

Unitat 9. Els cossos en l'espai

Pàgina 176. Reflexiona

Si et fixes en la forma dels objectes del nostre entorn, descobriràs els cossos geomètrics. Els cossos geomètrics sols existeixen en la nostra ment. Són idees que recullen i classifiquen les formes que ens envolten i ens serveixen per descobrir el món real.

- Quines diferències trobes en aquestes dues parts de la il·lustració?

Activitat oberta.

- Anomena les formes dels diferents edificis que apareixen a l'esquerra.

Hi ha diversos políedres: cubs, prismes, piràmides... També cilindres, cons i esferes.

- Quin nom reben els dos cossos que representen el quiosc de premsa?

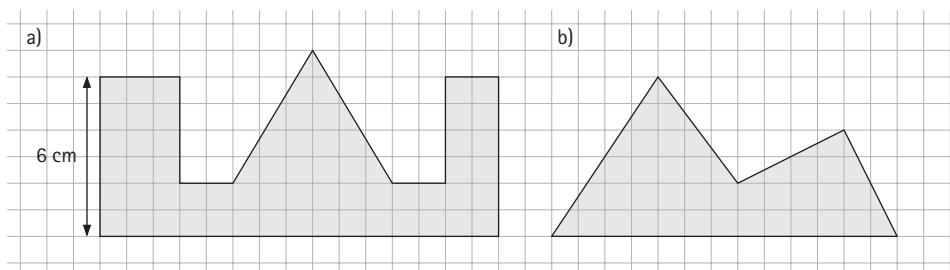
Un cilindre i un con.

- Descriu amb precisió l'església i el camió cisterna.

Activitat oberta.

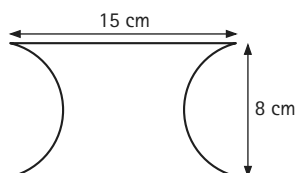
Pàgina 177. Et convé recordar

- Fes el càlcul de la superfície d'aquestes figures:



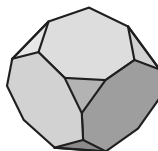
a) 71 cm^2 ; b) 40 cm^2 .

- Fes el càlcul de la superfície i del perímetre:



55,1 cm.

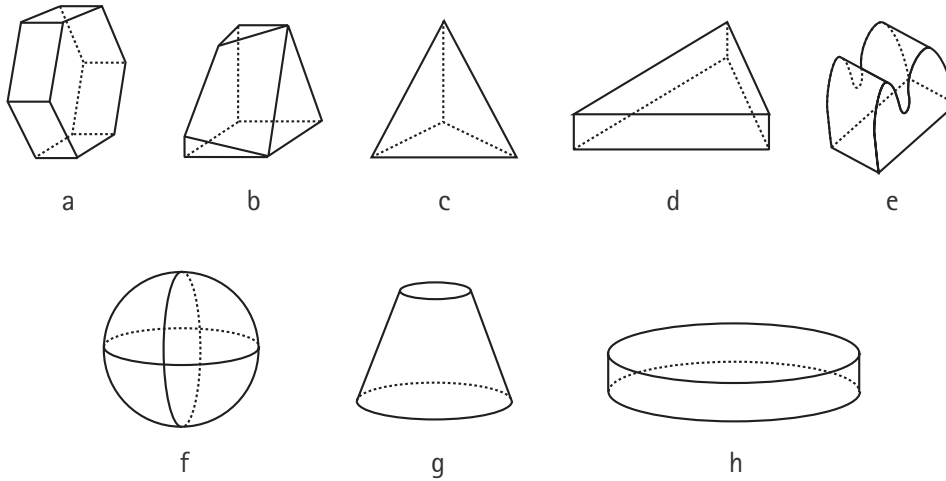
- Quantes cares, quantes arestes i quants vèrtexs té aquest cos?



Té 14 cares, 35 arestes i 23 vèrtexs.

Pàgina 179. Els cossos geomètrics

- 9.1 Observa aquests cossos:



Quins són poliedres? *a, b, c i d.*

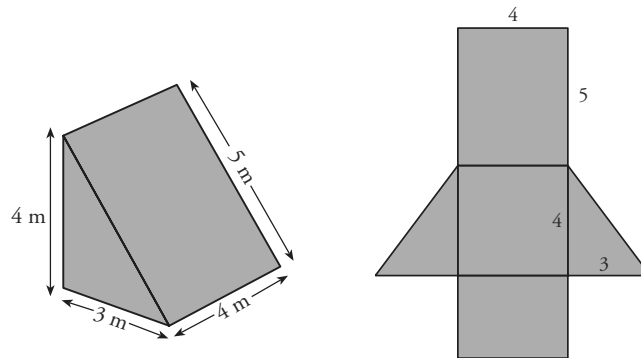
Assenyala un poliedre que no sigui prisma ni piràmide: *b.*

Quins són cossos de revolució? *f i g.*

Assenyala un cos de revolució que no sigui cilindre, ni con, ni esfera: *g.*

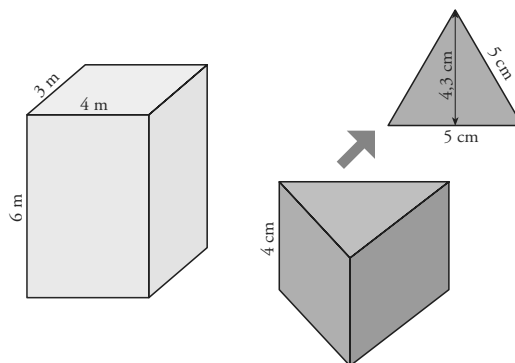
Pàgina 180. Prismes: desenvolupament i superfície

9.2 Fes el càlcul de la superfície d'aquest prisma, però recolza't en el seu desenvolupament per fer-ho.

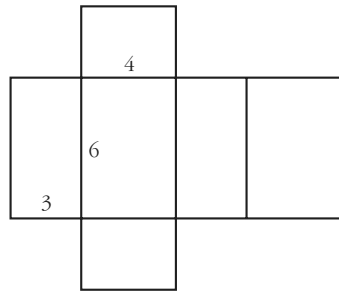


La superfície del prisma és $4 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} = 60 \text{ m}^2$

