

JOCS D'ATZAR

Nom: _____ Curs: _____ Grup: _____ Data: _____

Materials:

Daus i fitxes (Dos daus i 18 fitxes, per cada dos alumnes).

Fulls d'enregistrament de resultats (documents PDF adjunts per portar a l'aula impresos)

Un ordinador amb canó de vídeo per posar en comú els resultats amb un full de càlcul programat (documents XLS adjunts)

Introducció:



L'Anna i en Bernat juguen a daus. Cada un d'ells comença amb nou punts (nou fitxes). L'Anna escull senars i en Bernat parells. Tiren el dau. Si surt un 1, un 3 o un 5, l'Anna agafa 1, 3 o 5 punts d'en Bernat. Si surt un 2, un 4 o un 6, és en Bernat qui agafa 2, 4 o 6 fitxes a l'Anna. La partida s'acaba quan un d'ells es queda sense punts.

És equitatiu aquest joc? Creieu que un dels dos té avantatge? Perquè?

Objectius:

Entendre la probabilitat com una assignació de números compresos entre 0 i 1, per casos simples i equiprobables i relacionant la probabilitat amb la tendència (o el límit) de les freqüències relatives.

Ordenar qualitativament els esdeveniments des de l'esdeveniment impossible al segur, passant pel probable.

Recollir, enregistrar i tabular dades. Fer representacions gràfiques i analitzar resultats, llegint i interpretant les dades presentades en taulers i gràfics.

Entendre la diferència entre freqüència relativa i probabilitat, especialment en el cas dels daus.

Desenvolupament:

Treballarem per parelles i farem quatre quatre jocs: *A) Parells i senars*, *B) Altres daus i ruletes (opcional)* *C) La suma de dos daus* i *D) El producte de dos daus (opcional)*. Els dos jocs opcionals són pels que vagin més ràpid, sobretot el joc B és per esperar que tothom hagi acabat el joc A abans de fer tots el joc C. Els companys més ràpids explicaran els resultats dels seus jocs a tota la classe.

A) Parells i senars - Es un joc equitatiu?

Treballareu per parelles. Necessiteu un dau i 18 fitxes per cada parella.

L'Anna i en Bernat juguen a daus. Cada un d'ells comença amb nou punts (nou fitxes). L'Anna escull senars i en Bernat parells. Tiren el dau. Si surt un 1, un 3 o un 5, l'Anna agafa 1, 3 o 5 punts d'en Bernat. Si surt un 2, un 4 o un 6, és en Bernat qui agafa 2, 4 o 6 fitxes a l'Anna. La partida s'acaba quan un d'ells es queda sense punts. És equitatiu aquest joc? Creieu que un dels dos te avantatge? Perquè?

Quants resultats possibles del dau afavoreixen l'Anna?

Quants resultats possibles del dau afavoreixen en Bernat?

Creieu que és un joc equitatiu?

A la següent taula es mostra els resultats d'una partida que han fet l'Anna i en Bernat::

Resultats del dau	1	1	1	4	2	5	5	6	5	4	5	2	3	2	3
Guanya punts	A	A	A	B	B	A	A	B							
Punts A	10	11	12	8											
Punts B	8	7	6												
Guanya la partida															

Taula 1

Per acabar aquesta partida s'han necessitat 15 tirades

La primera fila ens diu el resultat de cada tirada i la segona fila ens diu qui ha guanyat punts, a la tercera i quarta fila portem el compte dels punts que té cada jugador.

Completeu la Taula 1 anterior i comproveu que l'Anna ha guanyat la partida.

A1) Juguem a parells i senars!

Ara jugueu de dos en dos. Decidiu qui tindrà *parells* i qui *senars*. Per anotar els resultats utilitzareu un full 1 (full1.pdf) imprès, que conté cinc taules en blanc com la Taula 1, i que us repartirà el vostre professor/a (recordeu que al final cal lliurar tots els fulls al professor/a).

A1-a) Feu cinc partides i anoteu els resultats en el full 1.

