

Unitat 5. Treball i energia

Activitats

1. Justifiqueu en quines de les situacions següents es realitza treball i en quines no:

- Empenyem un moble molt pesat sense aconseguir moure'l.
- Aguantem una bossa plena de menjar a la cua del supermercat sense que la cua avanci.
- Un jugador de bàsquet llança la pilota a la cistella.
- Donem corda a una joguina mecànica.
- Aguantem una maleta mentre ens desplaçem horitzontalment.
- Aguantem una maleta mentre pugem per unes escales.

En a) i b) no es realitza treball perquè no hi ha desplaçament. En c), d) i f) es fa treball perquè s'aplica una força sobre un cos que es desplaça en una direcció no perpendicular a la força, tot i que en c) s'aplica durant un instant de temps molt petit (mentre la pilota es desplaça sobre les mans). En e) no es fa treball perquè la força aplicada és perpendicular al desplaçament.

2. Un objecte es desplaça 10 m quan hi actua una força de 20 N. Calculeu el treball realitzat sobre l'objecte, quan la força:

a) Té el mateix sentit que el desplaçament de l'objecte.

$$W = \vec{F} \Delta \vec{r} \rightarrow W = 20 \cdot 10 = 200 \text{ J}$$

b) Té sentit contrari al desplaçament de l'objecte.

$$W = 20 \cdot 10 \cdot \cos 180^\circ = -200 \text{ J}$$

c) És perpendicular al desplaçament de l'objecte.

$$W = 20 \cdot 10 \cdot \cos 90^\circ = 0$$

3. Volem moure un armari de massa 100 kg. Si la força de fregament amb el terra és de 250 N:

a) Quina és la força mínima que cal fer per moure'l?

$$F - F_f = ma \rightarrow F = F_f = 250 \text{ N}$$

b) Amb quina acceleració es mourà si apliquem una força horitzontal constant de 300 N?

$$F - F_f = ma \rightarrow 300 - 250 = 100a \rightarrow$$

$$a = \frac{50}{100} = 0,5 \text{ m/s}^2$$

c) Quin és el treball resultant durant els 10 s inicials?

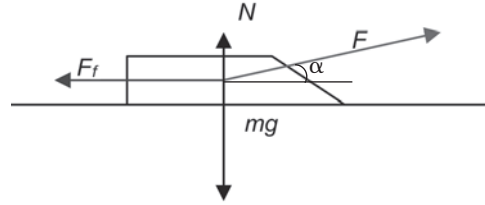
$$W = (F - F_f) \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 10^2 = 25 \text{ m}$$

$$W = (300 - 250) \cdot 25 = 1250 \text{ J}$$

4. Volem moure un trineu per una pista de gel horitzontal amb velocitat constant, i apliquem una força de 40 N que forma un angle de 35° amb l'horitzontal.

Primer dibuixem un esquema de les forces que actuen sobre el trineu:



a) Quin és el treball efectuat per la força aplicada quan el trineu es desplaça 10 m?

Calculem el treball:

$$W = F(\cos \alpha) d = 40 \cdot \cos 35^\circ \cdot 10 = 328 \text{ J}$$

b) Quina és la força de fregament efectuada per la pista sobre el trineu?

Com que el trineu no té acceleració en la direcció X ja que es mou a velocitat constant, la força de fregament és oposada al component horitzontal de la força F i els treballs respectius també seran oposats. Per tant, la força de fregament la podem trobar a partir del resultat de l'apartat anterior:

$$F_f = \frac{W_{\text{fregament}}}{d} = \frac{-W_F}{d} = -\frac{328}{10} = -32,8 \text{ N}$$

El signe negatiu indica que la força de fregament té el sentit negatiu de l'eix X.

c) Quan val el coeficient de fregament si la massa del trineu val 30 kg?

Com que el trineu està en moviment, actua el fregament dinàmic que val:

$$F_f = \mu_d N \rightarrow \mu_d = \frac{F_f}{N}$$

Així, podem determinar el coeficient de fregament dinàmic a partir de la força de fregament i de la força normal. Per trobar el valor d'aquesta última imposen la condició d'equilibri de forces en la direcció Y, donat que en aquesta direcció el cos no té acceleració. En mòdul:

$$F \sin \alpha + N = mg \rightarrow N = mg - F \sin \alpha$$

Per tant:

$$\mu_d = \frac{F_f}{mg - F \sin \alpha} = \frac{32,8}{30 \cdot 9,8 - 40 \sin 35^\circ} = 0,12$$

d) Quin treball net s'ha efectuat sobre el trineu?

Sobre el trineu s'ha efectuat un treball total nul ja que la força neta és nul·la.

5. Un bloc de fusta de 7,5 kg de massa baixa per un pla inclinat ($\alpha = 37^\circ$) des d'una altura de 4 m. Si el pla inclinat té un coeficient de fregament de 0,18, determineu el treball

realitzat pel pes del cos, pels components tangencial i normal del pes, i per la força de fregament.

El treball realitzat pel pes és: $m \cdot g \cdot h = 7,5 \cdot 9,8 \cdot 4 = 294 \text{ J}$

El treball realitzat pel component normal del pes no fa treball perquè és perpendicular al desplaçament.

Per tant, el treball realitzat pel component tangencial del pes és igual al treball realitzat pel pes que ja hem calculat abans. Si es vol, es pot comprovar:

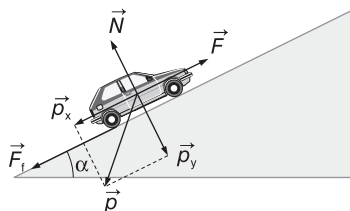
$$W_{\text{tan gen}} = m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot d = m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = m \cdot g \cdot h$$

El treball realitzat per la força de fregament val:

$$\begin{aligned} W &= -\mu N d = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot d = \\ &= -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = -70,2 \text{ J} \end{aligned}$$

- 6. Una grua ha de pujar un automòbil avariats de 1250 kg de massa fins a la seva plataforma, a 1,75 m d'altura respecte del terra, mitjançant uns rails que formen un cert angle amb l'horitzontal i que presenten un coeficient de fregament de 0,35. Quina força mínima ha de fer el motor elevador de la grua i quin treball efectua si l'angle és de 20°? I si l'angle és de 30°? A quina conclusió arribem? Per què creus que són útils els plans inclinats?**

Primer dibuixem un esquema de les forces que actuen sobre el cotxe:



La força mínima que ha de fer la grua és igual a la suma del component tangencial del pes i del màxim valor de la força de fregament estàtic, per tal de poder iniciar el moviment:

$$F_{\text{mín grua}} = F_{\text{màx f}} + p_x = \mu N + m g \sin \alpha$$

Per altra banda, la força normal és igual al component perpendicular del pes:

$$N = p_y = m g \cos \alpha$$

Per tant, la força mínima que ha de fer la grua és:

$$F_{\text{mín grua}} = m g (\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

Si $\alpha = 20^\circ$ s'obté:

$$f_{\text{mín grua}} = 1250 \cdot 9,8 (0,35 \cos 20^\circ + \sin 20^\circ) = 8,22 \cdot 10^3 \text{ N}$$

I el treball associat val:

$$\begin{aligned} W &= f_{\text{mín grua}} d = f_{\text{mín grua}} \frac{h}{\sin \alpha} = 8,22 \cdot 10^3 \frac{1,75}{\sin 20^\circ} = \\ &= 4,21 \cdot 10^4 \text{ J} \end{aligned}$$

Si $\alpha = 30^\circ$ s'obté:

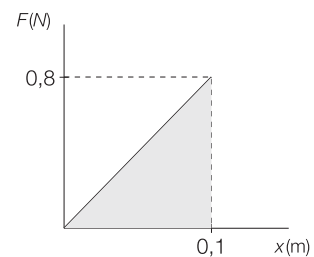
$$f_{\text{mín grua}} = 1250 \cdot 9,8 (0,35 \cos 30^\circ + \sin 30^\circ) = 9,84 \cdot 10^3 \text{ N}$$

I el treball associat val:

$$\begin{aligned} W &= f_{\text{mín grua}} d = f_{\text{mín grua}} \frac{h}{\sin \alpha} = 8,22 \cdot 10^3 \frac{1,75}{\sin 30^\circ} = \\ &= 3,44 \cdot 10^4 \text{ J} \end{aligned}$$

- 7. Un cos de massa m està unit a una molla que compleix la llei de Hooke, segons la funció $F = 8x$, en unitats del SI. Calculeu el treball necessari per deformar-la 10 cm.**

$F(x) = 8x$	$x \text{ (m)}$	$F \text{ (N)}$
	0	0
	0,1	0,8



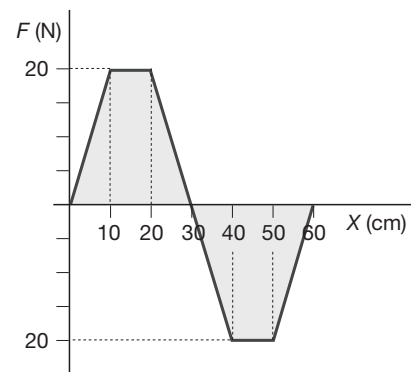
$$W = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 0,1 = 0,04 \text{ J}$$

- 8. Estirem una molla fins a una longitud determinada x' des de la seva posició d'equilibri. El treball W' que haurem de realitzar, com serà respecte del que hauríem de realitzar (W) per estirar la molla una longitud x quatre vegades més gran que x' ?**

$$W = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

Si $\Delta x' = 4 \Delta x$, aleshores $W' = \frac{1}{2} k (4 \Delta x)^2 = 16 W$. El treball que hem de realitzar és 16 vegades més gran.

