Unitat 6. Conservació de l'energia

Activitats

1. Un ascensor es troba aturat en el 5è pis d'un edifici. Si cada pis té una alçària de 4 m i es trenca el cable de l'ascensor, calculeu:

***a*) La velocitat amb què l'ascensor arribarà a terra.**

$$E_{p0} = E_c \rightarrow \cancel{m} g h_0 = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2\,g\,h_0} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 5 \cdot 4} = 19{,}8 \text{ m/s}$$

***b*) La posició de l'ascensor respecte del terra quan tingui una velocitat de 18 km/h.**

$$18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} = E_{p1} + E_{c1} \rightarrow \cancel{m} g h_0 = \cancel{m} g h_1 + \frac{1}{2} \cancel{m} v_1^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 9{,}8 \cdot 20 = 9{,}8\, h_1 + \frac{1}{2} \cdot 5^2 \rightarrow h_1 = 18{,}7 \text{ m}$$

***c*) Com es modificarien les respostes anteriors si l'ascensor dugués una velocitat de 30 km/h en el moment en què es trenca el cable?**

Primer expressem la velocitat en unitats del SI:

$$30 \text{ km/h} = 8{,}33 \text{ m/s}$$

En aquesta nova situació, cal afegir una energia cinètica inicial quan l'ascensor es troba al 5è pis, és a dir, a 20 m del terra.

Per tant, la velocitat amb què arriba a terra és:

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{cf} \rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2\,g h_0} =$$

$$= \sqrt{8{,}33^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 20} = 21{,}5 \text{ m/s}$$

Aquest resultat és vàlid tant si l'ascensor està pujant com si està baixant en el moment en què es trenca el cable, ja que si puja, quan torna a passar pel mateix punt porta la mateixa velocitat.

Ara busquem l'altura a la qual es troba quan la seva velocitat és de 18 km/h = 5 m/s. Aquest valor de velocitat és menor que la velocitat inicial i només es pot assolir en el cas que l'ascensor estigui pujant en el moment en què es trenca el cable. Si l'ascensor estigués baixant quan es trenca el cable, com que l'energia potencial gravitatòria va disminuint i l'energia cinètica va augmentant, no hi hauria cap punt del recorregut en el qual l'ascensor es mogués a 5 m/s.

Així, l'ascensor està pujant en el moment que es trenca el cable. Ja sabem, per cinemàtica, que l'ascensor segueix ascendint cada vegada a menor velocitat fins a assolir la velocitat zero i, tot seguit, segueix una caiguda lliure. Busquem en quin punt del seu recorregut la velocitat val 5 m/s aplicant la conservació de l'energia:

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{cf} + E_{pf} \rightarrow h = h_0 + \frac{v_0^2 - v_f^2}{2g} =$$

$$= 20 + \frac{8{,}33^2 - 5^2}{2 \cdot 9{,}8} = 22{,}3 \text{ m}$$

Quan té una velocitat de 5 m/s, l'ascensor es troba en un punt situat entre el 5è pis i el 6è pis.

2. Llancem des del terra, verticalment cap amunt, amb energia mecànica de 1 250 J, un cos de 5 kg. Calculeu l'altura que assolirà el cos i la velocitat inicial.

$$E = E_p = m g h \rightarrow h = \frac{E}{m g}$$

$$h = \frac{1\,250}{5 \cdot 9{,}8} = 25{,}51 \text{ m}$$

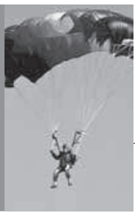
$$E = E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\,250}{5}} = 22{,}36 \text{ m/s}$$

3. Des de la mateixa altura, deixem caure dues boles, una en caiguda lliure i l'altra per un pla inclinat. Si no hi ha fregament, arribaran les dues a terra amb la mateixa velocitat? Justifiqueu la resposta.

Si les dues boles amb la mateixa massa parteixen del repòs des de la mateixa altura inicial i no hi ha fregament, per conservació de l'energia mecànica, arriben al punt d'altura zero amb la mateixa velocitat. Tota l'energia gravitatòria inicial s'ha transformat en energia cinètica. Com que tenen la mateixa energia cinètica final i la mateixa massa, tenen la mateixa velocitat final.

4. La saltadora de la figura 6.5 té una massa de 65 kg i salta a una velocitat inicial de 6,5 m/s formant un angle de 45° amb l'horitzontal. Calculeu:



a) **L'altura màxima a què arribarà la saltadora.**

Per trobar l'altura màxima a la qual arriba la saltadora, hem de buscar primer el component de la velocitat en la direcció *Y*, perquè ja sabem que la velocitat en la direcció *X* es manté sempre constant ja que no actua cap força en aquesta direcció. En canvi, en la direcció *Y* actua la força pes que transforma part de l'energia cinètica en energia potencial gravitatòria.

Els components de la velocitat inicial valen:

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 6{,}5 \cos 45^\circ = 4{,}6 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 6{,}5 \sin 45^\circ = 4{,}6 \text{ m/s}$$

L'altura màxima ve donada per:

$$E_{c0y} = E_{pf} \rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{4{,}6^2}{2 \cdot 9{,}8} = 1{,}08 \text{ m} \approx 1{,}1 \text{ m}$$

b) **L'energia cinètica en el punt d'altura màxima.**

En el punt d'altura màxima, l'energia cinètica és deguda al component de la velocitat en la direcció *X*:

$$E_c = \frac{1}{2} m v_{0x}^2 = \frac{1}{2} 65 \cdot 4{,}6^2 = 687{,}7 \text{ J} \approx 688 \text{ J}$$

c) **La potència desenvolupada per la força de contacte del terra sobre la saltadora si ha actuat durant 0,1 s.**

Per trobar la potència cal calcular primer el treball fet per la força de contacte amb el terra. Aquesta força fa que la saltadora s'aturi. Per tant, el treball que realitza és la disminució de l'energia cinètica de la saltadora, que és igual a l'energia cinètica inicial. Això és així perquè sabem que el component de la velocitat en la direcció *X* no s'altera i que el component de la velocitat *Y* en arribar a terra té el mateix valor absolut que el valor inicial. Per tant:

$$W = \Delta E_c = E_{cf} - E_{c0} =$$

$$= 0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -\frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 6{,}5^2 = -1\,373 \text{ J}$$

I la potència desenvolupada val (prenem el treball en valor absolut):

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} = \frac{1\,373}{0{,}1} = 13{,}7 \text{ kW}$$

d) **El treball fet pel pes des que la saltadora s'eleva des de terra fins que torna a tocar terra.**

La força pes no fa treball perquè la saltadora, en tocar terra, arriba a la mateixa altura inicial. No hi ha variació de la seva energia potencial gravitatòria i, per tant, la força pes no fa treball.

Aquest resultat també s'obté si considerem el recorregut de la saltadora: parteix del punt *A* on inicia el salt i arriba al punt *B* on toca el terra. Si portéssim la saltadora del punt *B* al punt *A*, tindríem un recorregut tancat. En el tram que va de *B* a *A*, la força pes és perpendicular al desplaçament i no fa treball. A més, en ser el pes una força conservativa, el treball total en el cicle és nul. I com que de *B* a *A* no es fa treball, es conclou que de *A* a *B* la força pes tampoc fa treball.

e) **La velocitat amb què arriba a terra, tot negligint el fregament amb l'aire.**

A l'apartat *c*) ja hem vist que, just en tocar a terra, l'energia cinètica coincideix amb l'energia cinètica inicial. Per tant, la velocitat just en tocar a terra és igual a la velocitat inicial del salt:

$$v = 6{,}5 \text{ m/s}$$

5. Sobre una superfície horitzontal hi ha un objecte de 200 g de massa unit a una molla de constant elàstica 2 000 N/m. Si separem l'objecte 10 cm de la posició d'equilibri i el deixem anar, calculeu, sense tenir en compte el fregament, la velocitat quan:

$m = 200 \text{ g} = 0{,}2 \text{ kg}$

$\Delta l_0 = 10 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ m}$

$k = 2\,000 \text{ N/m}$

Com que totes les forces que actuen són conservatives podem aplicar la conservació de l'energia mecànica.

a) **El cos passa per la posició d'equilibri.**

$$E_0 = E_f \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot 0^2 + \frac{1}{2} k \cdot \Delta l_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} k \cdot 0^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \Delta l = \sqrt{\frac{2\,000}{0{,}2}} \cdot 0{,}1 = 10 \text{ m/s}$$

b) **El cos es troba a 5 cm de la posició d'equilibri.**

$$E_0 = E_f \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot 0^2 + \frac{1}{2} k \cdot \Delta l_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} k \cdot \Delta l^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m} (\Delta l_0^2 - \Delta l^2)} = \sqrt{\frac{2\,000}{0{,}2} (0{,}1^2 - 0{,}05^2)} =$$

$$= 8{,}66 \text{ m/s}$$

6. El mecanisme d'una pistola de joguina té una molla de constant elàstica de valor 150 N/m, si la comprimim 5 cm per carregar-la. Calculeu la velocitat que comunicarà a un projectil de 10 g.