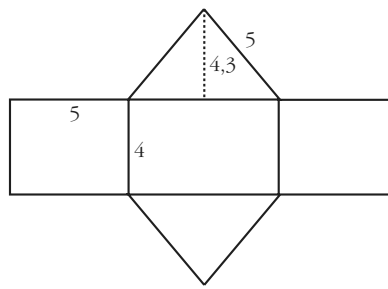
9.3 Dibuixa a mà alçada el desenvolupament de cada prisma i fes el càlcul de la superfície corresponent.



a)



b)

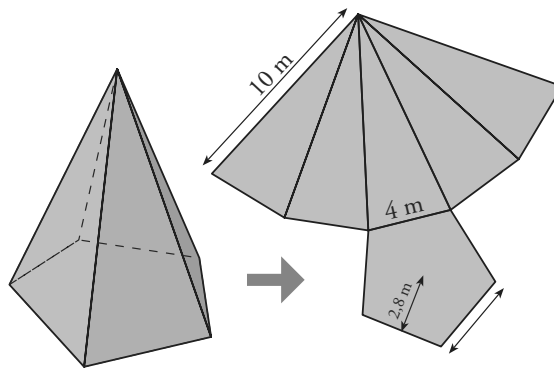


a) $2 \cdot 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 3 = 108 \text{ m}^2$.

b) $3 \cdot 5 \cdot 4 + 2 \cdot \frac{5 \cdot 4,3}{2} = 81,5 \text{ cm}^2$.

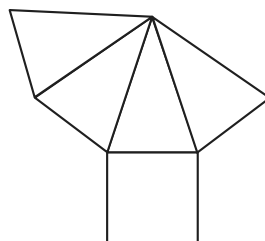
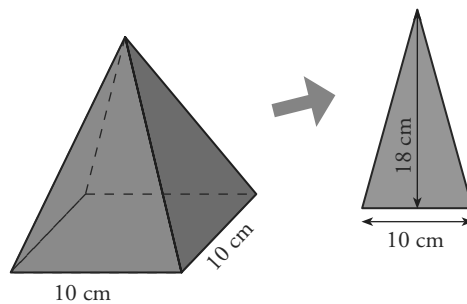
Pàgina 181. Piràmides: desenvolupament i superfície

9.4 Fes el càlcul de la superfície d'aquesta piràmide.



$$\left. \begin{aligned} S_{\text{base}} &= \frac{(5 \cdot 4) \cdot 2,8}{2} = 70 \text{ m}^2 \\ S_{\text{triangle}} &= \frac{4 \cdot \sqrt{96}}{2} = 19,6 \end{aligned} \right\} S_{\text{T}} = 70 + 5 \cdot 19,6 = 168,0 \text{ m}^2$$

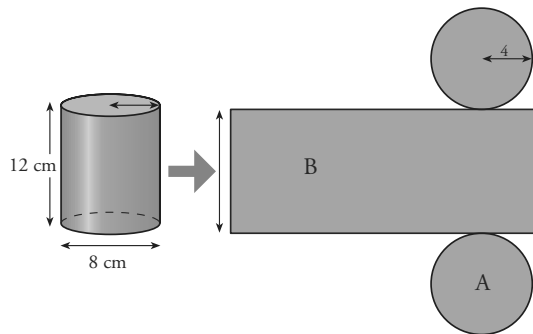
9.5 Dibuixa a mà alçada el desenvolupament de la piràmide i fes-ne el càlcul de la superfície.



$$\left. \begin{aligned} S_{\text{base}} &= 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2 \\ S_{\text{triangle}} &= \frac{18 \cdot 10}{2} = 90 \text{ cm}^2 \end{aligned} \right\} S_{\text{T}} = 100 + 3 \cdot 90 = 460 \text{ cm}^2.$$

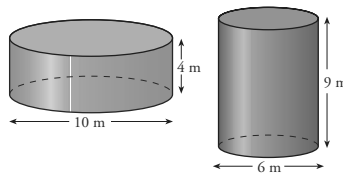
Pàgina 182. Cilindres: desenvolupament i superfície

9.6 Observa la figura i fes el càlcul:



- La longitud de la circumferència de la base: $2 \cdot \pi \cdot 4 = 25,13 \text{ cm}$.
- La superfície del cercle A: $\pi \cdot 4^2 = 50,27 \text{ cm}^2$.
- La superfície del rectangle B: $12 \cdot 25,13 = 301,56 \text{ cm}^2$.
- La superfície del cilindre: $2 \cdot 50,27 + 301,56 = 402,10 \text{ cm}^2$.

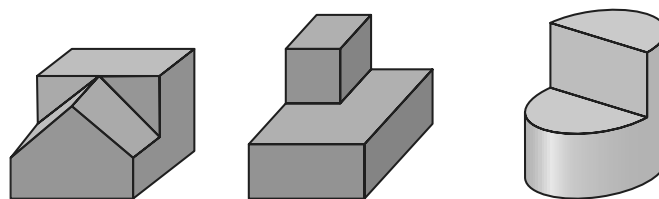
9.7 Fes el càlcul de la superfície d'aquests cilindres:



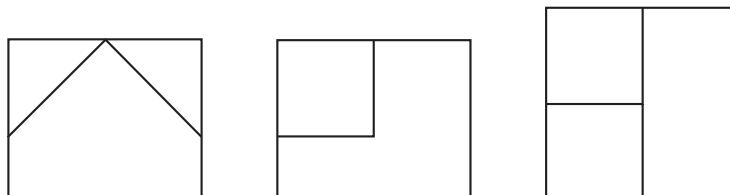
- $2 \cdot (\pi \cdot 5^2) + 4 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 5) = 282,74 \text{ m}^2$.
- $2 (\pi \cdot 3^2) + 9 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 3) = 226,19 \text{ m}^2$.

Pàgina 183. Representació en el plànol

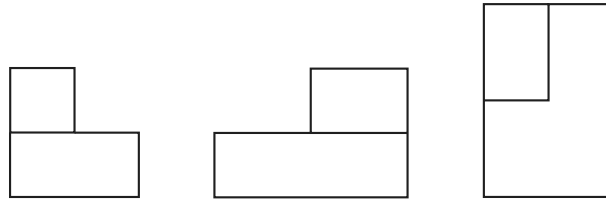
9.8 Dibuixa una vista frontal, una de lateral i una des de dalt de cadascun d'aquests cossos.