- 9. Una partícula de 9 g de massa inicialment en repòs a l'origen de coordenades es posa en moviment en l'eix X quan hi actua una força neta F_x que ve donada pel gràfic següent (fig. 5.17).**



Determineu el treball realitzat sobre la partícula quan es desplaça entre les posicions $x = 0$, $x = 20 \text{ cm}$, i entre $x = 20 \text{ cm}$, $x = 50 \text{ cm}$.

La gràfica defineix dues àrees diferents:

- l'àrea triangular de 10 cm de base i 20 N d'altura:

$$A_1 = \frac{20 \cdot 0,1}{2} = 1$$

- l'àrea rectangular de 10 cm de base i 20 N d'altura:

$$A_2 = 20 \cdot 0,1 = 2$$

Calculem, per tant, el treball W_1 realitzat sobre la partícula quan es desplaça entre les posicions $x = 0$ i $x = 20$ cm com la suma de les àrees:

$$W_1 = A_1 + A_2 = 3 \text{ J}$$

i el treball entre $x = 20$ cm i $x = 50$ cm com:

$$W_1 = A_1 - A_2 - A_1 = -2 \text{ J}$$

10. Calculeu el treball en quilowatts hora i la potència en quilowatts desenvolupats per un carretó elevador en aixecar 500 kg de totxos i col·locar-los a una altura de 20 m en un temps de 30 s. Com varia el resultat si els col·loca de cop o si els va col·locant, en el mateix temps total, en grups de 250 kg?

$$W = F \Delta x \rightarrow W = mgh = 500 \cdot 9,8 \cdot 20 = 98\,000 \text{ J}$$

$$98\,000 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ kWh}}{3,6 \cdot 10^6 \text{ J}} = 0,027 \text{ kWh}$$

La potència desenvolupada ve donada per:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{9,8 \cdot 10^4 \text{ J}}{30 \text{ s}} = 3,3 \text{ kW}$$

Si en comptes d'aixecar-los de cop, ho fem en grups de 250 kg, es realitza dues vegades un treball de valor la meitat que l'anterior, perquè la massa cada vegada és la meitat. El treball total no varia i, per tant, tampoc varia la potència desenvolupada si el treball total es realitza en el mateix interval de temps.

11. Un motor elèctric desenvolupa una potència mitjana de 2,5 CV. Si desenvolupa una potència d'1,2 kW, quin és el rendiment d'aquest motor?

$$\left. \begin{array}{l} P = 1,2 \text{ kW} \\ P_d = 2,5 \text{ CV} \end{array} \right\} \eta = \frac{1\,200 \text{ W}}{2,5 \text{ CV} \cdot \frac{735 \text{ W}}{1 \text{ CV}}} = 0,65$$

12. Una màquina de 8 CV funciona durant una hora i mitja. Quin treball ha desenvolupat? Doneu el resultat en joules i en quilowatts hora.

$$W = Pt$$

$$W = 80 \text{ CV} \cdot \frac{735 \text{ W}}{1 \text{ CV}} \cdot 90 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 3,17 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$3,17 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ kWh}}{3,6 \cdot 10^6 \text{ J}} = 8,82 \text{ kWh}$$

13. Un ascensor de 1600 kg puja des de la planta baixa d'un edifici fins al tercer pis, a 9 m d'altura. Arrenca des del repòs de manera que, durant els primers 1,1 s, es mou

amb moviment uniformement accelerat i assoleix l'altura d'1,15 m. Continua amb velocitat constant i, en arribar a l'altura de 7,85 m, frena durant 1,1 s fins a aturar-se al tercer pis. Determineu els treballs i les potències desenvolupats pel motor de l'ascensor en els tres trams del seu recorregut.

Primer tram:

$$v_0 = 0$$

$$\Delta x = 1,15 \text{ m}$$

$$\Delta t = 1,1 \text{ s}$$

$$\Delta x = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{2 \Delta x}{\Delta t^2} = \frac{2 \cdot 1,15}{(1,1)^2} = 1,9 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t = 1,9 \cdot 1,1 = 2,09 \text{ m/s}$$

Segona llei de Newton

$$F_1 - p = m \cdot a \rightarrow F = m \cdot (a + g) = 1600 \cdot (1,9 + 9,8) = 1,87 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$W_1 = F_1 \cdot \Delta x = 1,87 \cdot 10^4 \cdot 1,15 = 2,15 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$P_1 = \frac{W_1}{\Delta t} = \frac{2,15 \cdot 10^4}{1,1} = 1,96 \cdot 10^4 \text{ W}$$

Segon tram:

$$\Delta x = 7,85 - 1,15 = 6,70 \text{ m}$$

$$v = 2,09 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{6,70}{2,09} = 3,2 \text{ s}$$

$$v = ctnt$$

$$a = 0$$

$$F_2 = m \cdot g = 1600 \cdot 9,8 = 1,57 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$W_2 = F_2 \cdot \Delta x = 1,57 \cdot 10^4 \cdot 6,70 = 1,05 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$P_2 = \frac{W_2}{\Delta t} = \frac{1,05 \cdot 10^5}{3,2} = 3,28 \cdot 10^4 \text{ W}$$

Tercer tram:

$$\Delta x = 9 - 7,85 = 1,15 \text{ m}$$

$$\Delta t = 1,1 \text{ s}$$

$$v_0 = 2,09 \text{ m/s}$$

$$v = 0$$

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t \rightarrow a = \frac{0 - v_0}{\Delta t} = \frac{-2,09}{1,1} = -1,9 \text{ m/s}^2$$

Segona llei de Newton

$$F_3 - p = m \cdot a \rightarrow F_3 = 1600 \cdot (-1,9 + 9,8) = 1,26 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$W_3 = F_3 \cdot \Delta x = 1,26 \cdot 10^4 \cdot 1,15 = 1,45 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$P_3 = \frac{W_3}{\Delta t} = \frac{1,45 \cdot 10^4}{1,1} = 1,32 \cdot 10^4 \text{ W}$$

14. Una bomba eleva 10 m^3 d'aigua a una altura de 30 m en un temps de 7 minuts i mig . Calculeu la potència de la bomba i el seu rendiment si ha consumit una potència total de 10 kW .

$$m = 10 \text{ m}^3 \cdot \frac{10^3 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = 10^4 \text{ kg}$$

$$\Delta t = 7,5 \text{ min} = 450 \text{ s}$$

$$\Delta x = 30 \text{ m}$$

$$P_c = 10 \text{ kW}$$

$$P_u = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta x}{\Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot \Delta x}{\Delta t} = \frac{10^4 \cdot 9,8 \cdot 30}{450} = 653 \text{ W} \cong 0,65 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{0,65 \text{ kW}}{10 \text{ kW}} = 0,065$$

15. En uns grans magatzems, una cinta transportadora de 35 m de llarg puja 20 persones de massa total 1450 kg des de la planta baixa fins a la $1a$ planta, a 6 m d'altura, a una velocitat de $0,25 \text{ m/s}$. Determineu el rendiment del motor de la cinta si aquest ha consumit una potència d' $1,56 \text{ CV}$ per pujar les 20 persones.

$$W = F \Delta y \cos \alpha = mg \Delta y \cos \alpha = 1450 \cdot 9,8 \cdot 35 \cdot \frac{6}{35} = 85260 \text{ J}$$

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta W}{\Delta y} v = \frac{85260}{35} \cdot 0,25 = 609 \text{ W}$$

$$P = 609 \text{ W} \cdot \frac{1 \text{ CV}}{735 \text{ W}} = 0,828 \text{ CV}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{0,828}{1,56} = 0,53 \rightarrow 53\%$$

16. Citeu set exemples de fonts energètiques tant renovables com no renovables. Quines aplicacions tenen? En quina forma fan treball?

Exemples de **fonts energètiques renovables**:

- L'energia eòlica utilitzada per moure les pales d'un aerogenerador o les aspes d'un molí.
- L'energia cinètica d'un riu que fa un treball en moure una sínia.
- L'energia solar que es pot utilitzar en un forn solar per escalfar aigua i el vapor obtingut pot moure una turbina.
- L'energia geotèrmica del subsòl que també es pot utilitzar per escalfar aigua.
- L'energia maremotriu que es pot utilitzar per moure turbines.
- L'energia de la biomassa a partir de la qual es poden obtenir biocombustibles, la combustió dels quals es transforma en treball mecànic en un vehicle.
- L'energia química de la recombinació de l'hidrogen amb l'oxigen es transforma en treball mecànic en alguns vehicles, com ara autobusos urbans.