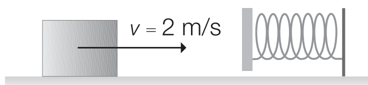
Es compleix el principi de conservació de l'energia mecànica ja que la força elàstica és una força conservativa, per tant:

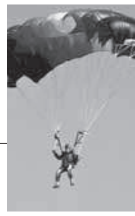
$$E_0 = E_f \rightarrow E_{pe} = E_c \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot 0{,}05^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}01 \cdot v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = 0{,}05 \cdot \sqrt{\frac{150}{0{,}01}} = 6{,}12 \text{ m/s}$$

7. Un bloc de 3 kg de massa avança a 2 m/s sobre una superfície horitzontal sense fregament. Si en el camí es troba una molla de constant elàstica 40 N/m, quina és la compressió màxima de la molla?





$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$x = v \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \sqrt{\frac{3}{40}} = 0{,}55 \text{ m}$$

8. Disposem d'una molla de constant elàstica 500 N/m. Si la comprimim 20 cm amb un cos de 2 kg i tot seguit la deixem lliure, calculeu:

$m = 2$ kg

$k = 500$ N/m

$\Delta l_0 = 20$ cm $= 0{,}2$ m

***a*) La velocitat de sortida del cos.**

Apliquem la conservació de l'energia:

$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2} k \Delta l^2 = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}} \, \Delta l = \sqrt{\frac{500}{2}} \cdot 0{,}2 = 3{,}16 \text{ m/s}$$

***b*) La distància que recorre el cos si puja per un pla inclinat de 45°, sense fregament.**

Per determinar la distància recorreguda primer determinarem, fent ús de la conservació de l'energia, l'altura en què arribarà el cos.

$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = m g \, \Delta y \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta y = \frac{v^2}{2g} = \frac{3{,}16^2}{2 \cdot 9{,}8} = 0{,}51$$

Com que el cos puja per un pla inclinat de 45° la distància recorreguda serà:

$$d = \frac{\Delta y}{\sin 45°} = 0{,}72 \text{ m}$$

9. Llancem un cos d'1 kg de massa a una velocitat de 5 m/s sobre un pla horitzontal, que s'atura després d'haver recorregut 10 m. Calculeu:

***a*) El treball exercit per la força de fregament.**

$$W_{Ff} = \Delta E \rightarrow W_{Ff} = 0 - E_c = -\frac{1}{2} m v_0^2 =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 = -12{,}5 \text{ J}$$

***b*) La quantitat de calor produïda.**

$$-W_{Ff} = Q = 12{,}5 \text{ J}$$

***c*) El coeficient de fregament entre el cos i el pla.**

$$W_{Ff} = -\mu m g \Delta x \rightarrow \mu = -\frac{W_{Ff}}{m g \Delta x} = \frac{12{,}5}{1 \cdot 9{,}8 \cdot 10} = 0{,}13$$

10. Un nen de 30 kg es deixa caure per un tobogan de 2 m d'altura i arriba a terra amb una velocitat de 4 m/s. Quin treball han fet les forces de fregament?

Apliquem el principi de conservació quan actuen forces de fregament:

$$W_f = \Delta E_m \Rightarrow \left(\frac{1}{2} m \cdot v^2\right)_f - (m \cdot g \cdot h)_i =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 4^2 - 30 \cdot 9{,}8 \cdot 2 = 240 - 588 = -348 \text{ J}$$

11. Calculeu l'alçada que aconseguirà pujar un cos que és impulsat a 5 m/s per un pla inclinat de 30° que té un coeficient de fregament de 0,2. Comenteu si influeix el valor de la massa del cos en tot el recorregut.

Apliquem el principi de conservació de l'energia quan actuen forces no conservatives:

$$\Delta E_{mecànica} = W_{fregament} \rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = W_{fregament}$$

El treball fet per la força de fregament és negatiu perquè la força de fregament actua en sentit contrari al del desplaçament. Tenint en compte que en un pla inclinat a un angle α la relació entre l'altura h a què arriba el cos i el desplaçament d sobre el pla és $d = \frac{h}{\sin \alpha}$, i que la força normal val $m g \cos \alpha$, resulta:

$$\left(0 - \frac{1}{2} m v_0^2\right) + (m g h - 0) = -\mu m g \, (\cos \alpha) d =$$

$$= -\mu m g \, (\cos \alpha) \frac{h}{\sin \alpha} \rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g\left(1 + \frac{\mu}{\text{tg } \alpha}\right)} =$$

$$= \frac{5^2}{2 \cdot 9{,}8 \left(1 + \frac{0{,}2}{\text{tg } 30°}\right)} = 0{,}95 \text{ m}$$

On el valor de la massa del cos no influeix en l'altura que pot assolir.

12. Una grua portuària ha elevat una embarcació de 5 tones que estava en repòs a terra fins a una altura de 7 m. Calculeu:

***a*) La variació d'energia mecànica de l'embarcació, si un cop elevada es manté en repòs.**

Com que la velocitat final de l'embarcació és zero, la seva energia mecànica coincideix amb la seva energia potencial gravitatòria:

$$E = E_p = m \, g \, h = 5 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 7 = 343 \text{ kJ}$$

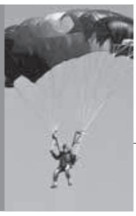
***b*) El treball desenvolupat per la grua.**

Si negligim el fregament i tenim en compte que l'embarcació no ha variat la seva energia cinètica, el treball resultant de totes les forces que han actuat en el desplaçament és nul. Per tant, el treball fet per la grua és oposat al treball fet per la força pes. I aquest últim és igual a la variació de l'energia potencial gravitatòria canviada de signe. Per tant:

$$W_{grua} = -W_{pes} = -(-\Delta E_p) = E_{pf} - E_{p0} = 343 \text{ kJ}$$

***c*) La velocitat màxima d'elevació que pot desenvolupar la grua si té una potència de 6 CV.**

La grua ha de fer una força exactament igual al pes de l'embarcació per pujar-la a velocitat constant. La potència és



igual al producte d'aquesta força per la velocitat a què es desplaça el mòbil. Si la potència desenvolupada és la màxima possible (6 CV = 6 · 735 W), la velocitat també serà màxima:

$$v_{màx} = \frac{P_{màx}}{F} = \frac{6 \cdot 735}{5 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8} = 0{,}09 \text{ m/s}$$

d) **El rendiment de la grua si la velocitat real d'elevació mitjana ha estat de 4 m/min.**

Tenint en compte la velocitat mitjana, és a dir, suposant que la força aplicada sempre és la mateixa, el rendiment és:

$$\eta = \frac{F\, v_{real}}{F\, v_{màx}} = \frac{\frac{4}{60}}{0{,}09} = 74\,\%$$

13. Una bola de 20 g de massa es mou sense fregament damunt d'una superfície a 10 m/s, i xoca contra una altra bola que està en repòs. A conseqüència del xoc, que és perfectament elàstic, la primera bola surt llançada cap enrere amb una velocitat de 5 m/s. Calculeu la massa de la segona bola.

$$\left.\begin{array}{ll} m_1 = 20 \text{ g} & m_2 \\ v_1 = 10 \text{ m/s} & v_2 = 0 \\ v_1' = -5 \text{ m/s} & v_2' \end{array}\right\}$$

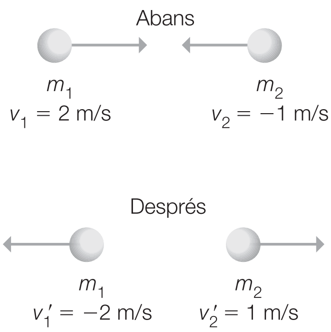
$$\left.\begin{array}{l} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$0{,}02 \cdot 10 = 0{,}02\,(-5) + m_2 v_2'$$

$$10 - 5 = v_2' \rightarrow v_2' = 5 \text{ m/s}$$

$$0{,}2 = -0{,}1 + 5 \cdot m_2 \rightarrow m_2 = \frac{0{,}3}{5} = 0{,}06 \text{ kg} = 60 \text{ g}$$

14. Dues boles es mouen en la mateixa direcció però en sentits contraris amb velocitats de 2 m/s i 1 m/s, respectivament. Es produeix un xoc perfectament elàstic. Després del xoc es mouen en la mateixa direcció, la mateixa velocitat en mòdul, però en sentits contraris. Com seran les seves masses respectives?



$$\left.\begin{array}{l} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$2\,m_1 - m_2 = -2\,m_1 + m_2$$

$$4\,m_1 = 2\,m_2 \rightarrow m_1 = 0{,}5\,m_2$$

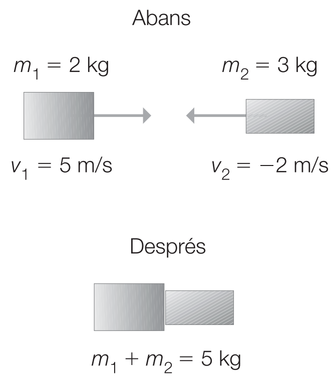
15. Observem com dos ocells que volen seguint trajectòries rectilínies xoquen i després cauen a terra. Aquest fet contradiu el principi de conservació de la quantitat de moviment i la conservació de l'energia cinètica?

