

Bloc 2. Dinàmica

Unitat 3. Forces i lleis de Newton

Activitats

1. Indiqueu quatre situacions de la vida quotidiana on es posi en evidència el principi d'inèrcia i expliqueu com es verifica.

- Quan anem en un automòbil en moviment hem de portar el cinturó de seguretat posat, ja que, en cas d'impacte i d'acord amb el principi d'inèrcia, tindrem tendència a continuar amb la velocitat que portàvem: el cinturó ho impedeix i ens frena juntament amb l'automòbil.
- Suposem que un camió està carregat amb caixes apilades; si deixem la porta de darrere oberta, i el camió arrenca sobtadament, pot caure la seva càrrega cap enfora si no es lliga convenientment, d'acord amb el principi d'inèrcia: el camió es posa en marxa, però les caixes tenen tendència a continuar en repòs i a romandre al lloc on es trobaven inicialment.
- Quan estem a l'interior d'un vehicle i fem un revolt, sentim com una força que ens impulsa cap enfora de l'automòbil; de nou, és una conseqüència del principi d'inèrcia: tenim tendència a continuar amb MRU, mentre que l'automòbil segueix un moviment circular.
- Quan estem a l'interior d'un ascensor sentim augments o disminucions aparents del nostre pes quan l'ascensor es posa en marxa o quan frena. El primer cas ja l'hem comentat a la qüestió anterior. Quan l'ascensor frena, com que nosaltres tenim tendència a continuar amb la velocitat que portàvem juntament amb l'ascensor, sentirem com un augment de pes quan l'ascensor freni tot baixant, mentre que sentirem com una disminució de pes quan l'ascensor freni tot pujant, d'acord amb el principi d'inèrcia.

2. Una persona que està movent un moble a velocitat constant ha d'efectuar contínuament una força sobre el moble.

Aquest fet, es contradia amb el principi d'inèrcia? Raoneu-ne la resposta.

Aquest fet no contradia el principi d'inèrcia perquè la força que fa l'home un cop el moble s'està movent és una força oposada a la força de fregament que fa el terra sobre l'home i que actua en sentit contrari al del desplaçament. Les dues forces es compensen i el moble manté la seva velocitat.

3. Si anem en un vehicle a velocitat constant, i aquest gira cap a l'esquerra, notem una tendència a anar-nos-en cap a la dreta. Hi ha alguna força responsable d'aquesta tendència? Expliqueu-ho detalladament.

El vehicle modifica la direcció de la seva velocitat perquè aplica una acceleració. Aquesta acceleració no es transmet instantàniament als passatgers mitjançant els lligams (fregament amb els seients i superfícies de contacte amb el vehicle). Així, els

passatgers tendeixen a mantenir la seva velocitat inicial, pel principi d'inèrcia. No hi ha cap força real responsable d'aquesta tendència a mantenir el MRU. Ara bé, si es vol explicar el fet des d'un sistema de referència no inercial, on no són vàlides les lleis de Newton, aleshores perquè aquestes es mantinguin cal introduir unes forces fictícies anomenades *forces d'inèrcia*.

4. És possible que un cos sobre el qual s'aplica una única força estigui en equilibri? Justifiqueu la resposta.

Si sobre un cos actua una única força, adquireix una acceleració d'acord amb la segona llei de Newton; per tant, és impossible que sobre un cos actui una única força i estigui en equilibri.

5. En quina de les situacions següents està actuant una força neta sobre el cos considerat? Trieu la resposta correcta i raoneu el perquè de la tria.

- a) Un automòbil que està pujant un pendent a velocitat constant.
- b) Un satèl·lit artificial que està girant al voltant de la Terra.
- c) Una caixa en repòs al terra.
- d) Un pèndol que penja del sostre d'un ascensor que baixa a velocitat constant.

Només actua una força neta en les situacions on hi hagi una acceleració no nul·la, o bé una deformació. L'única opció que compleix aquesta condició és:

- b) Un satèl·lit artificial que està girant al voltant de la Terra. Perquè el satèl·lit giri cal modificar la direcció de la seva velocitat, és a dir, proporcionar-li una acceleració. En la resta de situacions no hi ha acceleració ja que, o bé el cos està en repòs permanent (opció c) o bé es mou a velocitat constant (opcions a i d) tant en mòdul com en direcció.

6. Dos cossos diferents experimenten la mateixa acceleració. Quina és la relació entre les forces netes aplicades sobre ells si un té una massa 5 vegades més petita que l'altre?

Si m_1 i m_2 són les masses dels cossos: $m_1 = \frac{m_2}{5}$

Segons l'enunciat, les acceleracions dels dos cossos tenen el mateix valor:

$$a_1 = a_2 = a$$

Si F_1 i F_2 són les forces netes aplicades sobre els cossos de masses respectives m_1 i m_2 , l'expressió de la segona llei de Newton per a un cos de massa constant és, per a cada un dels dos cossos:

$$F_1 = m_1 a_1 = m_1 a$$

$$F_2 = m_2 a_2 = m_2 a$$

Introduint en aquestes expressions la relació entre les masses dels dos cossos, trobem la relació entre les forces netes aplicades sobre ells:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1 a}{m_2 a} = \frac{\frac{m_2}{5}}{m_2} = \frac{1}{5}$$

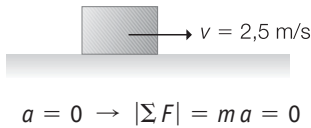
És a dir, la força neta sobre el cos de més massa és 5 vegades més gran que la força neta sobre el cos de massa menor.



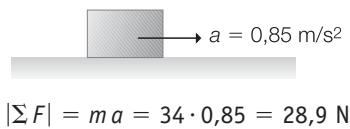
7. Calculeu la força resultant que s'efectua sobre un cos de 34 kg de massa, que és sobre una superfície horitzontal que no presenta fregament, en les situacions següents, i efectueu-ne un diagrama representatiu:

$$m = 34 \text{ kg}$$

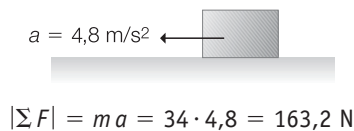
- a) El cos es mou cap a la dreta, amb velocitat constant de 2,5 m/s.



- b) El cos es mou cap a la dreta amb acceleració constant de 0,85 m/s².



- c) El cos es mou cap a l'esquerra amb acceleració constant de 4,8 m/s².



8. Volem moure una caixa de 25 kg que està inicialment en repòs damunt d'una superfície horitzontal. Si li apliquem una força de 100 N paral·lela a la superfície, quin temps tarda a adquirir una velocitat de 72 km/h, suposant que no hi ha fregament entre la caixa i el pla?

$$\left. \begin{array}{l} m = 25 \text{ kg} \\ v_0 = 0 \\ F = 100 \text{ N} \\ v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s} \end{array} \right\}$$

$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{100}{25} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + a \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{v}{a} = \frac{20}{4} = 5 \text{ s}$$

9. Indiqueu tres exemples de la vida quotidiana que posin en evidència el principi d'acció-reacció i expliqueu com es verifica.

Quan disparem amb un fusell sentim una força que empeny el fusell cap enrere; en aquest cas, aquest fenomen és una conseqüència del principi d'acció-reacció: el fusell efectua una força sobre la bala que impulsa aquesta cap endavant; en contrapartida, la bala efectua la mateixa força sobre el fusell, però en sentit contrari.

Quan volem saltar fem una força sobre el terra verticalment cap a baix; d'acord amb el principi d'acció-reacció, el terra fa la mateixa força sobre nosaltres, però en sentit contrari, i així ens impulsa verticalment cap a dalt.

Quan estem a dintre d'una piscina, ens podem impulsar tot efectuant una força sobre una paret vertical de la piscina: la paret ens impulsa en sentit contrari.

10. Aplicant la segona i la tercera llei de Newton, calculeu l'acceleració que adquireix la Terra en la seva interacció gravitatòria amb els objectes següents que estan a prop de la seva superfície:

- a) Un bacteri de 2 pg de massa.

$$m = 2 \text{ pg} = 2 \cdot 10^{-12} \text{ g} = 2 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$$

$$\Sigma F = ma \rightarrow p = M_T a_T \rightarrow a_T = \frac{mg}{M_T} \rightarrow$$

$$\rightarrow a_T = \frac{2 \cdot 10^{-15} \cdot 9,8}{5,98 \cdot 10^{24}} = 3,28 \cdot 10^{-39} \text{ m/s}^2$$

- b) Una persona de 75 kg que cau amb paracaigudes.

$$m = 75 \text{ kg} \rightarrow a_T = \frac{75 \cdot 9,8}{5,98 \cdot 10^{24}} = 1,23 \cdot 10^{-22} \text{ m/s}^2$$

- c) Un avió de 2000 t que vola a una certa altura.

$$m = 2000 \text{ t} = 2 \cdot 10^6 \text{ kg} \rightarrow$$

$$\rightarrow a_T = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 9,8}{5,98 \cdot 10^{24}} = 3,28 \cdot 10^{-18} \text{ m/s}^2$$

Quina conclusió en podem treure?

La massa de la Terra és de $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

La conclusió que n'extreiem és que, en tots els casos, l'acceleració que adquireix la Terra és pràcticament nul·la, i, per tant, el moviment de la Terra no es veu afectat.

11. Supposeu que premem un cos contra una paret, o contra qualsevol altra superfície vertical, amb una força F . Justifiqueu les respostes.

- a) Quina és la força normal que actua sobre el cos?

Tenint en compte la tercera llei de Newton, la força normal \vec{N} coincideix amb la força \vec{F} que efectuem nosaltres sobre el cos: $N = F$; per demostrar-ho, es pot fer servir el mateix raonament que vam fer servir quan vam definir la força normal sobre un cos que descansa sobre una superfície horitzontal, amb la diferència que ara la força normal és horitzontal.

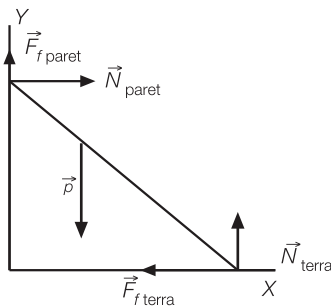
- b) Quina és la força normal si deixem anar el cos?

Si deixem anar el cos, com que aquest cau lliurement per acció del pes, la força normal ha de ser nul·la: $N = 0$.

12. Indiqueu les forces de contacte amb el terra i la paret que actuen sobre una escala que es manté en equilibri recolzada a la paret i formant un cert angle amb l'horitzontal. Dibueixu també la força pes i apliqueu en la direcció vertical i en l'horitzontal la condició d'equilibri: $\sum_i \vec{F}_i = 0$

La paret i el terra exerceixen forces de contacte sobre la superfície de l'escala que es recolza en ells. Aquestes forces de contacte les podem descompondre en components perpendiculars a les superfícies en contacte (forces normals) i components tangents a les superfícies en contacte (forces de fregament). A la figura següent representem l'escala vista de perfil i indiquem les forces de contacte i la força pes (p) que actua sobre l'escala. Les forces que fa el terra sobre l'escala les designem per N_{terra} i $F_{f\ terra}$.

Anàlogament, les forces que fa la paret sobre l'escala les designem per N_{paret} i $F_{f\ paret}$.



Una escala recolzada de la forma indicada tendeix a lliscar de manera que el seu extrem superior es mou en el sentit negatiu de l'eix Y i el seu extrem inferior en el sentit positiu de l'eix X. Les forces de fregament s'oposen al moviment relatiu de les superfícies en contacte. Per aquesta raó, la $F_{f\ paret}$ té el sentit positiu de l'eix Y i la $F_{f\ terra}$ té el sentit negatiu de l'eix X.

La condició d'equilibri de forces és:

En la direcció X:

$$|F_{f\ terra}| = |N_{paret}| \Leftrightarrow F_{f\ terra} + N_{paret} = 0$$

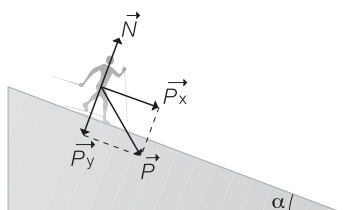
En la direcció Y:

$$|F_{f\ paret}| + |N_{terra}| = |p| \Leftrightarrow F_{f\ paret} + N_{terra} + p = 0$$

13. Un esquiador té una massa de 72 kg. Amb quina acceleració baixa per una pista que té una inclinació de 12° , suposant que no hi ha fregament entre els esquís i la neu? Quant tarda a baixar per la pista, si aquesta té una longitud total de 136 m, i si ell està inicialment en repòs? Amb quina velocitat arriba a la base de la pista?

$$\left. \begin{array}{l} m = 72 \text{ kg} \\ \alpha = 12^\circ \\ \Delta x = 136 \text{ m} \\ v_0 = 0 \end{array} \right\}$$

Diagrama de forces:



Apliquem la segona llei de Newton:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m \vec{a} \rightarrow \vec{p}_x + \vec{p}_y + \vec{N} = m \vec{a} \\ \vec{p}_y &= -\vec{N} \rightarrow \vec{p}_x = m \vec{a} \rightarrow m g \sin \alpha = m a \rightarrow \\ \rightarrow a &= g \sin \alpha = 9,8 \cdot \sin \alpha = 9,8 \cdot \sin 12^\circ = 2,0 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2 \Delta x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 136}{2,0}} = 11,55 \text{ s}$$

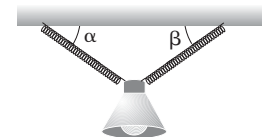
$$v = v_0 + a \Delta t = 2,0 \cdot 11,55 = 23,56 \text{ m/s}$$

14. [Curs 1998-99] Aixequem de terra un cos de 10 kg de massa mitjançant un fil. Si la tensió de ruptura del fil és de 200 N, quina és la màxima acceleració amb què es pot aixecar el cos sense que es trenqui el fil?

