2. Resoleu: a) $6x + 7 = 4 + 5x$ b) $\frac{x-1}{2} = 3 + \frac{x}{6}$ c) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 8x - 2y = 7 \end{cases}$

3. Resoleu: a) $3x^2 - 2x - 5 = 0$ b) $(x-1)(x+1) = (x-5)(x+1)$

① a) $\frac{2}{3} - \left(\frac{5}{6} - \frac{5}{9}\right) = \frac{2}{3} - \left(\frac{15-10}{18}\right) = \frac{2}{3} - \frac{5}{18} = \frac{12-5}{18} = \frac{7}{18}$
 b) $\frac{3}{8} - \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{8} - \frac{15}{64} = \frac{24-15}{64} = \frac{9}{64}$ // Alternativa: $\frac{3}{8} \left(1 - \frac{5}{8}\right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{64}$
 c) $\frac{3 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - 3} = \frac{3 - \frac{1}{2}}{-(3 - \frac{1}{2})} = -1$ // Alternativa: $\frac{6-1}{1-\frac{6}{2}} = \frac{5}{2} = \frac{5 \cdot 2}{-5 \cdot 2} = \frac{10}{-10} = -1$

② a) $6x + 7 = 4 + 5x \Leftrightarrow 6x - 5x = 4 - 7 \Leftrightarrow x = -3$
 b) $\frac{x-1}{2} = 3 + \frac{x}{6} \Leftrightarrow 3(x-1) = 18 + x \Leftrightarrow 3x - 3 = 18 + x \Leftrightarrow 2x = 21 \Leftrightarrow x = \frac{21}{2}$
 c) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 8x - 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 14 \\ 8x - 2y = 7 \end{cases} \Rightarrow 14x = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow y = \frac{14 - 6x}{2} = 7 - 3x = 7 - 3 \cdot \frac{3}{2} = 7 - \frac{9}{2} = \frac{5}{2}$
 Solució: $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$

③ a) $3x^2 - 2x - 5 = 0$
 $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 3 \cdot (-5)}}{2 \cdot 3} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{2 \pm 8}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$
 $\frac{2 - 8}{6} = -\frac{6}{6} = -1$

b) $(x-1)(x+1) = (x-5)(x+1) \Leftrightarrow (x+1)(x-1) - (x+1)(x-5) = 0$
 $\Leftrightarrow (x+1)(x-1 - (x-5)) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(-1+5) = 0 \Leftrightarrow 4(x+1) = 0$
 $\Leftrightarrow x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$