Exemples de **fonts energètiques no renovables**:

- El carbó utilitzat en màquines de vapor antigues. La seva energia química es transformava en treball mecànic.
- El petroli emprat per fabricar la benzina que es transforma en treball mecànic dels vehicles.
- La fusta, la combustió de la qual també serveix per obtenir vapor amb el qual aconseguir treball mecànic. Si els boscos es sobreexploten, aquesta font energètica és no renovable.
- El gas natural, també utilitzat per escalfar líquids.
- Els productes agrícoles poden ser considerats com no renovables si el sòl se sotmet a una sobreexplotació. L'energia química que contenen permeten el creixement i el moviment a altres éssers vius; és a dir, el treball mecànic.
- Els productes ramaders i de la pesca també són no renovables si les fonts són sobreexplotades.
- Els radioisòtops naturals, l'energia nuclear dels quals s'utilitza en les centrals nuclears per obtenir vapor per moure les turbines del generador. Tot i que alguns radioisòtops tenen una vida mitjana molt gran, a la llarga s'exhauriran.

17. Quin factor influeix més en el valor de l'energia cinètica, la massa de la partícula o la velocitat?

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

La velocitat afecta més a l'energia cinètica de la partícula, ja que en l'expressió està elevada al quadrat.

18. Tenim dos cossos de masses una el doble que l'altra. La velocitat del cos més lleuger és el doble que la del cos més pesat. Quina afirmació és la correcta? Raoneu-ho.

- a) Els dos tenen la mateixa energia cinètica.
- b) S'han desplaçat el mateix en el mateix interval de temps.
- c) El cos més lleuger té el doble d'energia cinètica que el cos més pesat.
- d) El cos més pesat té el doble d'energia cinètica que el cos més lleuger.

Cos 1	Cos 2
$m_1 = 2 m_2$	m_2
v_1	$v_2 = 2 v_1$

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} 2 m_2 v_1^2 = m_2 v_1^2$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 (2 v_1)^2 = 2 m_2 v_1^2$$

Si relacionem les dues expressions:

$$\frac{E_{c1}}{E_{c2}} = \frac{m_2 v_1^2}{2 m_2 v_1^2} = \frac{1}{2} \rightarrow 2 E_{c1} = E_{c2}$$

La resposta correcta és la c). El cos més petit té el doble d'energia cinètica que el cos més pesat.

19. Amb l'ajut d'una corda aixequem un cos de 4,5 kg, inicialment en repòs, a una altura de 5 m fent una força de 125 N. De les següents proposicions, trieu la resposta correcta:

A) El treball efectuat per la força transmesa a través de la corda val:

- a) 500 J
b) 750 J
c) 625 J

$$W = F \cdot \Delta x = 125 \cdot 5 = 625 \text{ J}$$

La resposta correcta és la c).

B) El treball efectuat per la força de la gravetat val:

- a) -120,5 J
b) -220,5 J
c) -420,5 J

$$W = F \cdot \Delta x = -m \cdot g \cdot \Delta x = -4,5 \cdot 9,8 \cdot 5 = -220,5 \text{ J}$$

La resposta correcta és la b).

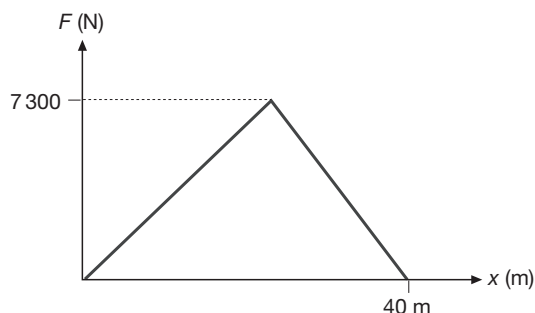
C) L'energia cinètica final del cos és:

- a) 404,5 J
b) 279,5 J
c) 205,5 J

$$\Delta E_c = W_T = W_F + W_p = 625,0 - 220,5 = 404,5 \text{ J}$$

La resposta correcta és la a).

20. Un automòbil de 1410 kg es mou a velocitat constant de 30 km/h per una carretera recta. De sobte, el conductor accelera durant un cert temps, de manera que la força neta F que actua sobre l'automòbil durant aquest interval de temps es representa pel gràfic següent (fig. 5.25).



Calculeu el treball efectuat per aquesta força, i determineu la velocitat final de l'automòbil aplicant el teorema del treball i l'energia cinètica.

Calculeu el treball a partir de l'àrea:

$$W = \frac{1}{2} \cdot 7300 \cdot 40 = 1,46 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Com que $W = \Delta E_c$, llavors:

$$\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2) = W \rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,46 \cdot 10^5}{1410} + \left(\frac{30}{3,6}\right)^2} = 16,6 \text{ m/s} = 60 \text{ km/h}$$

21. Es dispara un projectil de 12 g de massa contra un bloc de fusta que es manté fix, i, quan porta una velocitat de 350 m/s, s'hi incrusta tot penetrant una distància de 9,5 cm. Determineu el treball realitzat sobre el projectil i determineu la força que, en mitjana, ha efectuat el bloc.

Per determinar la força efectuada pel bloc apliquem el teorema del treball i l'energia cinètica, tenint en compte que, sent una força resistent, forma un angle de 180° amb el desplaçament, i que la velocitat final del projectil és nul·la:

$$\begin{aligned} W = \Delta E_c \rightarrow F \Delta x \cos 180^\circ &= \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \rightarrow \\ \rightarrow -F \Delta x &= -\frac{1}{2} m v_0^2 \rightarrow \\ \rightarrow F &= \frac{m v_0^2}{2 \Delta x} = \frac{0,012 \cdot 350^2}{2 \cdot 0,095} = 7737 \text{ N} \end{aligned}$$

I el treball val:

$$W = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,012 \cdot 350^2 = 735 \text{ J}$$

22. Un projectil igual al de l'activitat anterior, anant a la mateixa velocitat inicial, travessa un altre bloc de fusta que també es manté fix, i surt a una velocitat de 75 m/s. Sabent que aquest nou bloc efectua la mateixa força resistent que el de l'activitat anterior, podem concloure que:

A) El treball efectuat per la força resistent és:

- a) 735 J
b) 701,25 J
c) -701,25 J

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \cdot 0,012 \cdot (75^2 - 350^2) = \\ &= -701,25 \text{ J} \end{aligned}$$

Per tant, l'opció correcta és la c).

B) La longitud que ha recorregut el projectil a l'interior del bloc ha estat de:

- a) 9,5 cm
b) 9,1 cm
c) 9,9 cm

D'acord amb l'activitat anterior, la força resistent és de 7737 N. Per tant, la longitud recorreguda ha estat de:

$$l = \frac{|W|}{|F|} = \frac{701,25}{7737} = 0,091 \text{ m} = 9,1 \text{ cm}$$

L'opció correcta és la b).

23. Quines de les forces següents són conservatives? Raoneu la resposta.

- La força elàstica exercida per un ressort helicoidal.
- La força de resistència efectuada per l'aire sobre un avió que vola.
- La força gravitatòria exercida pel Sol sobre la Terra.
- La força de fregament exercida pel terra sobre les rodes d'un automòbil que frena.

Les forces de les opcions *a*) i *c*) (elàstica i gravitatòria) són conservatives.

Les opcions *b*) i *d*) corresponen a forces no conservatives (fregament).

24. Un cos es mou des d'un punt *A* fins a un punt *B* i després torna al punt *A*. Si al punt *B* té la mateixa velocitat que a l'inici però quan torna de nou al punt *A* la seva velocitat és menor, trieu quines de les següents afirmacions són certes. Justifiqueu les respostes:

- En l'anada de *A* a *B*, la força neta sobre el cos és zero.
- En l'anada de *A* a *B*, totes les forces que actuen són conservatives.
- En el tram de tornada de *B* a *A*, actua alguna força no conservativa.
- En el cicle total, totes les forces que actuen són conservatives.

L'afirmació *a*) només és certa si la direcció de la velocitat no ha canviat. En el cas que no hagi canviat en mòdul però sí en direcció, hi ha hagut una acceleració i, per tant, ha actuat una força. Perquè l'afirmació *a*) sigui certa cal que en tot moment la velocitat sigui constant en mòdul i direcció ja que pot ser que hagi actuat una força durant un cert temps i després una altra força per retornar el cos a la velocitat inicial. Aquestes forces fan treballs oposats però no són necessàriament oposades.

L'afirmació *b*) és falsa. Tot i que l'energia cinètica s'ha mantingut constant en el tram d'*A* a *B*, pot ser que hagin actuat forces no conservatives el treball de les quals s'hagi compensat entre si. Pensem, per exemple, en una força motriu oposada a una força de fregament de manera que la velocitat del mòbil es manté constant.

L'afirmació *c*) és falsa perquè una força conservativa en un tram de recorregut no tancat pot provocar un canvi en la velocitat del cos.

L'afirmació *d*) és falsa. Si en un cicle hi ha variació de l'energia cinètica, necessàriament ha actuat alguna força no conservativa sobre el cos.

25. Dos grups de muntanyencs assoleixen el mateix cim partint del mateix punt; el primer grup ha seguit un camí més curt però més abrupte, mentre que el segon ha anat per un camí amb un desnivell menys acusat però més llarg. Per a quin dels dos grups la força de la gravetat ha desenvolupat un treball més gran? Raoneu la resposta.

La força gravitatòria és conservativa, això vol dir que el treball que desenvolupa sobre un cos que es mou entre dues posicions és independent del camí seguit. Per tant, per als dos grups de muntanyencs la força de la gravetat ha desenvolupat el mateix treball.