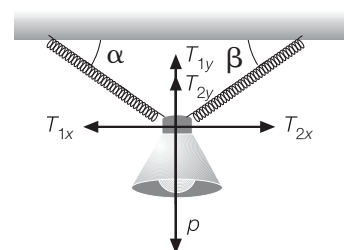
L'acceleració màxima es tindrà quan la tensió tingui el màxim valor possible. Per tant:

$$T - mg = ma \rightarrow a = \frac{T - mg}{m} = \frac{200 - 10 \cdot 9,8}{10} = 10,2 \text{ m/s}^2$$

15. Un llum, de massa 1,35 kg, penja del sostre d'una habitació mitjançant dues cadenes que formen uns angles α i β amb l'horitzontal (fig. 3.29). Calculeu les tensions de les cadenes en les situacions següents:



A la figura hem descompost les tensions de les cadenes segons les direccions X i Y. Negligim les masses de les cadenes i, per tant, no considerem els pesos respectius. El pes de la làmpada de massa m el designem per p.



Designem per \vec{T}_1 i \vec{T}_2 les tensions de les cadenes que formen els angles respectius α i β amb el sostre. Els valors dels components de les tensions en funció dels angles són:

$$\begin{aligned} T_{1x} &= -T_1 \cos \alpha & T_{2x} &= T_2 \cos \beta \\ T_{1y} &= T_1 \sin \alpha & T_{2y} &= T_2 \sin \beta \end{aligned}$$

Apliquem la condició d'equilibri (acceleració nul·la) de forces per a cada direcció:

$$\begin{aligned} T_{1x} + T_{2x} &= 0 \rightarrow T_1 \cos \alpha = T_2 \cos \beta \\ T_{1y} + T_{2y} - |p| &= 0 \rightarrow T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta = mg \end{aligned}$$



a) Els angles α i β són iguals i de valor 60° .

$$T_1 \cos 60^\circ = T_2 \cos 60^\circ \rightarrow T_1 = T_2$$

$$T_1 \sin 60^\circ + T_2 \sin 60^\circ = mg \rightarrow 2 T_1 \sin 60^\circ = 1,35 \cdot 10 \rightarrow T_1 = T_2 = 7,79 \text{ N}$$

b) Els angles α i β valen, respectivament, 55° i 35° .

$$T_1 \cos 55^\circ = T_2 \cos 35^\circ \rightarrow T_1 = T_2 \frac{\cos 35^\circ}{\cos 55^\circ}$$

$$T_1 \sin 55^\circ + T_2 \sin 35^\circ = mg \rightarrow$$

$$\rightarrow T_2 \frac{\cos 35^\circ}{\cos 55^\circ} \sin 55^\circ + T_2 \sin 35^\circ = 1,35 \cdot 10 \rightarrow$$

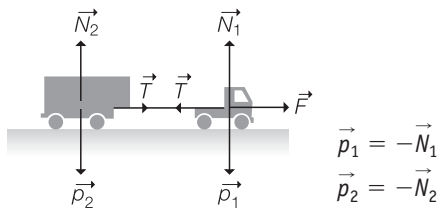
$$\rightarrow T_2 = 7,74 \text{ N} \rightarrow T_1 = 11,05 \text{ N}$$

Considereu $g = 10 \text{ m/s}^2$ i descomponeu les tensions en components horitzontals i verticals.

16. Un camió té una massa de 8 t i arrossega un remolc de 5,5 t. Si el conjunt està inicialment en repòs, quina força mitjana ha de fer el camió per tal que adquireixi una velocitat de 31 km/h en un recorregut de 104 m? Quina és la tensió a què està sotmès l'enganxall entre el camió i el remolc?

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 8 \text{ t} = 8 \cdot 10^3 \text{ kg} \\ m_2 = 5,5 \text{ t} = 5,5 \cdot 10^3 \text{ kg} \\ v_0 = 0 \\ v = 31 \text{ km/h} = 8,61 \text{ m/s} \\ \Delta x = 104 \text{ m} \end{array} \right\}$$

Diagrama de forces:



Apliquem la segona llei de Newton a cada massa:

$$\left. \begin{array}{l} F - T = m_1 a \\ T = m_2 a \end{array} \right\} \rightarrow F = (m_1 + m_2) a$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 a \Delta x \rightarrow a = \frac{v^2}{2 \Delta x} = \frac{8,61^2}{2 \cdot 104} = 0,356 \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow F = (8 \cdot 10^3 + 5,5 \cdot 10^3) \cdot 0,356 = 4812,7 \text{ N}$$

$$T = m_2 a = 5,5 \cdot 10^3 \cdot 0,356 = 1960,7 \text{ N}$$

17. La longitud d'una molla és de 20 cm quan l'estirem amb una força de 40 N, i de 25 cm quan la força és de 60 N. Calculeu la longitud de la molla, quan no hi actua cap força, i la seva constant elàstica.

$$x_1 = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m} \rightarrow F'_1 = 40 \text{ N}$$

$$x_2 = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m} \rightarrow F'_2 = 60 \text{ N}$$

$$F' = k \Delta x \rightarrow F' = k (x - x_0) \begin{cases} 40 = k (0,2 - x_0) \\ 60 = k (0,25 - x_0) \end{cases}$$

Dividim les dues equacions:

$$\frac{40}{60} = \frac{k (0,2 - x_0)}{k (0,25 - x_0)} \rightarrow 40 \cdot (0,25 - x_0) = 60 \cdot (0,2 - x_0) \rightarrow$$

$$\rightarrow 10 - 40 x_0 = 12 - 60 x_0 \rightarrow 60 x_0 - 40 x_0 = 12 - 10 \rightarrow$$

$$\rightarrow 20 x_0 = 2 \rightarrow x_0 = \frac{2}{20} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Calculem } k: 40 = k (0,2 - 0,1) \rightarrow k = \frac{40}{0,1} = 400 \text{ N/m}$$

18. [Curs 2001-02] Una molla de constant recuperadora $k = 50 \text{ N/m}$ i longitud natural $l = 2 \text{ m}$ està lligada al sostre d'un ascensor. Si pengem de l'extrem lliure de la molla un cos de massa $m = 3 \text{ kg}$, quina serà la longitud de la molla quan:

Es calculen els resultats imposant que la suma de forces és igual al producte de la massa per l'acceleració i tenint en compte que la força elàstica és igual a: $k (l - l_0)$:

a) L'ascensor pugi amb una acceleració igual a 2 m/s^2 en el sentit del moviment?

$$l = l_0 + \frac{m(g + a)}{k} = 2,71 \text{ m}$$

b) L'ascensor pugi a una velocitat constant?

$$l = l_0 + \frac{mg}{k} = 2,59 \text{ m}$$

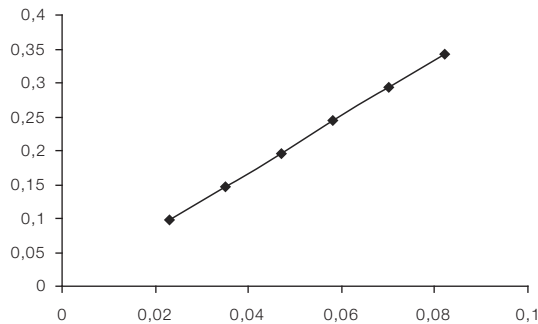
19. Per determinar la constant elàstica d'una molla, de longitud natural 14,3 cm, s'han penjat diferents masses, i se n'han mesurat les longituds, amb els següents valors (taula 3.1):

m (g)	10	15	20	25	30	35
y (cm)	16,6	17,8	19,0	20,1	21,3	22,5

a) Representeu gràficament la deformació experimentada per la molla en abscisses i la força elàstica en ordenades. Aquesta molla verifica la llei de Hooke? Raoneu la resposta.

$$y_0 = 0,143 \text{ m}$$

m (kg)	y (m)	$\Delta y = y - y_0$	p (N)
0,010	0,166	0,023	0,098
0,015	0,178	0,035	0,147
0,020	0,190	0,047	0,196
0,025	0,201	0,058	0,245
0,030	0,213	0,070	0,294
0,035	0,225	0,082	0,343



La representació gràfica és una recta. La molla, per tant, verifica la llei de Hooke.

- b) **Determineu la constant elàstica de la molla. Doneu el resultat amb tres xifres significatives i l'error corresponent.**

Per tal de determinar la constant elàstica farem ús de la fórmula de Hooke:

$$F = k(y - y_0) \rightarrow k = \frac{F}{\Delta y}$$

$y - y_0$ (m)	p (N)	k (N/m)
0,023	0,098	4,261
0,035	0,147	4,200
0,047	0,196	4,170
0,058	0,245	4,224
0,070	0,294	4,200
0,082	0,343	4,183

El valor amb què ens quedarem serà la mitjana entre els valors de la constant calculats.

$$k = \frac{4,261 + 4,200 + 4,170 + 4,224 + 4,200 + 4,183}{6} = 4,206 \text{ N/m}$$

$$e_a = |4,261 - 4,206| = 0,055 \text{ N/m}$$

$$e_r = \frac{0,055}{4,206} \cdot 100 = 1,3\%$$

$$k = (4,206 \pm 0,055) \text{ N/m} = 4,206 \text{ N/m} \pm 1,3\%$$

- c) **Quina longitud assolirà la molla quan hi pengem una massa de 18 g? Quina massa hi hem de penjar per assolir un allargament de 5 cm?**

$$\Delta y = \frac{p}{k} = \frac{0,018 \cdot 9,8}{4,206} = 0,042 \text{ m}$$

$$y = y_0 + \Delta y = 0,143 + 0,042 = 0,185 \text{ m}$$

$$p = m \cdot g = k \cdot \Delta y \rightarrow$$

$$\rightarrow m = \frac{k \cdot \Delta y}{g} = \frac{4,206 \cdot 0,05}{9,8} = 0,021 \text{ kg}$$

20. Indiqueu i expliqueu:

- a) **Tres situacions en què és necessari que hi hagi un fregament relativament elevat.**

És necessari que hi hagi fregament quan caminem, ja que s'ha d'impedir que el peu es mogui respecte al terra quan s'hi recolza.

Per la mateixa raó, cal un fregament alt entre les rodes d'un automòbil i el terra, de manera que no es mogui el punt de contacte entre una roda determinada i el terra.

També cal un fregament alt quan interessa que dues peces en contacte no es moguin una respecte de l'altra; per exemple, la corretja de transmissió d'un cotxe es fabrica amb un material que presenta un alt coeficient de fregament, ja que s'ha de moure solidàriament amb una certa roda que gira.

- b) **Tres situacions en què és desitjable que hi hagi un fregament petit o nul.**

Per contra, cal un fregament molt petit quan interessa no dificultar el moviment relatiu de dues peces en contacte, com per exemple l'èmbol i el cilindre d'un motor d'explosió; així, en algunes ocasions, i per facilitar el moviment relatiu entre dos cossos que estan en contacte, podem disminuir el fregament apreciablement tot lubricant les superfícies dels cossos que han d'estar en contacte, com en els cossos d'aquest exemple.

Altra situació en què cal un fregament baix es dona quan volem moure amb facilitat un cos situat sobre una superfície; així, alguns vaixells es mouen sobre la superfície de l'aigua amb un coixí d'aire que fa disminuir bastant el fregament.

També, quan estem esquiant i volem agafar velocitat, és de desitjar un fregament petit, i per això utilitzem els esquís: el fregament entre aquests i la neu és relativament petit (a no ser que fem «cunya»: en aquest cas, augmenta bastant el fregament i aconseguim frenar).

21. **Un cos de 50 kg està damunt d'un pla horitzontal. Experimentalment es pot veure que el cos es comença a moure quan la força horitzontal aplicada sobre ell val 300 N, i que, després, si continuem aplicant la mateixa força, recorre 4,8 m en 3,5 s. De les proposicions següents, trieu la resposta correcta:**

- A) **El coeficient de fregament dinàmic és de:**

a) 0,49; b) 0,53; c) 0,61

L'opció correcta és: b) $\mu_d = 0,53$

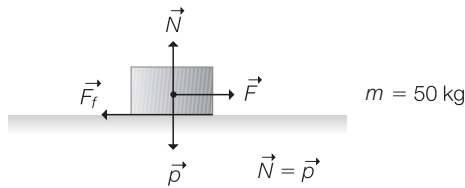
- B) **El coeficient de fregament estàtic val:**

a) 0,61; b) 0,49; c) 0,53

L'opció correcta és: a) $\mu_e = 0,61$

Recordem que el coeficient de fregament dinàmic sempre és menor o igual que el coeficient de fregament estàtic. Calculem-los en aquest problema particular:

Diagrama de forces



Apliquem la llei de Newton:

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{p} + \vec{F}_f = m\vec{a} \Rightarrow F - F_f = ma \Rightarrow F - \mu N = ma \Rightarrow F - \mu mg = ma$$

Inicialment, la força de fregament que actua és l'estàtica, i el cos tot just comença a moure's ($a = 0$). Per tant:

$$300 - \mu_e \cdot 50 \cdot 9,8 = 50 \cdot 0 \Rightarrow 300 - \mu_e \cdot 490 = 0 \Rightarrow$$

$$\mu_e = \frac{300}{490} = 0,61$$

Una vegada ja es mou, actua la força de fregament dinàmic. Calculem l'acceleració:

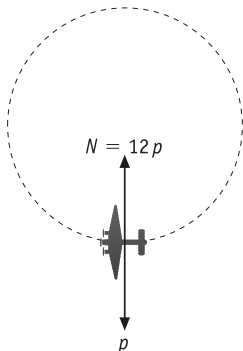
$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = 4,8 \text{ m} \\ \Delta t = 3,5 \text{ s} \end{array} \right\} \Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \Rightarrow 4,8 = \frac{1}{2} a \cdot 3,5^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{2 \cdot 4,8}{3,5^2} = 0,78 \text{ m/s}^2$$

Per tant:

$$300 - \mu_d \cdot 50 \cdot 9,8 = 50 \cdot 0,78 \Rightarrow \mu_d = \frac{300 - 50 \cdot 0,78}{50 \cdot 9,8} = 0,53$$

22. En una exhibició aèria, una avioneta vola a 700 km/h i fa un ris, de manera que descriu una circumferència en un pla vertical. Quin radi ha de tenir el ris, si la força que fa el pilot contra el seient és 7 vegades el seu pes en passar pel punt més baix?



