

Egipte - Introducció Històrica

Longituds, àrees i volums a Egipte

Els antics egipcis vivien a la Vall del Nil d'Àfrica nord-oriental. Encara que avui dia són més coneguts per les piràmides que van construir, les quals servien com a tombes per als faraons o reis, la seva ocupació principal era l'agricultura. Alguns exemples de piràmides egípcies són les piràmides de Gizeh, entre les que es troba la Gran Piràmide de Keops que es va construir aproximadament el 2600 aC, així com la famosa estàtua de l'Esfinx. Però a més a més, els egipcis van deixar escrits als temples i parets d'aquestes piràmides que daten del tercer mil·lenni aC i també, avui dia es conserven rotlles de papirs egipcis que daten com a mínim del segon mil·lenni aC o bé murals, com un mural pintat per Abd-el-Qurna a Egipte, al voltant de 1400 aC que mostra uns supervisors mesurant un camp de blat amb una corda nuada o *hardeponaptai* (veure la il·lustració). És possible que també s'emprés aquest mètode de mesura per les piràmides i temples, però es creu que l'objectiu principal d'aquesta tècnica era la mesura de les terres agrícoles al llarg del riu Nil sobretot després de les inundacions anuals per tal d'avaluar els impostos amb la justícia. De fet, al segle V aC l'historiador grec Heròdot va escriure en la seva obra *Història* que la geometria es va originar a Egipte amb el mesurament de la terra amb finalitats fiscals:



Source of illustration: *Mathematics*, Life Science Library, Time-Life Books, Virginia, 1980, pp. 74-75.

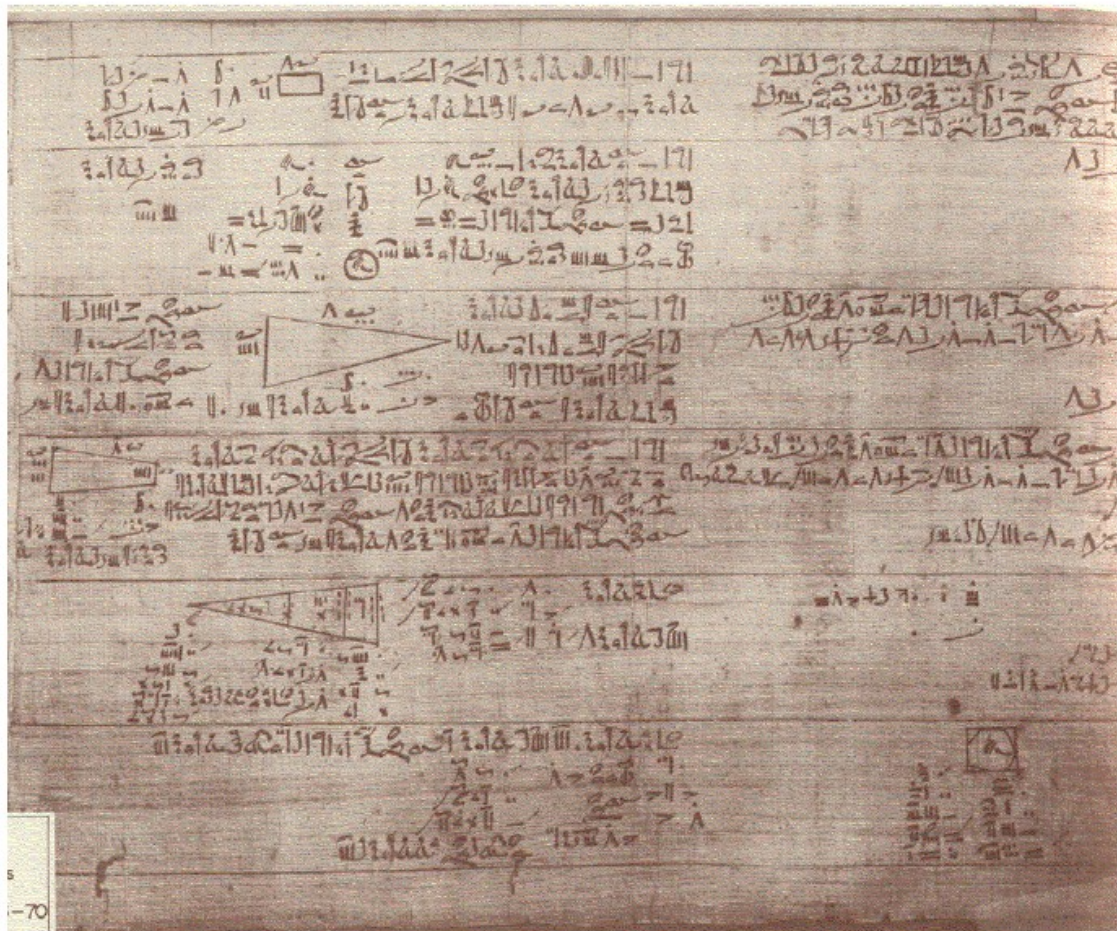
Van dir també que aquest rei [Senusret, també conegut com a Ramsès II, al voltant de 1400 aC (Scott, 6)] va dividir la terra entre tots els egipcis per tal de donar a cadascun un quadrat (quadrilàter) de la mateixa mida i calcularen els ingressos que havia de percebre de cada un mitjançant la imposició d'un impost que es cobraria anualment. Però a cada un dels que les inundacions del riu (Nil) arrencava una part, havien d'acudir al rei a notificar el succeït, aquest enviava els supervisors que mesuraven la quantitat de la terra que s'havia tornat més petita perquè el propietari pogués pagar de la part que quedava en proporció a la totalitat de l'impost establert. D'aquesta forma, sembla, que s'origina la geometria que després passà a Hellas [Grècia]. (Cajori, 10-11)