26. Un alpinista de 80 kg escala 300 m per hora en ascensió vertical. Quina energia potencial gravitatòria guanya cada hora?

$$E_p = mgh = 80 \cdot 9,8 \cdot 300 = 235\,200 \text{ J} = 2,35 \cdot 10^5 \text{ J}$$

27. Un espeleòleg de 75 kg de massa baixa a una cova en descens vertical. Si la cova té una profunditat de 500 m, quina és la variació d'energia potencial gravitatòria quan arriba al fons de la cova?

$$\Delta E_p = mgh - 0 = 75 \cdot 9,8 \cdot (-500) = -367\,500 \text{ J} = -3,68 \cdot 10^5 \text{ J}$$

28. Un grup d'alumnes raona que, quan estirem una molla una distància determinada, l'energia potencial elàstica que emmagatzema la molla és la meitat de la que emmagatzema quan s'estira una distància doble que l'anterior. Esteu d'acord amb aquest raonament? Justifiqueu la resposta.

L'afirmació és errònia perquè l'energia elàstica depèn del quadrat de la deformació. Per tant, si s'estira una longitud meitat, l'energia elàstica queda reduïda en un factor 4:

$$\frac{E_0}{E_f} = \frac{1/2 k (\Delta l)_0^2}{1/2 k (\Delta l)_f^2} = \frac{(\Delta l)_0^2}{(\Delta l)_f^2} = \frac{(\Delta l)_0^2}{(2(\Delta l)_0)^2} = \frac{1}{4}$$

29. Un cos de 200 g de massa està subjectat a una molla de constant recuperadora $k = 1\,000 \text{ N/m}$. El conjunt està recolzat en un pla horitzontal on negligim els fregaments. Si separem el conjunt 20 cm de la posició d'equilibri, calculeu:

a) L'energia potencial elàstica que té la molla en aquesta posició.

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 1\,000 \cdot 0,2^2 = 20 \text{ J}$$

b) El treball que hem fet per portar el cos a aquesta posició.

$$W = \Delta E_p = 20 \text{ J}$$

30. Una molla que està penjada del sostre té una constant elàstica de $2\,500 \text{ N/m}$. Si al seu extrem s'hi penja una massa de 25 kg, quina longitud s'allarga la molla? Quina energia potencial elàstica emmagatzema?

$$F = k \Delta x \rightarrow mg = k \Delta x \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k} = \frac{25 \cdot 9,8}{2\,500} = 0,098 \text{ m}$$

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\,500 \cdot 0,098^2 = 12 \text{ J}$$

31. Un automòbil de massa 1000 kg està parat just en el moment de pujar una rampa. Arrenca i agafa una velocitat de 54 km/h quan ha arribat a una altura de 5 m per damunt del punt de partida. Calculeu l'energia mecànica adquirida.

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + m g h$$

$$v = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 15^2 + 1000 \cdot 9,8 \cdot 5 = 161500 \text{ J} = 1,62 \cdot 10^5 \text{ J}$$

32. Suposant que tota l'energia cinètica d'un automòbil es transformés en energia potencial gravitatòria, fins a quina altura podria pujar l'automòbil si portés una velocitat de 120 km/h?

$$\Delta E_p = -\Delta E_c \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(\frac{120}{3,6}\right)^2}{2 \cdot 9,8} = 57 \text{ m}$$

33. Un cos de 5 kg cau des de 10 m d'altura, arriba a terra i rebota fins a una altura de 8 m. Calculeu l'energia mecànica inicial i la final.

$$E_i = m g h_0 = 5 \cdot 9,8 \cdot 10 = 490 \text{ J}$$

$$E_f = m g h_f = 5 \cdot 9,8 \cdot 8 = 392 \text{ J}$$

Activitats finals

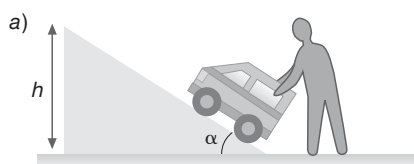
Qüestions

- Si una força realitza un treball negatiu hem de concloure que la força:
 - És perpendicular al desplaçament.
 - Té un component en sentit contrari al desplaçament.
 - La força varia amb el temps.
 - Es tracta d'una situació impossible, ja que el treball mai no pot ser negatiu.

Trieu la resposta correcta.

La resposta correcta és la b). Recordem que el treball ve donat per l'expressió: $W = F(\cos \alpha)d$, on F és el mòdul de la força i α és l'angle entre la força i el desplaçament de mòdul d . Per tal d'obtenir un valor negatiu, cal que l'angle tingui un valor comprès entre 90 i 270°. Això equival a dir que la força té un component de sentit contrari al desplaçament.

- Un nen vol fer pujar la seva joguina per plans inclinats diferents que tenen la mateixa alçària (fig. 5.44).



Demostreu, suposant que aconseguïeu que la joguina pugui fins a dalt en els dos casos a velocitat constant i tenint en compte que no actua la força de fregament:

- Que la força que ha de fer és diferent en un cas que en l'altre.

$\vec{F} = m\vec{a}$. Com que la velocitat és constant, $\vec{a} = 0$.

$$F_a = p_x = p \sin \alpha$$

$$F_b = p_x = p \sin \beta$$

Com que $\alpha > \beta \rightarrow \sin \alpha > \sin \beta \rightarrow F_a > F_b$

- Que el treball és el mateix en els dos casos.

$$W_a = F_a x_a = p \sin \alpha x_a$$

Tenim en compte que $\sin \alpha = \frac{h}{x_a}$

Si substituïm: $W_a = p \frac{h}{x_a} x_a = p h$

Fem el mateix per calcular W_b :

$$W_b = F_b x_b = p \sin \beta x_b$$

Tenim en compte que $\sin \beta = \frac{h}{x_b}$

Si substituïm: $W_b = p \frac{h}{x_b} x_b = p h$

D'on veiem que $W_a = W_b$.

- Justifiqueu el fet que el treball, la potència i l'energia són magnituds escalars.

El treball és el producte escalar del vector força pel vector desplaçament. Per tant, és un escalar. Si no es domina el càlcul vectorial, es pot justificar tenint en compte que el treball és la projecció de la força en la direcció del desplaçament.

La potència ve donada pel quocient entre el treball i l'interval de temps. Com que totes dues magnituds són escalars, el seu quocient també ho és.

L'energia també és una magnitud escalar donat que l'energia i el treball són magnituds equivalents.

- Si el treball realitzat per una força determinada disminueix fins a la quarta part quan la distància recorreguda disminueix fins a la meitat, de quina força es tracta? Expliqueu-ho detalladament.

Si $\Delta x' = \frac{\Delta x}{2}$, tenim $W' = \frac{W}{4}$. Aquest cas correspon a la força elàstica ja que el treball depèn del quadrat del desplaçament.

5. Per a un motorista que parteix del repòs i accelera uniformement augmentant de velocitat:

A) La potència que desenvolupa el motor:

a) augmenta. b) disminueix. c) és constant.

Com que la potència es pot expressar com $P = F \cdot v$, en augmentar la velocitat, la potència també augmenta. Per tant, l'opció correcta és la a).

B) El treball efectuat pel motor és:

a) positiu. b) negatiu. c) nul.

El treball efectuat és positiu perquè l'energia cinètica augmenta. L'opció correcta és la a).

Trieu les respostes correctes.

6. La normativa vigent sobre vehicles pesants els obliga a portar un aparell que en limita la velocitat.

Raoneu si això té relació amb l'energia cinètica que poden acumular respecte dels vehicles més lleugers, si circulen a la mateixa velocitat.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

L'augment de massa comporta un augment de l'energia cinètica del vehicle, si aquest està en moviment; i per una mateixa velocitat, un vehicle amb més massa acumula més energia cinètica.

7. Una mateixa força resultant actua sobre una moto i sobre una pilota de tennis al llarg d'un mateix desplaçament en la mateixa direcció i sentit. La variació de l'energia cinètica és més gran en:

- a) La moto.
b) La pilota.
c) Totes dues tindran la mateixa energia cinètica.

Si la força realitzada i el desplaçament són iguals, del teorema del treball i l'energia cinètica, $W = \Delta E_c$, tenim que la variació de l'energia cinètica també és la mateixa. Per tant, la resposta correcta és la c).

8. Un cos té una massa que és la meitat que la d'un altre cos, però porta una velocitat doble. Si en un moment determinat apliquem sobre tots dos la mateixa força de frenada, l'espai que recorrerà el primer cos serà, respecte del que recorrerà el segon:

- a) La meitat.
b) El doble.
c) La quarta part.
d) El quàdruple.

Dades: $m_1 = \frac{m_2}{2}$

$$v_1 = 2 v_2$$

Com que es compleix que $W = \Delta E_c$, aleshores:

Per al primer cos:

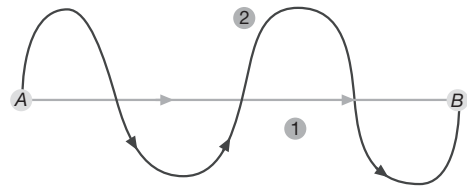
$$-F \cdot d_1 = -\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 = -\frac{1}{2} \frac{m_2}{2} \cdot (2 v_2)^2 \rightarrow d_1 = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{F}$$

Per al segon cos:

$$-F \cdot d_2 = -\frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2 \rightarrow d_2 = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2F}$$

El cos de massa m_2 recorre el doble de distància. L'opció correcta és la b).