Aquest fet no contradiu el principi de conservació de la quantitat de moviment perquè actuen forces externes al sistema format pels dos ocells. Aquestes forces són els seus pesos que provoquen que apareguin components de la quantitat de moviment en la direcció *Y* que no existien abans del xoc.

Tampoc es contradiu el principi de conservació de l'energia perquè l'augment de l'energia cinètica que té lloc després del xoc es deu al treball fet per la força pes. L'energia total sempre es conserva.

En aquest cas, augmenta l'energia cinètica però disminueix l'energia potencial gravitatòria.

16. Un cos de 2 kg es mou a una velocitat de 5 m/s i un altre cos de 3 kg es mou a 2 m/s en la mateixa direcció però en sentit contrari. Quina energia es desprèn en el xoc entre tots dos cossos, si aquest és perfectament inelàstic?



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\, v'$$

$$2 \cdot 5 + 3 \cdot (-2) = 5\,v' \rightarrow v' = \frac{4}{5} = 0{,}8 \text{ m/s}$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0{,}8^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (-2)^2 =$$

$$= -29{,}4 \text{ J}$$

17. Un vagó de 10 tones circula amb una velocitat de 1,5 m/s. De sobte xoca amb un altre vagó de 15 tones que es troba aturat a la via. Tot seguit es mouen junts amb una velocitat constant. Calculeu:

$m_1 = 10$ tones $= 10^4$ kg

$m_2 = 15$ tones $= 1{,}5 \cdot 10^4$ kg

$v_1 = 1{,}5$ m/s

$v_2 = 0$

a) **La quantitat de moviment del primer vagó.**

$$p_1 = m_1 \cdot v_1 = 1{,}5 \cdot 10^4 = 15\,000 \text{ kg·m/s}$$

b) **La velocitat dels vagons després del xoc.**

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \rightarrow$$

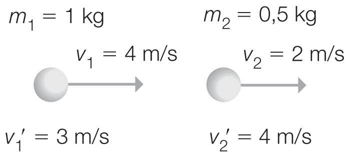
$$\rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{10^4 \cdot 1{,}5}{2{,}5 \cdot 10^4} = 0{,}6 \text{ m/s}$$

c) **L'energia perduda en el xoc.**

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2}(10^4 + 1{,}5 \cdot 10^4) \cdot 0{,}6^2 - \frac{1}{2} 10^4 \cdot 1{,}5^2 = -6\,750 \text{ J}$$

18. Dues boles de massa 1 kg i 0,5 kg, que avancen per un pla horitzontal en la mateixa direcció i sentit, i a velocitats respectives de 4 m/s i 2 m/s, xoquen. Com a conseqüència del xoc varien de velocitat a 3 m/s i 4 m/s, respectivament. Calculeu el coeficient de restitució i l'energia dissipada en el xoc.



$$k = \frac{-(v_1' - v_2')}{v_1 - v_2} = \frac{-(3 - 4)}{4 - 2} = 0{,}5$$

$$E_{ci} = E_{ci1} + E_{ci2} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 =$$

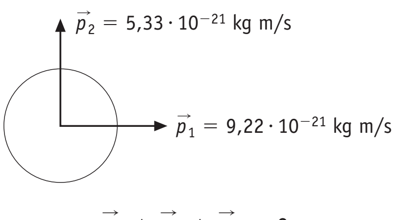
$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 2^2 = 9 \text{ J}$$

$$E_{cf} = E_{cf1} + E_{cf2} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 4^2 = 8{,}5 \text{ J}$$

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = 8{,}5 - 9 = -0{,}5 \text{ J}$$

19. Un nucli inicialment en repòs es descompon per radioactivitat i emet un electró amb una quantitat de moviment de $9{,}22 \cdot 10^{-21}$ kg m/s i, perpendicularment a la direcció de l'electró, un neutrí amb una quantitat de moviment de $5{,}33 \cdot 10^{-21}$ kg m/s. Determineu la direcció en què retrocedeix el nucli residual i la seva quantitat de moviment.



$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$$

$$9{,}22 \cdot 10^{-21}\, \vec{i} + 5{,}33 \cdot 10^{-21}\, \vec{j} + \vec{p}_3 = 0$$

$$\vec{p}_3 = -9{,}22 \cdot 10^{-21}\, \vec{i} - 5{,}33 \cdot 10^{-21}\, \vec{j}$$

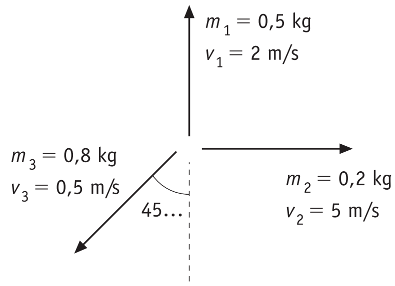
$$p_3 = \sqrt{(-9{,}22 \cdot 10^{-21})^2 + (-5{,}33 \cdot 10^{-21})^2} =$$

$$= 1{,}06 \cdot 10^{-20} \text{ kg m/s}$$

$$\text{tg}\, \alpha = \frac{5{,}33 \cdot 10^{-21}}{9{,}22 \cdot 10^{-21}} = 0{,}57 \rightarrow \alpha = 30{,}03°$$

Està en el tercer quadrant $\rightarrow$ 180° + 30° = 210°

20. Una bomba de 2 kg explota i es divideix en quatre fragments. Un, de 0,5 kg, surt a 2 m/s en sentit nord; un altre de 0,2 kg surt a 5 m/s en sentit est; el tercer, de 0,8 kg, va a 0,5 m/s en sentit sud-oest. Del quart fragment, trobeu-ne el mòdul, la direcció i el sentit de la velocitat.



$$m_T = 2 \text{ kg}$$

$$m_T = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 \rightarrow m_4 = 0{,}5 \text{ kg}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 = 0$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + m_4\vec{v}_4 = 0$$

$$\vec{v}_4 = -\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3}{m_4}$$

$$\vec{v}_4 = -\frac{0{,}5 \cdot 2\,\vec{j} + 0{,}2 \cdot 5\,\vec{i} + 0{,}8 \cdot (-0{,}5 \cdot \cos 45°\,\vec{i} - 0{,}5 \cdot \sin 45°\,\vec{j})}{0{,}5} =$$

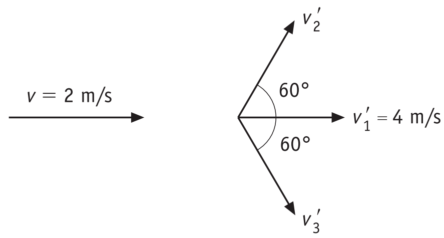
$$= -\frac{\vec{j} + \vec{i} - 0{,}28\,\vec{i} - 0{,}28\,\vec{j}}{0{,}5} = -1{,}44\,\vec{i} - 1{,}44\,\vec{j}$$

$$v_4 = \sqrt{1{,}44^2 + 1{,}44^2} = 2{,}04 \text{ m/s}$$

$$\alpha = \text{arc tg}\,\frac{1{,}44}{1{,}44} = 45°$$

Està al tercer quadrant $\rightarrow$ α = 180° + 45° = 225°

21. Una granada es desplaça horitzontalment a 2 m/s, explota i es divideix en tres fragments de la mateixa massa. El primer segueix movent-se horitzontalment a 4 m/s. El segon forma un angle de 60° cap amunt amb la línia horitzontal inicial. El tercer va cap avall amb un angle de 60° amb la mateixa línia horitzontal. Amb quina velocitat es mouen els dos últims fragments?