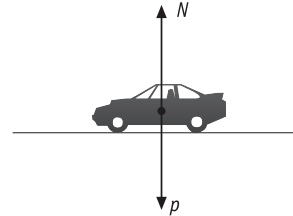
Tenim: 700 km/h = 194,44 m/s

En el punt més baix de la trajectòria la força centrípeta és:

$$N - p = ma_c \Rightarrow 7p - p = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = m \frac{v^2}{6mg} = \frac{194,44^2}{6 \cdot 9,8} = 643$$

23. Un automòbil circula per una carretera horitzontal amb una velocitat constant de 80 km/h. Calculeu la força que exerceix el seient de l'automòbil sobre el conductor de 75 kg de massa en els casos següents:

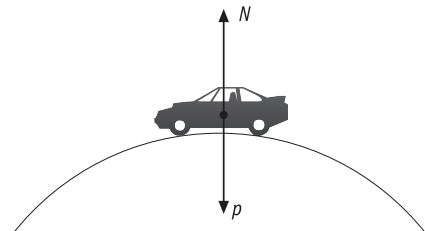
- a) L'automòbil circula per un tram recte.



$$80 \text{ km/h} = 22,22 \text{ m/s}$$

$$N = p = 75 \cdot 9,8 = 735 \text{ N}$$

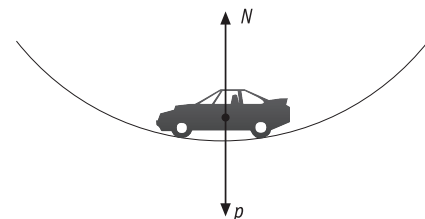
- b) L'automòbil es troba en el punt més alt d'un canvi de rasant que té un radi de curvatura de 80 m.



$$p - N = m \frac{v^2}{R} \rightarrow N = m \left(g - \frac{v^2}{R} \right)$$

$$N = 75 \cdot \left(9,8 - \frac{22,22^2}{80} \right) = 272,04 \text{ N}$$

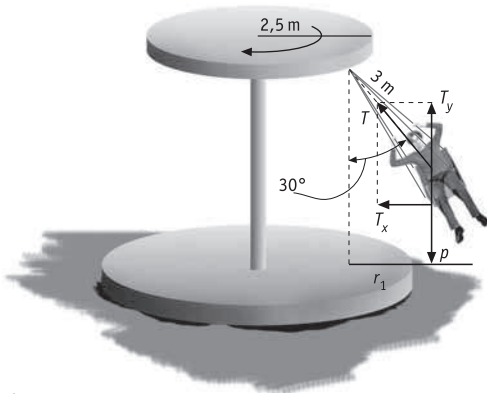
- c) L'automòbil es troba en el punt més baix d'un gual que té un radi de curvatura de 80 m.



$$N - p = m \frac{v^2}{R} \rightarrow N = m \left(g + \frac{v^2}{R} \right)$$

$$N = 75 \cdot \left(9,8 + \frac{22,22^2}{80} \right) = 1197,96 \text{ N}$$

24. Una atracció de fira consisteix en una rotllana horitzontal de 2,5 m de radi d'on pengen uns gronxadors de 3 m de longitud (fig. 3.58). Si en un dels gronxadors de 2 kg de massa s'hi asseu un noi de 70 kg, calculeu la velocitat angular amb què ha de girar la rotllana per aconseguir que els gronxadors formin un angle de 30° amb la vertical.



$$m = 70 \text{ kg}$$

$$m_e = 2 \text{ kg}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{r_1}{l} \rightarrow r_1 = l \sin 30^\circ = 3 \cdot \sin 30^\circ = 1,5 \text{ m}$$

$$R = 1,5 + 2,5 = 4 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} T_x = m \omega^2 R \\ T_y = p \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} T \sin 30^\circ = m \omega^2 R \\ T \cos 30^\circ = mg \end{array} \right\}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{\omega^2 R}{g}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g \text{tg } 30^\circ}{R}} = \sqrt{\frac{9,8 \cdot \text{tg } 30^\circ}{4}} = 1,19 \text{ rad/s}$$

Activitats finals

Qüestions

1. Expliqueu les sensacions que sentim en les situacions següents i relacioneu-les amb el principi d'inèrcia.

a) Ens trobem dins d'un vehicle en repòs que arrenca sobtadament.

Sentim com una força que ens empeny cap enrere, és a dir, en sentit contrari al moviment del vehicle; en realitat no existeix aquesta força, sinó que és una conseqüència de la nostra tendència a estar en repòs, d'acord amb el principi d'inèrcia.

b) Ens trobem dins d'un vehicle que va a velocitat constant i que frena sobtadament.

Sentim com una força que ens empeny cap endavant, és a dir, en sentit contrari al de l'acceleració del vehicle. En realitat no existeix aquesta força, sinó que el que notem és la nostra tendència a moure'ns segons un MRU, d'acord amb el principi d'inèrcia.

c) Ens trobem dins d'un ascensor en repòs que es posa en marxa sobtadament i comença a pujar.

Sentim com un augment del nostre pes, ja que augmenta la força que efectuem amb els nostres peus sobre el terra de l'ascensor; aquest augment de pes no és real, sinó que és una conseqüència del principi d'inèrcia: tenim tendència a

romandre en repòs, mentre que l'ascensor accelera en sentit contrari al nostre pes.

d) Ens trobem dins d'un ascensor en repòs que es posa en marxa sobtadament i comença a baixar.

Sentim com una disminució del nostre pes; com en el cas anterior, també és una conseqüència del principi d'inèrcia, però ara l'ascensor s'accelera en el mateix sentit que el nostre pes.

e) Ens trobem dins d'un ascensor que es mou amb velocitat constant.

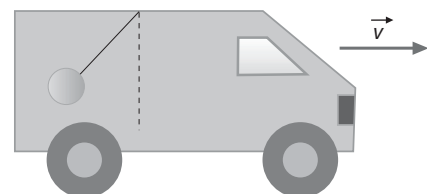
No sentim cap força fictícia, ja que ens movem amb la mateixa velocitat constant que l'ascensor.

2. Per què un ciclista ha de pedalejar encara que vagi per una carretera plana? Contradiu això el principi d'inèrcia? I per què costa més frenar un automòbil que una bicicleta? Justifiqueu la resposta atenent al principi d'inèrcia.

Com que hi ha fregament entre les rodes i el terra, la bicicleta es va frenant; per contrarestar aquesta disminució de velocitat el ciclista ha de pedalejar constantment, tot fent una força en sentit contrari al fregament. Per tant, no es contradiu el principi d'inèrcia, i el ciclista es mou amb moviment rectilini uniforme si la força que efectua és igual en mòdul a la força de fregament.

Per frenar un vehicle que es mou a una determinada velocitat cal comunicar-li una acceleració que només depèn d'aquesta velocitat i de l'interval de temps en el qual es vulgui assolir la nova velocitat. Ara bé, per proporcionar aquesta acceleració al vehicle, cal comunicar-li una força que és directament proporcional a la seva massa. Tant el camió com la bicicleta tendeixen a seguir un MRU; per tant, per modificar aquesta situació, cal aplicar una força que, en el cas del camió, serà més gran perquè la massa del camió és més gran que la de la bicicleta. Aquest fet no contradiu el principi d'inèrcia, sinó tot el contrari: cal aplicar una força per modificar la inèrcia del vehicle.

3. [Curs 00-01] El pèndol de la figura està penjat del sostre d'un vehicle que es mou d'esquerra a dreta. Raoneu si el vehicle està frenant, accelerant o es mou a velocitat constant. Quina seria la resposta a la pregunta anterior si la posició observada del pèndol fos vertical en relació amb el vehicle?



El vehicle està accelerant ja que la tensió del pèndol té un component horitzontal dirigit cap a la part davantera del vehicle i comunica l'acceleració del vehicle al pèndol. Pel que fa al component vertical de la tensió, aquest és contrarestat pel pes del pèndol.

Si el fil del pèndol no formés cap angle en respecte la vertical, es tindria una situació d'acceleració nul·la en la direcció X. Per

tant, el vehicle estaria movent-se a velocitat constant o bé estaria en repòs.

4. **Quan un cavall estira un carro, la força que efectua és exactament igual, en mòdul, però en sentit contrari, a la que efectua el carro sobre el cavall. Com és que hi pot haver moviment, si són forces oposades? Raoneu-ne la resposta.**

Penseu que aquestes forces, encara que siguin iguals, estan aplicades sobre cossos diferents, i, considerant totes les forces que actuen sobre cada cos, és possible el moviment tal i com estableix la segona llei de Newton.

5. **Si apliquem, una mateixa força \vec{F} a dos cossos, quina és la relació entre les seves masses si un experimenta una acceleració que és el triple que la de l'altre.**

Aplicant la segona llei de Newton als dos cossos, i tenint en compte que la força aplicada és la mateixa:

$$F = m_1 a \text{ (primer cos)}$$

$$F = m_2 (3a) \text{ (segon cos)}$$

Dividint ambdues equacions: $\frac{F}{F} = \frac{m_1 a}{m_2 (3a)} \rightarrow$

$$1 = \frac{m_1}{3m_2} \rightarrow m_1 = 3m_2$$

6. **Poseu exemples de forces que:**

- a) **Actuen a distància.**

La força gravitatòria entre dues masses; la força elèctrica entre dues càrregues; la força magnètica entre dos imants; etc.

- b) **Actuen per contacte.**

La força de fregament entre dos cossos en contacte; la força de tracció que efectua un cavall quan tira d'un carro; etc.

7. **Com variarà la força que indica una balança situada dins d'un ascensor amb una persona al damunt, quan:**

En qualsevol cas, si F és la força que indica la balança (pes aparent), tenim que:

$$F - p = ma \rightarrow F = ma + mg \rightarrow F = m(g + a). \text{ Per tant:}$$

- a) **L'ascensor puja frenant.**

La balança indicarà un pes aparent més petit, ja que $a < 0$.

- b) **L'ascensor puja accelerant.**

La balança indicarà un pes aparent més gran, ja que $a > 0$.

- c) **L'ascensor baixa frenant.**

Com en el segon cas, la balança indicarà un pes aparent més gran, ja que $a > 0$.

- d) **L'ascensor baixa accelerant.**

Com en el primer cas, la balança indicarà un pes aparent més petit, ja que $a < 0$.

- e) **L'ascensor puja a velocitat constant.**

La balança indicarà el pes real de la persona, ja que $a = 0$.

- f) **L'ascensor baixa a velocitat constant.**

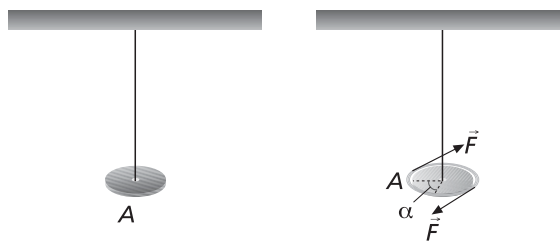
La balança indicarà el pes real de la persona, ja que $a = 0$.

8. **Poseu tres exemples de cossos en els quals es verifiqui la llei de Hooke i expliqueu com es verifica.**

La llei de Hooke es verifica en el cas d'una molla, tal com es va comentar en l'apartat corresponent d'aquesta unitat.

Un altre cas en què es verifica la llei de Hooke el tenim quan estirem una goma: en aquest cas, si apliquem una força sobre la goma, aquesta s'estira proporcionalment a la força aplicada, d'acord amb la llei de Hooke. La goma també té una determinada constant elàstica.

Finalment, també es verifica la llei de Hooke en el cas d'un pèndol de torsió, construït amb un fil metàl·lic i un cos que en penja; en aquest cas, si girem el cos que penja un cert angle petit per acció d'un parell de forces de valor F , es pot comprovar que l'angle girat és directament proporcional a la força aplicada: $F = k\alpha$.



9. **Determinem la massa d'un cos petit de dues maneres diferents: amb un dinamòmetre calibrat en grams, i amb una balança de braços iguals. Si poguéssim fer la determinació a la Lluna, n'obtindríem els mateixos valors?**

Quan mesurem la massa amb un dinamòmetre calibrat en grams, obtenim l'equivalent en grams de la força pes que provoca l'allargament del dinamòmetre (l'altre extrem ha d'estar subjecte a un suport). A la Lluna, el pes d'un cos varia, mentre que la seva massa és la mateixa que a la Terra. Per tant, obtindrem una lectura de la massa diferent, perquè el dinamòmetre ha estat calibrat a la Terra.

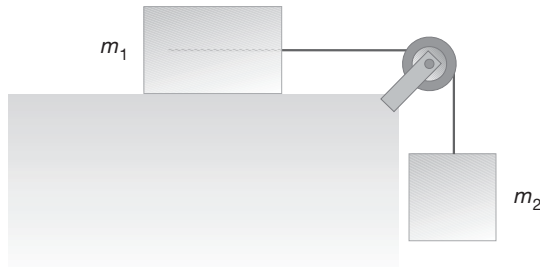
Si, en canvi, utilitzem una balança de braços iguals, tot i que el pes dels cossos a la Terra i a la Lluna és diferent, el valor obtingut per a la massa serà el mateix. La causa d'aquest fet és que a la Lluna haurem d'utilitzar les mateixes masses per equilibrar l'altre platet de la balança que si féssim la mesura a la Terra. El pes del cos i de les masses que l'equilibren varien de la mateixa manera a la Lluna.

