

## TREURE UN CINC

Nom: \_\_\_\_\_ Curs: \_\_\_\_\_ Grup: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

### Materials:

- 10 daus cúbics per cada grup de 4 alumnes.
- Cartolina per construir daus trucats
- Fulls d'enregistrament de resultats (documents PDF adjunts per portar a l'aula impresos)
- Un ordinador amb canó de vídeo per posar en comú els resultats amb un full de càlcul programat (documents XLS adjunts)
- Connexió a Internet per veure una aplicació que simula moltes tirades de dau.

### Introducció:



L'Anna, en Quico i l'Elisabet juguen a Parxís. En Quico i l'Elisabet ja han començat però l'Anna encara no. Diu que costa molt treure un cinc. En comptes d'això l'Anna voldria treure un dos per començar. L'Elisabet pensa que això seria fer trampes perquè ella ha hagut de treure un cinc, i pensa que també l'ha de treure l'Anna. És important amb quin resultat comenci el joc? Podria ser que l'Anna jugui amb un dau trucat?

### Objectiu:

Fer moltes repeticions d'un experiment aleatori, recollir dades, fer taules de freqüències, diagrames de barres, calcular mitjanes, medianes i modes. Fer prediccions i elaborar conclusions justificades, basades en les observacions. Entendre el concepte de probabilitat.

### Desenvolupament:

Treballarem en grups de quatre alumnes subdividits en parelles i farem quatre activitats: A) "El començament del joc de parxís", B) "La probabilitat de sortir un cinc" i C) "Daus trucats", D) "És molt esbiaixat el dau?".

## A) El començament del Joc de parxís

Tots sabeu que per començar a jugar a parxís cal treure un cinc.

*Penseu que és equitatiu començar d'aquesta manera?*

*O seria millor començar tots a alhora?*

*De quines altres maneres podríeu començar?*

Escriviu dues d'aquestes altres maneres

## L'Anna proposa una altra manera de començar

L'Anna, en Quico i l'Elisabet juguen a Parxís. En Quico i l'Elisabet ja han començat però l'Anna encara no. Diu que costa molt treure un cinc. En comptes d'això l'Anna voldria treure un dos per començar. L'Elisabet pensa que això seria fer trampes perquè ella ha hagut de treure un cinc, i pensa que també l'ha de treure l'Anna.

### a1) És més fàcil per l'Anna treure un dos que no pas un cinc? Experimentem-ho!

En quico no n'està segur. Suggereix dues proves. Primer observaran quantes vegades han de tirar un dau per treure un cinc. Després quantes vegades caldrà fer-ho per treure un dos. L'Anna tira el dau fins que aconsegueix un cinc. L'Elisabet compta en quantes tirades ho ha aconseguit i escriu aquest nombre. Ho va repetint fins aconseguir 25 cincs. I recullen els resultats en una taula:

Taula 1 Nombre de tirades per aconseguir un cinc  
Resultats obtinguts per l'Anna en 25 proves

	Números que surten	Nombre de tirades per aconseguir un cinc
<b>Intents</b>	<b>Números que surten</b>	
1ª prova	1,3,2,4,6,1,5	7
2ª prova	2,2,4,1,5	5
3ª prova	5	1
4ª prova	3,5	2
5ª prova	1,1,4,6,5	5
6ª prova	4,5	2
7ª prova	1,4,6,3,3,3,2,4,3,6,2,5	12
8ª prova	4,4,1,3,2,5	6
9ª prova	3,4,5	3
10ª prova	6,5	2
11ª prova	3,1,6,5	4
12ª prova	2,1,4,6,3,3,5	7
13ª prova	5	1
14ª prova	2,4,2,5	4
15ª prova	6,4,3,1,2,3,4,6,1,2,5	11
16ª prova	3,2,5	3
17ª prova	2,3,2,4,6,1,4,5	8
18ª prova	5	1
19ª prova	6,3,5	3
20ª prova	4,5	2
21ª prova	3,2,4,1,6,6,2,1,2,3,3,6,2,1,5	15
22ª prova	4,2,1,3,6,3,4,2,2,5	10
23ª prova	6,1,2,1,3,3,1,5	8
24ª prova	1,5	2
25ª prova	5	1
	Suma	125
	Mitjana de tirades per treure un cinc	5