$\vec{v} = 2\,\vec{i}$

$\vec{v}\,'_1 = 4\,\vec{i}$

$\vec{v}\,'_2 = v_2 \cos 60°\,\vec{i} + v_2 \sin 60°\,\vec{j} = 0{,}5\,v_2\,\vec{i} + 0{,}87\,v_2\,\vec{j}$

$\vec{v}\,'_3 = v_3 \cos 60°\,\vec{i} - v_3 \sin 60°\,\vec{j} = 0{,}5\,v_3\,\vec{i} - 0{,}87\,v_3\,\vec{j}$

$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$

$3\,m\,\vec{v} = m\,\vec{v}_1 + m\,\vec{v}_2 + m\,\vec{v}_3 \rightarrow 3\,\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$

$3 \cdot 2\,\vec{i} = 4\,\vec{i} + (0{,}5\,v_2\,\vec{i} + 0{,}87\,v_2\,\vec{j}) + (0{,}5\,v_3\,\vec{i} - 0{,}87\,v_3\,\vec{j})$

$$\left.\begin{aligned} 6 &= 4 + 0{,}5\,v_2 + 0{,}5\,v_3 \\ 0 &= 0{,}87\,v_2 - 0{,}87\,v_3 \end{aligned}\right\}$$

$v_2 = v_3$

$2 = 0{,}5\,v_2 + 0{,}5\,v_2 \rightarrow v_2 = 2$ m/s

$\vec{v}\,'_2 = 0{,}5 \cdot 2\,\vec{i} + 0{,}87 \cdot 2\,\vec{j} = (\vec{i} + 1{,}74\,\vec{j})$ m/s

$\vec{v}\,'_3 = 0{,}5 \cdot 2\,\vec{i} - 0{,}87 \cdot 2\,\vec{j} = (\vec{i} - 1{,}74\,\vec{j})$ m/s

Activitats finals

Qüestions

1. En què es transforma el combustible que posem als vehicles?

En fer accionar el motor i produir energia mecànica.

2. Des de dalt d'una torre deixem anar tres cossos idèntics amb la mateixa velocitat inicial, però en direccions diferents: un verticalment cap amunt, un altre horitzontalment i el tercer verticalment cap avall. Si no tenim en compte el fregament amb l'aire...

A) L'energia cinètica amb què arriben a la base és:

a) Més gran per al que llancem cap amunt.

b) Més gran per al que llancem cap avall.

c) La mateixa per a tots tres cossos.

La resposta correcta és: *c*). Els tres cossos arriben amb la mateixa energia cinètica perquè tenen els mateixos valors de massa i d'energia cinètica inicial i la força gravitatòria fa el mateix treball en els tres cossos. Per tant, els tres tenen el mateix augment en la seva energia cinètica.

B) L'energia cinètica amb què arriben a la base de la torre és:

a) La mateixa que la que tenien a l'inici.

b) Més gran que la de l'inici, pel treball fet per la força pes.

c) Més petita que la de l'inici pel treball fet per la força pes.

La resposta correcta és: *b*). L'energia cinètica augmenta a causa del treball fet per la força pes. Treball que és positiu perquè té la mateixa direcció que el desplaçament en la direcció *Y*.

C) Només un cos no arriba justament al peu de la torre, quan toca a terra. Quin?

a) El que llancem horitzontalment.

b) El que llancem verticalment cap amunt.

c) El que llancem verticalment cap avall.

La resposta correcta és: *a*). El cos llançat horitzontalment arriba a terra desplaçat en la direcció *X* a causa del component de la velocitat en aquesta direcció. Els altres dos cossos no tenen aquest component de la velocitat.

D) El mòdul de la velocitat en tocar a terra és:

a) Més gran pel cos que llancem cap amunt.

b) Més gran pel cos que llancem cap avall.

c) El mateix en tots tres cossos.

La resposta correcta és: *c*). El mòdul de la velocitat és el mateix en els tres cossos per la mateixa raó que la donada en l'apartat *A*). De tota manera es pot comprovar a partir de les equacions de la cinemàtica.

3. Per què augmenten de temperatura els frens d'un automòbil després d'aturar-lo?

Part de l'energia mecànica que porta el cotxe es va transmetent al terra i als frens en forma de calor, i això és la causa que el cotxe disminueixi la seva velocitat.

4. Dos blocs de massa diferent pengen dels extrem d'un fil, que és inextensible i de massa negligible. Aquest passa per la gorja d'un politja sense fregament. Si deixem el sistema en llibertat, justifiqueu:

A) Es conservarà l'energia mecànica del sistema?

a) Sí.

b) No.

c) Depèn de com siguin els valors de les masses dels blocs.

La resposta correcta és: *a*). L'energia del sistema es conserva perquè no hi ha fregament.

B) Es conservarà l'energia mecànica de cada bloc?

a) Sí, pel principi de conservació de l'energia.

b) No, perquè hi ha forces internes.

c) Depèn de com siguin els valors de les masses dels blocs.

La resposta correcta és: *b*). L'energia mecànica de cada bloc no es conserva, només la del sistema. Inicialment els dos blocs tenen una energia cinètica nul·la i un cert valor d'energia potencial gravitatòria. Posteriorment, tot i que els dos blocs tinguin la mateixa energia cinètica, tenen diferents valors d'energia potencial gravitatòria. Les forces internes que provoquen que l'energia mecànica de cada bloc no es conservi són les tensions del fil.

C) **La variació de l'energia cinètica del sistema:**

a) **És igual al treball fet per totes les forces sobre el sistema.**

b) **És igual al treball fet només per les forces conservatives.**

c) **És nul·la perquè les forces internes fan un treball nul.**

La resposta correcta és: *a*). Pel teorema del treball i de l'energia cinètica, la variació d'aquesta és deguda a totes les forces que actuen sobre el sistema. Si no hi ha fregament, les úniques forces que actuen són els pesos dels cossos ja que les forces internes (tensions) s'anul·len entre si.

5. Quan un cos queda en repòs a terra després d'haver caigut d'una certa altura:

a) **En què s'ha transformat l'energia potencial gravitatòria que tenia inicialment?**

En energia calorífica i energia de deformació del cos.

b) **On ha anat a parar aquesta energia?**

A l'entorn, en aquest cas a terra.

6. Considereu un xoc elàstic unidimensional entre dos cossos de massa igual. Trieu les respostes correctes per a cada situació:

A) Si un d'ells està en repòs, després del xoc:

a) **El que estava en repòs ha de continuar en repòs i l'altre canvia el sentit del seu moviment.**

b) **El que estava en repòs adquireix la velocitat de l'altre, mentre que el que es movia abans del xoc queda en repòs.**

c) **Tots dos queden units i es mouen a la meitat de la velocitat d'abans del xoc.**

La resposta correcta és: *b*). Quan dos cossos amb la mateixa massa xoquen elàsticament, intercanvien les seves velocitats. Això vol dir que el cos que estava en repòs abans del xoc, després de xocar adquireix la velocitat que tenia el cos en moviment abans del xoc i aquest es queda en repòs.

B) Si es mouen a una certa velocitat en sentits contraris, després del xoc:

a) **Cadascun canvia el sentit del seu moviment però manté el mateix mòdul de la velocitat que duia abans del xoc.**

b) **Cadascun canvia el sentit del seu moviment i s'intercanvien els valors del mòdul de les velocitats d'abans del xoc.**

c) **Queden units i es mouen a la mateixa velocitat, que és el valor mitjà de les velocitats d'abans del xoc.**

La resposta correcta és: *b*). Pel mateix argument que en l'apartat anterior, els dos cossos d'igual massa intercanvien les velocitats en xocar elàsticament.

7. A) Imagineu-vos que escalfem masses iguals de ferro, plom i mercuri, que inicialment estan a 15 °C, i utilitzem el mateix focus de calor. Sense fer cap càlcul, justifiqueu quina arribarà abans als 30 °C.

Nota: S'han de consultar les taules de la calor específica de cada material.

El plom perquè la calor específica és menor i necessitarà menys calor per augmentar la seva temperatura.

B) Tenim dos objectes aparentment iguals a la mateixa temperatura; els apliquem la mateixa quantitat de calor i observem que un objecte ha augmentat la seva temperatura 10 °C mentre que l'altre l'ha augmentada 15 °C. Raoneu a què pot ser degut i marqueu l'opció correcta:

a) **Són de diferents materials.**

b) **Són de diferents materials i la seva massa és diferent.**

c) **La seva massa és diferent.**

d) **Poden ser totes les altres respostes però necessitem dades per comprovar-ho.**

La resposta correcta és la *d*).

8. Tenim dos cossos la massa d'un dels quals és molt més gran que la de l'altre. Si xoquen elàsticament, deduïu quina és la velocitat de cada cos després del xoc a cadascuna d'aquestes situacions i poseu-ne exemples quotidians:

a) **Si inicialment el cos amb més massa està en repòs i l'altre es mou amb una velocitat determinada.**

$$m_1 > m_2$$

Cos 1	Cos 2
m_1	m_2
$v_1 = 0$	v_2

Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment.

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1{}' + m_2\vec{v}_2{}'$$

Posant els valors tenim:

$$m_1 \cdot 0 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

Quan $m_1 > m_2$ simplifiquem:

$$0 = m_1 v_1' \rightarrow v_1' = 0$$

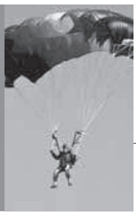
Utilitzem també l'expressió deduïda en la unitat en combinar el principi de conservació de la quantitat de moviment i de l'energia cinètica, que és:

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

Posant els valors que coneixem tenim:

$$0 = v_2 + v_2' \rightarrow v_2' = -v_2$$

El cos que estava en moviment canvia el sentit del moviment, no modificant el mòdul de la seva velocitat, i el cos que està quiet continua en repòs.