10. **Per què un cargol agafat a la paret pot suportar forces relativament grans, com, per exemple, el pes de cossos que s'hi poden penjar? Raoneu la resposta.**

Quan el cargol està agafat a la paret, la força de fregament entre aquests dos cossos és molt gran, i, per això, pot contrarestar l'efecte d'altres forces que es poden efectuar sobre el cargol, com, per exemple, el pes d'un objecte que penja del cargol.



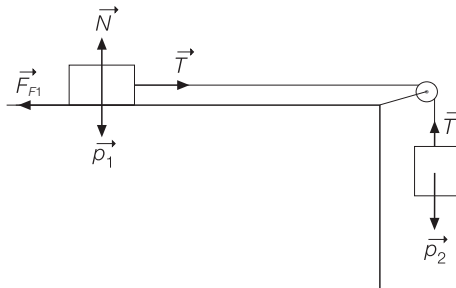
11. En la situació de la figura següent (fig. 3.61), quina relació han de tenir les masses m_1 i m_2 perquè aquestes no es moguin, si el coeficient de fregament estàtic entre la primera massa i el pla horitzontal és μ_e ?



Les forces que actuen sobre els cossos estan representades a la figura de sota.

Aplicant la segona llei de Newton a cada cos, i tenint en compte que els cossos no es mouen ($a = 0$), tenim:

$$\left. \begin{aligned} T - F_{F1} &= 0 \\ T - p_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow F_{F1} = p_2 \rightarrow \mu m_1 g = m_2 g \rightarrow m_2 = \mu m_1$$



12. Supposeu que deixem caure una bola per un pla inclinat, que no presenta fregament. Si a continuació hi ha un altre pla inclinat que tampoc no presenta fregament, quina distància puja sobre aquest segon pla? Si disminuïm la inclinació del segon pla, quina distància puja la bola? Si el segon pla és horitzontal, quina distància recorre la bola? Raoneu-ne la resposta.

Sigui quina sigui la inclinació del segon pla, la bola sempre recorrerà la distància necessària per assolir la mateixa altura des que l'hem deixat anar; per tant, si el segon pla és horitzontal, la bola no pararà mai i es mourà amb MRU, ja que mai arribarà a assolir la mateixa altura. Aquest raonament va ser utilitzat per Galileu per demostrar el principi d'inèrcia.

13. [Curs 99-00] És possible que un cos sobre el qual actua una única força de mòdul constant que forma un angle $\alpha \neq 0$ amb la seva velocitat segueixi una trajectòria rectilínia? Raoneu la resposta.

PAU

No és possible, ja que la projecció de la força segons la perpendicular a la trajectòria és diferent de zero, això implica que hi haurà una força normal que farà variar la direcció del moviment, per tant, l'acceleració normal no és nul·la, i la trajectòria no pot ser rectilínia.

14. Si augmentem el coeficient de fregament al doble, com varia la velocitat mínima de gir d'un rotor de fira?

La velocitat mínima de gir d'un rotor de fira és:

$$v = \sqrt{\frac{gR}{\mu}}$$

En augmentar el doble el coeficient de fregament, la velocitat mínima v' és:

$$v' = \sqrt{\frac{gR}{2\mu}}$$

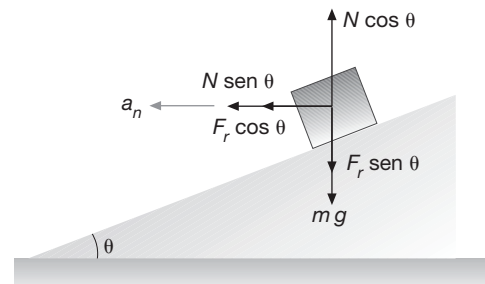
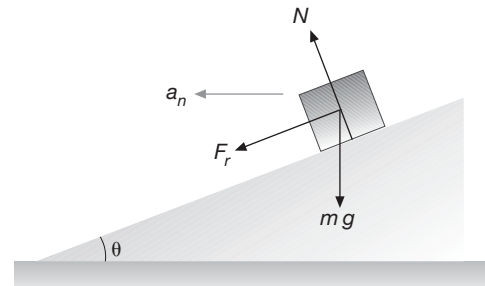
d'on tenim que $v' = \frac{v}{\sqrt{2}}$

15. Per què un motorista s'inclina quan descriu un revolt sense peralt?

Per contrarestar els efectes del principi d'inèrcia, que tendeix a fer anar la moto en sentit contrari a aquesta inclinació.

16. Determineu la velocitat màxima a la qual un ciclista pot donar una corba de radi R en un velòdrom si aquesta, a més de tenir un peralt α , presenta un coeficient de fregament estàtic μ_e .

Les forces que actuen són el pes (vertical), la normal (perpendicular al pla) i la força de fregament (paral·lela al pla):



Aplicuem la segona llei de Newton:

$$X: N \sin \theta - F_r \cos \theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$Y: N \cos \theta = F_r \sin \theta + mg$$

Com que $F_r = \mu N$, tenim:

$$N(\sin \theta + \mu \cos \theta) = \frac{mv^2}{R}$$

$$N(\cos \theta - \mu \sin \theta) = mg$$

Aïllant v entre les dues equacions, obtenim:

$$v = \sqrt{Rg \frac{\sin \theta + \mu \cos \theta}{\cos \theta - \mu \sin \theta}}$$



Problemes

1. Quina força hem de fer sobre un cos de 105 kg de massa que és damunt d'una superfície horitzontal, si volem que faci un recorregut de 25 m en 12 s? Suposeu que no hi ha fregament entre la caixa i el pla horitzontal i que el cos està inicialment en repòs. Trieu la resposta correcta:

- a) 29,76 N
b) 36,46 N
c) 12,55 N
d) 43,42 N

L'opció correcta és: b) 36,46 N

Comprovem-ho:

$$\left. \begin{array}{l} m = 105 \text{ kg} \\ \Delta x = 25 \text{ m} \\ \Delta t = 12 \text{ s} \\ v_0 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \rightarrow 25 = \frac{1}{2} a \cdot 12^2 \rightarrow$$

$$a = \frac{2 \cdot 25}{12^2} = 0,35 \text{ m/s}^2$$

$$F = ma = 105 \cdot 0,35 = 36,46 \text{ N}$$

2. Una grua que té una massa de 665 kg remolca un automòbil que està espatllat amb una força de 245 N. Calculeu la massa de l'automòbil, tenint en compte que la grua mou el conjunt amb una acceleració constant de 0,3 m/s². Calculeu també la tensió de l'enganxall entre la grua i l'automòbil.

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 665 \text{ kg} \\ F = 245 \text{ N} \\ a = 0,3 \text{ m/s}^2 \end{array} \right\}$$

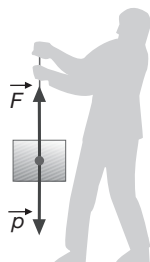
El diagrama de forces i l'aplicació de la segona llei de Newton són iguals que en el problema anterior. Per tant,

$$F = (m_1 + m_2) a \rightarrow 245 = (665 + m_2) \cdot 0,3 \rightarrow$$

$$m_2 = \frac{245}{0,3} - 665 \rightarrow m_2 = 152 \text{ kg}$$

$$T = m_2 a = 152 \cdot 0,3 = 45,5 \text{ N}$$

3. Amb l'ajut d'una corda apliquem una força sobre un cos de massa 7,5 kg, tal com indica la figura 3.62.



$$m = 7,5 \text{ kg}$$

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \rightarrow F - p = ma \rightarrow F = ma + mg = m(a + g)$$

- a) Quina força hem de fer perquè pugui a velocitat constant?

$$v = \text{constant} \rightarrow a = 0 \rightarrow$$

$$F = m(0 + g) = mg = 7,5 \cdot 9,8 = 73,5 \text{ N}$$

- b) Quina força hem de fer perquè pugui amb acceleració constant de 2,9 m/s²?

$$a = 2,9 \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

$$F = m(a + g) = 7,5 \cdot (2,9 + 9,8) = 95,3 \text{ N}$$

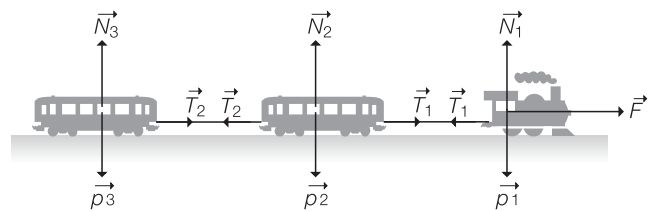
- c) Quina força hem de fer perquè baixi amb una acceleració constant de 5,6 m/s²?

$$a = -5,6 \text{ m/s}^2 \rightarrow F = 7,5 \cdot (-5,6 + 9,8) = 31,5 \text{ N}$$

4. Una màquina de tren té una massa de 35 t i arrossega dos vagons, un de 23 t de massa i l'altre de 18 t. Si la força que fa la màquina per tal de moure el conjunt és de $5,5 \cdot 10^4$ N, amb quina acceleració es mouen la màquina i els vagons? Quines són les tensions dels enganxalls? Suposeu que no hi ha fregament.

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 35 \text{ t} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ kg} \\ m_2 = 23 \text{ t} = 2,3 \cdot 10^4 \text{ kg} \\ m_3 = 18 \text{ t} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ kg} \\ F = 5,5 \cdot 10^4 \text{ N} \end{array} \right\}$$

Diagrama de forces:



$$\left. \begin{array}{l} \vec{p}_1 = -\vec{N}_1 \\ \vec{p}_2 = -\vec{N}_2 \\ \vec{p}_3 = -\vec{N}_3 \end{array} \right\}$$

Segona llei de Newton:

$$\left. \begin{array}{l} F - T_1 = m_1 a \\ T_1 - T_2 = m_2 a \\ T_2 = m_3 a \end{array} \right\} F = (m_1 + m_2 + m_3) a \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{5,5 \cdot 10^4}{3,5 \cdot 10^4 + 2,3 \cdot 10^4 + 1,8 \cdot 10^4} = 0,72 \text{ m/s}^2$$

$$T_2 = m_3 a = 1,8 \cdot 10^4 \cdot 0,72 = 1,3 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$T_1 = m_2 a + T_2 = 2,3 \cdot 10^4 \cdot 0,72 + 1,3 \cdot 10^4 = 3,0 \cdot 10^4 \text{ N}$$

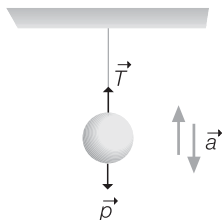


5. Del sostre d'un ascensor pengem una bola d'1,55 kg de massa amb l'ajut d'una corda. Calculeu la tensió de la corda en les situacions següents:

$$m = 1,55 \text{ kg}$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow T - p = ma$$

$$T = ma + p \rightarrow T = m(a + g)$$



- a) L'ascensor baixa amb una acceleració constant de 2 m/s^2 .

$$a = -2 \text{ m/s}^2 \rightarrow T = 1,55 \cdot (-2 + 9,8) = 12,09 \text{ N}$$

- b) L'ascensor puja a velocitat constant de 5 m/s .

$$v = 5 \text{ m/s} \rightarrow a = 0 \rightarrow$$

$$T = m(0 + g) = mg = 1,55 \cdot 9,8 = 15,19 \text{ N}$$

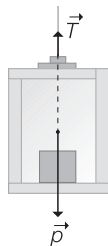
- c) L'ascensor puja amb acceleració constant de $0,9 \text{ m/s}^2$.

$$a = 0,9 \text{ m/s}^2 \rightarrow T = 1,55 \cdot (0,9 + 9,8) = 16,58 \text{ N}$$

- d) Es trenquen els cables de l'ascensor.

$$g = -9,8 \text{ m/s}^2 \rightarrow T = 1,55 \cdot (-9,8 + 9,8) = 0 \text{ N}$$

6. El cable d'un muntacàrregues pot suportar una tensió màxima de $2,0 \cdot 10^4 \text{ N}$, de manera que, si se sobrepassa aquest valor, es pot trencar el cable. Amb quina acceleració màxima pot pujar el muntacàrregues, si la seva massa és de 1250 kg i porta a dintre seu una càrrega de 340 kg ?

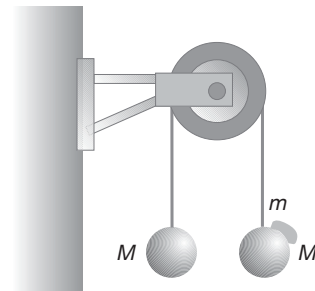


$$\sum F = ma \rightarrow T - p = ma$$

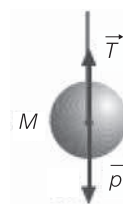
$$T = 2,0 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 1250 \text{ kg} \\ m_2 = 340 \text{ kg} \end{array} \right\} m = m_1 + m_2 = 1250 + 340 = 1590 \text{ kg}$$

$$\rightarrow a = \frac{T - mg}{m} = \frac{2 \cdot 10^4 - 1590 \cdot 9,8}{1590} = 2,8 \text{ m/s}^2$$



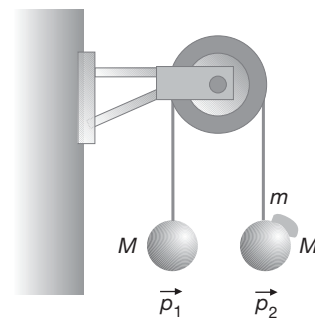
- a) Considereu una de les dues masses M . Feu un esquema de les forces que actuen sobre M i indiqueu sobre quin cos estarien aplicades les forces de reacció corresponents.