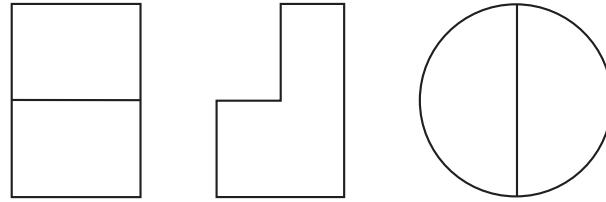
a)



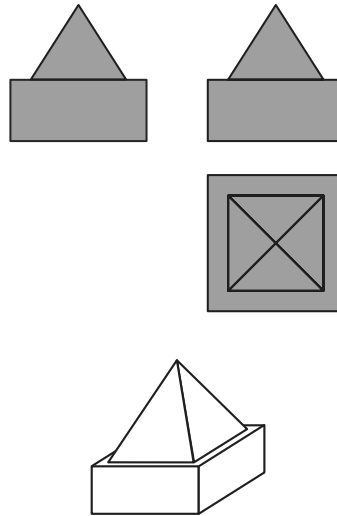
b)



c)

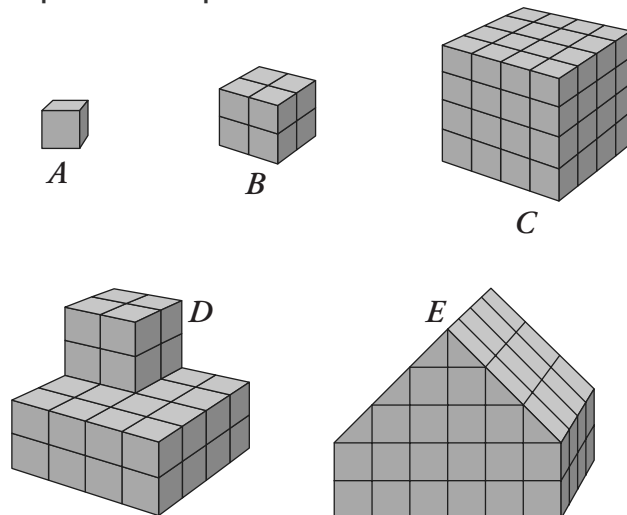


9.9 Dibuixa una perspectiva del cos que té aquestes projeccions planes.
(Ajuda: comença dibuixant un cub.)



Pàgina 184. Mesura del volum

9.10 Calcula el volum d'aquests cossos prenent com a unitat el cub unitari *A*:



Quin seria el volum de les figures *C* i *D*, si prenguéssim com a unitat la figura *B*?

a) $B = 8$ unitats cúbiques

$C = 64$ unitats cúbiques

- D = 40 unitats cúbiques
 E = 63 unitats cúbiques
 b) C = 8 unitats cúbiques
 D = 5 unitats cúbiques

Pàgina 185. Unitats de volum del sistema mètric decimal

9.11 Digues quines unitats utilitzaries per mesurar el volum de:

- L'arena sorra emprada en la construcció d'una casa: m^3 .
- El líquid contingut en un flascó de perfum: cm^3 .
- L'aigua continguda en un pantà: km^3 .

9.12 Expressa en dm^3 :

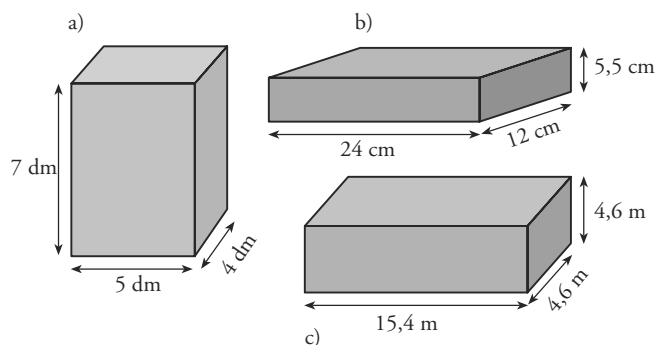
- a) $1\text{ hm}^3 = 1\,000\,000\,000\text{ dm}^3$
- b) $1\text{ dam}^3 = 1\,000\,000\text{ dm}^3$
- c) $1\text{ cm}^3 = 0,001\text{ dm}^3$

9.13 Expressa en dam^3 :

- a) $5\,000\text{ m}^3 = 5\text{ dam}^3$
- b) $8.500.000\text{ dm}^3 = 8,5\text{ dam}^3$
- c) $7\text{ hm}^3 = 7\,000\text{ dam}^3$

Pàgina 186. Volum de prismes i cilindres

9.14 Fes el càlcul del volum d'aquests ortoedres.



- a) 140 dm^3 ; b) $1\,584\text{ cm}^3$; c) $325,86\text{ m}^3$.

9.15 Fes el càlcul del volum d'un ortoedre de 6,4 m de llargada, 3,25 m d'amplada i 1,75 m d'altura.

El volum és de $36,40\text{ m}^3$.

9.16 La base d'un ortoedre fa $82,4\text{ cm}^2$ i l'altura 7,5 cm. Quin és el volum d'aquest ortoedre?

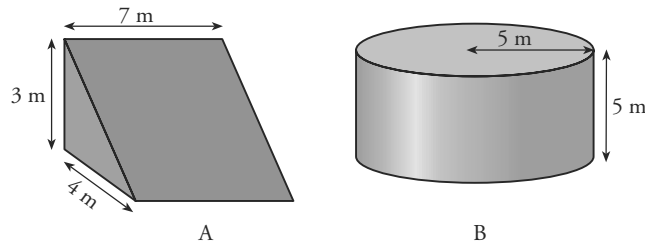
El volum és de 618 cm^3 .

9.17 Quants litres caben en un estany ortoèdric de 10 m de llargada, 4 m d'amplada i una profunditat de 2,5 m?

Caben $100\,000\text{ l}$.