Ara utilitzareu una taula en blanc com la *Taula 1*, que us repartirà impresa el vostre professor./a (full1.pdf). Treballareu per parelles. Una parella ha de portar el recompte del nombre de tirades fins obtenir un cinc i l'altra ha de portar el recompte fins obtenir un dos. Una persona de cada parella s'encarrega d'anar tirant el dau i l'altra d'anar apuntant el resultat. Quan acabeu les 25 proves, us intercanviareu el full de resultats.

## Recomptes i Qüestionari

Observeu la taula de la vostra parella:

**a1.1)** Feu el recompte de vegades que heu necessitat tirar una vegada, dues, vegades,.. etc. Per treure un cinc/dos. Escriviu els resultats en la *Taula 2* (full2.pdf).

L'Elisabet i l'Anna ja ho han fet i els hi ha sortit el següent:

*Taula 2* Recompte de resultats per parelles

Nombre de tirades per obtenir un 5 (ni)	recompte de resultats	freqüència absoluta	freqüència relativa (fi)	ni·fi
1		4	0,16	0,16
2		5	0,2	0,4
3		3	0,12	0,36
4		2	0,08	0,32
5		2	0,08	0,4
6		1	0,04	0,24
7		2	0,08	0,56
8		2	0,08	0,64
9		0	0	0
10		1	0,04	0,4
11		1	0,04	0,44
12		1	0,04	0,48
13		0	0	0
14		0	0	0
15		1	0,04	0,6
16		0	0	0
17		0	0	0
18			0	0
19			0	0
20			0	0

**a1.2)** Quin és el nombre més petit de tirades que heu necessitat per aconseguir un dos?, i per aconseguir un cinc?

**a1.3)** Quin és el nombre més gran de tirades que heu necessitat per aconseguir un dos?, i per aconseguir un cinc?

**a1.4)** Quin és el nombre mínim de tirades amb què és possible aconseguir un dos? I aconseguir un cinc?

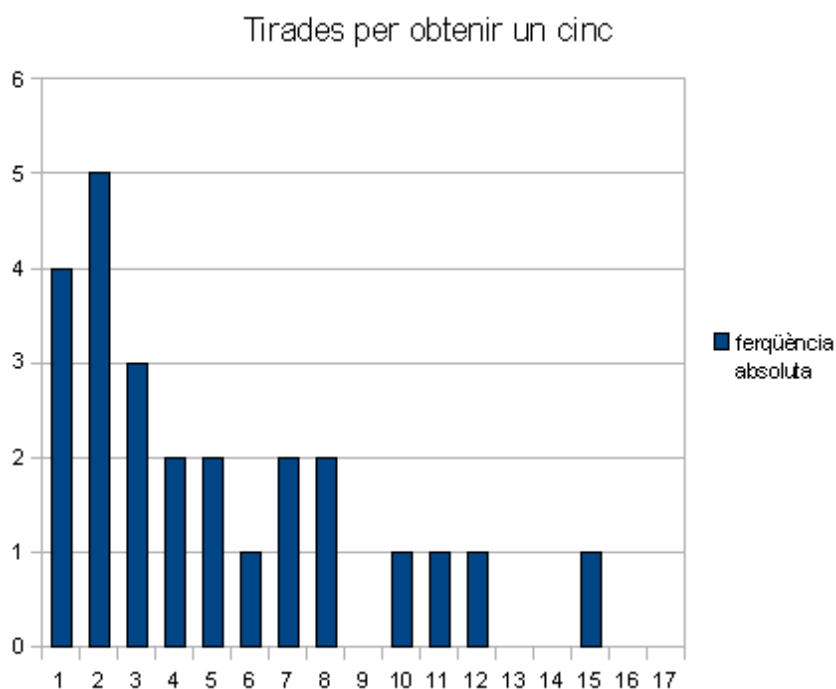
**a1.5)** Creieu que és més probable treure un cinc després d'haver tret un dos o després d'haver tret un quatre?