9. Volem que el treball realitzat per anar des del punt A fins al punt B (fig. 5.45) sigui el mateix fent-lo pel recorregut 1 que fent-lo pel recorregut 2. Com ha de ser la força que hi actua?



La força que hi actua ha de ser conservativa per tal que el treball realitzat sigui independent del recorregut seguit.

10. Quin tipus d'energia és emmagatzemada en les situacions següents?

- a) Un arc que ha estat tensat a punt de llançar una fletxa.
Energia potencial elàstica.
- b) Una bola de billar que es mou damunt la taula quan és impulsada pel tac.
Energia cinètica.
- c) L'aigua d'un dipòsit situat a l'última planta d'un edifici que abasteix els veïns dels pisos inferiors.
Energia potencial gravitatòria.

11. És possible que la velocitat d'un cos estigui dirigida cap a l'est i la força que actua sobre ell cap a l'oest? Raoneu la resposta.

És possible sempre i quan el cos estigui en moviment, per exemple quan sobre el cos actua la força de fregament.

12. Tenim dos cossos en repòs. La massa d'un és el doble de la de l'altre. L'altura en què es troba el més lleuger és el doble que la del més pesat. Demostreu que els dos cossos tenen:

Cos 1	Cos 2
m_1	$m_2 = 2 m_1$
$h_1 = 2 h_2$	h_2

a) La mateixa energia potencial gravitatòria.

$$E_{p1} = m_1 g h_1 = m_1 g 2 h_2$$

$$E_{p2} = m_2 g h_2 = 2 m_1 g h_2$$

D'on deduïm que $E_{p1} = E_{p2}$.

b) La mateixa energia mecànica.

Com que l'energia cinètica és nul·la en els dos casos, l'energia mecànica també coincideix.

13. De les frases següents, quines són correctes? Quines incorrectes? Justifiqueu la vostra resposta.

a) L'energia cinètica d'un cos és negativa quan ho és la seva velocitat.

Incorrecta. L'energia cinètica depèn del quadrat de la velocitat i sempre és positiva.

b) El rendiment d'una màquina mai no pot ser més gran que la unitat.

Correcta. Mai es pot gastar més treball del que es disposa.

c) L'energia potencial elàstica pot assolir valors negatius.

Incorrecta. L'energia potencial elàstica sempre és positiva, tant si la molla està comprimida com si està allargada.

d) El treball efectuat per una força conservativa al llarg d'una trajectòria tancada és nul·l.

Correcta, per definició de força conservativa.

e) L'energia potencial gravitatòria sempre és positiva.

Incorrecta. Si el cos està sota el nivell del terra o de l'origen d'energia potencial gravitatòria, aquesta és negativa.

f) L'energia mecànica és la suma de les energies cinètiques i potencials.

Correcta, per definició d'energia mecànica.

g) El treball efectuat per una força correspon a l'àrea del gràfic $F-t$.

Incorrecta. Aquesta àrea correspon a l'impuls fet per la força.

Problemes

1. Calculeu el treball que realitza una noia amb una motxilla de 15 kg.

a) L'aguanta 5 min mentre espera entrar a l'institut per començar les classes.

$$W = \vec{F} \Delta \vec{r} \rightarrow \Delta \vec{r} = 0 \rightarrow W = 0$$

b) Es dirigeix a l'aula caminant a velocitat constant.

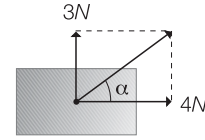
$$v = \text{constant} \rightarrow \vec{F} = 0 \rightarrow W = 0$$

c) Se la treu de l'esquena a 1 m del terra i la hi deixa.

$$W = \vec{F} \Delta \vec{r}$$

$$W = m g y \cos \alpha = 15 \cdot 9,8 \cdot 1 \cdot \cos 180^\circ \rightarrow W = -147 \text{ J}$$

2. Sobre un cos de 2,5 kg en repòs s'aplica durant 10 s una força de 3 N i una altra de 4 N en direccions perpendiculars entre si. Com a conseqüència, el cos es mou en la direcció de la força de 4 N. Si en aquesta direcció no actua cap altra força més, calculeu:



a) El treball de la força resultant.

$$F = m a \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{4}{2,5} = 1,6 \text{ m/s}^2$$

$$F_R = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ N}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{3}{4} = 0,75 \rightarrow \alpha = 36,87^\circ$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 10^2 = 80 \text{ m}$$

$$W = F \Delta x \cos \alpha = 5 \cdot 80 \cdot \cos 36,87^\circ = 320 \text{ J}$$

b) El treball realitzat per la força de 3 N.

$$W_{3N} = 0 \rightarrow \alpha = 90^\circ$$

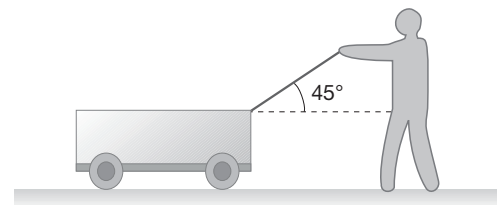
c) El treball realitzat per la força de 4 N.

$$W_{4N} = F \Delta x \cos \alpha = 4 \cdot 80 \cdot \cos 0^\circ = 320 \text{ J}$$

d) La suma dels treballs fets per les dues forces considerades.

$$W_T = W_{3N} + W_{4N} = 320 \text{ J}$$

3. Un nen vol arrossegar 5 m el carretó de 2 kg de massa per una superfície horitzontal i ho fa mitjançant una corda que forma un angle de 45° amb la superfície (fig. 5.46), i amb una força de 25 N. Si el coeficient de fregament entre les rodes del carretó i la superfície és de 0,1, calculeu:



a) El treball que realitza cada una de les forces que actuen sobre el carretó.

$$W_p = 0$$

$$W_N = 0$$

$$W_F = F_x \cdot \cos \alpha = 25 \cdot 5 \cdot \cos 45^\circ = 88,39 \text{ J}$$

$$N = p - F_y = 2 \cdot 9,8 - 25 \cdot \sin 45^\circ = 1,92 \text{ J}$$

$$W_{F_f} = \mu N \cdot \cos \alpha = 0,1 \cdot 1,92 \cdot 5 \cdot \cos 180^\circ = -0,965 \text{ J}$$

- b) El treball total. Comproveu que és igual al treball que realitza la força resultant.

$$W_T = W_p + W_N + W_{F_f} + W_F = -0,965 + 88,39 = 87,42 \text{ J}$$

$$\vec{F}_T = \vec{N} + \vec{p} + \vec{F}_f + \vec{F}$$

$$F_x = F_x \cos \alpha$$

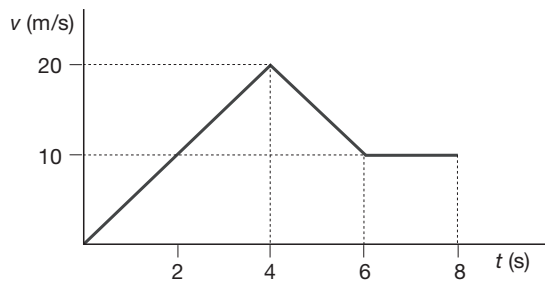
$$F_f = \mu N$$

$$F_{Tx} = F_x - F_f = 25 \cdot \cos 45^\circ - 0,1 \cdot 1,92 = 17,48 \text{ J}$$

$$F_{Ty} = 0$$

$$W_T = F_T x \cos \alpha = 17,48 \cdot 5 \cdot \cos 0^\circ = 87,42 \text{ J}$$

4. Un cos de massa 100 kg es mou segons un moviment rectilini, d'acord amb la figura 5.47.



- a) Calculeu quina força actua en cada tram del moviment.

$$1r \text{ tram: } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20}{4} = 5 \text{ m/s}^2$$

$$F = ma \rightarrow F = 100 \cdot 5 = 500 \text{ N}$$

$$2n \text{ tram: } a = \frac{10 - 20}{6 - 4} = -5 \text{ m/s}^2$$

$$F = -100 \cdot 5 = -500 \text{ N}$$

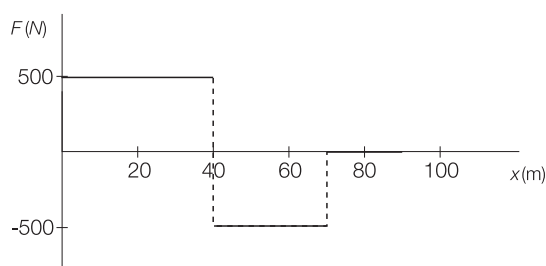
$$3r \text{ tram: } a = 0 \rightarrow F = 0$$

- b) Representeu gràficament la força respecte del desplaçament del cos.

$$1r \text{ tram: } x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4^2 = 40 \text{ m}$$

$$2n \text{ tram: } x = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 = 40 + 20 \cdot (6 - 4) - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (6 - 4)^2 = 70 \text{ m}$$

$$3r \text{ tram: } x = x_0 + v \Delta t = 70 + 10 \cdot (8 - 6) = 90 \text{ m}$$



- c) Calculeu a partir de la representació gràfica el treball total realitzat per la força.