Pàgina 187

9.18 Fes el càlcul del volum d'aquests cossos:



a) $S_{\text{base}} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ m}^2.$

$6 \cdot 7 = 42 \text{ m}^3.$

b) $S_{\text{base}} = \pi \cdot 5^2 = 78,54 \text{ m}^2.$

$78,54 \cdot 5 = 392,7 \text{ m}^3.$

9.19 L'altura d'un prisma fa 11 m i la base és un pentàgon regular de 5 m de costat i 1,45 m d'apotema. Fes el càlcul del volum.

$$S_{\text{base}} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 1,45}{2} = 18,13 \text{ m}^2.$$

$18,13 \cdot 11 = 199,4 \text{ m}^3.$

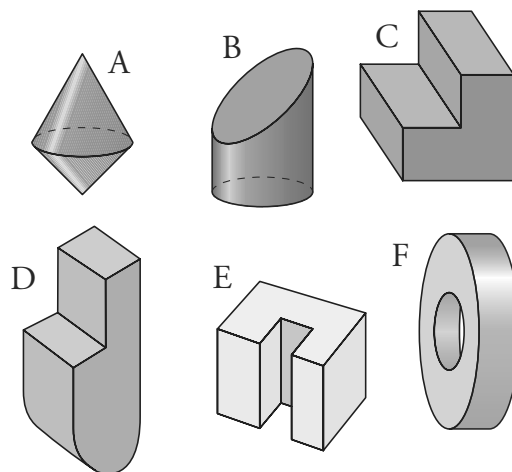
9.20 Fes el càlcul del volum d'un cilindre de 15 m d'altura, la base del qual té un radi d'1,5 m.

$$S_{\text{base}} = \pi(1,5)^2 = 7,07 \text{ m}^2.$$

$7,07 \cdot 15 = 106,0 \text{ m}^3.$

Pàgina 190. Exercicis de la unitat

9.21 ▲▲▲ Assenjala, d'entre els següents cossos geomètrics, quins són poliedres, quins són de revolució i quins no són ni una cosa ni l'altra.



Poliedres: C, E.

Cossos de revolució: A, F.

Cap dels anteriors: D, B.

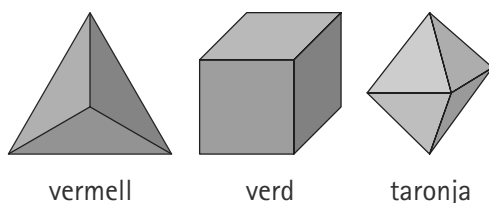
9.22 ▲▲▲ Esbrina quantes arestes, quantes cares i quants vèrtexs tenen cadascun d'aquests políedres.

a) (vermell) 6 arestes

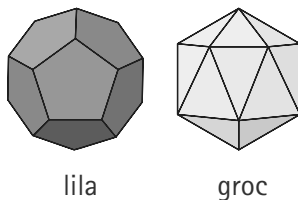
4 cares

4 vèrtexs

b) (verd) 12 arestes
6 cares
8 vèrtexs



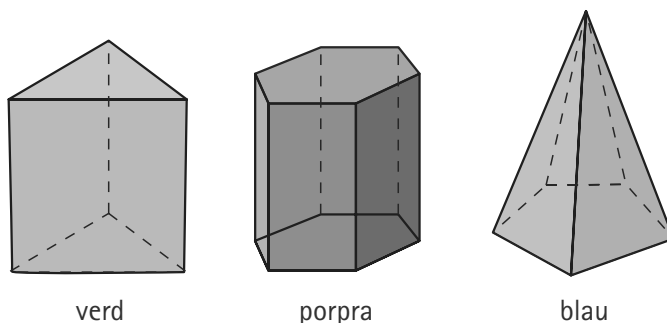
c) (taronja) 12 arestes
8 cares
6 vèrtexs



d) (lila) 30 arestes
12 cares
20 vèrtexs

e) (groc) 30 arestes
20 cares
12 vèrtexs

9.23 ▲▲▲ Classifica aquests poliedres:

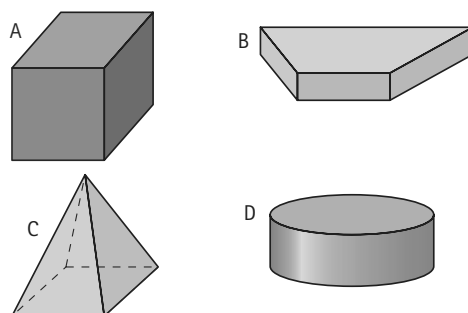


- a) (verd) Prisma recte triangular.
b) (porpra) Prisma recte hexagonal.
c) (blau) Piràmide recta pentagonal regular.

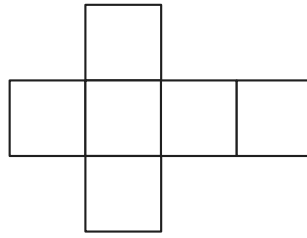
9.24 ▲▲▲ Quantes cares, quantes arestes i quants vèrtexs té una piràmide hexagonal? I un prisma pentagonal?

- a) 7 cares
12 arestes
7 vèrtexs
b) 7 cares
15 arestes
10 vèrtexs

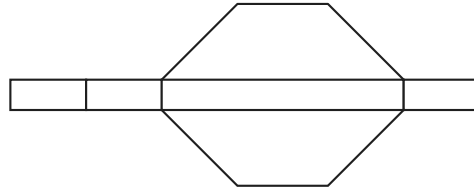
9.25 ▲▲▲ Dibuixa a mà alçada el desenvolupament de cadascun d'aquests cossos.



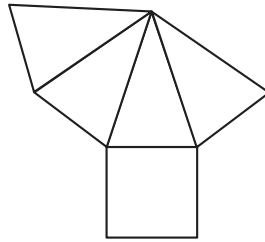
a)



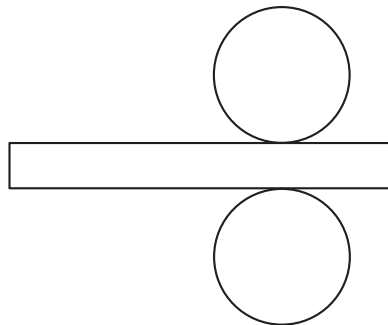
b)



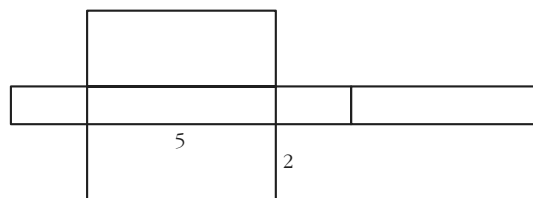
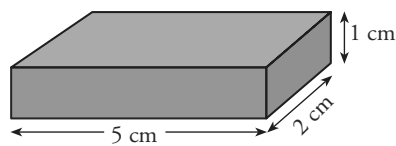
c)



d)



9.26 ▲▲▲ Dibuixa el desenvolupament d'aquest ortoedre i fes-ne el càlcul de la superfície.



$$2 \cdot (1 \cdot 2) + 2 \cdot (2 \cdot 5) + 2 \cdot (5 \cdot 1) = 34 \text{ cm}^2.$$

9.27 ▲▲▲ Observa la il·lustració i fes el càlcul del següent:

a) La superfície del pentàgon.