**a1.6)** L'Elisabet ha tret un cinc a la primera tirada i l'Anna a la cinquena. A qui li costarà més treure un cinc la propera vegada?

**a1.7)** Existeix un nombre màxim de tirades per obtenir un cinc? I per obtenir un dos?

## a2) Fem un diagrama de barres i observem el MODE

És fa difícil interpretar els números de les taules. Un diagrama pot ajudar-nos. L'Anna ha dibuixat un diagrama de barres dels recomptes de la *taula 2*, és un diagrama de barres de la freqüència absoluta. El podeu veure en la figura següent:



En el diagrama s'observa fàcilment que el cinc s'ha obtingut 5 vegades a la segona tirada. Més vegades que cap altre nombre de tirades. La barra de sobre el dos és la barra més alta. Això vol dir que **2 tirades és el nombre més freqüent de tirades que necessitem per treure un cinc**.

**Quan un resultat és el més freqüent d'entre d'altres s'anomena MODE.** Per l'Anna, l'Elisabet i en Quico, el mode per treure un cinc ha estat de dues tirades.

### a2.1) Feu un diagrama de barres amb els vostres resultats

Si teniu ordinador a classe, entreu els vostres resultats a l'ordinador, en un full de càlcul (*experiment\_A.xls*) i feu el diagrama de barres de la freqüència absoluta de la vostra *taula 2*.

Compareu el vostre diagrama de barres amb el diagrama de la parella que treballa amb vosaltres.

Deseu el full de càlcul com *experiment\_A\_noms\_grup.xls* per enviar-lo al vostre professor/a.

Si no teniu ordinador podeu dibuixar el diagrama de barres manualment, a la vostra llibreta.

**a2.3)** Segons les dades que heu obtingut, quin és el mode del nombre de tirades per obtenir un 5?

**a2.3)** Segons les dades que heu obtingut, quin és el mode del nombre de tirades per obtenir un 2?



### **a5) Apleguem els resultats de tota la classe**

Aquesta activitat la podem fer amb un l'ordinador i canó de vídeo, entrant els resultats per parelles en un full de càlcul preparat (un còpia del document `experiment_A.xls`). Les parelles poden anar passant a l'ordinador i entrant les dades una persona mentre l'altre els hi dicta.

Si disposeu d'un ordinador per persona a classe, és possible fer l'activitat tots a l'hora. Heu de demanar al professor o professora que pengi una còpia del document `experiment_A.xls` a GoogleDocs i us enviï l'adreça al vostre email, o bé que hi posi un enllaç en el Moodle de l'assignatura. En aquest cas, si no acabeu d'entrar les dades a classe ho podreu acabar també des de casa.

Un cop tenim les dades entrades en el full de càlcul, observarem el diagrama de barres de les freqüències de tota la classe (que surt automàticament perquè està programat), i respondrem les preguntes següents:

**a5.1)** Quin és el MODE de tota la classe, pel nombre 5? I pel nombre 2?

**a5.2)** Quina és la MEDIANA de tota la classe, pel nombre 5? I pel nombre 2?

**a5.3)** Quina és la MITJANA de tota la classe, pel nombre 5? I pel nombre 2?

**a5.4)** Expliqueu com es calcula la mitjana?

**a5.5)** Ara teniu més arguments per respondre la pregunta a4.4

*Hi ha alguna diferència entre començar el joc del parxís amb cinc o amb un dos?*

Encara penseu el mateix?

## B) La probabilitat de sortir un cinc

Amb quina freqüència creieu que sortirà un cinc?

- *Una vegada de cada dues tirades?*
- *Una vegada de cada quatre tirades?*
- *Una vegada de cada sis tirades?*
- *Una vegada de cada vuit tirades?*
- *Alguna altra resposta?*

Doneu una explicació a la vostra resposta.