A1-b) Entre tota la classe, quantes partides ha guanyat qui ha escollit *senars*?

+	+	=
---	---	---

A1-c) Entre tota la classe, quantes partides ha guanyat qui ha escollit *parells*?

+	+	=
---	---	---

A1-d) Creieu que el joc és equitatiu? Doneu raons de la vostra resposta.

--

A la partida de la *Taula 1*, l'Anna guanya punts nou vegades, i en Bernat sis. Observeu els resultats de les vostres partides (de tota la classe).

A1-e) Observeu les segones files del vostre full 1 i compteu quantes vegades ha guanyat punts cada persona. Què observeu?

--

A1-f) Tot i que tothom ha guanyat punts aproximadament el mateix nombre de vegades, perquè el joc no és equitatiu?

--

A1-g) Com modificaríeu el joc perquè fos equitatiu?

--

A2) Una altra ullada als resultats

L'Anna i en Bernat miren una altra vegada els resultats de les seves 5 partides. Fan un recompte del nombre de vegades que ha sortit cadascuna de les cares d'un dau. Els resultats són a la taula següent:

Cara	Recompte	Nombre de vegades
1	### III	8
2	### ### II	12
3	### ### I	11
4	### IIII	9
5	### ### II	12
6	### III	8
	Suma	60

Taula 2

El nombre de vegades que surt cada cara s'anomena la seva **freqüència**.

La **freqüència relativa** s'obté dividint la freqüència pel nombre total de vegades que han tirat el dau.

Ara necessiteu el full 1 que heu omplert abans i una còpia impresa del full 2 (full2.pdf), que us repartirà el vostre professor/a (recordeu que al final cal lliurar tots els fulls al professor/a).

A2-a) Completeu la taula del full 2 amb els resultats de les vostres 5 partides. Observeu que a partir d'ara el “nombre de vegades” es diu “freqüència” i també heu de calcular la freqüència relativa, dividint la freqüència pel nombre total de tirades del dau.

A2-b) Dibuixeu, també en el full 2 el diagrama de barres (com el de l'Anna i en Bernat, que podeu veure a la figura 1). Observeu que cal posar títol als eixos i també a la capçalera del diagrama.

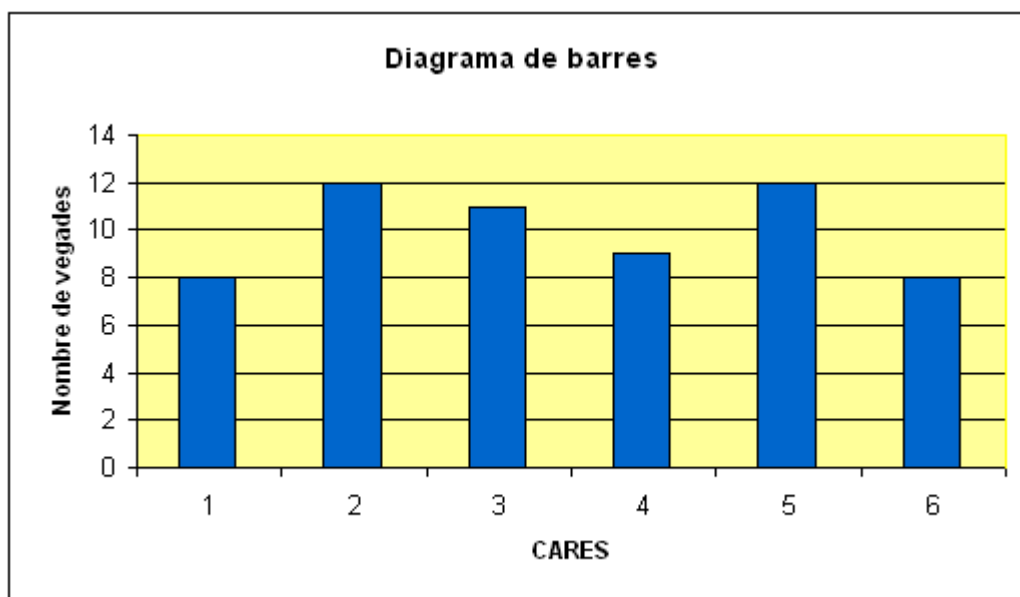


Figura 1. Tirades d'un dau. Resultats de l'Anna i en Bernat

Observeu les alçades de les barres del diagrama.