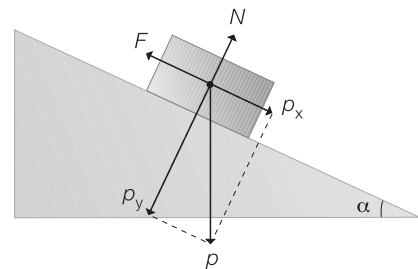
$$1r \text{ tram: } W_1 = F_1 \Delta x = 500 \cdot 40 = 20\,000 \text{ J}$$

$$2n \text{ tram: } W_2 = F_2 \Delta x = -500 \cdot (70 - 40) = -15\,000 \text{ J}$$

$$3r \text{ tram: } W_3 = F_3 \Delta x = 0$$

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 = 20\,000 - 15\,000 = 5\,000 \text{ J}$$

5. Volem fer pujar un bloc de 50 kg a velocitat constant per un pla inclinat de 4 m d'alçària i 5 m de longitud, mitjançant una força aplicada en la mateixa direcció i sentit del desplaçament del cos. Calculeu:



- a) La força que s'ha de realitzar, suposant que no existeix fregament entre el cos i el pla inclinat.

$$\Sigma F = ma = 0$$

$$F = p_x = mg \sin \alpha$$

$$F = mg \frac{h}{x} = 50 \cdot 9,8 \cdot \frac{4}{5} = 392 \text{ N}$$

- b) El treball que s'ha realitzat quan el bloc arriba a dalt del pla inclinat.

$$W = F \Delta x = 392 \cdot 5 = 1960 \text{ J}$$

- c) La força que s'ha de realitzar, si el coeficient de fregament entre el cos i el pla és de 0,1.

$$F = p_x + F_f = mg \sin \alpha + \mu N = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \alpha = 53,13^\circ$$

$$F = 50 \cdot 9,8 \cdot (\sin 53,13^\circ + 0,1 \cdot \cos 53,13^\circ) = 421,4 \text{ N}$$

- d) Quin és l'avantatge d'utilitzar un pla inclinat per pujar el bloc en lloc d'elevat-lo verticalment?

Tot i que realitzen el mateix treball, per pujar-lo pel pla indicant la força que fan és de 392 N; i quan l'elevem la força que hem de fer ha de ser igual al pes del cos, és a dir, 490 N.

6. Una molla està estirada una longitud de 4,0 cm a partir de la seva posició natural quan apliquem una força de 6 N. Si apliquem una força addicional de 12 N, la longitud de la molla augmenta fins a 24,7 cm. Trieu la resposta correcta.

A) La longitud natural de la molla és:

- a) 8,0 cm
b) 12,7 cm
c) 20,7 cm

Calculem primer la constant elàstica de la molla:

$$F_{\text{aplicada}} = -F_{\text{elàstica}} = k \Delta x \rightarrow$$

$$\rightarrow k = \frac{F_{\text{aplicada}}}{\Delta x} = \frac{6}{4 \cdot 10^{-2}} = 150 \text{ N/m}$$

Si s'apliquen 12 N addicionals, aleshores la força aplicada val:

$$F_{\text{aplicada}} = 6 + 12 = 18 \text{ N}$$

L'allargament val: $\Delta x = \frac{F_{\text{aplicada}}}{k} = \frac{18}{150} = 12 \text{ cm}$

A partir d'aquest valor trobem la longitud natural de la molla:

$$x_0 = x - \Delta x = 24,7 - 12 = 12,7 \text{ cm}$$

Per tant, l'opció correcta és la b).

B) El treball que hem de fer per estirar-la des de la primera posició fins a la segona val:

- a) 0,96 J
b) 1,08 J
c) 0,48 J

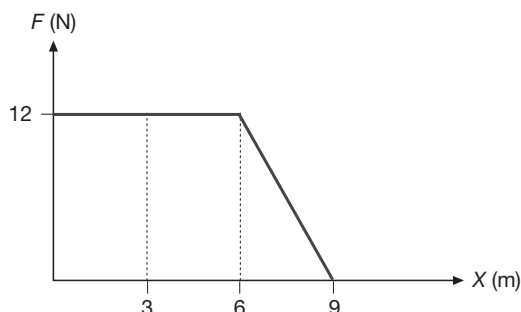
La diferència entre l'energia potencial elàstica a cada posició és el treball per a passar d'una a altra:

$$W = \frac{1}{2} k \left[(\Delta x_f)^2 - (\Delta x_0)^2 \right] = \frac{1}{2} 150 (0,12^2 - 0,04^2) =$$

$$= 0,96 \text{ J}$$

Per tant, l'opció correcta és la a).

7. Sobre un cos de 2,7 kg actua la força donada pel gràfic següent:



Si a la posició $x = 0$, la velocitat del cos és de 2 m/s, determineu les velocitats del cos quan ha assolit les posicions $x = 3 \text{ m}$, $x = 6 \text{ m}$ i $x = 9 \text{ m}$.

Per determinar les velocitats demanades podem fer-ho de dues maneres diferents:

- a) Mitjançant la segona llei de Newton per determinar l'acceleració i utilitzant després les equacions del MRUA,

- b) Calculant el treball realitzat amb la gràfica i aplicant el teorema del treball i l'energia cinètica.

Ho farem de les dues maneres per els dos primers trams:

1r tram:

$$v_0 = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = 3 \text{ m}$$

$$a) F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{12}{2,7} = 4,44 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2a\Delta x} =$$

$$= \sqrt{2^2 + 2 \cdot 4,44 \cdot 3} = 5,5 \text{ m/s}$$

$$b) W = \text{àrea} = 12 \cdot 3 = 36 \text{ J}$$

$$\Delta E_c = W = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2W}{m}} = \sqrt{2^2 + \frac{2 \cdot 36}{2,7}} = 5,5 \text{ m/s}$$

2n tram:

$$v_0 = 5,5 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = 3 \text{ m}$$

$$a) F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{12}{2,7} = 4,44 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2a\Delta x} =$$

$$= \sqrt{5,5^2 + 2 \cdot 4,44 \cdot 3} = 7,6 \text{ m/s}$$

$$b) W = \text{àrea} = 12 \cdot 3 = 36 \text{ J}$$

$$\Delta E_c = W = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2W}{m}} = \sqrt{5,5^2 + \frac{2 \cdot 36}{2,7}} = 7,6 \text{ m/s}$$

Per el tercer tram no podem utilitzar el primer mètode ja que la força no és constant i, per tant, l'acceleració tampoc. Veiem doncs que el segon mètode té més aplicacions que no pas el primer.

3r tram:

$$v_0 = 7,6 \text{ m/s}$$

$$b) W = \text{àrea} = \frac{12 \cdot 3}{2} = 18 \text{ J}$$

$$\Delta E_c = W = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2W}{m}} = \sqrt{7,6^2 + \frac{2 \cdot 18}{2,7}} = 8,4 \text{ m/s}$$

8. Una grua aixeca una biga de 100 kg a una altura de 15 m i després desplaça la càrrega horitzontalment 10 m a velocitat constant.

a) Quant val el treball realitzat?

$$W = F \Delta y = mg \Delta y = 100 \cdot 9,8 \cdot 15 = 14700 \text{ J}$$

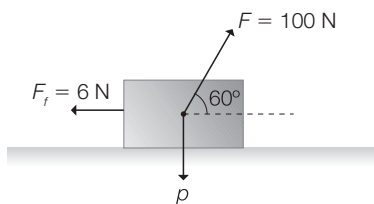
b) Quina potència útil té la grua si tarda 1 min a alçar la biga?

$$P = \frac{W}{t} = \frac{14700}{60} = 245 \text{ W}$$

c) Quin és el rendiment de la grua si ha consumit una potència de 450 W?

$$\eta = \frac{245}{450} = 54\%$$

9. Un objecte de 10 kg és arrossegat per una pista horitzontal una distància de 10 m, amb una força constant de 100 N que forma un angle de 60° amb la direcció del desplaçament. La força de fregament d'aquest objecte amb el terra és de 60 N. Calculeu:



a) El treball realitzat per la força aplicada, per la força de fregament i per la força pes.

$$W_p = mg \Delta x \cos \alpha = mg \Delta x \cos 90^\circ = 0$$

$$W_F = F \Delta x \cos \alpha \rightarrow W_F = 100 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 500 \text{ J}$$

$$W_{F_f} = F_f \Delta x \cos \alpha = -6 \cdot 10 = -60 \text{ J}$$

b) La potència total desenvolupada per totes les forces que hi actuen.

$$\Sigma F = F_x - F_f = 100 \cdot \cos 60^\circ - 6 = 44 \text{ N}$$

$$\Sigma F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{44}{10} = 4,4 \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{4,4}} = 2,13 \text{ s}$$

$$P_F = \frac{W_F}{t} = \frac{500}{2,13} = 234,52 \text{ W}$$

$$P_{F_f} = \frac{W_{F_f}}{t} = \frac{60}{2,13} = 28,17 \text{ W}$$

$$P_p = 0$$

10. Una vagoneta que té una massa de 200 kg es troba sobre una via horitzontal. Calculeu el treball que es fa en els casos següents:

a) Si empenyeu la vagoneta amb una força de 100 N durant 50 s sense aconseguir que la vagoneta es mogui.