Quant als papirs, un rotlló de paper és un rotlló de paper fet de joncs, una planta que creix al llarg del riu Nil. Els dos papirs matemàtics més famosos són el Papir de Rhind o d'Ahmes (1.650 aC) i el Papir de Moscou (1.850 aC). Aquests papirs matemàtics ens

Egipte - Introducció Històrica

donen una idea d'algunes tècniques que feien servir els egipcis per calcular longituds, àrees i volums.

El papir Rhind és originari d'un escriba anomenat Ahmes i va ser creat al 1.850 aC (o abans). Té 18,5 metres de llarg per 13 centímetres d'ample i conté 87 problemes matemàtics. Es va trobar entre les ruïnes de Tebes, i va ser adquirit a 1858 per Henry Rhind, un advocat escocès que dona nom al papir. Avui es troba al Museu Britànic de Londres. A continuació es mostra una imatge d'una part d'aquest papir (Chace, 142).



El Papir de Moscou va ser trobat a Egipte el 1893 i actualment es troba al Museu de Belles Arts de Moscou. Té unes dimensions d'aproximadament 5,5 m de llarg, però només 8 cm d'ample i conté 25 problemes matemàtics, el més conegut és un sobre el càlcul del volum d'una piràmide truncada (Gillings, 89).

Egipte - Introducció Històrica

Un tercer papir és el Papir del Caire, que data de l'any 300 aC i conté 40 problemes matemàtics, entre ells nou problemes que es solucionen amb el teorema de Pitàgores i/o terna pitagòrica¹ (Burton, 76).

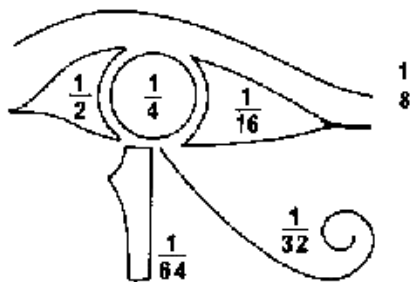
Alguns dels problemes d'aquests tres papirs apareixen al document **Ahmes al s. XXI, full per l'alumnat**.

