

Egipte – Activitats – Fulls per l'alumnat

Longituds i àrees als papirs egipcis. Fulls per l'alumnat

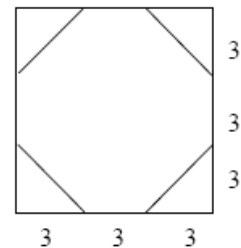
Resol aquests problemes trobats al Papir de Rhind, al Papir de Moscou i al Papir del Caire i a continuació llegeix les solucions donades als papirs. Per a cada problema, escriu un paràgraf comparant el teu mètode de solució amb el mètode de l'antic Egipte. A la pàgina següent podràs veure les còpies de tres dels problemes Papir Rhind i, tot i que pots no ser capaç de llegir l'escriptura hieràtica, podràs reconèixer els diagrames dibuixats per l'escriba.

1. **Papir Rhind Problema 41** (Chace, 46; Gillings, 146-147, 151):

En un graner cilíndric de diàmetre 9 i altura 10. Quina és la quantitat de gra que hi cap?

2. **Papir Rhind Problema 48** (Gillings, 141-143):

Compara l'àrea d'un octògon i del seu quadrat circumscribit.

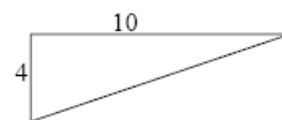


3. **Papir Rhind Problema 50** (Chace, 49):

Exemple: Un camp circular de diàmetre 9 *khet*. Quina és la seva àrea?

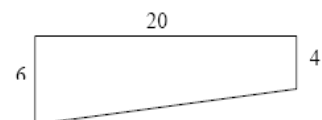
4. **Papir Rhind Problema 51** (Chace, 49):

Exemple d'un triangle de terra. Suposem el triangle que apareix a la figura adjunta. Quina és l'àrea del triangle de costat 10 *khet* i de base 4 *khet*?



5. **Papir Rhind Problema 52** (Chace, 49):

Exemple d'un tros de terra triangular truncat. Quina és l'àrea d'un triangle truncat de 20 *khet* de costat, 6 *khet* de base i 4 *khet* en la seva línia de secció



(Consell: Suposeu que el triangle és un triangle rectangle com en l'activitat 4)

Egipte – Activitats – Fulls per l'alumnat

6. Papir de Moscou Problema 6 (Gillings, 137-138):

Mètode de càlcul d'un rectangle: Si et donen un rectangle d'àrea 12 i la màniga mesura $1/2+1/4$ de la longitud. Quines són les seves dimensions (llarg i ample)?

7. Papir de Moscou Problema 14 (Katz, 23):

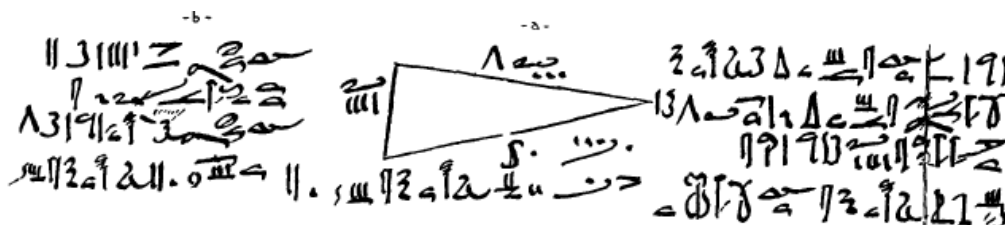
Si et donen una piràmide truncada de 6 colzes d'altura, 4 colzes de costat de la base inferior i 2 colzes de costat de la base superior; quin és el seu volum?

8. Papir del Caire Problema 8 (van der Waerden 1983, 166):

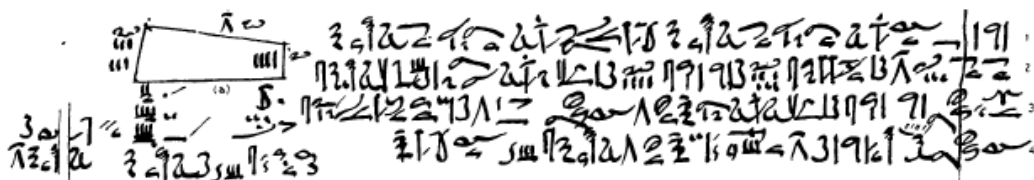
Una peça de roba fa 7 colzes de llargada i 5 colzes d'amplada, per tant, té una àrea de 35 "colzes-roba". Si traiem una banda d'un colze de la seva llargada i volem afegir-la a l'amplada, quines dimensions tindrà la banda que hem d'afegir a la seva amplada?