Un exemple d'aquest cas és el d'una pilota que rebota contra una paret.

b) Si inicialment el cos amb menys massa està en repòs i l'altre es mou amb una velocitat determinada.

Cos 1	Cos 2
m_1	m_2
v_1	$v_2 = 0$

Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment.

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1{}' + m_2\vec{v}_2{}'$$

Posant els valors tenim:

$$m_1 v_1 + m_2 0 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

Quan $m_1 > m_2$ simplifiquem:

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' \rightarrow v_1' = v_1$$

Utilitzem també l'expressió deduïda en la unitat en combinar el principi de conservació de la quantitat de moviment i de l'energia cinètica, que és:

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

Posant els valors que coneixem tenim:

$$v_1 + v_1 = v_2' \rightarrow v_2' = 2v_1$$

El cos que estava en moviment canvia continuament movent-se en el mateix sentit i a la mateixa velocitat i el cos que estava en repòs es mou amb una velocitat el doble de la que porta l'altre i en el mateix sentit.

Un exemple d'aquest cas és el d'un petit mòbil que és envestit per un mòbil amb més massa, per exemple: una furgoneta que xoca contra un ciclista.

9. Un cos en repòs esclata i es divideix en dos fragments. Justifiqueu que les velocitats dels dos fragments han de tenir la mateixa direcció. Tindran el mateix sentit, o sentits contraris? Raoneu-ho.

En tota explosió es conserva la quantitat de moviment; com que inicialment aquesta és nul·la, també ha de ser-ho després de l'explosió. Per tant, les quantitats de moviment dels fragments han de ser iguals en mòdul però de sentit contrari.

Inici: $\vec{p}_i = 0$

Final: $\vec{p}_f = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

Com que $\vec{p}_i = \vec{p}_f$

Igualant, tenim que:

$$0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \rightarrow \vec{v}_1 = -\frac{m_2}{m_1}\vec{v}_2$$

10. [Curs 98-99] És possible que en un cert procés es conservi la quantitat de moviment d'un sistema de partícules però que no se'n conservi l'energia cinètica? Si la resposta és negativa, raoneu-ho. Si la resposta és afirmativa, poseune un exemple.

PAU

Sí que és possible. Un exemple és un xoc inelàstic en què es conserva la quantitat de moviment i no es conserva l'energia cinètica.

11. [Curs 99-00] Es produeix una explosió en un sistema aïllat. Justifiqueu quina o quines de les següents afirmacions són correctes:

PAU

a) No varia ni la seva quantitat de moviment ni la seva energia cinètica.

b) Varia la seva quantitat de moviment però no la seva energia cinètica.

c) Varien la seva quantitat de moviment i la seva energia cinètica.

d) No varia la seva quantitat de moviment, però sí la seva energia cinètica.

Les afirmacions *a*), *b*) i *c*) són falses perquè en el sistema aïllat es conserva la quantitat de moviment en absència de forces externes. També es conserva l'energia total però no necessàriament l'energia cinètica. En el cas d'una explosió, part de l'energia interna (química) es transforma en energia cinètica. Per tant, l'opció *d*) és correcta.

Problemes

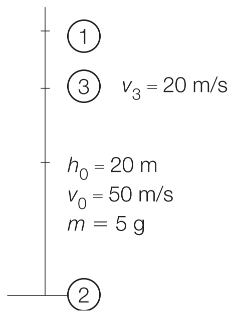
1. Des d'una torre de 20 m d'alçària disparem verticalment cap amunt una bala de 5 g de massa amb una velocitat de 50 m/s:

a) Quina altura assoleix?

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{p1}$$

$$\cancel{m} g h_0 + \frac{1}{2}\cancel{m} v_0^2 = \cancel{m} g h_1$$

$$9{,}8 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 50^2 = 9{,}8 h_1 \rightarrow h_1 = 147{,}55 \text{ m}$$



b) Quina és la velocitat amb què arriba al terra?

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{c2}$$

$$\cancel{m} g h_0 + \frac{1}{2}\cancel{m} v_0^2 = \frac{1}{2}\cancel{m} v_2^2$$

$$9{,}8 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 50^2 = \frac{1}{2} v_2^2 \rightarrow v_2 = 53{,}78 \text{ m/s}$$

c) **A quina altura es troba quan va a 20 m/s? Quina energia cinètica i potencial té a aquesta altura?**

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{p3} + E_{c3}$$

$$\cancel{m} g h_0 + \frac{1}{2} \cancel{m} v_0^2 = \cancel{m} g h_3 + \frac{1}{2} \cancel{m} v_3^2$$

$$9{,}8 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 50^2 = 9{,}8 \cdot h_3 + \frac{1}{2} \cdot 20^2 \rightarrow h_3 = 127{,}14 \text{ m}$$

$$E_{c3} = \frac{1}{2} m v_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 20^2 = 1 \text{ J}$$

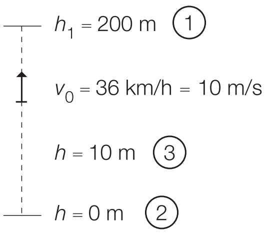
$$E_p = m g h_3 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8 \cdot 127{,}14 = 6{,}23 \text{ J}$$

2. Llancem verticalment cap amunt un cos de 2 kg a una velocitat de 20 m/s. Calculeu quina energia potencial gravitatòria tindrà quan la velocitat que duu sigui de 10 m/s.

$$E_{c0} = E_{c1} + E_{p1} \rightarrow E_{p1} = E_{c0} - E_{c1}$$

$$E_{p1} = \frac{1}{2} m \left(v_0^2 - v_1^2\right) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (20^2 - 10^2) = 300 \text{ J}$$

3. Des d'una torre disparem cap amunt una bala de 20 g de massa a una velocitat de 36 km/h. Si arriba fins a 200 m d'altura, calculeu:



a) **L'alçària de la torre.**

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{p1}$$

$$\cancel{m} g h_0 + \frac{1}{2} \cancel{m} v_0^2 = \cancel{m} g h_1$$

$$9{,}8 h_0 + \frac{1}{2} \cdot 10^2 = 9{,}8 \cdot 200 \rightarrow h_1 = 194{,}9 \text{ m}$$

b) **La velocitat amb què arriba a terra.**

$$E_{p1} = E_{c2} \rightarrow m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2 g h_1} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 200} = 62{,}61 \text{ m/s}$$

c) **La velocitat a 10 m de terra.**

$$E_{p1} = E_{c3} + E_{p3} \rightarrow \cancel{m} g h_1 = \frac{1}{2} \cancel{m} v_3^2 + \cancel{m} g h_3$$

$$9{,}8 \cdot 200 = \frac{1}{2} v_3^2 + 9{,}8 \cdot 10 \rightarrow v_3 = 61{,}02 \text{ m/s}$$

d) **L'energia potencial a dalt de la torre.**

$$E_{p1} = m g h_1 = 0{,}02 \cdot 9{,}8 \cdot 194{,}9 = 38{,}2 \text{ J}$$

e) **L'energia cinètica quan arriba a terra.**

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}02 \cdot 62{,}61^2 = 39{,}2 \text{ J}$$

4. Una nedadora de massa *m* salta d'un trampolí de 5 m d'altura. Calculeu la velocitat amb què arriba a l'aigua si es deixa caure i si es llança amb una velocitat inicial de 18 km/h.

$$18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} = E_{cf} \rightarrow m g h_0 = \frac{1}{2} m v_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{2 g h_0} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 5} = 9{,}90 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} + E_{c0} = E_{cf}$$

$$\cancel{m} g h_0 + \frac{1}{2} \cancel{m} v_0^2 = \frac{1}{2} \cancel{m} v_f^2 \rightarrow g h_0 + \frac{1}{2} v_0^2 = \frac{1}{2} v_f^2$$

$$9{,}8 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 5^2 = \frac{1}{2} v_f^2 \rightarrow v_f = 11{,}09 \text{ m/s}$$

5. Un paracaigudista de 100 kg de massa, inclòs l'equipament, es deixa caure des d'un avió que vola a 2 km d'altura. Si no se li obrís el paracaigudes, calculeu, tot negligint les forces de fregament:

a) **Amb quina velocitat arribaria al terra.**

$$E_{p0} = E_{cf} \rightarrow \cancel{m} g h_0 = \frac{1}{2} \cancel{m} v_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{2 g h_0}$$

$$v_f = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 2\,000} = 198 \text{ m/s}$$

b) **A quina altura es trobaria en el moment d'assolir una velocitat de 126 km/h.**

$$v = 126 \text{ km/h} = 35 \text{ m/s}$$

$$E_{p0} = E_{c2} + E_{p2} \rightarrow \cancel{m} g h_0 = \frac{1}{2} \cancel{m} v_2^2 + \cancel{m} g h_2$$

$$9{,}8 \cdot 2\,000 = \frac{1}{2} \cdot 35^2 + 9{,}8 h_2 \rightarrow h_2 = 1\,937{,}5 \text{ m}$$