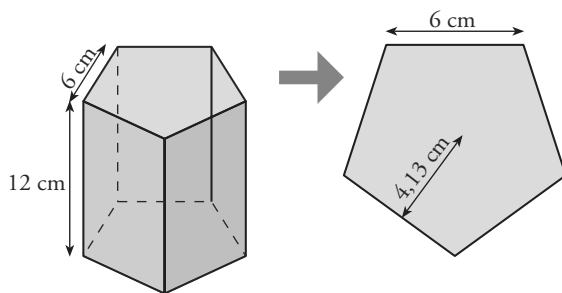
$$5 \cdot \frac{4,13 \cdot 6}{2} = 61,95 \text{ cm}^2.$$

b) L'àrea lateral del prisma.

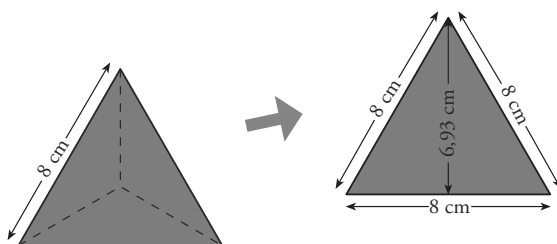
$$5 \cdot (6 \cdot 12) = 360 \text{ cm}^2.$$

c) L'àrea total.

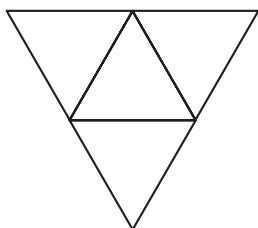
$$2 \cdot 61,95 + 360 = 483,90 \text{ cm}^2.$$



9.28 ▲▲▲ Aquesta piràmide (tetraedre regular) té com a cares quatre triangles equilàters iguals. Dibuixa'n el desenvolupament i fes-ne el càlcul de la superfície.

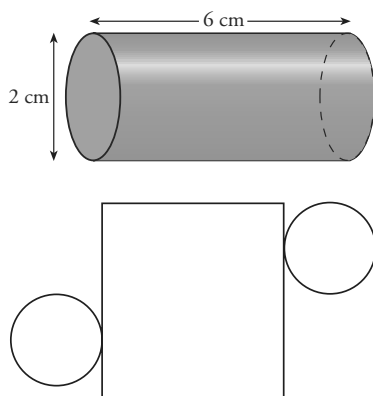


$$4 \cdot \frac{8 \cdot 6,93}{2} = 110,88 \text{ cm}^2.$$



Pàgina 191

9.29 ▲▲▲ Dibuixa el desenvolupament d'aquest cilindre i fes-ne el càlcul de la superfície.

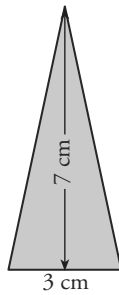


$$S_{\text{base}} = \pi \cdot 1^2 = 3,14 \text{ cm}^2.$$

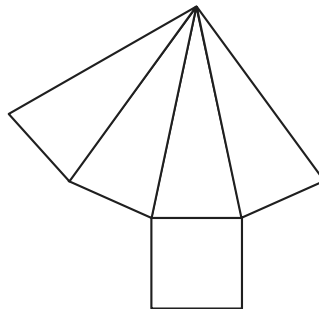
$$S_{\text{lat}} = 6 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 1) = 37,7 \text{ cm}^2.$$

$$S_{\text{T}} = 3,14 + 37,7 = 40,8 \text{ cm}^2.$$

9.30 ▲▲▲ Una piràmide recta quadrangular té les seves cares laterals iguals al triangle que veus a la figura. Dibuixa el desenvolupament i fes el càlcul de la superfície total de la piràmide.



La superfície total de la piràmide és $3^2 + 4 \cdot \frac{3 \cdot 7}{2} = 51 \text{ cm}^2$.

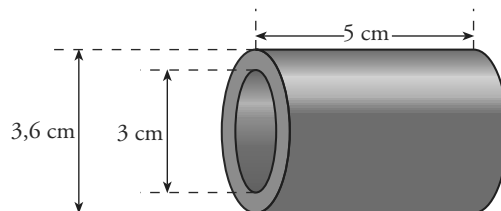


9.31 ▲▲▲ La base d'un prisma és un octàgon regular de 10 cm de costat i 480 cm^2 de superfície. L'altura del prisma és de 5 cm. Fes el càlcul de l'àrea total del prisma.

$$S_{\text{lat}} = 8 \cdot 10 \cdot 5 = 400 \text{ cm}^2.$$

$$S_T = 2 \cdot 480 + 400 = 1360 \text{ cm}^2.$$

9.32 ▲▲▲ Fes el càlcul de la superfície total d'aquest tros de tub.

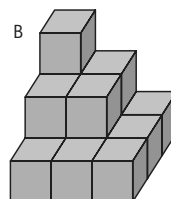
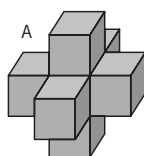


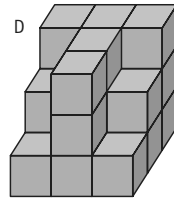
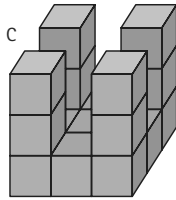
$$\text{Superfície cilindre gran} \Rightarrow 2 \cdot (\pi (1,8)^2) + 5 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 1,8) = 76,91 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Superfície cilindre petit} \Rightarrow 2 \cdot (\pi (1,5)^2) + 5 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 1,5) = 61,26 \text{ cm}^2.$$

$$S_T = 76,91 + 61,26 = 138,17 \text{ cm}^2.$$

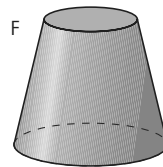
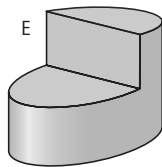
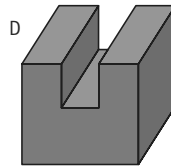
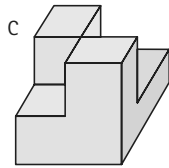
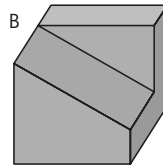
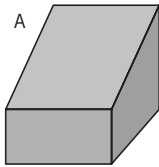
9.33 ▲▲▲ Fes el càlcul de la superfície total de cadascun d'aquests poliedres construïts amb cubs d'1 cm d'aresta.





