Encàrrec de feina – 2n BAT CCSS

Exercicis i problemes d'àlgebra

Departament de Matemàtiques
IES Pons d'Icart

1) Entre els operaris d'una fàbrica hi ha tres categories A, B i C de treballadors. Aquests cobren respectivament 810, 1080 i 1350 euros mensuals. L'import totals dels seus sous és de 59400 euros al mes. Trobeu el nombre de treballadors de cada categoria si se sap que la diferència entre els de la categoria A i els de la C és dues vegades el nombre de treballadors de la categoria B.

2) Aquest matí l'Albert portava 365 euros en bitllets de 5, 10 i 20 euros. Ha anat de compres i s'ha gastat tots els de 20, un nombre igual dels de 5 que dels de 20, n'ha descanviat 4 de 5 i li han tornat cada vegada 1 euro i, finalment, n'ha descanviat un de 10 i li han tornat 3 euros. Si després de les compres li han quedat 167 euros, calculeu el nombre de possibles distribucions de bitllets que tenia al principi.

3) Discutiu i resoleu el sistema següent, per als diferents valors d'a.

$$\left\{\begin{aligned} ax + y + z &= 1 \\ x + ay + z &= a \\ x + y + az &= a^2 \end{aligned}\right.$$

4) Estudieu les posicions relatives de les tres rectes següents segons els diferents valors de k.

$$\left\{\begin{aligned} r_1 &: \ 3x + y = 2 \\ r_2 &: \ 2x - 3y = k \\ r_3 &: \ x - 6ky = 9 \end{aligned}\right.$$

5) Discutiu i resoleu el sistema següent, per als diferents valors d'a.

$$\left\{\begin{aligned} x + z &= a \\ 2x + y &= 3 \\ x + y - z &= 6 \\ 3x + y + z &= 0 \end{aligned}\right.$$

6) Trobeu la relació de dependència entre els vectors,

$$\vec{e}_1 = (-2,1,0),\ \vec{e}_2 = (-1,-1,-1),\ \vec{e}_3 = (2,5,4),\ \vec{e}_4 = (3,0,1).$$

7) Considereu la regió factible $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} \geq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Trobeu els valors màxims i mínims de les funcions objectiu següents en aquesta regió:

$F_1(x) = 6x + 4y,\ F_2(x) = 6x - 4y,\ F_3(x) = 4y - 6x,\ F_4(x) = 2x + 7y,$
$F_5(x) = 2x + y,\ F_6(x) = 100 - x - 4y,\ F_7(x) = 200 - 5x - 2y.$

8) Dues màquines M_1 i M_2 fabriquen respectivament 7000 i 3000 peces diàries les quals poden ser de tres qualitats A, B i C diferents. Del total de les 10000 peces es vol que 3000 siguin del tipus A, 5000 del B i 2000 del C.

El cost de fabricació de les peces, en euros la unitat, es descriu en la taula. Calculeu el valor mínim del cost diari de fabricació de les 10000 peces, així com el nombre de peces de cada qualitat que ha de fabricar cada màquina.

	A	B	C
M_1	2	1.7	3
M_2	1.5	1	4

9) Trobeu el sistema d'inequacions lineals que defineix el recinte tancat pel triangle que té els vèrtexs en els punts $A(1,0)$, $B(0,3)$ i $C(3,4)$.

SOLUCIONS

1) Hi ha cinc solucions possibles. Un exemple és la solució 32, 6, 20.

2) 22.

3) Per a $\boxed{a \neq -2 \text{ i } a \neq 1}$ és compatible determinat. $x = \dfrac{-a-1}{a+2}$, $y = \dfrac{1}{a+2}$, $z = \dfrac{(a+1)^2}{a+2}$.
Per a $\boxed{a = -2}$ és incompatible.
Per a $\boxed{a = 1}$ és compatible indeterminat. $x = 1 - \alpha - \beta,\ y = \beta,\ x = \alpha,$ en què $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

4) Per a $\boxed{k = 3 \text{ o } k = -\dfrac{31}{18}}$ es tallen en un únic punt.

Per a $\boxed{k \neq 3 \text{ i } k \neq -\dfrac{31}{18} \text{ i } k \neq -\dfrac{1}{18} \text{ i } k \neq \dfrac{1}{4}}$ és tallen de dues en dues i les tres no tenen cap punt en comú.

Per a $\boxed{k = -\dfrac{1}{18}}$, r_1 i r_3 són paral·leles que tallen a r_2.

Per a $\boxed{k = \dfrac{1}{4}}$, r_2 i r_3 són paral·leles que tallen a r_1.

5) Per a $\boxed{a \neq -3}$ és incompatible.
Per a $\boxed{a = -3}$ és compatible indeterminat. $x = -3 - \alpha,\ y = 9 + 2\alpha,\ z = \alpha,$ en què $\alpha \in \mathbb{R}$.

6) $\begin{cases} \vec{e}_1 - 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 = \vec{0} \\ \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_4 = \vec{0}. \end{cases}$

7) F_1: No existeix màxim. Mínim, $F_1\left(\alpha, \dfrac{6-3\alpha}{2}\right) = 12,\ \forall \alpha$ tal que $0 \leq \alpha \leq 2$.
F_2: No existeixen.
F_3: No existeixen.
F_4: No existeix màxim. Mínim, $F_4(2,0) = 4$.
F_5: No existeix màxim. Mínim, $F_5(0,3) = 3$.
F_6: No existeix mínim. Màxim, $F_6(2,0) = 98$.
F_7: No existeix mínim. Màxim, $F_7(0,3) = 194$.

8) El cost mínim és de 18400 €. Nombre de peces:

	A	B	C
M_1	3000	2000	2000
M_2	0	3000	0

9) $\begin{cases} 3y - x \leq 9 \\ 3x + y \geq 3 \\ 2x - y \leq 2. \end{cases}$