

INFORMACIÓ PRÈVIA

- *Els problemes d'aquest estiu 2010 són, per una banda, una col·lecció d'exercicis i problemes molt semblants als que heu fet al llarg del curs, i que heu de fer tothom, i per altra banda, una col·lecció de problemes de lògica, per pensar, i explicar la resposta i el raonament que heu fet. D'aquesta segona col·lecció n'heu de fer al menys les dues terceres parts*
- *Heu de lliurar el dossier corresponent al setembre, el primer dia de classe.*
- *La nota d'aquest dossier d'estiu COMPTARÀ FINS UN 50 % EN LA NOTA DE LA PREAVALUACIÓ del 1r trimestre. A més, qui passi a 4t amb les matemàtiques de 3r suspeses haurà de fer un examen de recuperació a començaments del proper curs, i aquest examen es farà amb problemes i exercicis del dossier d'estiu (primera part).*

INSTRUCCIONS GENERALS PER FER EL DOSSIER

- No cal que copieu tots els enunciats, però al menys heu d'indicar el número i apartat de cada problema.
- Recordeu que s'ha de veure d'on surt el que feu o dieu. No es consideraran correctes les respostes que no compleixen aquesta condició. Com a explicació es pot fer una frase, un dibuix, un esquema, i de vegades és suficient un títol explicatiu adequat.
- Separeu els càlculs de la resposta i doneu aquesta en forma de frase.
- Quan us sigui possible, comproveu que els resultats que heu obtingut compleixen les condicions de l'enunciat del problema.
- **SUPPORT "ONLINE"**

En el llibre de text que hem fet servir aquest any podeu trobar ajut per fer tots els problemes. Però si l'heu lliurat o tornat a l'Institut, podeu consultar-lo en el web de l'IES Bellvitge. Entreu, aneu a **Departaments, Matemàtiques, Recursos** (a dalt de tot), i allà trobareu el llibre **Matemàtiques. Piramide 3r ESO**. També podeu trobar una mica d'ajut en la web: <http://www.aulamatematica.com/> No tot ho trobareu en la finestra de 3r de ESO, us caldrà remenar per les diferents finestres i pels diferents cursos.

EXERCICIS I PROBLEMES DE REPÀS

1. Calcula (si ho veus necessari converteix els decimals en fraccions) :

a) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{3}{5}\right)$ b) $\frac{1}{2} - \left(\frac{-1}{3}\right) \div \left(-2 + \frac{4}{3}\right)$ c) $\left(\frac{7}{3} - 7\right) \div \left(\frac{1}{3} - 1\right)$

d) $\frac{2}{3} + 0,5 - \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) + 0,3$ e) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5} + 2\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + 1\right)$

f) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^3$ g) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-2)^3 + \left(-\frac{4}{3}\right)^{-1}$ h) $\frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{6} \times \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)$

2. Fes els càlculs següents i dona el resultat en forma de fracció:

a) $\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}\right)^{-2}$ b) $\left[-\frac{3}{7} \div \left(-\frac{6}{5}\right)\right]^3$ c) $\left(-\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} \div \frac{10}{9}\right)^2$

3. Les pàgines d'un llibre fan 2 dm d'amplada i 26 cm de llargada. Si el llibre té 145 pàgines, podríem decorar una paret de 3 m de llargada per 2,5 m d'alçada amb les pàgines del llibre? Quants metres quadrats de paper sobriarien o faltarien?

4. En un dipòsit ple d'aigua hi havia 3000 litres. Un dia es va gastar una sisena part de l'aigua, i un altre dia es van gastar 1250 litres. Quants litres d'aigua hi queden? Quina fracció del dipòsit representen?

5. Si un euro costa 1,185 dòlars, quants euros són 6,23 \$? I quants dòlars són 12,65 €?

6. D'una capsa d'ous, se n'han trencat 12, que són els $\frac{2}{3}$ dels que hi havia. Quants ous havia a la capsa en total?

7. D'un llibre de 260 pàgines, en vaig llegir ahir les tres quartes parts, i avui he llegit una cinquena part de la resta. Quantes pàgines em queden per llegir?

8. Hem pagat 90 € per una entrada per a un partit de futbol a la revenda. Si el revenedor n'ha guanyat el 150 % sobre el preu original, quant costava l'entrada a la taquilla?

9. El preu d'un article sense IVA és 725 €. Si n'hem pagat 841 €, quin percentatge d'IVA m'han pagat?

10. Digueu, amb un petit raonament, si són certes o no les següents afirmacions:

a) Un nombre racional i el seu invers tenen diferent signe.