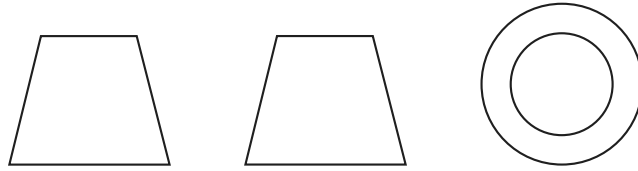
- a) 30 cm^2 ; b) 42 cm^2 (dreta i a dalt);
 c) 62 cm^2 (esquerra i a baix); d) 54 cm^2 .

9.34 ▲▲▲ Dibuixa tres projeccions (front, perfil i planta) de cadascun d'aquests cossos.



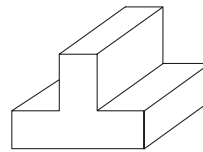
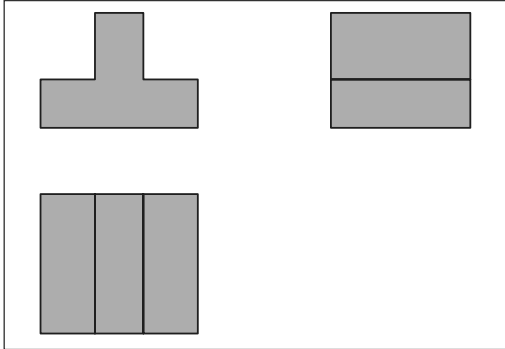
- | | | | |
|----|--|--|--|
| a) | | | |
| b) | | | |
| c) | | | |
| d) | | | |
| e) | | | |

f)

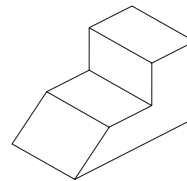
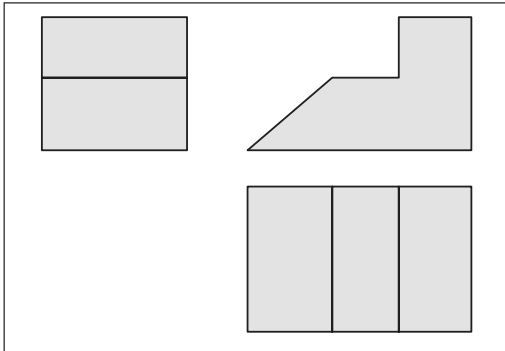


9.35 ▲▲▲ Dibuixa a mà alçada una perspectiva dels cossos que hem representat mitjançant projeccions.

a)

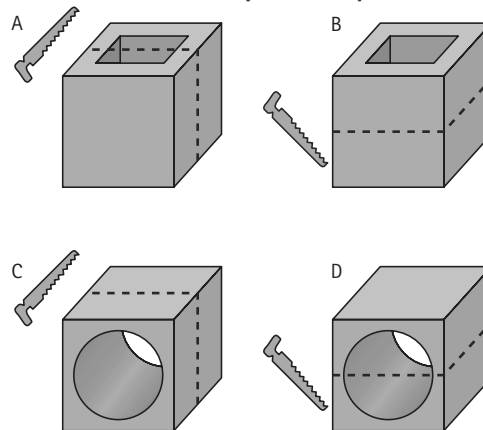


b)

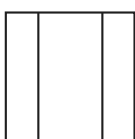


Pàgina 192

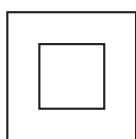
9.36 ▲▲▲ Dibuixa, per a cada cos, la secció que assenyalem.



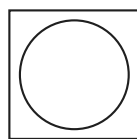
a)



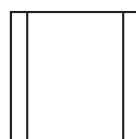
b)



c)



d)



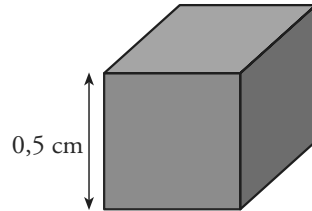
9.37 ▲▲▲ Expressa en metres cúbics:

- a) $3 \text{ km}^3 = 3\,000\,000\,000 \text{ m}^3$ b) $2 \text{ hm}^3 \text{ } 58 \text{ dam}^3 = 2\,058\,000 \text{ m}^3$ c) $5\,600 \text{ dm}^3 = 5,6 \text{ m}^3$
d) $5\,800 \text{ dm}^3 = 5,800 \text{ m}^3$ e) $2 \text{ dm}^3 \text{ } 400 \text{ cm}^3 = 0,002 \text{ m}^3$ f) $28\,0\,000 \text{ mm}^3 = 0,00028 \text{ m}^3$

9.38 ▲▲▲ Expressa en centímetres cúbics:

- a) $7\,800 \text{ mm}^3 = 7,8 \text{ cm}^3$ b) $2,6 \text{ dm}^3 = 2\,600 \text{ cm}^3$ c) $0,07 \text{ m}^3 = 70\,000 \text{ cm}^3$
d) $0,24 \text{ m}^3 \text{ } 200 \text{ dm}^3 = 440\,000 \text{ cm}^3$ e) $1,5 \text{ m}^3 = 150\,000 \text{ cm}^3$ f) $1 \text{ dam}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ cm}^3$

9.39 ▲▲▲ Expressa en m^3 , en dm^3 i en cm^3 el volum d'aquests cub:

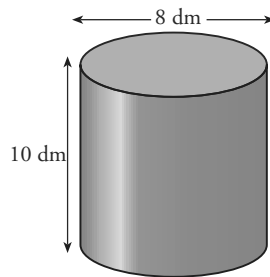


Les expressions són $0,125 \text{ cm}^3$; $0,000125 \text{ dm}^3$ i $0,000000125 \text{ m}^3$.