A2-c) Són aproximadament iguals les alçades de les barres?

A2-d) Quins resultats han obtingut les altres parelles? Són semblants als vostres?

Si disposeu d'ordinador i canó de vídeo a l'aula, utilitzeu el full de càlcul experiment_a2.xls, preparat per introduir els resultats de cada parella i obtenir les freqüències absolutes totals de cada cara, les freqüències relatives i fer el diagrama de barres amb els resultats de tota la classe. Aquest diagrama és millor fer-lo de les freqüències relatives, ja que les absolutes prenen valors molt grans i no resulten pràctiques. Si no disposeu d'eines tecnològiques també podeu fer “a mà” la taula de valors i el diagrama de barres de tota la classe.

A2-e) Ajuntem els resultats de tota la classe. Què observem? Són aproximadament iguals les alçades de les barres?

A2-f) Què pensaríeu del dau si una barra fos molt més alta que les altres?

A3) Daus equitatius i probabilitat

Si una cara d'un dau surt moltes més vegades que qualsevol altra, sospitarem que el dau està TRUCAT. Un dau no trucat direm que és EQUITATIU o PERFECTE.

Els daus que utilitzem normalment s'accepten com equitatius. A qualsevol tirada cada cara té la mateixa probabilitat de sortir. És tan probable obtenir un cinc com un dos, o com qualsevol altra cara. Si un dau equitatiu el tirem moltes vegades, és d'esperar que cada cara surti aproximadament el mateix nombre de vegades (Observeu el diagrama de barres de tota la classe).

Direm que **les sis cares són equiprobables**. Direm que **la probabilitat d'obtenir un sis és 1/6**, perquè és una de les sis cares equiprobables.

A3-a) Observeu com s'escriu la frase següent en matemàtiques:

“Quan tirem un dau equitatiu, la probabilitat d'obtenir un sis és igual a 1/6”
 $P(\text{“sis”})=1/6$

A4-b) Escriviu tres frases com l'anterior per les cares restants:

A4) Freqüències

Hem llençat un dau equitatiu 60 vegades. Els resultats estan enregistrats en una TAULA DE FREQUÈNCIES. Una taula de freqüències ens mostra quantes vegades (freqüència) surt cada cara. Una de les quatre columnes de la taula 3 conté els resultats de l'experiència, les altres columnes són inventades.

Observeu-les amb atenció:

Resultat	Freqüència			
	Columna1	Columna 2	Columna 3	Columna 4
Un punt	10	12	11	6
Dos punts	10	14	23	4
Tres punts	10	8	7	5
Quatre punts	10	11	8	14
Cinc punts	10	9	1	16
Sis punts	10	6	10	15

Taula 3

A4-a) A quina columna són els resultats de l'experiència, no inventats?

A4-b) Expliqueu perquè penseu que les altres columnes són inventades.

Per decidir-vos us pot ajudar dibuixar un diagrama de barres per a cada columna.

A5) Probable o improbable

Quan tirem un dau 60 vegades és possible obtenir qualsevol dels quatre resultats de les columnes de la taula 3.

No podem saber el que passarà. Podem dir que uns resultats són més probables que els altres.

Quan parlem de probabilitats utilitzem sovint termes com:

molt probable, igualment probable, impossible, altament improbable, improbable, segur.

A5-a) Ordeneu les expressions anteriors de manera que indiquin de menys a més probabilitat:

A5-b) Llegiu atentament les frases següents i associeu-les a les expressions de la llista anterior, per descriure la seva probabilitat:

1. El nadal vinent nevarà
2. Aquesta nit veurem la TV
3. Demà arribareu puntualment a l'escola
4. El mes que ve comprareu un DVD
5. Demà veureu un carro i un cavall
6. Sereu més alts que la vostra mare

A5-c) Ordeneu les columnes de la taula 3, de menys a més probables.