6. Un muntacàrregues aixeca un cos de 280 kg de massa al 20è pis d'un edifici; si cada pis té 3 m d'alçària, calculeu:

a) **L'energia potencial del muntacàrregues.**

$$E_p = m g h = 280 \cdot 9{,}8 \cdot (3 \cdot 20) = 164\,640 \text{ J}$$

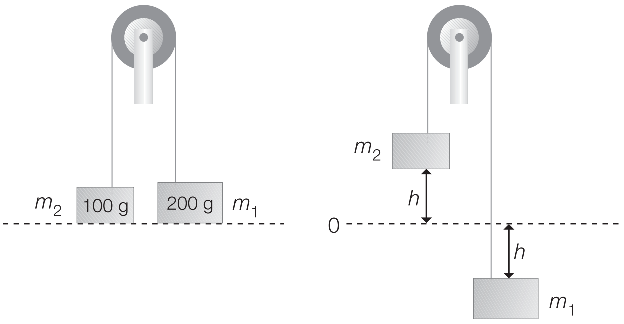
b) **En el supòsit que es trenqués el muntacàrregues i que el cos caigués al carrer, quina energia cinètica tindria en arribar al terra? Amb quina velocitat hi arribaria?**

$$E_p = E_c = 164\,640 \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 164\,640}{280}} = 34{,}29 \text{ m/s}$$

7. A cadascun dels caps d'una corda que passa per una politja fixa hi ha un cos penjat: un de 200 g i l'altre de 100 g. Si inicialment estan en repòs i a la mateixa altura, quin recorregut han fet quan van a 10 m/s?



$v = 10$ m/s

$$\left.\begin{array}{l} E_i = 0 \\ E_f = 0 \end{array}\right\} E_i = E_f$$

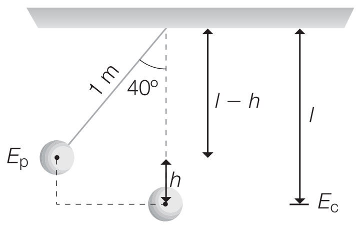
$$0 = E_{cf} + E_{pf} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v_f^2 = m_1 g(-h) + m_2 g h \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = \frac{1}{2}(0{,}2 + 0{,}1) \cdot 10^2 + 9{,}8\,h\,(0{,}1 - 0{,}2) \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = 15 - 0{,}98\,h \rightarrow$$

$$\rightarrow h = \frac{15}{0{,}98} = 15{,}31 \text{ m}$$

8. Calculeu la velocitat d'un pèndol d'1 m de longitud quan passa per la vertical, si es deixa anar des d'una posició que forma un angle de 40° respecte de la vertical.



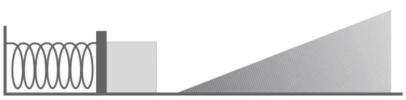
$$\cos 40° = \frac{l - h}{l} \rightarrow h = l(1 - \cos 40°) =$$

$$= 1 - 0{,}766 = 0{,}234 \text{ m}$$

$$E_p = E_c \rightarrow \cancel{m} g\, h = \frac{1}{2}\cancel{m} v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}234} = 2{,}14 \text{ m/s}$$

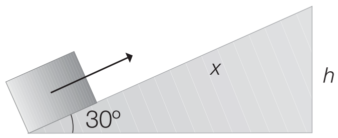
9. Si comprimim 30 cm una molla de constant elàstica 80 N/m situada en un pla horitzontal i, d'aquesta manera, es dispara un cos de 250 g, calculeu l'altura que assoleix el cos en el pla inclinat (fig. 6.29) sense tenir en compte el fregament.



$$E_{pe} = E_{pg} \rightarrow \frac{1}{2} k x^2 = m g h \rightarrow h = \frac{k x^2}{2 m g} =$$

$$= \frac{80 \cdot 0{,}3^2}{2 \cdot 0{,}25 \cdot 9{,}8} = 1{,}47 \text{ m}$$

10. Llancem un cos de 25 kg de massa en direcció cap amunt per un pla inclinat d'inclinació 30°, amb velocitat de 20 m/s. Calculeu la distància que recorre fins que s'atura, si:



***a*) Es negligeix el fregament.**

$$E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m} v^2 = \cancel{m} g h \rightarrow$$

$$\rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{20^2}{2 \cdot 9{,}8} = 20{,}41 \text{ m}$$

$$\sin 30° = \frac{h}{x} \rightarrow x = \frac{h}{\sin 30°} = \frac{20{,}41}{\sin 30°} = 40{,}81 \text{ m}$$

***b*) El fregament entre el cos i el terra és de 0,15.**

$$W_{Ff} = \Delta E \rightarrow W_{Ff} = E_p - E_c$$

$$\left.\begin{array}{l} F_f = \mu N = \mu m g \cos \alpha \\ \sin 30° = \dfrac{h}{\Delta x} \rightarrow h = \Delta x \sin 30° \end{array}\right\}$$

$$-F_f\, \Delta x = m g h - \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\mu \cancel{m} g \cos \alpha\, \Delta x = \cancel{m} g h - \frac{1}{2}\cancel{m} v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu g \cos 30°\, \Delta x = g\, \Delta x \sin 30° - \frac{1}{2} v^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -0{,}15 \cdot 9{,}8 \cdot \cos 30° \cdot \Delta x = 9{,}8 \cdot \Delta x \cdot \sin 30° - \frac{1}{2} \cdot 20^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -1{,}27\,\Delta x = 4{,}9\,\Delta x - 200 \rightarrow \Delta x = 32{,}40 \text{ m}$$

11. Calculeu la quantitat de calor que es necessari subministrar a 10 mL de mercuri per què la seva temperatura augmenti de 20 °C a 38 °C.

Dades: la densitat del mercuri és de 13,6 g/cm³.

Calculem prèviament la massa de mercuri:

$$10 \text{ mL} \cdot \frac{13{,}6 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1\,000 \text{ g}} = 0{,}136 \text{ kg}$$

Amb l'expressió de la calor trobem:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = 140 \cdot 0{,}136 \cdot (38 - 20) = 342{,}72 \text{ J}$$

12. Tenim una mostra de 120 g plom i una altra de 120 g de ferro. Inicialment les dues estan a 25 °C i els transferim 200 J d'energia. Calculeu a quina temperatura arribaran les dues mostres.

Amb l'expressió de la calor i aïllant la variació de la temperatura, trobem:

Plom:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{Q}{c \cdot m} = \frac{200}{130 \cdot 0{,}12} = 12{,}82\ °C \rightarrow$$

$$\rightarrow T_f = \Delta T + T_0 = 12{,}82 + 25 = 37{,}82\ °C$$

Ferro:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{Q}{c \cdot m} = \frac{200}{443 \cdot 0{,}12} = 3{,}76\ °C \rightarrow$$

$$\rightarrow T_f = \Delta T + T_0 = 3{,}76 + 25 = 28{,}76\ °C$$

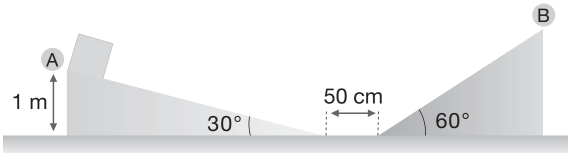
13. Calculeu la quantitat de calor que és necessària per elevar la temperatura d'1 g d'una peça de coure, de 20 °C fins a 35 °C.

Dades: la calor específica del coure és 385 $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.