Les unitats de mesura d'Egipte es van basar en el cos humà, igual que algunes de les actuals mesures, per exemple el pam o el dit.

La unitat de mesura estàndard per a la longitud era el **colze real**, és a dir, la distància des del colze del faraó fins a la punta dels dits, al voltant de 20,6 polzades és a dir, 52,3 cm . També s'emprava el **dit** o **dígit** que fa referència a l'amplada d'un dit, o una mica menys de 3/4 polzades o 2 cm. Llavors, a 4 dits se'ls deia **palmell**, i alhora 7 palmells equivalien a un **colze real**. Així, cent colzes reals s'anomenaven un **khet**, i a un **khet quadrat** se li va donar el nom de **setat** que s'emprava sobretot per donar les àrees dels camps i terres de conreu (Chace, 18-20).

La unitat de mesura estàndard per al volum va ser la **hekat**, que era de 292,24 polzades cúbiques o 4,79 dm³. Així, per exemple, la quantitat de gra en la collita o d'un graner podria haver-se mesurat en **hekat**, però el més probable és que figuri en **quàdruple-hekat** (4 *hekat*) o en **khar** (20 *hekat*) o fins i tot en centenars **quàdruple-hekat** (400 *hekat*). A més a més, per mesurar petites quantitats de gra, van dividir el **hekat** en 320 **ro**. No obstant això, només estaven permesos els números de **ro** corresponents a les fraccions de

l'"Ull d'Horus": $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32},$ i $\frac{1}{64}$, (Chace, 18-20; Gillings, 210).



Així, només van ser utilitzats:

$160 \text{ ro} = 1/2 \text{ hekat}$, $80 \text{ ro} = 1/4 \text{ hekat}$, $40 \text{ ro} = 1/8 \text{ hekat}$, $20 \text{ ro} = 1/16 \text{ hekat}$,
 $10 \text{ ro} = 1/32 \text{ hekat}$ i $5 \text{ ro} = 1/64 \text{ hekat}$. S'anomenen fraccions de l'"Ull d'Horus"
pel déu-falcó egípcia Horus. Segons la llegenda egípcia, l'ull d'Horus va ser trossejat en

¹Una terna pitagòrica és aquella formada per tres nombres naturals a , b i c tals que $a^2+b^2=c^2$ (Nota de les traductores)

Egipte - Introducció Històrica

una baralla i més tard el déu Thot va restaurar l'ull i es van tornar a armar les peces tal com es mostra en el diagrama (Dilke, 24)

Unitats de mesura habituals de l'antic Egipte

1 *dit* = amplada d'un dit ($\approx 3 / 4$ polzada o 2 cm)

1 *palmell* = ample del palmell d'una mà = 4 *dits*

1 *colze real* = distància des del *colze* del faraó fins a la punta dels dits =
= 7 palmells (20,6 polzades $\approx 1,72$ peus o 52,3 cm)

1 *khet* = 100 *colzes reals* (≈ 172 peus o 57,3 yardes o 52,3 m)

1 *setat* = 1 *khet quadrat* = 10.000 *colzes quadrats* (≈ 3.280 yardes quadrades
o 0,7 acres o 2.800 m²)

1 *khar* = $2 / 3$ de 1 *colze cúbic* = 20 *hekat* ($\approx 3,4$ peus cúbics o 95,8 dm³)

1 *hekat* = 10 *hinu* = 320 *ro* ($\approx 292,24$ polzades cúbiques o 1/2 Peck o 4,79 dm³)

1 *ro* = $1/320$ d'1 *hekat*, encara que la fracció mínima utilitzada va ser $1/64$ *hekat* = 5 *ro*

D'acord amb els jeroglífics que romanen a les parets del temple d'Horus a Edfu i que

daten dels voltants de 100 aC, els egipcis usaven la següent fórmula $A = \frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}$

per calcular l'àrea dels quadrilàters. Aquesta fórmula és correcta només pels rectangles però va ser utilitzada per calcular les àrees de les parcel·les de terra al voltant de Edfú i que majoritàriament eren propietat dels sacerdots (Cajori 1894, 12).