A6) Més probabilitats

Suposeu que tirem un dau. Ens preguntem:

Com podríem trobar la probabilitat d'obtenir un quatre o un cinc?

I raonem així: Són dues cares d'entre sis cares equiprobables, per tant la probabilitat d'obtenir un quatre o un cinc serà igual a $2/6=1/3$.

Escriurem **$P(\text{"quatre o cinc"})=2/6=1/3=0,33$**

De manera semblant, determineu les probabilitats de:

A6-a	Un dos o un <i>quatre</i>	
A6-b	Un número menor o igual que <i>tres</i>	
A6-c	Un número més gran que <i>quatre</i>	
A6-d	Un número menor que <i>sis</i>	
A6-e	Un número <i>parell</i>	
A6-f	Un múltiple de <i>tres</i>	
A6-g	Un <i>set</i>	
A6-h	Un número menor o igual que <i>sis</i>	

Per expressar probabilitats podem utilitzar fraccions, i també números decimals entre 0 i 1.

Si un fet és impossible té probabilitat 0. Si és segur té probabilitat 1.

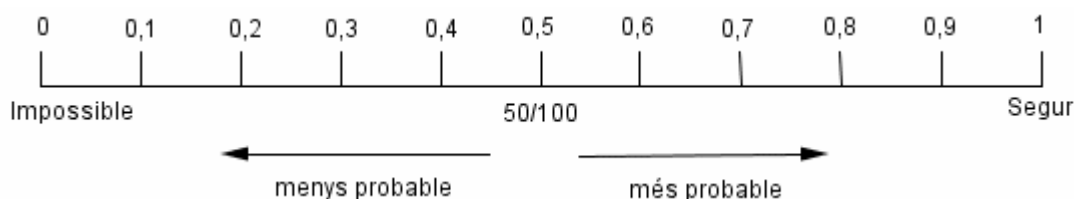


Figura 2 L'escala de probabilitats

Recordeu que cal recollir i desmarcar els materials que heu emprat.

B) Altres daus i ruletes (opcional)

Necessiteu daus d'altres formes, no cúbics, i ruletes variades. Podeu utilitzar els daus i les ruletes de jocs de taula diversos o bé construir vosaltres els vostres propis daus i ruletes. Treballeu per parelles.

B1) Experimentem! Feu experiments per trobar les probabilitats associades a diferents cares o sectors.

Heu de realitzar un gran nombre d'experimentacions amb el dau i amb la ruleta acompanyades d'un anàlisi de les freqüències de cada esdeveniment possible, que hauria de relacionar-se amb el nombre de cares del dau o bé amb la proporció de cercle de la ruleta que fa que s'obtingui el resultat. Feu taules de freqüències i diagrames de barres i interpreteu els resultats raonant, per escrit, quin seria el valor de la probabilitat.

Passeu el vostre treball a net en un document de text, pàgina web o presentació, amb les vostres taules, gràfics i conclusions. També podeu posar-hi fotos dels daus i ruletes emprats. En acabat podeu imprimir i entregar el treball en paper al vostre professor o bé enviar-li el document digital usant una tasca del Moodle del vostre curs, si en disposeu.

B2) Traiem conclusions!

Escriuiu aquí un breu resum del que heu experimentat i els resultats obtinguts.

Recordeu que cal recollir i desar els materials que heu emprat.

C) La suma de dos daus

Juguen l'Anna i en Bernat

Juguen l'Anna i en Bernat. Posen 9 fitxes al mig i tiren els dos daus. Sumen les puntuacions obtingudes entre les dues cares. **Si la suma és 2, 3, 4, 5, 10, 11 o 12!**, l'Anna pren una fitxa de la pila. **Si la suma és 6, 7, 8 o 9**, en Bernat pren una fitxa de la pila. Guanya el primer jugador que reuneixi cinc fitxes.