La força de reacció a la tensió T està aplicada sobre la corda i és una força igual en mòdul i direcció però de sentit contrari. La força de reacció al pes p està aplicada sobre la Terra i també és de sentit contrari a la força d'acció.

- b) Sobre la massa penjada a la dreta cau un tros de plastilina de massa $m = 500 \text{ g}$ que s'hi queda enganxat. Quina serà l'acceleració de les masses en el moviment posterior al xoc?

Representem les forces que actuen sobre els dos blocs. Com que en la direcció horitzontal no actuen forces, el problema esdevé unidimensional.



Com que la massa de la corda és menyspreable, les tensions aplicades a cada bloc coincideixen: $T_1 = T_2 = T$. Apliquem ara la segona llei de Newton a cada bloc:

$$\text{Bloc 1: } T - Mg = Ma_1$$

$$\text{Bloc 2: } T - (M + m)g = (M + m)a_2$$

Tenint en compte que la corda és inextensible, la relació entre les acceleracions és: $a_1 = -a_2 = a$.

Per tant, el sistema d'equacions queda:

$$\left. \begin{array}{l} T - Mg = Ma \\ T - (M + m)g = -(M + m)a \end{array} \right\}$$

$$T = M(a + g) \rightarrow M(a + g) - (M + m)g = -(M + m)a$$

7. [Curs 98-99] Tenim dues masses iguals ($M = 5 \text{ kg}$) penjades dels extrems d'una corda que passa per una politja. Les masses de la corda i de la politja es poden considerar negligibles. Inicialment les dues masses estan en repòs.

PAU



Per tant:

$$a = \frac{mg}{2M + m} = \frac{0,5 \cdot 9,8}{2 \cdot 5 + 0,5} = 0,467 \text{ m/s}^2$$

c) Quins són els valors de la tensió de la corda abans i després del xoc?

Abans del xoc, hi ha equilibri entre forces i, per tant, no hi ha acceleració. En conseqüència:

$$\frac{T - Mg}{M} = 0 \rightarrow T = Mg = 5 \cdot 9,8 = 49 \text{ N}$$

A aquesta condició també s'hi pot arribar imposant $m = 0$ en les equacions de l'apartat a). S'obté:

$$\text{Bloc 1: } T - Mg = Ma_1$$

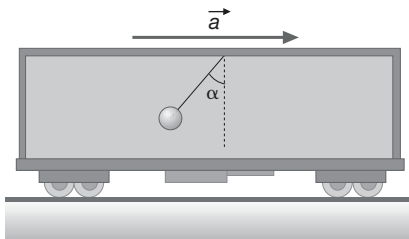
$$\text{Bloc 2: } T - Mg = Ma_2$$

És a dir: $a_1 = a_2$. I com que perquè les masses es puguin moure lligades per la corda inextensible s'ha de complir que $a_1 = -a_2$, l'única possibilitat és que $a_1 = a_2 = 0$.

Després del xoc, podem obtenir el valor de la tensió a partir del valor de l'acceleració calculat a l'apartat a):

$$T = M(a + g) = 5(0,47 + 9,8) = 51,33 \text{ N}$$

8. Un pèndol es construeix amb una corda de massa negligible i amb una bola de massa 525 g. El pèndol penja del sostre d'un vagó de tren, que porta un moviment rectilini uniformement accelerat, tal com indica la figura 3.64.

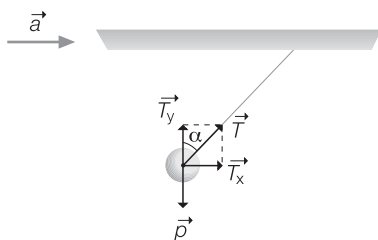


a) Per què el pèndol està inclinat respecte de la vertical?

El pèndol està inclinat perquè la força neta que actua sobre ell no és nul·la, i, per tant, hi actua una acceleració que fa que el pèndol s'inclini.

b) Suposem que l'acceleració del vagó és constant i val $3,2 \text{ m/s}^2$, calculeu l'angle que forma la corda amb la vertical.

$$a = 3,2 \text{ m/s}^2$$



Com que l'acceleració només actua en l'eix horitzontal (no hi ha acceleració vertical), la força neta en l'eix vertical és nul·la, mentre que la força neta en l'eix horitzontal és el producte de la massa per l'acceleració.

$$\left. \begin{aligned} X: \Sigma F_x = ma &\rightarrow T_x = ma \rightarrow T \sin \alpha = ma \\ Y: \Sigma F_y = 0 &\rightarrow T_y - p = 0 \rightarrow T \cos \alpha = mg \end{aligned} \right\}$$

Dividim aquestes dues últimes equacions:

$$\begin{aligned} \frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} &= \frac{ma}{mg} \rightarrow \\ \rightarrow \text{tg } \alpha &= \frac{a}{g} = \frac{3,2}{9,8} = 0,326 \\ \alpha &= 18^\circ \end{aligned}$$

c) Calculeu la tensió de la corda.

$$T \sin \alpha = ma \rightarrow T = \frac{ma}{\sin \alpha} = \frac{0,525 \cdot 3,2}{\sin 18} = 5,4 \text{ N}$$

9. Un pèndol de 73 g de massa penja del sostre d'un automòbil que es mou amb un moviment rectilini uniformement accelerat; si el pèndol forma un angle de 35° amb l'horitzontal, trieu la resposta correcta de les proposicions següents.

A) L'acceleració de l'automòbil val:

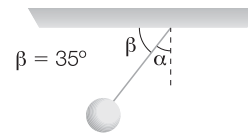
a) $8,94 \text{ m/s}^2$

b) $7,12 \text{ m/s}^2$

c) $13,49 \text{ m/s}^2$

L'opció correcta és: c) $13,99 \text{ m/s}^2$.

En efecte, de la figura obtenim les relacions següents:



Les relacions entre les forces en les direccions X i Y són:

$$T \cos \alpha = mg$$

$$T \sin \alpha = ma$$

d'on es dedueix que $\text{tg } \alpha = a/g$.

L'angle α és el complementari de l'angle β :

$$\alpha = 90^\circ - \beta \rightarrow \alpha = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

Per tant: $a = g \text{ tg } \alpha = 9,8 \text{ tg } 55^\circ = 13,99 \text{ m/s}^2$

B) La tensió de la corda és de:

a) $0,88 \text{ N}$

b) $1,21 \text{ N}$

c) $0,73 \text{ N}$

L'opció correcta és b) $1,25 \text{ N}$.



En efecte, amb el valor de l'acceleració i els valors de la massa i el sinus d' α , trobem el valor de la tensió:

$$T = \frac{ma}{\sin \alpha} = \frac{0,073 \cdot 13,99}{\sin 55^\circ} = 1,25 \text{ N}$$

10. En la situació de la figura 3.65, se suposa que la corda i la politja tenen masses negligibles i que no hi ha fregaments.

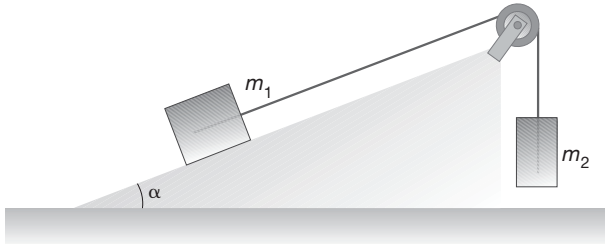
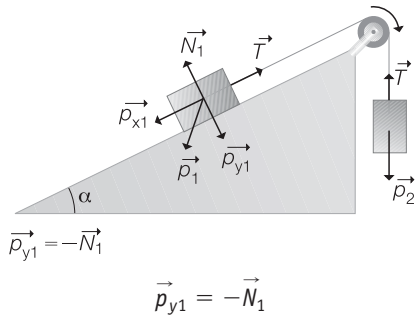


Diagrama de forces:



Segona llei de Newton:

$$\left. \begin{aligned} T - p_{x1} &= m_1 a \\ p_2 - T &= m_2 a \end{aligned} \right\} \rightarrow p_2 - p_{x1} = (m_1 + m_2) a \rightarrow m_2 g - m_1 g \sin \alpha = (m_1 + m_2) a$$

a) Quin ha de ser l'angle d'inclinació del pla, si $m_1 = 29 \text{ kg}$, $m_2 = 17 \text{ kg}$, i el conjunt es mou amb una velocitat constant?

$$\left. \begin{aligned} v = \text{constant} &\Rightarrow a = 0 \\ m_1 &= 29 \text{ kg} \\ m_2 &= 17 \text{ kg} \end{aligned} \right\}$$

$$17 \cdot 9,8 - 29 \cdot 9,8 \cdot \sin \alpha = 0 \rightarrow \alpha = 36^\circ$$

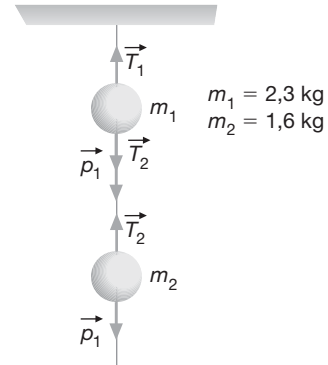
b) Si l'angle val 30° , quina ha de ser la relació entre les masses perquè el conjunt es mogui amb una velocitat constant?

$$\left. \begin{aligned} \alpha = 30^\circ \\ v = \text{constant} &\Rightarrow a = 0 \end{aligned} \right\} m_2 g - m_1 g \sin 30^\circ = 0$$

$$\rightarrow m_1 g \frac{1}{2} = m_2 g \rightarrow m_1 = 2 m_2$$

11. A l'interior d'un ascensor hi pengen dos objectes esfèrics de masses $2,3 \text{ kg}$ i $1,6 \text{ kg}$, el primer està unit al sostre mitjançant una corda, i el segon està unit al primer també amb una corda. Determineu la tensió de les cordes en les situacions següents:

Diagrama de forces:



Segona llei de Newton:

$$\left. \begin{aligned} T_1 - T_2 - p_1 &= m_1 \cdot a \\ T_2 - p_2 &= m_2 \cdot a \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} T_1 &= (m_1 + m_2) \cdot (a + g) \\ T_2 &= m_2 \cdot (a + g) \end{aligned} \right\}$$

a) L'ascensor arrenca pujant amb una acceleració constant de $1,1 \text{ m/s}^2$.

$$a = 1,1 \text{ m/s}^2$$

$$T_1 = 3,9 \cdot (1,1 + 9,8) = 42,51 \text{ N}$$

$$T_2 = 1,6 \cdot (1,1 + 9,8) = 17,44 \text{ N}$$

b) L'ascensor puja a una velocitat constant de 3 m/s .

$$a = 0$$

$$T_1 = 3,9 \cdot (9,8) = 38,22 \text{ N}$$

$$T_2 = 1,6 \cdot (9,8) = 15,68 \text{ N}$$

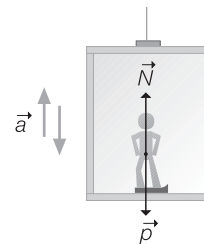
c) L'ascensor, que estava pujant, frena amb una acceleració d' $1,2 \text{ m/s}^2$ i s'atura.

$$a = -1,2 \text{ m/s}^2$$

$$T_1 = 3,9 \cdot (-1,2 + 9,8) = 33,54 \text{ N}$$

$$T_2 = 1,6 \cdot (-1,2 + 9,8) = 13,76 \text{ N}$$

12. Una persona és a dins d'un ascensor al damunt d'una bàscula calibrada en newtons.



La força que indica la balança és la força normal, N . Si apliquem la segona llei de Newton, tenim:

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \rightarrow \vec{N} + \vec{p} = m \vec{a} \rightarrow$$

$$\rightarrow N - p = m a \rightarrow N = m g + m a \rightarrow N = m (g + a)$$



- a) Si l'ascensor puja amb acceleració de $3,1 \text{ m/s}^2$ i la bàscula assenjala 774 N , quina és la massa de la persona?

$$\left. \begin{array}{l} a = 3,1 \text{ m/s}^2 \\ N = 774 \text{ N} \end{array} \right\} N = m(g + a) \rightarrow$$

$$774 = m(9,8 + 3,1) \rightarrow m = \frac{774}{12,9} = 60 \text{ kg}$$

- b) En quina situació la bàscula indica 522 N ?

$$N = 522 \text{ N} \rightarrow 522 = 60(9,8 + a) \rightarrow$$

$$a = \frac{522}{60} - 9,8 = -0,6 \text{ m/s}^2$$

És a dir, l'ascensor baixa amb una acceleració de $-0,6 \text{ m/s}^2$.

- c) En quina situació la bàscula indica exactament el pes de la persona?

$$N = p = mg = 60 \cdot 9,8 = 588 \text{ N}$$

$$588 = 60(9,8 + a) \rightarrow a = 0$$

L'ascensor puja o baixa a velocitat constant.

- d) En quina situació indica 0 ?

$$N = 0 \rightarrow g + a = 0 \rightarrow a = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

L'ascensor cau lliurement.

13. Hem penjat diferents masses d'una molla i n'hem mesurat les longituds, amb els resultats següents (taula 3.2):

m (g)	0	10	20	30	40
y (cm)	5,5	7,8	10,1	12,4	14,7

- a) Quina és la constant de la molla?

La longitud y_0 de la molla és $5,5 \text{ cm} = 0,055 \text{ m}$, ja que és la longitud quan no hi penja cap massa ($m = 0$).