$$W = 100 \cdot 0 = 0 \text{ J}$$

b) Si l'empenyeu amb una força constant de 200 N en la direcció de la via, fent un recorregut 50 m en 10 s.

$$W = 200 \cdot 50 = 10000 \text{ J}$$

c) Si empenyeu la vagoneta amb una força de 500 N que fa un angle de 60° amb la via, i la vagoneta recorre 100 m en 12,65 s.

$$W = 500 \cdot 100 \cdot \cos 60^\circ = 25000 \text{ J}$$

d) Calculeu la potència desenvolupada en els tres apartats anteriors.

$$P_a = 0$$

$$P_b = \frac{W}{t} = \frac{10000}{10} = 1000 \text{ W}$$

$$P_c = \frac{25000}{12,65} = 1976,28 \text{ W}$$

11. Un ascensor de massa 850 kg, que porta dues persones a l'interior de 70 kg i 75 kg de massa, puja des de la planta baixa fins al 7è pis en 45 s. Si cada pis té una altura de 3 m, quina potència ha de desenvolupar el motor de l'ascensor si el rendiment de la instal·lació és del 55 %.

$$m_{total} = 850 + 70 + 75 = 995 \text{ kg}$$

$$\Delta y = 7 \cdot 3 = 21 \text{ m}$$

$$\Delta t = 45 \text{ s}$$

$$\eta = 55\%$$

$$W = F \cdot \Delta y = m \cdot g \cdot \Delta y = 995 \cdot 9,8 \cdot 21 = 204771 \text{ J}$$

$$P_u = \frac{W}{\Delta t} = \frac{204771}{45} = 4550,47 \text{ W} = 6,19 \text{ CV}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} \cdot 100 \rightarrow$$

$$\rightarrow P_c = \frac{P_u}{\eta} \cdot 100 = \frac{6,19}{55} \cdot 100 = 11,26 \text{ CV}$$

El motor ha de desenvolupar una potència de 11,26 CV.

12. Un camió de 60 tones porta una velocitat de 72 km/h i de sobte frena. Si s'atura 10 s després, quina ha estat la potència mitjana de la frenada?

$$m = 60 \text{ t} = 60000 \text{ kg}$$

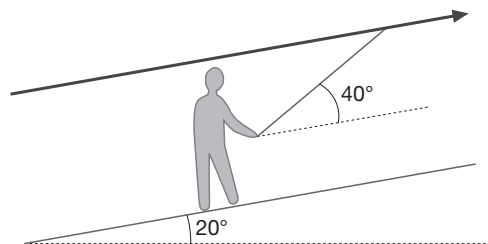
$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$W = \Delta E_c \rightarrow W = 0 - \frac{1}{2} m v^2 =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot 60000 \cdot 20^2 = -1,2 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1,2 \cdot 10^7}{10} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ W}$$

13. Es vol dissenyar el telesquí d'una pista d'esquí per a principiants que té 150 m de llarg i un pendent d'angle 20° . El telesquí ha de poder arrossegar simultàniament 40 esquiadors, de 75 kg de massa mitjana, a una velocitat de 12 km/h, i els cables que els estiren han de formar un angle de 40° amb la pista. Si el motor que mou tot el sistema té un rendiment del 75%, i sabem que el coeficient de fregament que presenta la pista val, de mitjana, 0,09, quina ha de ser la potència que ha de tenir el motor d'aquest sistema?



Primer calcularem el treball necessari per pujar un sol esquiador, tenint en compte que pugen a velocitat constant i que tenen una massa mitjana de 75 kg.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} = 0$$

$$F_x = F_f + p_x \rightarrow F \cdot \cos 40^\circ = \mu \cdot N + m \cdot g \cdot \sin 20^\circ$$

$$F_y + N = p_y \rightarrow F \cdot \sin 40^\circ + N = m \cdot g \cdot \cos 20^\circ$$

Si aïllem N de la segona equació i substituïm en la primera tenim:

$$F \cdot (\cos 40^\circ + \mu \sin 40^\circ) = m \cdot g \cdot (\sin 20^\circ + \mu \cos 20^\circ) \rightarrow$$

$$\rightarrow F = m \cdot g \cdot \frac{\sin 20^\circ + \mu \cos 20^\circ}{\cos 40^\circ + \mu \sin 40^\circ} = 380,56 \text{ N}$$

$$W_1 = F \cdot \Delta x \cdot \cos 40^\circ = 380,56 \cdot 150 \cdot \cos 40^\circ = 43728,89 \text{ J}$$

El treball total per pujar simultàniament 40 esquiadors serà quaranta vegades més gran.

$$W_{40} = 40 \cdot W_1 = 40 \cdot 43728,89 = 1,75 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$\Delta x = 150 \text{ m}$$

$$v = 12 \text{ km/h} = 3,33 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = v \cdot t \rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{150}{3,33} = 45 \text{ s}$$

$$P_u = \frac{W}{t} = \frac{1,75 \cdot 10^6}{45} = 3,89 \cdot 10^4 \text{ W} = 53 \text{ CV}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} \rightarrow P_c = \frac{P_u}{\eta} = \frac{53}{0,75} = 71 \text{ CV}$$

14. Una força constant de 100 N actua durant 20 s sobre un cos de 10 kg que inicialment es mou a 36 km/h. Si es mou amb una acceleració de 5 m/s^2 :



- a) Quina és la força de fregament?

$$F - F_f = ma \rightarrow F_f = F - ma = 100 - 10 \cdot 5 = 50 \text{ N}$$

- b) A quina velocitat es mou als 20 s?

$$v = v_0 + at = 10 + 5 \cdot 20 = 110 \text{ m/s}$$

- c) Quin espai recorre durant aquest temps?

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow x = 10 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 20^2 = 1200 \text{ m}$$

- d) Quin treball s'ha realitzat?

$$W = F_T \Delta x \rightarrow W = (100 - 50) \cdot 1200 = 60000 \text{ J}$$

- e) Quin ha estat l'augment de l'energia cinètica?

$$W = \Delta E_c = 60000 \text{ J}$$

15. Un objecte de 100 kg es mou a una velocitat de 15 m/s. S'hi aplica una força de 500 N en el sentit del desplaçament, i la velocitat arriba fins a 20 m/s. Calculeu:

- a) Quin treball s'ha realitzat?

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \rightarrow$$

$$\rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot (20^2 - 15^2) = 8750 \text{ J}$$

- b) Quin ha estat el desplaçament de l'objecte?

$$W = F \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{W}{F} = \frac{8750}{500} = 17,5 \text{ m}$$

- c) Quant val la força de fregament, si quan hi actua, el cos es desplaça 3 m més, per arribar a la mateixa velocitat final?

$$\Delta x = 17,5 + 3 = 20,5 \text{ m}$$

$$F' = F - F_f$$

$$F' = \frac{W}{\Delta x} = \frac{8750}{20,5} = 426,83 \text{ N}$$

$$F_f = F - F' = 500 - 426,83 = 73,17 \text{ N}$$

16. Un automòbil de 1375 kg pot desenvolupar una potència màxima de 60 CV. Si suposem que el coeficient de fregament entre les rodes i el terra val sempre 0,11, determineu la velocitat màxima que podria desenvolupar l'automòbil en els casos següents:

- a) L'automòbil circula per una via horitzontal.

En la situació en què la velocitat és màxima i el cotxe circula per una via horitzontal la potència subministrada pel motor és igual a la potència dissipada per la força de fregament, ja que no hi ha acceleració:

$$P_{\text{motor}} = \frac{\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x}{\Delta t} = \mu \cdot m \cdot g \cdot v_{\text{màx}} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_{\text{màx}} = \frac{60 \cdot 735}{0,11 \cdot 1375 \cdot 9,8} = 29,7 \text{ m/s} = 107 \text{ km/h}$$

b) L'automòbil puja per un pendent del 7 %.

Quan la velocitat és màxima i el cotxe puja per un pendent, la potència subministrada pel motor és igual a la suma de la potència dissipada per la força de fregament i la potència associada al component tangencial del pes:

$$\alpha = \arctan 0,07 = 4^\circ$$

$$\begin{aligned} P_{\text{motor}} &= \frac{\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x + m \cdot g \cdot \sin \alpha \Delta x}{\Delta t} = \\ &= m \cdot g \cdot (\mu + \sin \alpha) \cdot v_{\text{màx}} \rightarrow \\ v_{\text{màx}} &= \frac{60 \cdot 735}{1375 \cdot 9,8 (0,11 + \sin 4)} = 18,2 \text{ m/s} = 66 \text{ km/h} \end{aligned}$$

c) L'automòbil baixa per un pendent del 6 %.