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} = -\left(\frac{3}{2}\right)^4$

c) L'invers del nombre racional $\frac{6}{7}$ és $\left(\frac{6}{7}\right)^{-1}$

d) L'oposat de $-\frac{9}{25}$ és $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}$

e) $-0,\widehat{3} = -\frac{3}{10}$

f) $0,\widehat{6} + 0,\widehat{7} = 1,\widehat{4}$

g) Si $\frac{2}{3} + q = -\frac{3}{4}$, aleshores $q = -\frac{1}{12}$

h) $\left(-\frac{4}{5}\right)^{-3} = -\frac{125}{64}$

i) $\left(\frac{1}{2}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{3}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{4}-1\right) \cdot \left(\frac{1}{5}-1\right) = \frac{1}{5}$

11. Resol les equacions següents:

a) $1 - (3x - 2) - 2 \cdot (x - 1) = 5 \cdot (1 - 2x)$

b) $x + 5 \cdot (x + 3) = 3 \cdot (2x + 4)$

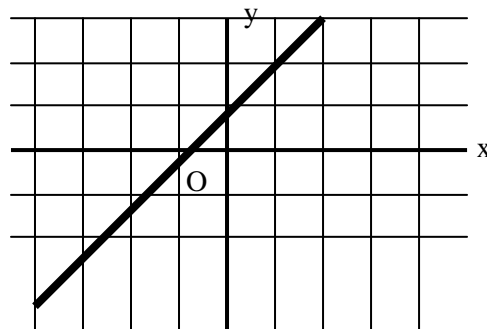
c) $\frac{2x + 4}{5} = \frac{x - 1}{3}$

d) $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} - \frac{5x}{6} - 5 = 0$

12. Indica quins dels parells de valors següents són solució de l'equació $7x - 3y = 4$:

a) $x = 4, y = 8$; b) $x = 1, y = 1$; c) $x = 2/7, y = -2/3$

13. En representar gràficament les solucions d'una equació de primer grau amb dues incògnites, hem obtingut aquesta recta. Indica quatre solucions aproximades d'aquesta equació:



14. Esbrina, sense dibuixar-la, si la recta que resulta de representar gràficament la funció $y = 2x - 6$ si passa per algun dels punts següents: $P_1 (3, -2)$, $P_2 (-1, -8)$, $P_3 (0, -6)$, $P_4 (4, 0)$, $P_5 (0, -11/3)$

15. Resol pel mètode més adequat els sistemes següents:

a) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x - y = 35 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -3x + 6y = -9 \\ x + 7y = -3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 3y = 10 \\ 3x + 4y = 4 \end{cases}$

16. En un test de 30 preguntes en total la puntuació es fa de la següent manera: s'afegeixin 0,75 punts per cada resposta correcta i es resten 0,25 punts per cada error. Si una persona treu un 10,5 de nota, quants encerts i quants errors ha tingut?

17. Per pagar un article que costava 3 €, he utilitzat nou monedes, unes de 20 cèntims i altres de 50 cèntims. Quantes monedes de cada classe he utilitzat?

18. En temporada de rebaixes, en Jordi compra un microones i li van fer un descompte del 12%. Si va pagar 237,60 €, quin era el preu de venda del microones abans de les rebaixes?

19. L'ordinador d'un cotxe ens pot dir quants quilòmetres podem recórrer amb el combustible que hi ha al dipòsit. També ens diu que amb el dipòsit ple (60 litres) poden fer 820 km. Doncs bé, quants litres hi haurà al dipòsit en el moment que l'ordinador indica que hi ha combustible per fer 545 km? I si ens diguéssim que queden 25 L, quants quilòmetres faríem?

20. Divideix el nombre 15400 en tres parts inversament proporcionals als nombres 5, 10 i 25.

21. Un pare té actualment 5 vegades l'edat del seu fill. D'aquí a tres anys, la seva edat només serà quatre vegades superior, Quina edat té ara cadascú?

22. Digueu, amb un petit raonament, si són certes o no les següents afirmacions:

- a) En la funció matemàtica que relaciona el nombre d'articles comprats d'un mateix producte i l'import que cal pagar per la compra, el nombre d'articles és la variable dependent.
- b) La variable dependent de la funció que relaciona cada nombre amb el seu doble és el producte de cada nombre per 2.
- c) Els valors de la variable dependent d'una funció es representen en l'eix de les abscisses en un sistema de coordenades cartesianes.
- d) La representació gràfica d'una funció lineal és una recta que passa per l'origen de coordenades.
- e) La imatge de $\frac{4}{5}$ per la funció $f(x) = 5x$ és 4.
- f) L'antiimatge de 9 per la funció $f(x) = 3x$ és 27.
- g) L'antiimatge de 15 per la funció $f(x) = 5x$ és 3.
- h) La representació gràfica de la funció $f(x) = 4x - 7$ és una recta que passa pel punt (0,4).
- i) Una funció d'equació $f(x) = -\frac{2}{x}$ és lineal.
- j) La imatge de 20 per la funció $f(x) = 5$ és 5.
- k) La funció $f(x) = -x + 6$ és creixent.
- l) La imatge de 10 per la funció $f(x) = x - 3$ és 7.
- m) L'antiimatge de 6 per la funció $f(x) = 2x - 4$ és 1.
- n) La recta d'equació $y = x + 2$ té pendent 2.
- o) La representació gràfica de la funció $f(x) = 6$ és una recta que passa pel punt P (6,0)
- p) Les coordenades dels punts de tall de la recta $y = 2x - 4$ amb els eixos de coordenades P (0, 2) i Q (-4, 0)
- q) El pendent d'una recta que és paral·lela a una altra d'equació $y = -7x + 2$ és -7.
- r) L'ordenada a l'origen de la recta anterior és -2
23. En una persona adulta, aproximadament el 57 % del seu cos és aigua. Un jugador de futbol, abans d'iniciar un partit, pesa 75 kg. En acabar, pesa 72 kg. Suposem que tot el pes perdut és aigua. Quin percentatge del seu cos serà aigua en acabar el partit?
24. En Dídac triga a fer la neteja de casa 4 h, mentre que la seva germana Maria triga 5 h. Si tots dos es posen a netejar junt i suposant que mantenen les mateixes proporcions, quina fracció de la neteja farien en 1 h? Quant tardarien a fer tota la casa?