Calculem k amb els quatre parells de valors restants, expressant els valors en unitats del SI:

$$F' = k \Delta y \rightarrow mg = k(y - y_0) \rightarrow k = \frac{mg}{y - y_0}$$

$$\blacksquare k = \frac{0,01 \cdot 9,8}{0,078 - 0,055} = 4,3 \text{ N/m}$$

$$\blacksquare k = \frac{0,02 \cdot 9,8}{0,101 - 0,055} = 4,3 \text{ N/m}$$

$$\blacksquare k = \frac{0,03 \cdot 9,8}{0,124 - 0,055} = 4,3 \text{ N/m}$$

$$\blacksquare k = \frac{0,04 \cdot 9,8}{0,147 - 0,055} = 4,3 \text{ N/m}$$

En tots els casos, $k = 4,3 \text{ N/m}$.

- b) Quina és la longitud de la molla quan hi pengem una massa de 17 g ?

$$m = 17 \text{ g} = 0,017 \text{ kg} \rightarrow mg = k(y - y_0) \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,017 \cdot 9,8 = 4,3 \cdot (y - 0,055) \rightarrow$$

$$y = \frac{0,017 \cdot 9,8}{4,3} + 0,055 = 0,094 \text{ m} = 9,4 \text{ cm}$$

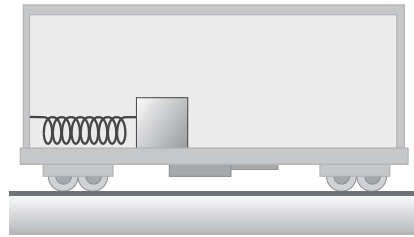
- c) Quina massa hi pengem quan l'allargament experimentat per la molla és de $5,1 \text{ cm}$?

L'allargament és $\Delta y = y - y_0 = 5,1 \text{ cm} = 0,051 \text{ m}$.

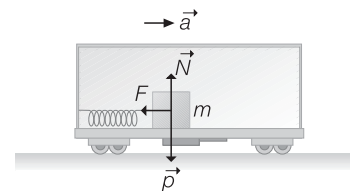
Per tant, $mg = k \Delta y \rightarrow m \cdot 9,8 = 4,3 \cdot 0,051 \rightarrow$

$$m = \frac{4,3 \cdot 0,051}{9,8} = 0,0224 \text{ kg} = 22,4 \text{ g}$$

14. En la situació indicada a la figura 3.66, tenim un cos de massa de 250 g enganxat a una molla, que va solidària amb un vagó de tren. Si la molla té una constant elàstica de 15 N/m , i no hi ha fregament entre el cos i la superfície del vagó, determineu l'allargament que experimenta en les situacions següents:



Dibuixem el diagrama de forces:



$$m = 250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg}$$

$$k = 15 \text{ N/m}$$

$$\vec{N} = -\vec{p}$$

Apliquem la segona llei de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{F} + \vec{N} + \vec{p} = m\vec{a} \rightarrow F = ma \rightarrow -k \Delta x = m \cdot a$$

- a) El vagó es mou cap a l'esquerra amb acceleració constant d' $1,6 \text{ m/s}^2$.

$a = -1,6 \text{ m/s}^2 \rightarrow$ l'acceleració és negativa perquè el vagó es mou cap a l'esquerra. Per tant:

$$-15 \cdot \Delta x = 0,25 \cdot (-1,6)$$

$$\Delta x = \frac{0,25 \cdot (-0,16)}{-15} = 0,027 \text{ m} = 2,7 \text{ cm}$$

La molla s'estira $2,7 \text{ cm}$.



b) El vagó es mou cap a la dreta amb acceleració constant de 2,8 m/s².

$a = 2,8 \text{ m/s}^2 \rightarrow$ ara l'acceleració és positiva (el vagó es mou cap a la dreta). Per tant:

$$-15 \cdot \Delta x = 0,25 \cdot 2,8$$

$$\Delta x = \frac{0,25 \cdot 2,8}{-15} = -0,047 \text{ m} = -4,7 \text{ cm}$$

La molla es comprimeix 4,7 cm.

c) El vagó està en repòs.

$a = 0 \rightarrow$ El vagó està en repòs. Per tant:

$$-15 \cdot \Delta x = 0,25 \cdot 0 \rightarrow \Delta x = 0$$

La molla roman amb la seva longitud en repòs.

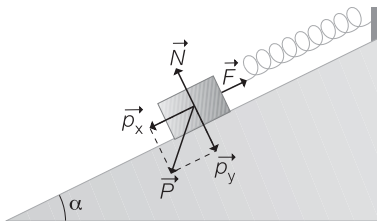
15. Una molla té una constant elàstica de valor 250 N/m i està situada paral·lelament a un pla inclinat un angle de 50°. La molla està fixada a la part superior del pla i pengem del seu extrem inferior un cos de massa desconeguda. Si la molla s'allarga una longitud de 7,5 cm, quant val la massa del cos, si suposem que no hi ha fregament? Trieu la resposta correcta:

- a) 2,5 kg b) 4,6 kg c) 1,7 kg d) 3,4 kg

L'opció correcta és a) 2,5 kg.

Anem a veure-ho:

Diagrama de forces:



$$k = 250 \text{ N/m}$$

$$\alpha = 50^\circ$$

$$\Delta x = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$$

$$\vec{N} = -\vec{p}_y$$

Segona llei de Newton:

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \rightarrow \vec{F} + \vec{N} + \vec{p}_y + \vec{p}_x = m \vec{a}$$

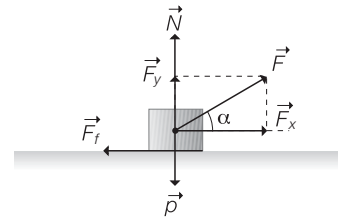
$$\vec{F} + \vec{p}_x = 0 \rightarrow F - p_x = 0 \rightarrow F = p_x \rightarrow$$

$$\rightarrow k \Delta x = mg \sin \alpha \rightarrow$$

$$\rightarrow m = \frac{k \Delta x}{g \sin \alpha} = \frac{250 \cdot 0,075}{9,8 \cdot \sin 50^\circ} = 2,5 \text{ kg}$$

16. Una caixa de 15 kg de massa descansa sobre una superfície horitzontal que presenta un coeficient de fregament estàtic de valor 0,45 i un coeficient de fregament dinàmic de valor de 0,42. Per moure la caixa, l'estirem amb l'ajut d'una corda que forma un angle de 20° amb l'horitzontal.

Diagrama de forces



$$m = 15 \text{ kg}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\mu_e = 0,45$$

$$\mu_d = 0,42$$

Si suposem que la caixa es mou en la direcció horitzontal, tenim que:

$$\left. \begin{array}{l} N + F_y - p = 0 \\ F_x - F_f = m a \end{array} \right\} \rightarrow N = p - F_y = mg - F \sin \alpha$$

a) Quina força mínima hem de fer per què la caixa es comenci a moure?

Inicialment, la força de fregament que hi actua és la força de fregament estàtic, i el cos tot just comença a moure's ($a = 0$).

$$F_x - F_{fe} = m \cdot a \rightarrow$$

$$\rightarrow F_x = F_{fe} = \mu_e N = \mu_e (mg - F \sin \alpha) \rightarrow$$

$$\rightarrow F \cos \alpha = \mu_e mg - \mu_e F \sin \alpha \rightarrow$$

$$\rightarrow F \cos \alpha + F \mu_e \sin \alpha = \mu_e mg \rightarrow$$

$$\rightarrow F = \frac{\mu_e mg}{\cos \alpha + \mu_e \sin \alpha} =$$

$$= \frac{0,45 \cdot 15 \cdot 9,8}{\cos 20^\circ + 0,45 \sin 20^\circ} = 60,5 \text{ N}$$

b) Quina força hem de fer per moure la caixa amb velocitat constant?

Quan la caixa es mou amb velocitat constant, l'acceleració continua essent nul·la, però la força de fregament que actua és la dinàmica; per tant:

$$F = \frac{\mu_d mg}{\cos \alpha + \mu_d \sin \alpha} =$$

$$= \frac{0,42 \cdot 15 \cdot 9,8}{\cos 20^\circ + 0,42 \sin 20^\circ} = 57 \text{ N}$$

c) Si la força amb què estirem la corda val 65 N, amb quina acceleració es mou la caixa?

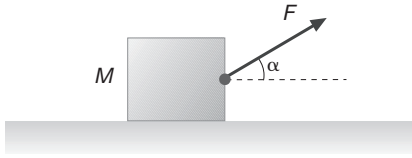
Ara hi ha acceleració, i $F = 65 \text{ N}$:

$$F_x - F_{fe} = m a \rightarrow a = \frac{F \cos \alpha - \mu_d (mg - F \sin \alpha)}{m} \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{65 \cdot \cos 20^\circ - 0,42 (15 \cdot 9,8 - 65 \cdot \sin 20^\circ)}{15} =$$

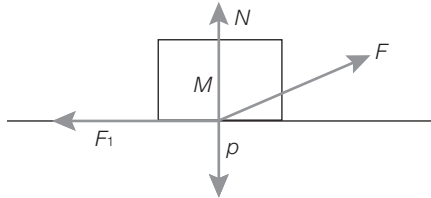
$$= 0,57 \text{ m/s}^2$$

17. [Curs 99-00] Un cos de massa $M = 40 \text{ kg}$ és a sobre un terra horitzontal amb el qual té una fricció no nul·la. Apliquem una força de mòdul $F = 100 \text{ N}$ al cos que forma un angle $\alpha = 37^\circ$ amb l'horitzontal, i aquest adquireix una acceleració horitzontal d' 1 m/s^2 .



- a) Feu un esquema amb totes les forces que actuen sobre el cos. Hi ha entre aquestes forces algun parell d'acció-reacció? Per què?

L'esquema de les forces que actuen sobre la massa M és:



Les forces que actuen sobre M són el pes (p), la normal (N), la força de fregament (F_f) i la força aplicada (F). Entre aquestes, no hi ha cap parell d'acció-reacció perquè totes elles actuen sobre el mateix cos, mentre que un parell de forces d'acció-reacció són forces oposades que actuen sempre sobre cossos diferents.

- b) Quant val el mòdul de la força total que actua sobre el cos? I el de la força normal que el terra fa sobre el cos?

Sabem que en la direcció X té una acceleració d' 1 m/s^2 , mentre que en la direcció Y no hi ha acceleració. El mòdul de la força neta que actua sobre el cos és, per la segona llei de Newton, igual al producte de la massa per l'acceleració neta. Per tant:

$$|\vec{F}_{\text{net}}| = M |\vec{a}| = 40 \cdot 1 = 40 \text{ N}$$

Per trobar el valor de la força normal, apliquem la segona llei de Newton en la direcció Y :

$$N + F \sin \alpha - Mg = 0 \rightarrow$$

$$N = 40 \cdot 9,8 - 100 \sin 37^\circ = 331,82 \text{ N} \approx 332 \text{ N}$$

- c) Determineu el valor del coeficient de fricció dinàmic entre el cos i el terra.

Troblem el coeficient de fricció dinàmic aplicant la segona llei de Newton en la direcció X i utilitzant el valor de la força normal:

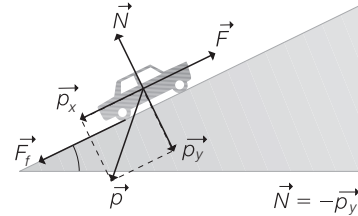
$$F \cos \alpha - F_f = M \cdot a \rightarrow F \cos \alpha - \mu_d N = M \cdot a$$

$$\mu_d = \frac{F \cos \alpha - Ma}{N} = \frac{100 \cos 37^\circ - 40 \cdot 1}{331,82} = 0,12$$

18. Un automòbil té una massa de 375 kg i puja per una carretera rectilínia que forma un angle de 15° amb l'horizon-

tal. Si el coeficient de fregament dinàmic entre les rodes i la carretera val $0,74$, quina força ha de fer el motor de l'automòbil en les situacions següents?

Diagrama de forces:



$$m = 375 \text{ kg}$$

Segona llei de Newton:

$$\alpha = 15^\circ$$

$$F - p_x - F_f = ma \rightarrow F = ma + p_x + F_f$$

$$\mu = 0,74$$

- a) L'automòbil puja amb velocitat constant.

$$v = \text{constant} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow F = p_x + F_f \rightarrow$$

$$\rightarrow F = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \rightarrow$$

$$\rightarrow F = 375 \cdot 9,8 (\sin 15^\circ + 0,74 \cos 15^\circ) = 3578 \text{ N}$$

- b) L'automòbil puja amb acceleració constant, de manera que recorre 50 m en 23 s .

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = 50 \text{ m} \\ \Delta t = 23 \text{ s} \end{array} \right\} \Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{2 \Delta x}{\Delta t^2} = \frac{2 \cdot 50}{23^2} = 0,189 \text{ m/s}^2$$

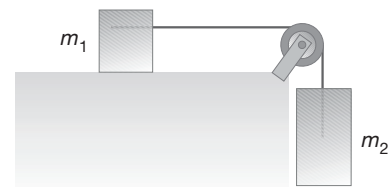
$$F = ma + p_x + F_f = ma + mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha =$$

$$= m(a + g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha) =$$

$$= 375 (0,189 + 9,8 \sin 15^\circ + 0,74 \cdot 9,8 \cdot \cos 15^\circ) =$$

$$= 3649 \text{ N}$$

19. [Curs 98-99] La massa m_1 del sistema de la figura val 40 kg , i la massa m_2 és variable. Els coeficients de fricció estàtic i cinètic entre m_1 i la taula són iguals i valen $\mu = 0,2$.



- a) Amb quina acceleració es mourà el sistema si $m_2 = 10 \text{ kg}$?

Apliquem la segona llei de Newton al sistema:

$$m_2 g - \mu m_1 g = (m_1 - m_2) a \rightarrow$$

$$a = \frac{10 \cdot 9,8 - 0,2 \cdot 40 \cdot 9,8}{40 + 10} = 0,39 \text{ m/s}^2$$

- b) Quin és el valor màxim de m_2 per al qual el sistema romandrà en repòs?