Amb l'expressió de la calor trobem:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = 385 \cdot 0{,}001 \cdot (35 - 20) = -5{,}77\ J$$

14. Deixem anar un cos des del punt *A* (fig. 6.30). Calculeu l'altura a què està quan arriba al punt *B*, si:



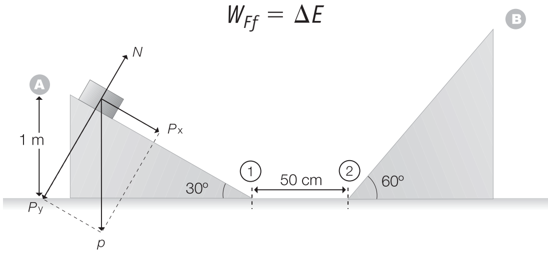
a) **No hi ha fregament.**

$$E_{p0} = E_{pf} \rightarrow \cancel{m}\,\cancel{g}\,h_0 = \cancel{m}\,\cancel{g}\,h_f \rightarrow$$

$$\rightarrow h_0 = h_f = 1\ m$$

b) **En tot el recorregut hi ha un fregament de coeficient 0,2.**

$$W_{Ff} = \Delta E$$



Des de Ⓐ fins a ①:

$$\sin 30° = \frac{h}{\Delta x} \rightarrow \Delta x = \frac{h}{\sin 30°}$$

$$W_{Ff} = \Delta E \rightarrow -\mu N \Delta x = E_c - E_p \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu \cancel{m} g \cos 30°\ \Delta x = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2 - \cancel{m} g h \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu g \cos 30° \frac{h}{\sin 30°} = \frac{1}{2} v^2 - g h \rightarrow$$

$$\rightarrow -0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{\cos 30°}{\sin 30°} \cdot 1 = \frac{1}{2} v^2 - 9{,}8 \cdot 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 6{,}4} = 3{,}58\ m/s$$

Des de ① fins a ②:

$$W_{Ff} = \Delta E \rightarrow -\mu m g \Delta x = E_{cf} - E_{ci} \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu \cancel{m} g \Delta x = \frac{1}{2} \cancel{m} v_2^2 - \frac{1}{2} \cancel{m} v_1^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 = \frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot 3{,}58^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 5{,}43} = 3{,}29\ m/s$$

Des de ② fins a Ⓑ:

$$W_{Ff} = \Delta E_c \rightarrow -\mu m g \cos \alpha\ \Delta x = E_{pf} - E_{ci}$$

$$\sin 60° = \frac{h}{\Delta x} \rightarrow \Delta x = \frac{h}{\sin 60°}$$

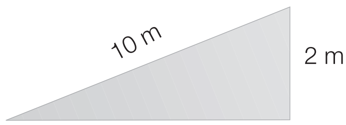
$$-\mu \cancel{m} g \cos 60°\ \Delta x = \cancel{m} g h - \frac{1}{2} \cancel{m} v_2^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -\mu g \cos 60° \frac{h}{\sin 60°} = g h - \frac{1}{2} v_2^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{\cos 60°}{\sin 60°} h = 9{,}8 h - \frac{1}{2} \cdot 3{,}29^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -1{,}13 h = 9{,}8 h - 5{,}43 \rightarrow h = 0{,}50\ m$$

15. En el punt més alt d'un pla inclinat de 10 m de longitud i 2 m d'alçària hi ha un cos de 2 kg de massa. Si el deixem baixar lliscant per aquest pla inclinat, calculeu la velocitat amb què arriba a baix, tenint en compte que la força de fregament que s'oposa al moviment és de 5 N.



$$W_{Ff} = \Delta E$$

$$W_{Ff} = F_f \Delta x = -5 \cdot 10 = -50\ N$$

$$E_p = m g h = 2 \cdot 9{,}8 \cdot 2 = 39{,}2\ N$$

$$W_{Ff} = E_c - E_p \rightarrow E_c = E_p + W_{Ff} = 39{,}2 - 50 = -10{,}8\ J$$

És impossible. Per tant, no es mou.

16. Des de la part superior d'un pla inclinat de 4 m d'altura i 10 m de longitud es deixa caure un cos de 8 kg de massa que arriba a la base del pla amb una velocitat de 8 m/s. Calculeu:

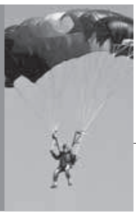
a) **L'energia cinètica i potencial del cos en iniciar-se el moviment i en finalitzar-lo.**

$$E_{c0} = 0$$

$$E_{p0} = m g h = 8 \cdot 9{,}8 \cdot 4 = 313{,}6\ J$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8^2 = 256\ J$$

$$E_{pf} = 0$$

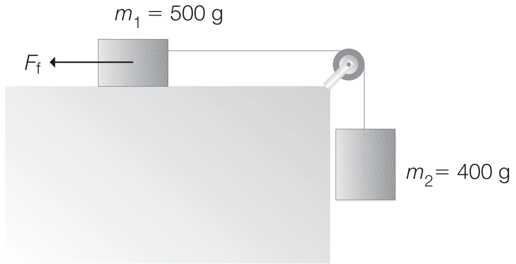


b) **L'energia mecànica perduda pel fregament i el valor de la força de fregament.**

$$W_{Ff} = \Delta E = E_{cf} - E_{ci} = 256 - 313{,}6 = -57{,}6\ \text{J}$$

$$F_f = \frac{W_{Ff}}{\Delta x} = \frac{-57{,}6}{10} = -5{,}76\ \text{N}$$

17. Damunt d'una taula horitzontal hi ha, en un extrem, un cos de 500 g de massa i, enganxat a aquest cos, n'hi ha un altre penjant de 400 g de massa. Tots dos cossos estan connectats per una politja. Tenint en compte que el coeficient de fregament dinàmic entre el cos i la superfície horitzontal és de 0,2, calculeu, quan els cossos tinguin una velocitat de 5 m/s:



$$W_{Ff} = \Delta E$$

$$F_f \Delta x = \Delta E$$

a) **L'espai recorregut.**

$$h = \Delta x$$

$$-\mu\, m_1 g\, \Delta x = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2 - m_2\, g\, \Delta x$$

$$-0{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot \Delta x = \frac{1}{2}(0{,}5 + 0{,}4) \cdot 5^2 - 0{,}4 \cdot 9{,}8 \cdot \Delta x$$

$$-0{,}98\, \Delta x = 11{,}25 - 3{,}92\, \Delta x$$

$$2{,}94\, \Delta x = 11{,}25 \rightarrow \Delta x = 3{,}82\ \text{m}$$

b) **El treball de fricció.**

$$W_{Ff} = -\mu\, m_1 g\, \Delta x = -0{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 3{,}82 = -3{,}74\ \text{J}$$

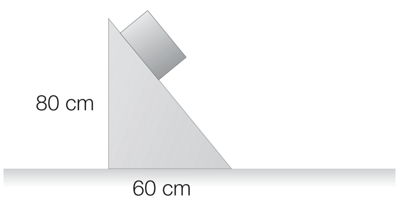
c) **La pèrdua d'energia potencial de la massa de 400 g.**

$$\Delta E_p = 0 - m\, g\, \Delta x = -0{,}4 \cdot 9{,}8 \cdot 3{,}82 = -14{,}97\ \text{J}$$

d) **L'energia cinètica total.**

$$E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2 = \frac{1}{2}(0{,}5 + 0{,}4) \cdot 5^2 = 11{,}25\ \text{J}$$

18. Un cos de 2 kg de massa baixa per un pla inclinat de 80 cm d'altura i 60 cm de base. Quan arriba a baix la velocitat és de 3 m/s. Calculeu:



a) **L'energia perduda en forma de calor per fregament.**

$$\Delta E = W_{Fnc}$$

$$W_{fnc} = E_c - E_p \rightarrow W_{fnc} = \frac{1}{2} m v^2 - m g h =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 - 2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}8 = -6{,}68\ \text{J}$$

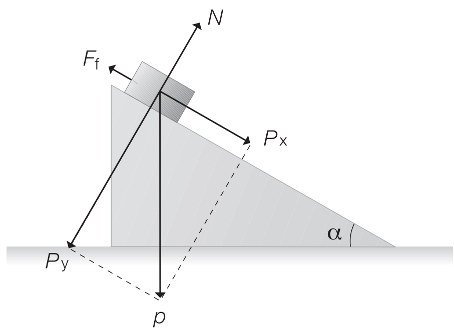
b) **El coeficient de fregament.**

$$\cos\alpha = \frac{b}{x} \rightarrow x = \sqrt{0{,}8^2 + 0{,}6^2} = 1 \rightarrow \cos\alpha = \frac{0{,}6}{1}$$

$$W_{Fnc} = -\mu\, m\, g \cos\alpha\, \Delta x \rightarrow \mu = -\frac{W_{Fnc}}{m\, g \cos\alpha\, \Delta x} =$$

$$= -\frac{-6{,}68}{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}6 \cdot 1} = 0{,}57$$

19. Deixem caure un cos de 2 kg de massa que es troba sobre un pla inclinat de 30° de manera que tarda 5 s a arribar a baix, tot recorrent 25 m. Calculeu el coeficient de fregament i el treball de la força de fregament.



$$\Delta E = W_{Ff}$$

$$E_c - E_p = W_{Ff}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = x_0 + v_0 \Delta t + \dfrac{1}{a} \Delta t^2 \\ v = v_0 + a \Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2} a t^2 \\ v = a t \end{array}\right\}$$

$$x = \frac{1}{2} v t \rightarrow v = \frac{2x}{t} = \frac{2 \cdot 25}{5} = 10\ \text{m/s}$$

$$h = \Delta x \sin\alpha = 25 \cdot \sin 30° = 12{,}5\ \text{m}$$

$$E_c - E_p = -\mu\, m\, g \cos\alpha\, \Delta x \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} v^2 - \cancel{m} g h = -\mu\, \cancel{m} g \cos\alpha\, \Delta x \rightarrow$$