Rhind Papyrus Problem #48



Rhind Papyrus Problem #51



Rhind Papyrus Problem #52

Aquests problemes s'han pres de Chace, pp. 113, 117, 119.

Egipte – Activitats – Fulls per l'alumnat

Solucions als problemes dels Papirs d'Egipte

1. **Papir Rhind Problema 41** (Chace, 46; Gillings, 146-147, 151):

Es tracta de trobar el volum d'un graner cilíndric de diàmetre 9 i altura 10.

Recordem que l'expressió que utilitzaven a l'antic Egipte pel càlcul de l'àrea del cercle

$$\text{és: } A = \left(\frac{8}{9}d\right)^2 \text{ §}$$

Per a calcular $8/9$ de 9, hem de treure al diàmetre $1/9$ de 9, és a dir, 1, llavors la resta és 8. Multiplica 8 vegades 8, que dona 64. Multiplica 64 vegades 10, que fa 640 *colzes quadrats*. Per a convertir aquest resultat a *khar* hem de multiplicar aquesta quantitat per $3/2$, per tant el que has de fer és afegir $1/2$ a la mateixa, així tenim 960 *khar*. Per passar-ho a *quàdruple-hekak*, pren $1/20$ de 960, és a dir, 48 i llavors, la quantitat de gra que cap en el graner és 4800 *quàdruple-hekat*.

Mètode egipci:

1	8
2	16
4	32
8	64

Multiplicar 8 vegades 8 és igual a 64 *colzes quadrats*.

1	64
10	640
1/2	320

Multipliquem 10 vegades 64 i afegim la meitat, és a dir, sumem 640 i 320 i això resulta 960 *khar*.

1	960
1/10	96
1/20	48

Ara dividim per 10 i després per 20 i, per tant, el volum del graner és de 48 *cent-quàdruple-hekat*.

Egipte – Activitats – Fulls per l'alumnat

2. Papir Rhind Problema 48 (Gillings, 141-143):

Comparar l'àrea d'un octògon i del seu quadrat circumscribit .

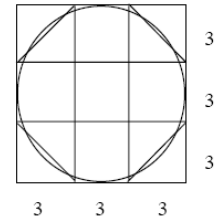
Mètode egipci:

L'octògon de diàmetre 9		
	1	8
	2	16
	4	32
/	8	64
Total: 64		

El quadrat de costat 9		
/	1	9
	2	18
	4	36
/	8	72
Total: 72+9 = 81		

L'àrea de l'octògon és de 64 *setat* mentre que l'àrea del quadrat és de 81 *setat*.

Perquè Ahmes va calcular que l'àrea de l'octògon és $8^2 = 64$? En realitat fa una aproximació suposant que l'àrea de l'octògon és la mateixa que la de la circumferència circumscribita de diàmetre 9.



3. Papir Rhind Problema 50 (Chace, 49):

Exemple d'un camp rodó de diàmetre de 9 *khet*. Quina és la seva àrea?

Recorda que la fórmula per trobar l'àrea de la circumferència que utilitzaven els

egipcis és, $A = \left(\frac{8}{9}d\right)^2 \text{ §}$

Traiem 1/9 del diàmetre, és a dir, 1, i la resta és 8. Multipliquem 8 vegades 8, que dóna 64. Per tant, l'àrea del camp és de 64 *setat*.

Mètode egipci:

1	9
1/9	1
1	8
2	16
4	32
8	64

Per tant la seva superfície és de 64 *setat*

4. Papir Rhind Problema 51 (Chace, 49):

Exemple d'un triangle de terra. Suposem que demanen quina és l'àrea d'un triangle de costat 10 *khet* i de base 4 *khet*?

Egipte – Activitats – Fulls per l'alumnat

Mètode egipci:

1	400
1/2	200
1	1000
2	2000

La seva superfície és de 20 *setat*.

L'escriba multiplica per 100 perquè pren les dimensions de 1000 *colzes* i 400 *colzes*. Després fa la meitat de 400, per tal d'obtenir el seu rectangle. Multiplica 10 vegades 2 i el resultat és la seva àrea.

5. **Papir Rhind Problema 52** (Chace, 49):

Exemple d'un tros de terra triangular truncat. Quina és l'àrea d'un triangle truncat de 20 *khet* de costat, 6 *khet* de base i 4 *khet* en la seva línia de secció.