Si el sistema està en repòs s'ha de complir òbviament que $a = 0$.

Per tant:

$$m_2 g = \mu m_1 g \rightarrow m_2 = \mu m_1 = 0,2 \cdot 40 = 8 \text{ kg}$$

c) Si $m_2 = 6 \text{ kg}$, quina serà la força de fregament entre el cos i la taula? I la tensió de la corda?

Com que la massa és inferior a 8 kg, el sistema està en repòs, aleshores: $T = m_2 g = 6 \cdot 9,8 = 58,8 \text{ N}$

I la força de fregament valdrà:

$$F_f = T = m_2 g = 6 \cdot 9,8 = 58,8 \text{ N}$$

Noteu que la força de fregament no assoleix el seu valor màxim sinó just el necessari per oposar-se al moviment d' m_1 sobre la superfície horitzontal.

20. En el sistema de la figura 3.69 tenim els valors següents: $m_1 = 9,3 \text{ kg}$, $m_2 = 2,4 \text{ kg}$, $\alpha = 54^\circ$. Calculeu l'acceleració del sistema i la tensió de la corda:

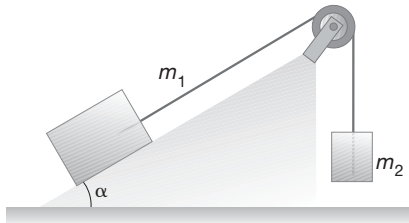
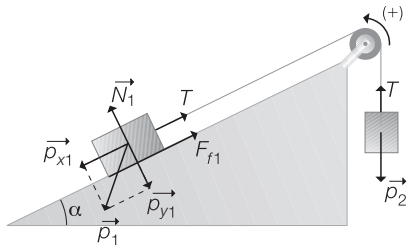


Diagrama de forces:



$$\alpha = 54^\circ$$

$$m_1 = 9,3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 2,4 \text{ kg}$$

Determinem en primer lloc en quin sentit es mouen les masses:

$$p_{x1} = m_1 g \sin \alpha = 9,3 \cdot 9,8 \cdot \sin 54^\circ = 73,73 \text{ N}$$

$$p_2 = m_2 g = 2,4 \cdot 9,8 = 23,52 \text{ N}$$

Com que $p_{x1} > p_2$, el sistema es mou en el sentit indicat a la figura.

Apliquem la segona llei de Newton a cada massa seguint el mateix criteri que al problema anterior.

$$\left. \begin{array}{l} m_1: p_{x1} - T - F_{f1} = m_1 a \\ m_2: T - p_2 = m_2 a \end{array} \right\} p_{x1} - p_2 - F_{f1} = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{m_1 g \sin \alpha - m_2 g - \mu m_1 g \cos \alpha}{m_1 + m_2}$$

a) Suposant que no hi ha fregament.

No hi ha fregament, $F_f = 0$. Per tant:

$$a = \frac{9,3 \cdot 9,8 \cdot \sin 54^\circ - 2,4 \cdot 9,8 - 0}{9,3 + 2,4} = 4,3 \text{ m/s}^2$$

$$T - p_2 = m_2 a \rightarrow T = m_2 a + m_2 g = m_2 (a + g) \rightarrow T = 2,4 \cdot (4,3 + 9,8) = 33,8 \text{ N}$$

b) Suposant que el coeficient de fregament entre el pla inclinat i la massa m_1 val 0,37. Representeu en un esquema les forces que hi actuen.

$$\mu = 0,37$$

$$a = \frac{9,3 \cdot 9,8 \sin 54^\circ - 2,4 \cdot 9,8 - 0,37 \cdot 9,3 \cdot 9,8 \cdot \cos 54^\circ}{9,3 + 2,4} = 2,6 \text{ m/s}^2$$

$$T = m_2 (a + g) = 2,4 \cdot (2,6 + 9,8) = 29,8 \text{ N}$$

21. En el sistema de la figura 3.70 tenim els valors següents: $m_1 = 450 \text{ g}$, $m_2 = 790 \text{ g}$, $\alpha = 38^\circ$, $\beta = 29^\circ$. Calculeu l'acceleració del sistema i la tensió de la corda:

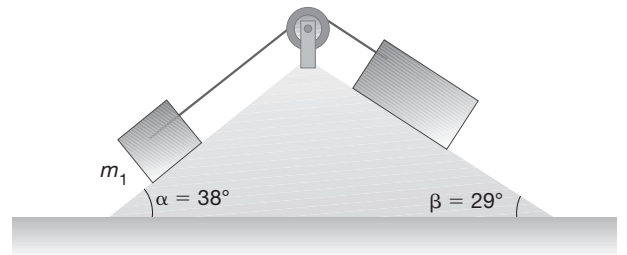
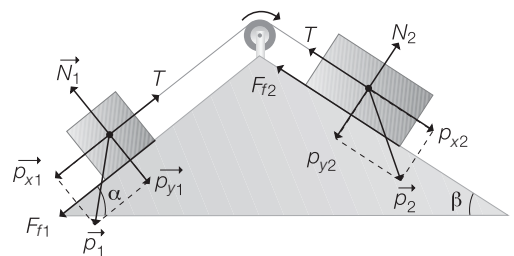


Diagrama de forces:



Determinem el sentit del moviment:

$$p_{x1} = m_1 g \sin \alpha = 0,45 \cdot 9,8 \cdot \sin 38^\circ = 2,72 \text{ N}$$

$$p_{x2} = m_2 g \sin \beta = 0,79 \cdot 9,8 \cdot \sin 29^\circ = 3,75 \text{ N}$$

Com que $p_{x2} > p_{x1}$, el sentit de moviment és l'indicat a la figura.

$$m_1 = 450 \text{ g} = 0,45 \text{ kg}$$

$$m_2 = 790 \text{ g} = 0,79 \text{ kg}$$

$$\alpha = 38^\circ$$

$$\beta = 29^\circ$$

Apliquem la segona llei de Newton seguint el mateix criteri que als exercicis anteriors:

$$m_1: T - p_{x1} - F_{f1} = m_1 a$$

$$m_2: p_{x2} - T - F_{f2} = m_2 a$$

$$p_{x2} - p_{x1} - F_{f1} - F_{f2} = (m_1 + m_2)a \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{p_{x2} - p_{x1} - F_{f1} - F_{f2}}{m_1 + m_2}$$

a) Suposant que no hi ha fregament.

No hi ha fregament: $F_{f1} = F_{f2} = 0$. Per tant:

$$a = \frac{p_{x2} - p_{x1} - F_{f1}^0 - F_{f2}^0}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 g \sin \alpha - m_1 g \sin \beta}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{0,79 \cdot 9,8 \cdot \sin 29^\circ - 0,45 \cdot 9,8 \cdot \sin 38^\circ}{0,45 + 0,79} = 0,84 \text{ m/s}^2$$

$$T - p_{x1} - F_{f1}^0 = m_1 a \rightarrow T = m_1 a + m_1 g \sin \alpha =$$

$$= m_1 (a + g \sin \alpha) \rightarrow T = 0,45 (0,84 + 9,8 \cdot \sin 38^\circ) =$$

$$= 3,09 \text{ N}$$

b) Suposant que el coeficient de fregament entre els plans inclinats i les masses val 0,08.

$$\mu = 0,08$$

$$a = \frac{p_{x2} - p_{x1} - F_{f1} - F_{f2}}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{m_2 g \sin \beta - m_1 g \sin \alpha - \mu (m_1 g \cos \alpha + m_2 g \cos \beta)}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{0,79 \cdot 9,8 \cdot \sin 29^\circ - 0,45 \cdot 9,8 \cdot \sin 38^\circ -$$

$$- 0,08 (0,45 \cdot 9,8 \cdot \cos 38^\circ + 0,79 \cdot 9,8 \cdot \cos 29^\circ)}{0,45 + 0,79} =$$

$$= a = 0,18 \text{ m/s}^2$$

$$T - p_{x1} - F_{f1} = m_1 a \rightarrow T = m_1 a + p_{x1} + F_{f1} \rightarrow$$

$$\rightarrow T = m_1 a + m_1 g \sin \alpha + \mu m_1 g \cos \alpha =$$

$$= m_1 (a + g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha) =$$

$$= 0,45 (0,18 + 9,8 \sin 38^\circ + 0,08 \cdot 9,8 \cos 38^\circ) =$$

$$= 3,07 \text{ N}$$

22. El cos de la figura 3.71 té una massa de 4 kg i l'angle α del pla inclinat és de 20° . Dibuixeu un diagrama de les forces que hi actuen i calculeu:

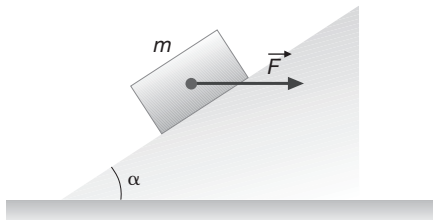
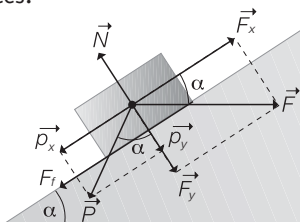


Diagrama de forces:



Com que la caixa es mou en la direcció paral·lela al pla, tenim que:

$$\begin{cases} N - p_y - F_y = 0 \rightarrow N = F_y + p_y = F \sin \alpha + mg \cos \alpha \\ F_x - p_x - F_f = ma \end{cases}$$

$$m = 4 \text{ kg}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

a) El valor de la força \vec{F} que s'ha d'aplicar externament per tal que el cos es mogui cap a la part superior del pla inclinat amb velocitat constant, si el fregament es considera negligible.

Com que $v = \text{constant}$, $a = 0$; a més, $F_f = 0$. Per tant:

$$F_x - p_x - F_f^0 = m a^0 \Rightarrow F_x = p_x \Rightarrow F \cos \alpha =$$

$$= mg \sin \alpha \Rightarrow F = \frac{mg \sin \alpha}{\cos \alpha} = mg \tan \alpha =$$

$$= 4 \cdot 9,8 \cdot \tan 20^\circ = 14,3 \text{ N}$$

b) Si el coeficient de fregament entre el cos i el pla val 0,27, com canvia l'apartat anterior?

$$a = 0; \mu = 0,27$$

$$F_x - p_x - F_f = 0 \rightarrow F \cos \alpha = mg \sin \alpha + \mu N \rightarrow$$

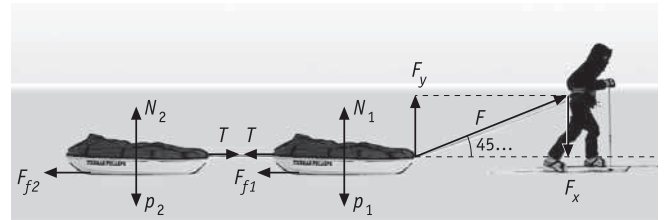
$$\rightarrow F \cos \alpha = mg \sin \alpha + \mu (F \sin \alpha + mg \cos \alpha) \rightarrow$$

$$\rightarrow F (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \rightarrow$$

$$\rightarrow F = \frac{mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} =$$

$$= \frac{4 \cdot 9,8 (\sin 20^\circ + 0,27 \cdot \cos 20^\circ)}{\cos 20^\circ - 0,27 \sin 20^\circ} = 27,6 \text{ N}$$

23. Un home tira de dos trineus amb una força de 117,6 N que forma un angle de 45° amb l'horitzontal (fig. 3.72). Si els dos trineus tenen una massa de 15 kg i el coeficient de fregament dels trineus amb la neu és de 0,02, calculeu:



$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 = \vec{p}_3$$

a) L'acceleració dels trineus i la tensió de la corda que els uneix.

Cos 1

$$F \cos 45^\circ - T - F_{f1} = m_1 a$$

$$p_1 - N_1 - F \sin 45^\circ = 0$$

$$F \cos 45^\circ - T - \mu N_1 = m_1 a$$

$$\begin{aligned}
 N_1 &= p_1 - F \sin 45^\circ = \\
 &= 15 \cdot 9,8 - 117,6 \sin 45^\circ = 63,84 \text{ N} \\
 117,6 \cos 45^\circ - T - 0,02 \cdot 63,84 &= 15a \\
 81,88 - T &= 15a
 \end{aligned}$$

Cos 2

$$\left. \begin{aligned} p_2 &= N_2 \\ T - F_{f2} &= m_2 a \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} p_2 &= N_2 \\ T - \mu N_2 &= m_2 a \end{aligned} \right\}$$

$$p_2 = 9,8 \cdot 15 = 147 \text{ N}$$

$$T - 0,02 \cdot 147 = 15a \rightarrow T - 2,94 = 15a$$

$$\left. \begin{aligned} 81,88 - T &= 15a \\ T - 2,94 &= 15a \end{aligned} \right\}$$

$$81,88 - T = T - 2,94 \rightarrow 2T = 81,88 + 2,94$$

$$T = \frac{84,82}{2} = 42,41 \text{ N}$$

$$a = \frac{42,41 - 2,94}{15} = 2,63 \text{ m/s}^2$$

b) El valor de la força \vec{F} perquè els trineus es moguin amb velocitat constant.