### A veure qui ho ha encertat? Experimentem!

Per poder saber amb quina freqüència surt el cinc tirarem el dau moltes vegades, o millor encara tirarem molts daus de cop, i enregistrarem el nombre de cincs obtinguts.

Treballarem per parelles amb 10 daus cada parella. A cada assaig llançarem els 10 daus a la vegada i comptarem quants cincs han sortit. Apuntarem les dades en una taula que ens passarà el professor o professora (full3.pdf).

Farem un diagrama lineal amb l'evolució de la freqüència relativa segons el nombre de tirades fetes.

Si disposem d'ordinador, podem entrar les dades directament al full de càlcul (experiment\_B.xls) i comprovar com va variant el diagrama lineal de la freqüència relativa. Deseu el full de càlcul com experiment\_B\_noms\_grup.xls i envieu-lo al vostre professor/a.

Quan traiem un cinc direm que hem tingut "èxit". Què podem observar?

**b1)** Quants èxits heu tingut després de 100 tirades? Quina fracció representa?

**b2)** Observeu el diagrama de línies. Us sembla que la línia s'estabilitza?

**b3)** Cap a quin valor s'estabilitza?

**b4)** És el que esperàveu? Doneu una explicació

**b5)** Totes les cares del dau apareixen amb la mateixa freqüència?

Per respondre aquesta pregunta, si teniu connexió a Internet podeu experimentar amb aquesta aplicació:

<http://www.xtec.cat/~jlagares/matematiques/probabilitat/daus/Daus.html>

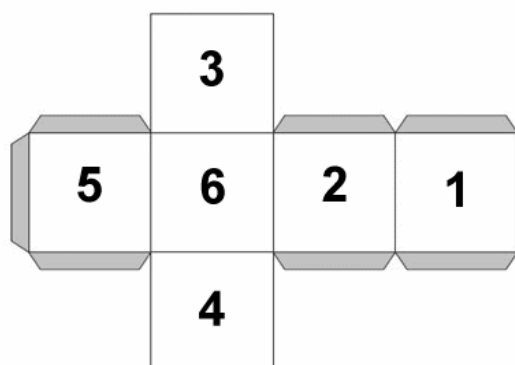
## C) Daus trucats

Els daus que utilitzem normalment s'accepten com EQUITATIUS. És a dir, cada número té la mateixa probabilitat de sortir a cada tirada. Si un dau és equitatiu direm que **NO ÉS ESIBIAIXAT** o que **és un dau perfecte**. Però alguns daus són desequilibrats. Així per exemple el sis pot sortir més vegades del que és normal, i en aquest cas direm que **el dau està esbiaixat** o trucat a favor del sis.

### c1) Construïm un dau trucat

Cada parella farà el seu dau esbiaixat.

Necessitarem cartolina (9cmx7cm) i una mica de cola. En el tros de cartolina dibuixarem el desplegament pla del dau, amb quadrats de 2 cm de costat:



- Numereu els quadrats com en el diagrama.
  - A sota del quadrat 2, o bé del quadrat 5, enganxeu-hi més cartolina.
  - No digueu a la parella que treballa amb vosaltres on heu afegit la cartolina
  - Preneu nota del número que heu triat.
- Si heu enganxat més cartolina en el 2 el vostre dau serà esbiaixat a favor del 5
  - Si heu enganxat més cartolina en el 5 el vostre dau serà esbiaixat a favor del 2.
  - Retalleu la figura que heu dibuixat i plegueu els quadrats per fer un cub.
  - Enganxeu les pestanyes amb cola o poseu-hi cel·lo perquè quedi un cub ben format.

*Perquè és esbiaixat a favor del 5 o del 2?*

- Observeu que el cinc i el dos són cares oposades del dau.
- Un dau esbiaixat a favor del cinc és esbiaixat contra el dos.
- Un dau esbiaixat a favor del dos és esbiaixat contra el cinc.

### c2) Els daus trucats ens ajudaran a guanyar? Fem prediccions!

Imagineu que repetiu l'experiència de treure un cinc (experiència A) amb un dau esbiaixat a favor del cinc.