PROBLEMES PER PENSAR, DE LÒGICA

1. Quatre vigilants d'un museu, un dels quals va robar un quadre, han dit el següent quan la policia els ha interrogat:

- Sr. Borrell: "Ha estat el Sr. Antich"
- Sr. Antich: "Ha estat el Sr Comas"
- Sra. Díaz: "Jo no he estat"
- Sr. Comas: "El Sr Antich menteix quan diu que he estat jo"

Si només una d'aquestes quatre declaracions és certa, qui és el lladre?

2. **Friederich Gauss.** Un dia de 1875, en una escola de primària d'Alemanya, un mestre va demanar als alumnes que calcuessin la suma dels 100 primers nombres naturals (sense el zero), és a dir: $1+2+3+4+\dots+100$. Uns segons més tard, un d'aquells nens va donar la resposta exacte: 5050. El nen es deia Friederich Gaus. Va fer el càlcul raonant de la següent manera (S és la suma dels nombres):

S	$=$	1	$+$	2	$+$...	$+$	100
S	$=$	100	$+$...	$+$	2	$+$	1
$2S$	$=$	101	$+$...	$+$	101	$+$	101
$2S$	$=$	101	\times	100				
S	$=$	$\frac{101 \times 100}{2}$		$=$	5050			

Sabries calcular la suma dels 1000 primers nombres fent un raonament semblant? Escriu també un petit informe sobre aquest noi que amb els anys va esdevenir un dels més grans matemàtics de tots els temps.

3. Ja saps que es poden construir triangles equilàters fent servir 3 monedes iguals (és col·loquen dues a sota i una a sobre i cada costat tindria 2 monedes), també amb 6 monedes (és col·loquen 3 a sota, dues a sobre, i una al final, i cada costat tindria 3 monedes), etc. Procedint d'igual manera sempre:
- a) Quantes monedes són necessàries per fer un triangle de 5 monedes per costat? B) I de 12 monedes per costat?
4. Pensa un nombre de 2 xifres. Després escriu-lo i, a continuació, escriu-lo dues vegades més. Obtindràs un nombre de 6 xifres. Divideix el nombre obtingut per 3. Ara divideix el quocient per 7. Torna a dividir el nou quocient per 13. I aquest nou quocient, divideix-lo per 37. Anota bé el resultat

i comença tot el procés amb un nou nombre de 2 xifres. Anota també el resultat. **Per què passa això???**

5. Una modista ha de tallar trossos de roba quadrats. Per comprovar que fa bé la seva feina, doblega cada tros tallat per una de les diagonals i mira si coincideixen les vores. Si coincideixen, considera que el tros és un quadrat exacte. Té raó?
6. De vegades la modista anterior, per comprovar, doblega la peça tallada primer per una de les diagonals, la desdoblega i torna a doblegar-la per l'altra diagonal. Si les vores de la roba coincideixen en tots dos casos, considera que el quadrat està realment bé. Te raó ara?
7. Al poble tothom coneix, perquè així s'ha transmès de generació en generació, el secret el Prat de la Calma. Fa molts i molts anys, tres germans molt rics hi van cavar tres sots i van amagar un tresor en cada un d'ells. Els tres sots o forats determinaven un triangle. En el punt mitjà de cada costat d'aquest triangle hi havia un dels tres únics arbres del prat. Al cap dels anys, és clar, no va quedar ni rastre dels sots, però els arbres encara hi són. Sabries que cal fer per trobar els tresors? Fes un dibuix i explica-ho.
8. A) Calcula la suma dels 100 primers nombres imparells. Adona't del següent:
 $1 + 3 = 2^2$; $1 + 3 + 5 = 3^2$, etc. B) Quina és la fórmula que es pot fer servir per calcular la suma dels n primers nombres imparells?
9. **Tractes perillosos.** Diu una vella llegenda xinesa que hi havia un geni que vivia en un congost molt estret i oferia als viatgers que hi volien passar el tracte següent: "Per passar per aquí has de pagar-me com a peatge la quantitat de quatre vegades quatre monedes. Després, com a prova d'amistat, jo doblaré els diners de la teva bossa". Un camperol ambiciós, assabentat del cas, va reunir tots els seus estalvis i va obstinar-se a creuar quatre vegades el congost. Però en comptes de fer-se ric, es va trobar al final amb la bossa buida. Sabries calcular amb quantes monedes es va presentar la primera vegada davant del geni. Recorda, cal donar-ne una petit explicació!!

BON ESTIU!!!