Cos 1

$$\left. \begin{aligned} F \cos 45^\circ - T - F_{f1} &= 0 \rightarrow F \cos 45^\circ - T - \mu N_1 = 0 \\ N_1 &= p_1 - F \sin 45^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$F \cos 45^\circ - T - \mu (p_1 - F \sin 45^\circ) = 0$$

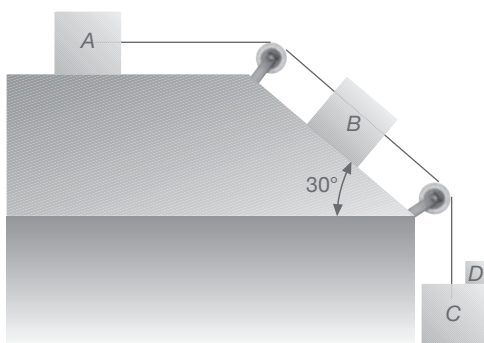
Cos 2

$$\left. \begin{aligned} p_2 &= N_2 \\ T &= F_{f2} = \mu N_2 = 0,02 \cdot 15 \cdot 9,8 = 2,94 \text{ N} \end{aligned} \right\}$$

$$F \cos 45^\circ - 2,94 - 0,02 \cdot 15 \cdot 9,8 - 0,02 \cdot F \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$F = \frac{2,94 + 0,02 \cdot 15 \cdot 9,8}{\cos 45^\circ + 0,02 \cdot \sin 45^\circ} = 8,15 \text{ N}$$

24. En el sistema representat en la figura 3.73, les masses valen $m_A = 1 \text{ kg}$, $m_B = 2 \text{ kg}$, $m_C = 5 \text{ kg}$, $m_D = 0,5 \text{ kg}$. El coeficient de fregament entre els cossos i la superfície és de 0,2. Calculeu:



a) L'acceleració del sistema.

Cos A

$$\left. \begin{aligned} T_1 - T_{fA} &= m_A a \\ p_A &= N_A \end{aligned} \right\} T_1 - \mu p_A = m_A a$$

$$T_1 - 0,2 \cdot 9,8 = a \rightarrow T_1 - 1,96 = a$$

Cos B

$$T_2 + p_B \sin 30^\circ - F_{fB} - T_1 = m_B a$$

$$T_2 + 2 \cdot 9,8 \cdot 0,5 - \mu N_B - T_1 = 2a$$

$$N_B = p_B \cos 30^\circ = 2 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ = 16,97 \text{ N}$$

$$T_2 + 9,8 - 3,39 - T_1 = 2a \rightarrow T_2 + 6,41 - T_1 = 2a$$

Cos C

$$p_D + p_C - T_2 = (m_C + m_D) a$$

$$5,5 \cdot 9,8 - T_2 = 5,5 a \rightarrow 53,9 - T_2 = 5,5 a$$

$$\left. \begin{aligned} T_1 - 1,96 &= a \\ T_2 + 6,41 - T_1 &= 2a \\ 53,9 - T_2 &= 5,5a \end{aligned} \right\} \begin{aligned} T_1 &= a + 1,96 \\ T_2 &= 53,9 - 5,5a \end{aligned}$$

$$53,9 - 5,5a + 6,41 - a - 1,96 = 2a$$

$$58,35 = 8,5a \rightarrow a = \frac{58,35}{8,5} = 6,86 \text{ m/s}^2$$

b) Les tensions de les cordes.

$$T_1 = 6,86 + 1,96 = 8,82 \text{ N}$$

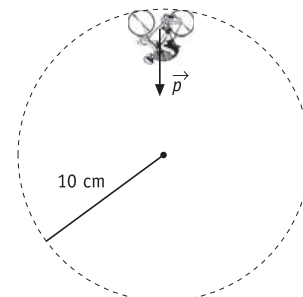
$$T_2 = 53,9 - 5,5 \cdot 6,86 = 16,15 \text{ N}$$

c) La força que fa la massa D sobre la massa C.

$$p_D - N = m_D a \rightarrow N = p_D - m_D a =$$

$$= 0,5 \cdot 9,8 - 0,5 \cdot 6,86 = 1,47 \text{ N}$$

25. Quina velocitat mínima ha de dur un ciclista per poder efectuar un ris de la mort de 10 m de radi?



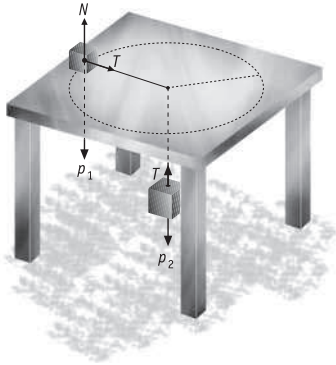
$$p = m \frac{v^2}{R} \rightarrow mg = m \frac{v^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{gh} = \sqrt{9,8 \cdot 10} =$$

$$= 9,9 \text{ m/s}$$

26. Una massa d'1 kg situada sobre una taula que no presenta fregament s'uneix a una altra massa de 4 kg mitjançant una corda que passa per un forat fet al mig de la taula. El cos de 4 kg està en repòs, mentre que el cos d'1 kg descriu un moviment circular uniforme amb un radi de 0,1 m.



- a) Feu un esquema de les forces que actuen sobre cada cos i especifiqueu-hi les relacions que hi ha entre elles.



- b) Calculeu la velocitat amb què es mou el primer cos.

$$\left. \begin{aligned} p_2 &= T \\ T &= m_1 \frac{v^2}{R} \end{aligned} \right\} p_2 = m_1 \frac{v^2}{R} \rightarrow 4 \cdot 9,8 = \frac{v^2}{0,1} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{4 \cdot 9,8 \cdot 0,1} = 1,98 \text{ m/s}$$

- c) Indiqueu quines són les acceleracions tangencial i normal del primer cos.

$$a_t = 0$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{1,98^2}{0,1} = 39,2 \text{ m/s}^2$$

27. Un bloc de 2 kg de massa està lligat a l'extrem d'un fil de 20 cm i es troba damunt d'una taula horitzontal sense fregament; l'altre extrem del fil està fixat a la taula. Calculeu la tensió del fil si el fem girar a 5 rpm.

Com que no hi ha fregament, la tensió és igual a la força centrípeta:

$$T = m a_c = m \omega^2 R = 2 \text{ kg} \left(5 \frac{2\pi}{1 \text{ rev}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right)^2 \cdot 0,2 \text{ m} = 0,11 \text{ N}$$

28. Es fa girar en un pla vertical una pedra de 3 kg que està enganxada a un fil de 2 m de longitud. Calculeu:

- a) La tensió de la corda quan el cos passa per la part més baixa de la trajectòria amb una velocitat de 20 m/s.

A la part més baixa tant la tensió com el pes tenen la direcció de l'eix Y:

$$T - p = m a_c \rightarrow T = mg + m \frac{v^2}{R} \rightarrow$$

$$\rightarrow T = 3 \left(9,8 + \frac{20^2}{2} \right) = 629,4 \text{ N}$$

- b) La mínima velocitat que pot tenir en el punt més alt, de manera que el cos pugui seguir girant.

La velocitat mínima correspon a l'acceleració centrípeta mínima, és a dir, a una tensió nul·la:

$$p = m a_{c \text{ min}} \rightarrow mg = m \frac{v_{\text{min}}^2}{R} \rightarrow$$

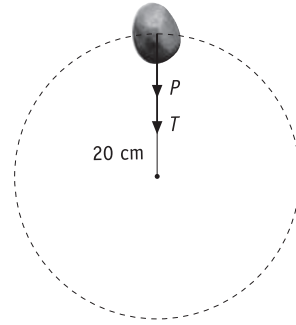
$$\rightarrow v = \sqrt{Rg} = \sqrt{2 \cdot 9,8} = 4,43 \text{ m/s}$$

29. Es fa giravoltar una pedra de 25 g en un pla vertical, mitjançant una corda de 20 cm de longitud:

$$m = 25 \text{ kg}$$

$$r = 20 \text{ cm}$$

- a) Quina és la tensió de la corda quan la pedra es troba en el punt més alt de la seva trajectòria si, en aquest moment, la velocitat lineal que duu és de 4 m/s?



$$T + p = m \frac{v^2}{r}$$

$$T = m \left(\frac{v^2}{r} - g \right) = 0,025 \cdot \left(\frac{4^2}{0,2} - 9,8 \right) \rightarrow T = 1,76 \text{ N}$$

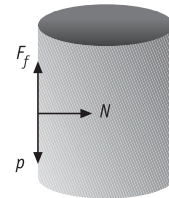
- b) Quin és el valor mínim de la velocitat perquè la corda es mantingui tibada en passar la pedra pel punt més alt de la circumferència que descriu?

$$T = 0$$

$$p = m \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{gr} = \sqrt{9,8 \cdot 0,2} = 1,4 \text{ m/s}$$

30. En un parc d'atraccions hi ha un rotor de radi 5 m, dins del qual se situen 5 persones que es recolzen a la paret interior. Quan el cilindre gira al voltant del seu eix, les persones que són a dintre queden encastades a la paret, que presenta un coeficient de fregament d'1:

- a) Quina és la velocitat angular mínima del cilindre perquè pugui girar en un pla vertical sense que ningú se separi de la paret?



$$\left. \begin{aligned} N &= m \omega^2 R \\ p &= F_f \end{aligned} \right\} \rightarrow p = \mu N \rightarrow N = \frac{p}{\mu}$$

$$\frac{p}{\mu} = m \omega^2 R \rightarrow \frac{mg}{\mu} = m \omega^2 R \rightarrow$$

$$\rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R\mu}} = \sqrt{\frac{9,8}{5}} = 1,4 \text{ rad/s}$$



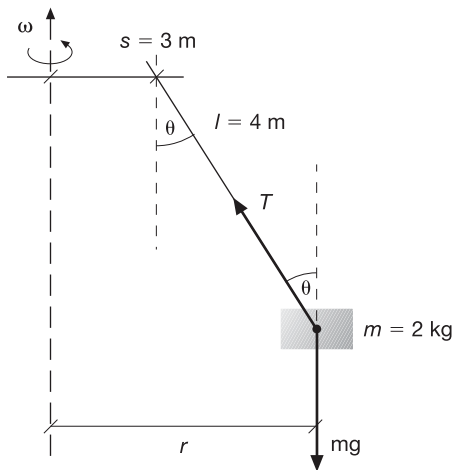
b) En el supòsit anterior, quina força exerceix el cilindre sobre les 5 persones que hi van a dins, si cada una d'elles té una massa de 55 kg?

$$N = m \omega^2 R = 5 \cdot 55 \cdot 1,4^2 \cdot 5 = 2695 \text{ N}$$

31. [Curs 03-04] El muntatge d'una atracció de fira consisteix en una anella horitzontal de 3 m de radi, de la qual pengen cordes de 4 m de longitud i massa negligible. A l'extrem de cada corda hi ha una cadireta de 2 kg de massa. L'anella gira a velocitat angular constant, al voltant d'un eix vertical que passa pel seu centre.



a) Calculeu la velocitat angular de l'anella quan la corda d'una cadireta buida forma un angle de 37° amb la vertical.



$$r = s + l \sin \theta = 5,4 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} T \sin \theta &= m \omega^2 r \\ T \cos \theta - mg &= 0 \end{aligned} \right\} \omega^2 = \frac{g \operatorname{tg} \theta}{r} \rightarrow \omega = 1,17 \text{ rad/s}$$

b) En les condicions anteriors, calculeu la tensió de la corda.

$$T = \frac{mg}{\cos \theta} \rightarrow T = 24,6 \text{ N}$$

c) Si la tensió màxima que poden suportar les cordes sense trencar-se és de 796 N i l'atracció gira a la velocitat adequada perquè la corda continuï formant un angle de 37° amb la vertical, quin és el pes màxim que pot tenir un usuari de l'atracció sense que es trenqui la corda? A

quina massa (en kg) correspon aquest pes màxim? Considereu $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

$$T' \cos \theta - (m + M)g = 0 \rightarrow Mg = T' \cos \theta - mg \rightarrow$$

$$\rightarrow Mg = 616,4 \text{ N}$$

$$M = 62,8 \text{ kg}$$

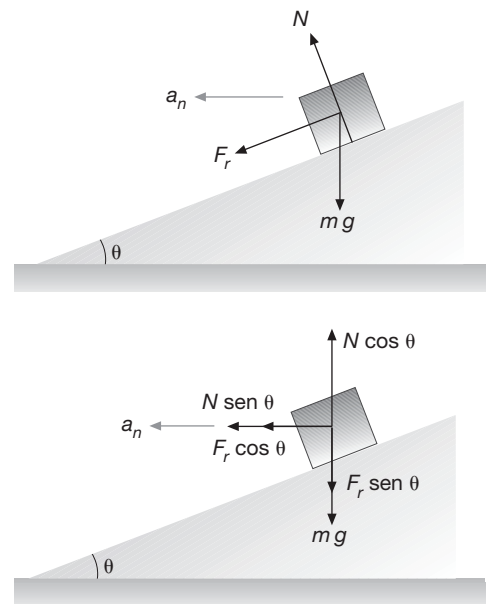
32. Un automòbil entra en un revolt de 120 m de radi a 90 km/h. Calculeu el mínim peralt que ha de tenir la corba en els dos casos següents:

a) No hi considerem el fregament.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{Rg} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{25^2}{120 \cdot 9,8} = 0,53 \rightarrow \alpha = 27,99^\circ$$

b) El coeficient de fregament estàtic que presenta la corba és de 0,45.

Les forces que actuen són el pes (vertical), la normal (perpendicular al pla) i la força de fregament (paral·lela al pla):



Apliquem la segona llei de Newton:

$$X: N \sin \theta + F_r \cos \theta = \frac{m v^2}{R}$$

$$Y: N \cos \theta = F_r \sin \theta + mg$$

Com que $F_r = \mu N$, tenim:

$$N(\sin \theta + \mu \cos \theta) = \frac{m v^2}{R}$$

$$N(\cos \theta - \mu \sin \theta) = mg$$

Aïllant α entre les dues equacions, obtenim:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{v^2 - Rg}{\mu v^2 + Rg} = \operatorname{arctg} \frac{25^2 - 120 \cdot 9,8}{0,45 \cdot 25^2 + 120 \cdot 9,8} = 5,45^\circ$$