9.40 ▲▲▲ Saps que un decímetre cúbic equival a un litre. Expressa en litres:

- a) $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ l}$ b) $0,08 \text{ dam}^3 = 80\,000 \text{ l}$ c) $0,5 \text{ hm}^3 = 500\,000\,000 \text{ l}$
d) $1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000\,000 \text{ l}$ e) $5\,000 \text{ cm}^3 = 5 \text{ l}$ f) $800\,000 \text{ mm}^3 = 0,8 \text{ l}$

9.41 ▲▲▲ Observa el cilindre de la figura i fes el càlcul següent:



a) La longitud de la circumferència de la base.

$$2 \cdot \pi \cdot 4 = 25,13 \text{ dm.}$$

b) La superfície de la base.

$$\pi \cdot (4)^2 = 50,27 \text{ dm}^2.$$

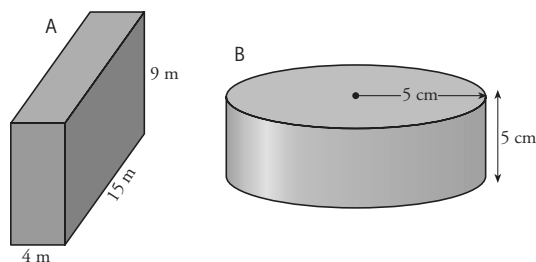
c) La superfície del cilindre.

$$2 \cdot 50,27 + 10 \cdot 25,13 = 351,83 \text{ dm}^2.$$

d) El volum.

$$10 \cdot 50,27 = 502,7 \text{ dm}^3.$$

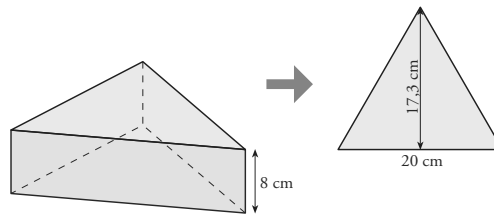
9.42 ▲▲▲ Fes el càlcul del volum d'aquests cossos.



a) $4 \cdot 15 \cdot 9 = 540 \text{ m}^3.$

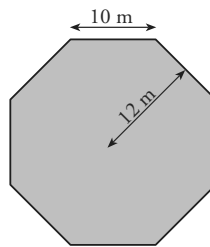
b) $5 \cdot (\pi \cdot 5^2) = 392,70 \text{ cm}^3.$

9.43 ▲▲▲ Fes el càlcul del volum d'aquest prisma triangular.



El volum és $8 \cdot \frac{20 \cdot 17,3}{2} = 1384 \text{ cm}^3$.

9.44 ▲▲▲ Calcula la superfície i el volum d'un prisma recte que té una alçada de 30 m i com a base un octàgon regular com el que veus a la figura.

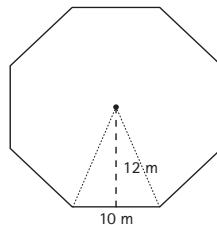


$$S_{\text{base}} = 8 \cdot \frac{12 \cdot 10}{2} = 480 \text{ m}^2.$$

$$S_{\text{total}} = 480 \cdot 2 + 8 \cdot (30 \cdot 10) = 3360 \text{ m}^2.$$

$$V = 480 \cdot 30 = 14400 \text{ m}^3.$$

9.45 ▲▲▲ Si un radiador de calefacció és capaç d'escalfar un espai de 30 m^3 , quants radiadors es necessiten per escalfar aquest edifici?



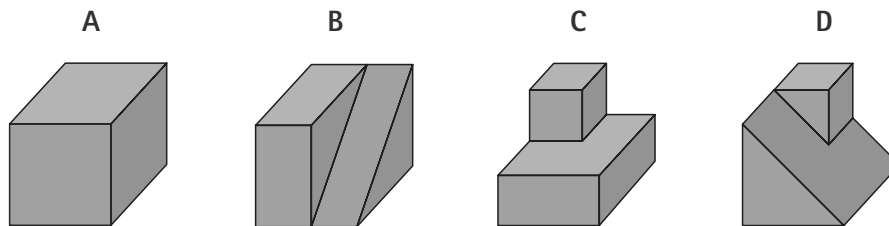
$$S_{\text{base}} = 8 \cdot \frac{12 \cdot 10}{2} = 480 \text{ m}^2$$

$$S_{\text{total}} = 480 \cdot 2 + 8(30 \cdot 10) = 3360 \text{ m}^2$$

$$V = 480 \cdot 30 = 14400 \text{ m}^3$$

Pàgina 193

9.46 Si saps que el volum d'un cub A és de 64 cm^3 , fes el càlcul del volum de cadascun dels cossos B, C i D.



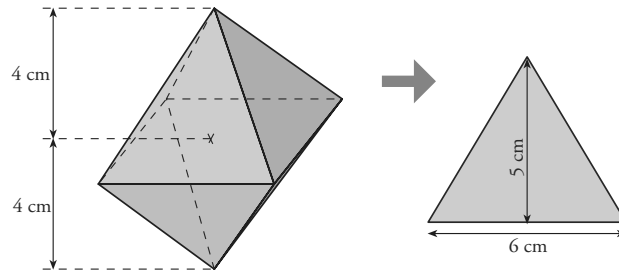
a) 64 cm^3 ;

b) 48 cm^3 ;

c) 40 cm^3 ;

d) 36 cm^3 .

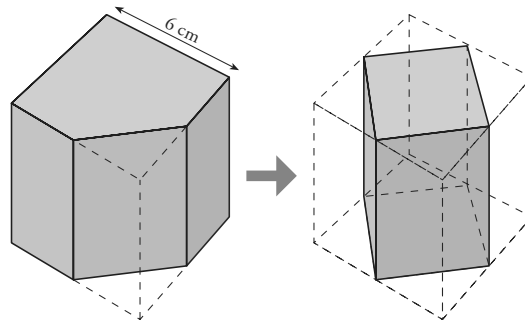
9.47 Fes el càlcul de la superfície i el volum d'aquest octaedre.



$$S_T = 8 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} = 120 \text{ cm}^2.$$

$$V_T = \frac{6 \cdot 5}{2} = \sqrt{34} = 87,46 \text{ cm}^3$$

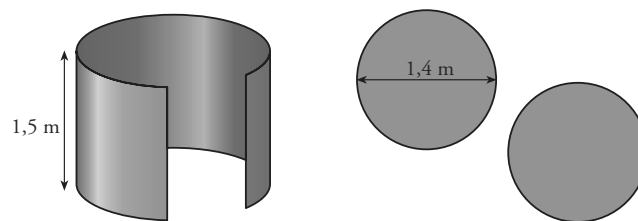
9.48 En un cub de 6 cm d'aresta, hem fet quatre talls, com pots veure a la figura.



Fes el càlcul del volum del prisma que resulta d'aquesta operació.

Volum del prisma resultant: 108 cm^3 .