Quan la velocitat és màxima i el cotxe baixa per un pendent, la potència subministrada pel motor més la potència del component tangencial del pes és igual a la potència dissipada per la força de fregament:

$$\alpha = \arctan 0,06 = 3,4^\circ$$

$$\begin{aligned} P_{\text{motor}} + \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha \Delta x}{\Delta t} &= \frac{\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x}{\Delta t} \rightarrow \\ \rightarrow P_{\text{motor}} &= m \cdot g (\mu - \sin \alpha) \cdot v_{\text{màx}} \\ \rightarrow v_{\text{màx}} &= \frac{60 \cdot 735}{1375 \cdot 9,8 (0,11 - \sin 3,4)} = \\ &= 64,6 \text{ m/s} = 232 \text{ km/h} \end{aligned}$$

17. Un projectil de 250 g travessa una paret de 0,30 m de gruix. La velocitat quan penetra a la paret és de 300 m/s i quan en surt és de 90 m/s. Calculeu el treball sobre el projectil i la resistència de la paret.

$$\begin{aligned} W &= \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,250 \cdot (90^2 - 300^2) = -10\,237,5 \text{ J} \\ W &= F \Delta x \rightarrow F = \frac{W}{\Delta x} = \frac{10\,237,5}{0,3} = 34\,125 \text{ N} \end{aligned}$$

18. Un conductor circula a 80 km/h per una avinguda; a 50 m hi ha un semàfor que es posa vermell i el conductor frena. L'automòbil i el conductor tenen una massa total de 1000 kg, i la força de frenada que hi actua és de 2000 N.

Calculeu:

a) L'energia cinètica inicial del cotxe.

$$\begin{aligned} v_0 &= 80 \text{ km/h} = 22,22 \text{ m/s} \\ E_{c0} &= \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 22,22^2 = 246\,914 \text{ J} = \\ &= 2,47 \cdot 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

b) El treball realitzat per la força de frenada en els 50 m.

$$W = -F_f \Delta x = -2000 \cdot 50 = -100\,000 \text{ J} = -10^5 \text{ J}$$

c) Raoneu si el cotxe s'aturarà just abans o després del semàfor.

Perquè el cotxe s'aturi abans del semàfor, ha d'anul·lar tota la E_c que porta amb el treball realitzat pels frens. Dels resultats dels apartats a) i b) veiem que la E_c inicial del cotxe és més gran que el treball que realitzen els frens en els 50 m. Per tant, el cotxe s'aturarà després del semàfor.

19. Ajudat per dos companys, empenyeu un automòbil que està inicialment parat amb una força constant de 1000 N i el cotxe es mou 10 m. Una vegada s'ha desplaçat els 10 m, el cotxe porta una velocitat de 3 m/s. La massa de l'automòbil és de 600 kg.

Calculeu:

a) Quin és el treball que heu fet?

$$W = F \Delta x = 1000 \cdot 10 = 10\,000 \text{ J}$$

b) Quina és l'energia cinètica de l'automòbil en acabar el recorregut assenyalat?

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 3^2 = 2\,700 \text{ J}$$

c) Quin és el treball que s'ha perdut? En què s'ha transformat?

$$W_T - E_c = 10\,000 - 2\,700 = 7\,300 \text{ J}$$

S'ha transformat en calor.

20. Per treure l'aigua d'un pou que està a 45 m de profunditat disposem d'una bomba d'una potència de 2 CV que pot treure'n 80 L cada mig minut.**a) Quin treball efectua la bomba en aquest temps? En què es converteix aquest treball?**

Tenint en compte que la densitat de l'aigua és d'1 g/cm³, els 80 L corresponen a 80 kg. Per tant, el treball desenvolupat per la bomba en el temps de mig minut és:

$$W = mgh = 80 \cdot 9,8 \cdot 45 = 35\,280 \text{ J}$$

Aquest treball s'ha invertit en augmentar l'energia potencial de l'aigua, ja que aquesta està ara a 45 m d'altura respecte de la posició que ocupava en el pou, i podem concloure que també correspon a l'energia útil E_u desenvolupada per la bomba.

b) Quina energia es perd en aquest temps? En què es converteix aquesta energia?

Per determinar l'energia perduda E_p en aquest temps hem de calcular l'energia consumida E_c en mig minut, i restar-li l'energia utilitzada en pujar l'aigua, que és l'energia E_u calculada a l'apartat anterior. Prèviament expressem la potència consumida en unitats del SI:

$$P_c = 2 \text{ CV} \cdot (735 \text{ W}/1 \text{ CV}) = 1470 \text{ W}$$

$$E_c = P \Delta t = 1470 \text{ W} \cdot 30 \text{ s} = 44\,100 \text{ J}$$

$$E_p = E_c - E_u = 44\,100 - 35\,280 = 8\,820 \text{ J}$$

Si tenim en compte que part de l'energia consumida es perd en forma de calor a causa del fregament entre les parts mòbils del motor de la bomba i pel seu circuit elèctric, deduïm que aquesta energia perduda es converteix en calor.

c) Quin és el rendiment de la bomba?

Per calcular el rendiment de la bomba dividim la potència útil entre la potència consumida, tenint en compte que la primera es calcula dividint l'energia útil entre el temps transcorregut (30 s):

$$P_u = \frac{E_u}{t} = \frac{35280}{30} = 1176 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{1170}{1470} = 0,8 \rightarrow 80\%$$

Notem que arribem al mateix resultat si dividim directament l'energia útil desenvolupada en mig minut per l'energia consumida en el mateix temps.

- 21. En una minicentral hidroelèctrica l'aigua cau des d'una altura de 2 m sobre una turbina amb un cabal mitjà de 1500 kg/s. Quina seria la potència teòrica que podríem obtenir a la central si l'energia potencial es transformés íntegrament en energia elèctrica?**

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot \Delta y}{t} = \frac{m \cdot g \cdot \Delta y}{t} = \frac{m}{t} \cdot g \cdot \Delta y =$$

$$= 1500 \cdot 9,8 \cdot 2 = 29400 \text{ W} = 29,4 \text{ kW}$$

- 22. Si d'una molla de longitud natural 12,0 cm pengem una massa de 18 g, la molla assoleix una longitud de 12,9 cm. Quina energia emmagatzema la molla quan es comprimeix fins a una longitud de 10,4 cm?**

$$m = 0,018 \text{ kg} \rightarrow \Delta l = 12,9 - 12,0 = 0,9 \text{ cm} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$F = p = m \cdot g = k \cdot \Delta l \rightarrow$$

$$\rightarrow k = \frac{m \cdot g}{\Delta l} = \frac{1,8 \cdot 10^{-2} \cdot 9,8}{9 \cdot 10^{-3}} = 19,6 \text{ N/m}$$

$$\Delta l = 10,4 - 12 = -1,6 \text{ cm} = -1,6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot \Delta l^2 = \frac{19,6 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-2})^2}{2} = 2,51 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

- 23. Un edifici té 12 pisos i cada pis fa 3,5 m d'alçària. Calculeu per a una persona de 60 kg, i prenent la planta baixa com a zero d'energia potencial gravitatòria:**

a) L'energia potencial gravitatòria que té si viu al 5è pis.

$$E_p = mgh = 60 \cdot 9,8 \cdot 5 \cdot 3,5 = 10290 \text{ J}$$

b) L'energia potencial gravitatòria que té si viu al 8è pis.

$$E_p = 60 \cdot 9,8 \cdot 8 \cdot 3,5 = 16464 \text{ J}$$

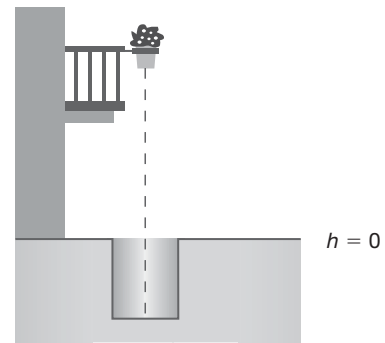
c) La variació de l'energia potencial gravitatòria si puja des del 2n pis fins al terrat de l'edifici?

$$\Delta E_p = mgh = 60 \cdot 9,8 \cdot (12 \cdot 3,5 - 2 \cdot 3,5) = 20580 \text{ J}$$

d) Quina és la variació de l'energia potencial gravitatòria si baixa des del 6è pis fins al carrer?

$$\Delta E_p = mgh = 60 \cdot 9,8 \cdot (0 - 6 \cdot 3,5) = -12348 \text{ J}$$

- 24. Un test de flors està situat en un balcó en la mateixa vertical d'un pou (fig. 5.50). El test es troba damunt del terra a 15 m d'altura i té una energia potencial gravitatòria de 40 J. Si cau dins del pou, calculeu:**



a) La massa del test.

$$E_p = mgh \rightarrow m = \frac{E_p}{gh} = \frac{40}{9,8 \cdot 1,5} = 0,27 \text{ kg}$$

b) L'energia potencial gravitatòria que té dins del pou, si el pou fa 20 m de profunditat.

$$E_p = 0,27 \cdot 9,8 \cdot (-20) = -53,3 \text{ J}$$

c) La variació d'energia potencial gravitatòria.

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{p0} = -53,3 - 40 = -93,3 \text{ J}$$

- 25. Un avió de 10000 kg de massa té una energia mecànica de 10^9 J i vola horitzontalment a 9 km d'altura. Calculeu:**

a) L'energia potencial gravitatòria i l'energia cinètica de l'avió.

$$E_p = mgh = 10000 \cdot 9,8 \cdot 9000 = 8,82 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$E_c = E - E_p = 10^9 - 8,82 \cdot 10^8 = 1,18 \cdot 10^8 \text{ J}$$

b) La velocitat a la qual vola l'avió.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,18 \cdot 10^8}{10000}} = 153,62 \text{ m/s}$$