Els papirs de més de 1500 anys abans d'aquesta època mostren que els egipcis coneixien les fórmules correctes per calcular les àrees d'alguns quadrilàters específics, com rectangles i trapezis, per exemple, tant al Papir Rhind com al Papir de Moscou hi ha problemes en què trobem les àrees de rectangles, triangles i cercles. Tanmateix, deixen constància que utilitzaven les mateixes fórmules que fem servir actualment per

a les àrees dels rectangles ($A = bh$) i dels triangles ($A = \frac{b \cdot h}{2}$). En el "problema 52"

del Papir Rhind, la fórmula per l'àrea d'un trapezi (anomenat triangle truncat) es dona

com $A = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h = \frac{h}{2} (b_1 + b_2)$, on la mitjana de les longituds de dos de les bases es

multiplica per l'alçada, sorprenentment la mateixa fórmula que utilitzem avui dia.

Egipte - Introducció Històrica

En canvi, la fórmula per l'àrea d'un cercle, $A = \pi \cdot r^2$, no apareix als papirs de manera tan directe i clara com la del trapezi. Però sí que al "problema 48" del Papir Rhind

s'indica que la fórmula per l'àrea d'un cercle és $A = \left(d - \frac{1}{9}d\right)^2 = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$, on d és el diàmetre del cercle; i resulta que si igualem aquesta fórmula amb la fórmula actual per l'àrea d'un cercle i solucionem per $\pi \approx 3,1605$ obtenim una extraordinària aproximació del 1650 aC.

També resulta del tot extraordinari el càlcul del volum d'una piràmide truncada de base quadrada que trobem al Papir de Moscou. En notació moderna, la fórmula que apareix

l'escriuríem $V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)$, on h és l'altura, a és la longitud del costat d'una base quadrada i b és la longitud del costat de l'altra base quadrada.

Sens dubte, la precisió amb què es van construir les piràmides d'Egipte, és la prova física de que els antics egipcis utilitzaven la geometria per a la construcció.

Egipte - Introducció Històrica

Bibliografia / Webgrafia

Cajori, Florian (1919) *A History of Mathematics*, MacMillan, New York.
<http://www.archive.org/stream/historyofmathema00cajorich#page/n5/mode/2up>

[Consultada 2010.07.15]

Chace, Arnold Buffum (1979) *The Rhind Mathematical Papyrus*. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia.

Dilke, O.A.W. (1987) *Mathematics and Measurement*, British Museum Publications, London, and University of California Press, Berkeley.

Gillings, Richard J.(1982) *Mathematics in the Time of the Pharaohs*. Dover Publications, New York.

Katz, Victor J. (1998) *A History of Mathematics: An Introduction*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.

Katz, Víctor J; Michalowicz, Kareen Dee (2004) *Historical Modules for teaching and Learning of Mathematics* . The Mathematical Association of America, Washington.

López, F i Thode, R (1997) *La Tierra de los Faraones – Amigos de la egiptología* <http://egiptologia.org/> [Consultada 2010,03,12]

Pla i Carrera, J. (Facultat de Matemàtiques – UB) *Les Matemàtiques de l'Antic Egipte*. Ponència al Museu Egipci de Barcelona.

<http://www.egiptologia.com/descarga/pdf/biae/BIAE13.pdf> [Consultada 2010.03.08]

García Cebrian, M.J. *Los Papiros Matemáticos*

<http://www.jimena.com/egipto/apartados/papiros.htm> [Consultada 2010.03.08]

Scott, J. F. (1958) *A History of Mathematics*, Taylor and Francis, London.

van der Waerden, B.L. (1983) *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*, Springer-Verlag, Berlin.