9.49 Volem construir un dipòsit cilíndric per al gasoil, el qual tingui 1,5 m d'altura i 1,40 m de diàmetre. Si la xapa costa 15,4 euros/m² i la soldadura 5,5 euros/m, quant costarà el dipòsit?



$$S_T = 2 (\pi \cdot (0,7)^2) + 1,5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,7 = 9,68 \text{ m}^2;$$

$$9,68 \text{ m}^2 \cdot 15,4 \text{ €/m}^2 = 149,07 \text{ €}.$$

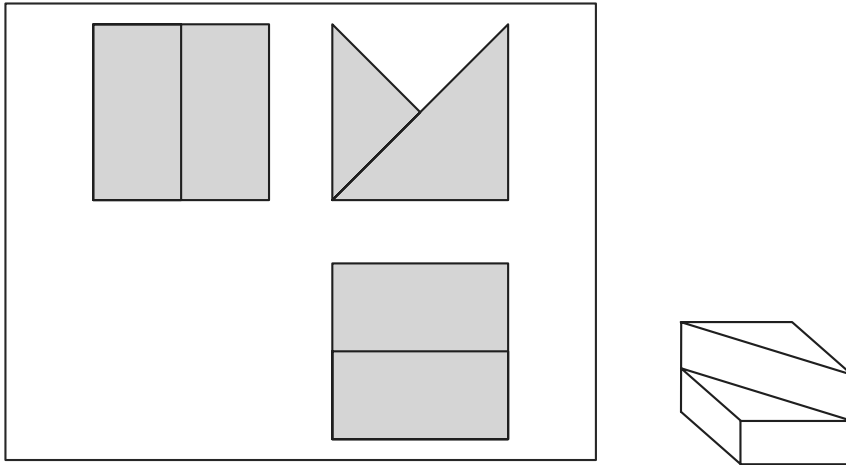
$$\text{Longitud per soldar} \rightarrow 1,5 + 2 (2 \cdot \pi \cdot 0,7) = 10,30 \text{ m};$$

$$10,30 \text{ m} \cdot 5,5 \text{ €/m} = 56,63 \text{ €}.$$

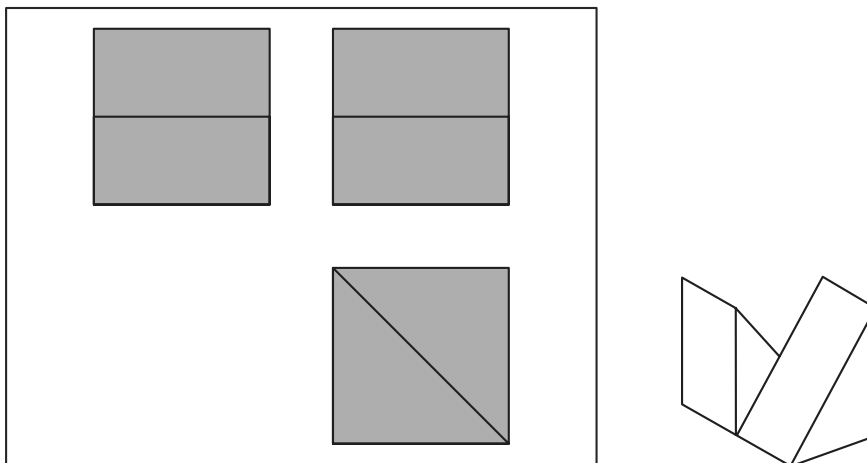
$$\text{Cost total} = 149,07 + 56,63 = 205,7 \text{ €}.$$

9.50 Dibuixa una perspectiva, a mà alçada, dels cossos que hem representat per mitjà de les seves projeccions.

a)



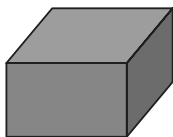
b)



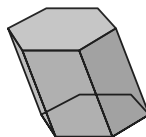
Pàgina 194. Autoavaluació

1 Classifica aquets cossos:

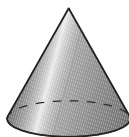
a)



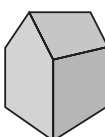
b)



c)



d)



e)



a) Ortoedre. Prisma recte quadrangular.

b) Prisma recte exagonal oblic.

c) Con.

d) Prisma recte pentagonal.

e) Cos de revolució.

2 Quantes cares, quantes arestes i quants vèrtexs té una piràmide hexagonal? Comprova que nombre de cares + nombre de vèrtexs – nombre d'arestes és igual a 2.

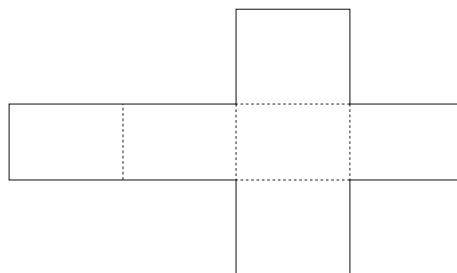
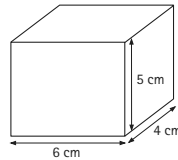
Cares: 7; Arestes: 12; Vèrtexs: 7

nombre de cares + nombre de vèrtexs – nombre d'arestes = 2

$$7 + 7 - 12 = 2$$

3 Un ortoedre té 6 cm de llargada, 4 cm d'amplada i 5 cm d'altura. Dibuixa'n el desenvolupament i calcula'n la superfície.

Calcula'n també el volum.



Superfície ortoedre: $2(6 \cdot 5) + 2(4 \cdot 5) + 2(6 \cdot 4) = 148 \text{ cm}^2$

Volum ortoedre: amplada \times llargada \times altura = $4 \cdot 5 \cdot 6 = 120 \text{ cm}^3$

4 Calcula l'àrea total i el volum d'un cilindre recte, l'altura del qual mesuri 10 cm i la seva base tingui un diàmetre de 8 cm.

Àrea cilindre = àrea lateral + 2 (àrea base) =

= àrea lateral = altura \cdot perímetre base = $10 \cdot (2\pi \cdot 4) = 251,33 \text{ cm}^2$

Àrea total = $251,33 + 2(50,27) = 351,86 \text{ cm}^2$

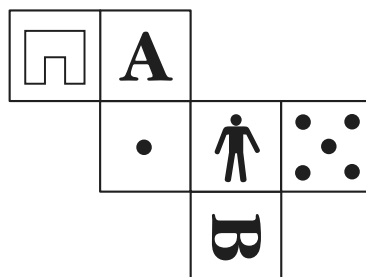
Volum cilindre recte = $S_b \cdot$ altura = $50,27 \cdot 10 = 502,7 \text{ cm}^3$

Jocs per pensar

Una capa vermella per al cub

232 cubets vermells.

Desenvolupaments



Cada figura amb el seu eix