Afegeix la línia de tall a la base, que sumen 10. Pren la meitat de 10 que és de 5. Ara ja només hem de calcular l'àrea del rectangle de costats 5 i 20. Multiplica 5 vegades 20, són 100 *setat*, i aquesta és la seva àrea.

En el procediment que apareix als papirs cal tenir en compte que les dimensions que va prendre van ser 600 *colzes*, 400 *colzes* i 2000 *colzes*.

Mètode egipci:

1	1000
1/2	500
1	2000
2	4000
4	8000
Total 10000	

El total és 10.000 , per tant la seva superfície és de 100 *setat*.

Egipte – Activitats – Fulls per l'alumnat

6. Papir de Moscou Problema 6 (Gillings, 137-138):

Mètode de càlcul d'un rectangle: Si et donen un rectangle d'àrea 12 i la màniga (ample) mesura $1/2+1/4$ de la longitud. Quines són les seves dimensions (llarg i ample)?

Calcula $1/2 + 1/4$ fins a obtenir 1, el resultat és $1 + 1/3$. Compta 12, $(1 + 1/3)$ vegades, el resultat és 16. I ara calcula l'arrel quadrada.

El resultat és que la longitud és 4.

L'amplada (màniga) és $1/2 + 1/4$ de la longitud, és a dir, $2+1=3$.

Àrea = 12

7. Papir de Moscou Problema 14 (Katz, 23):

Si et donen una piràmide truncada de 6 colzes d'altura, 4 colzes de costat de la base inferior i 2 colzes de costat de la base superior, quin és el seu volum?

El quadrat de 4 és 16. El doble de 4 és 8. El quadrat de 2 és 4. La suma d'aquests resultats és 28. Calculem $1/3$ de 6 i el resultat és 2. Multipliquem 28 per 2 i obtenim 56. Aquest és el volum que estàvem buscant.

O bé,

Fes el quadrat de 4; resultat 16

Fes el doble de 4; resultat 8.

Fes el quadrat de 2; resultat 4.

Sumem el 16 i el 8 i el 4; resultat 28.

Calculem un terç de 6; resultat 2.

Haurem de sumar 28 dues vegades; resultat 56.

Nota: El papir dóna el mateix resultat que la fórmula exacta, $V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)$, per

a calcular el volum d'una piràmide truncada d'altura h i amb bases de longituds a i b . Molts estudiosos moderns creuen que aquest problema il·lustra el punt més àlgid de la geometria de l'antic Egipte. El matemàtic E.T. Bell ha anomenat a aquest problema "La piràmide més gran d'Egipte."

Egipte – Activitats – Fulls per l'alumnat

8. Papir d'El Caire Problema 8 (van der Waerden 1983, 166):

La idea és que el tros de roba ha de mantenir la forma rectangular i que la seva superfície total es conserva. Això implica que l'àrea de la banda que traiem serà igual a l'àrea de la banda que hem d'afegir.

L'escriba calcula en primer lloc la nova altura de $7 - 1 = 6$. Després diu: "L'àrea de la banda que traiem és de 5 colzes-roba." A continuació divideix 5 per 6 i, per últim, afegeix el resultat de $5/6$ als 5 d'amplada.

Unitats de mesura habituals de l'antic Egipte

1 *dit* = amplada d'un dit ($\approx 3/4$ polzada o 2 cm)

1 *palmell* = ample del palmell d'una mà = 4 *dits*

1 *colze real* = distància des del *colze* del faraó fins a la punta dels dits =
= 7 *palmells* (20,6 polzades $\approx 1,72$ peus o 52,3 cm)

1 *khet* = 100 *colzes reals* (≈ 172 peus o 57,3 yardes o 52,3 m)

1 *setat* = 1 *khet quadrat* = 10.000 *colzes quadrats* (≈ 3.280 yardes quadrades o 0,7 acres o 2.800 m²)

1 *khar* = $2/3$ de 1 *colze cúbic* = 20 *hekat* ($\approx 3,4$ peus cúbics o 95,8 dm³)

1 *hekat* = 10 *hinu* = 320 *ro* ($\approx 292,24$ polzades cúbiques o $1/2$ Peck o 4,79 dm³)

1 *ro* = $1/320$ d'1 *hekat*, encara que la fracció mínima utilitzada va ser $1/64$ *hekat* = 5 *ro*

1 *quàdruple-hekat* = 4 *hekat*