Suma de daus	8	6	7	10	5	7	5	7
Guanya punts	B	B	B	A	A			
Punts A	0	0	0	1				
Punts B	1	2	3					
Guanya la partida								

Taula 4. Resultats de la partida de l'Anna i en Bernat

Completeu la taula 4. Creieu que el joc és equitatiu? Raoneu la vostra resposta.

C1) Juguem a sumar daus!

Necessiteu 2 daus, nou fitxes, dues còpies impreses del full 1 (full1.pdf) per enregistrar els resultats de les partides i una còpia impresa del full 3 (full3.pdf) per fer els recomptes. Per posar en comú els resultats de tota la classe podeu utilitzar el document `experiment_c5.xls` i el canó de vídeo (recordeu que al final cal lliurar tots els fulls al professor/a).

C1-a) Feu deu partides. Un de vosaltres és l'Anna (A) i l'altra és en Bernat (B). Enregistreu els resultats de cada partida en dues còpies impreses del full 1 (full1.pdf), que haureu de lliurar al final de la classe.

C1-b) Quantes vegades ha guanyat cada un?

A		B	
---	--	---	--

C1-c) Feu el recompte de les sumes obtingudes en les deu partides i el diagrama de barres, en un full 3 (full3.pdf) imprès, que haureu de lliurar al final de la classe.

C1-d) Quins resultats han obtingut les altres parelles? Són semblants als vostres?

C2) Traiem conclusions!

Si disposeu d'ordinador i canó de vídeo a l'aula, utilitzeu el full de càlcul experiment_c5.xls, preparat per introduir els resultats de cada parella i obtenir les freqüències absolutes totals de cada suma, les freqüències relatives i fer el diagrama de barres amb els resultats de tota la classe. Aquest diagrama és millor fer-lo de les freqüències relatives, ja que les absolutes prenen valors molt grans i no resulten pràctiques.

C2-a) Ajuntem els resultats de tota la classe. Què observem? Quina és la suma més freqüent? I la menys freqüent?

C2-b) Penseu que el joc és equitatiu? Raoneu la resposta.

C2-c) Inventeu un joc equitatiu en què intervingui la suma de les puntuacions dels dos daus.

Recordeu que cal recollir i desar els materials que heu emprat.

D) El producte de dos daus (opcional)

Necessitareu dos daus, nou fitxes, un full 1 (full1.pdf) imprès i un full de càlcul.

Aquest joc és una variació de l'anterior. Podeu seguir el guió del joc C, canviant la paraula *suma* per *multiplicació*. També podeu adaptar el full de càlcul `experiment_c5.xls` a la nova situació.

Tireu dos daus i multipliqueu els punts obtinguts a cada dau. Si el resultat de la multiplicació és menor que 13, A pren una fitxa de pila. Si el resultat de la multiplicació és més gran que 13, B pren una fitxa de la pila.

El primer jugador o jugadora que aconsegeixi cinc fitxes guanya la partida.

D1) Juguem a multiplicar daus!

Feu deu partides per decidir al final si el joc és o no equitatiu. Enregistreu els resultats de cada partida en dues còpies del full1 (full1.pdf) impreses, que haureu de lliurar al final de la classe.

Feu taules de freqüències i diagrames de barres i interpreteu els resultats raonant, per escrit, qui té més probabilitat de guanyar la partida.

D2) Traiem conclusions!

Passeu el vostre treball a net en un document de text, pàgina web o presentació, amb les vostres taules, gràfics i conclusions. En acabat podeu imprimir i entregar el treball en paper al vostre professor o bé enviar-li els documents digitals usant una tasca del Moodle del vostre curs, si en disposeu.

Escriviu aquí un breu resum del treball. És equitatiu aquest joc? Perquè? Qui té més probabilitats de guanyar la partida? Perquè?

Recordeu que cal recollir i desar els materials que heu emprat.