**c2.1)** Serà més fàcil treure un cinc ara o abans, amb el dau perfecte?

**c2.2)** Necessitareu més tirades o menys fins a treure un cinc?

**c2.3)** Com canviarà l'aspecte del diagrama de barres de l'aparat a2?

**c2.4)** Espereu que la mediana del dau esbiaixat sigui més alta, més baixa, o igual?



### **c3) Experimentem amb el dau esbiaixat!**

Necessiteu un full1.pdf i un full2.pdf (impresos), o bé una nova còpia del document experiment\_A.xls.

Tingueu en compte que ara not té sentit barrejar els resultats de tota la classe, perquè els daus són tots diferents.

Intercanvieu el dau esbiaixat amb l'altre parella del vostre grup de 4. El dau serà esbiaixat a favor del 2 o del 5. Pot ser costa de moure'l. Tireu-lo enlaire com si fos una moneda.

**c3.1)** Tireu el dau esbiaixat repetidament fins obtenir 25 cincs i aneu enregistrant els resultats en una *Taula 1* ( full1.pdf imprès).

**c3.2)** Feu el recompte de freqüències en una *Taula 2* (full2.pdf imprès) o en un document experiment\_A.xls.

**c3.3)** Feu el diagrama de barres corresponent (dibuixat en paper o amb el full de càlcul).

**c3.4)** Calculeu la mitjana, la mediana i el mode del nombre de tirades necessaries per obtenir un cinc.

Si heu fet servir el full de càlcul, deseueu-lo com experiement\_C\_noms\_grup.xls i enviar-lo al vostre professor/a.

### **c4) Hi veieu alguna diferència?**

Compareu el diagrama de barres que heu obtingut ara, amb el que va dibuixar l'Anna a l'apartat a2 (obtenir un cinc amb un dau normal).

**c4.1)** La forma del diagrama de barres és diferent? Perquè és diferent?

**c4.2)** El mode ha canviat? És més alt, més baix o és igual?

**c4.3)** Ha canviat la mediana? És més alta, més baixa o és igual?

**c4.4)** El dau que heu utilitzat és esbiaixat a favor o en contra del cinc? Doneu una explicació. Pregunteu als vostres companys si és o no correcta la vostra conclusió.

**c4.5)** Podríeu jugar a parxís amb un dau esbiaixat a favor del cinc? Quines diferències hi hauria?

## D) És molt esbiaixat aquest dau? Tornem experimentar!

**d1)** A l'apartat c3 ja heu tirat molts cops el dau esbiaixat, així que aprofiteu els resultats enregistrats a la *Taula 1* d'aquell apartat. Escriviu aquells resultats, a mà, en una nova taula (full4.pdf, imprès) i acabeu-la d'omplir tirant el dau trucat les vegades que faci falta.

**d2)** Feu el recompte de vegades que ha sortir cada cara, i ompliu el full 5 (full5.pdf, imprès).

**d3)** Feu el diagrama de barres de les freqüències relatives de cada resultat. Ho podeu fer a mà, en el mateix full 5 o amb ordinador utilitzant el document `experiment_D.xls`

**d4)** Estimeu la probabilitat de treure un cinc amb el dau trucat

**d5)** Aquesta probabilitat és menor, major o igual que la de treure un cinc amb un dau perfecte? Com està esbiaixat aquest dau? A favor o en contra del 5? Molt o poc esbiaixat? Expliqueu-ho.

**d6)** Quines seran les probabilitats dels altres resultats amb aquest dau trucat? Quan sumen les sis probabilitats?

Resultat	1	2	3	4	5	6	Suma
Probabilitat							

Podeu desar el document com `experiment_D_noms_grup.xls` i enviar-lo al vostre professor/a.

### Conclusió:

Què és el que us ha sorprès més d'aquesta pràctica? Expliqueu-ho breument.

**Recordeu que cal recollir i desar els materials que heu emprat.**

Guardeu els daus trucats!

Poden servir perquè un altre grup d'alumnes repeteixi la mateixa experiència!