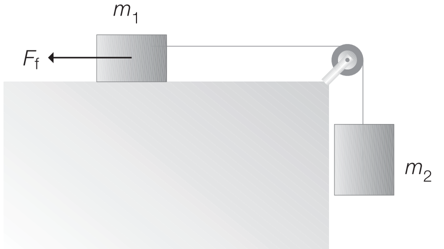
$$\rightarrow \frac{1}{2} v^2 - g h = -\mu\, g \cos\alpha\, \Delta x \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} 10^2 - 9{,}8 \cdot 12{,}5 = -\mu \cdot 9{,}8 \cdot \cos 30° \cdot 25 \rightarrow \mu = 0{,}34$$

$$W_{Ff} = -\mu\, m\, g \cos\alpha\, \Delta x = -0{,}34 \cdot 2 \cdot 9{,}8 \cdot \cos 30° \cdot 25 =$$

$$= -145\ \text{J}$$

20. Damunt d'una taula horitzontal hi ha, en un extrem, un cos de 2 kg de massa i, enganxat a aquest cos, n'hi ha un altre penjant de 3 kg de massa. Tots dos cossos estan connectats per una politja. Tenint en compte que el coeficient de fregament dinàmic entre el cos i la superfície horitzontal és de 0,2, calculeu, quan els cossos han recorregut una distància de 2 m:



$$W_{Ff} = \Delta E$$

$$F_f \Delta x = \Delta E$$

a) **La velocitat quan ha recorregut aquesta distància.**

$$-\mu m_1 g \Delta x = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 - m_2 g \Delta x$$

$$-0{,}2 \cdot 2 \cdot 9{,}8 \cdot 2 = \frac{1}{2}(2 + 3) \cdot v^2 - 3 \cdot 9{,}8 \cdot 2$$

$$-7{,}84 = 2{,}5 v^2 - 58{,}8 \rightarrow v = 4{,}51 \text{ m/s}$$

b) **El treball de fricció.**

$$W_{Ff} = -0{,}2 \cdot 2 \cdot 9{,}8 \cdot 2 = -7{,}84 \text{ J}$$

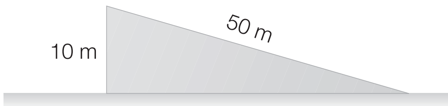
c) **La pèrdua d'energia potencial de la massa de 3 kg.**

$$E_p = -m_2 g \Delta x = -58{,}8 \text{ J}$$

d) **L'energia cinètica total final.**

$$E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = \frac{1}{2} \cdot (3 + 2) \cdot 4{,}51^2 = 50{,}96 \text{ J}$$

21. Des de la part superior d'un pla inclinat de 10 m d'alçada i 50 m de longitud deixem caure un cos de 20 kg de massa, que arriba a la base del pla amb una velocitat de 10 m/s. Calculeu:



a) **Les energies cinètica i potencial del cos a l'inici i al final del recorregut.**

$$E_{ci} = 0$$

$$E_{pi} = m g h = 20 \cdot 9{,}8 \cdot 10 = 1\,960 \text{ J}$$

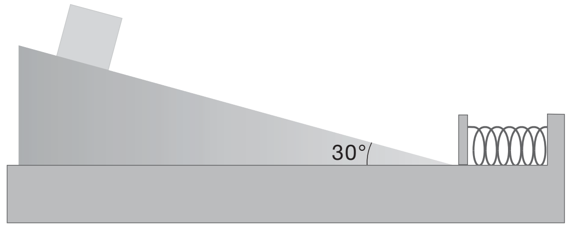
$$E_{cf} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^2 = 1\,000 \text{ J}$$

$$E_{pf} = 0$$

b) **L'energia mecànica perduda per fregament.**

$$\Delta E = W_{fnc} \rightarrow W_{fnc} = 1\,000 - 1\,960 = -960 \text{ J}$$

22. Un cos de 0,5 kg inicialment en repòs llisca per un pla inclinat de 3 m de longitud i un angle de 30° sobre l'eix horitzontal fins que xoca amb la molla de constant elàstica 300 N/m situada al final del pla inclinat (fig. 6.31). Calculeu la velocitat d'impacte del cos amb la molla i la màxima compressió de la molla:



a) **Si no tenim en compte el fregament en tot el recorregut.**

$$\Delta E = 0 \rightarrow E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh$$

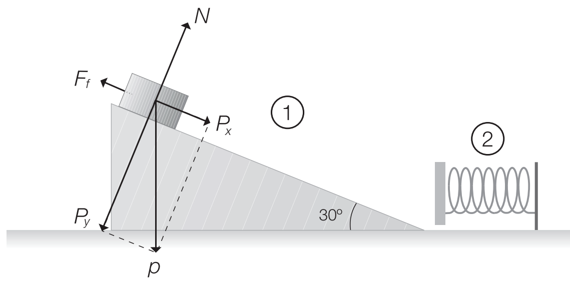
$$h = \Delta x \sin 30° = 3 \sin 30° = 1{,}5 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{2\,g\,h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}5} = 5{,}42 \text{ m/s}$$

$$\Delta E = 0 \rightarrow E_{pe} = E_{pg} \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = mgh \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \sqrt{\frac{2mgh}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}5}{300}} = 0{,}22 \text{ m}$$

b) **Si entre el cos i el pla actua el fregament amb un coeficient de 0,2.**



① $\Delta E = W_{fnc} \rightarrow E_c - E_p = -\mu m g \cos\alpha \, \Delta x \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - \cancel{m}gh = -\mu \cancel{m}g \cos\alpha \, \Delta x \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2g\,(h - \mu \cos\alpha \, \Delta x)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,(1{,}5 - 0{,}2 \cos 30° \cdot 3)} = 4{,}38 \text{ m/s}$$

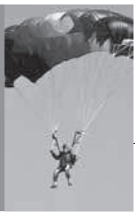
② $E_{pe} - E_c = W_{fnc} \rightarrow \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}mv^2 = -\mu\, m\, g\, x \rightarrow$

$$\rightarrow kx^2 - mv^2 + 2\mu m g x = 0 \rightarrow$$

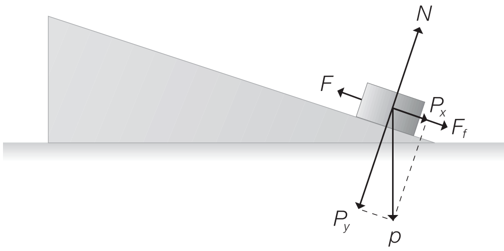
$$\rightarrow 300x^2 - 0{,}5 \cdot 4{,}38^2 + 2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}8x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 300x^2 + 1{,}96x - 9{,}59 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-1{,}96 \pm \sqrt{1{,}96^2 + 4 \cdot 300 \cdot 9{,}59}}{2 \cdot 300} = 0{,}17 \text{ m}$$



23. Llancem per un pendent i cap amunt un cos de 300 kg de massa amb una velocitat inicial de 50 m/s. Calculeu fins a quina altura pujarà, si mentre puja es dissipen $7{,}5 \cdot 10^4$ J d'energia mecànica a causa de les forces de fregament.



$$\Delta E = W_{fnc} \rightarrow E_p - E_c = W_{fnc}$$

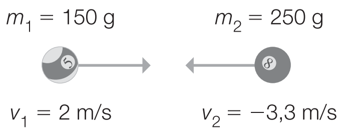
$$m g h - \frac{1}{2} m v^2 = W_{fnc} \rightarrow$$

$$\rightarrow 300 \cdot 9{,}8\, h - \frac{1}{2} 300 \cdot 50^2 = -7{,}5 \cdot 10^4 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2\,940\, h - 375\,000 = -7{,}5 \cdot 10^4 \rightarrow h = 102{,}04 \text{ m}$$

24. Dues boles de billar de masses m_1 i m_2, que duen velocitats inicials de 2 m/s i 3,3 m/s respectivament, experimenten un xoc frontal. Si la primera es mou cap a la dreta i la segona cap a l'esquerra, calculeu les velocitats finals en els casos següents, suposant que el xoc és perfectament elàstic.

***a*) $m_1 = 150$ g, $m_2 = 250$ g**



$$\left.\begin{array}{l} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}15 \cdot 2 + 0{,}25 \cdot (-3{,}3) = 0{,}150\, v_1' + 0{,}250\, v_2' \\ 2 + v_1' = -3{,}3 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} -0{,}525 = 0{,}15\, v_1' + 0{,}25\, v_2' \\ v_1' = v_2' - 5{,}3 \end{array}\right\}$$

$$-0{,}525 = 0{,}15\,(v_2' - 5{,}3) + 0{,}25\, v_2'$$

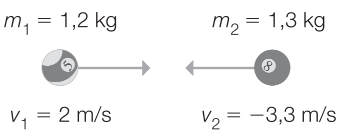
$$-0{,}525 = 0{,}15\, v_2' - 0{,}795 + 0{,}25\, v_2'$$

$$-0{,}525 = 0{,}4\, v_2' - 0{,}795$$

$$v_2' = \frac{0{,}795 - 0{,}525}{0{,}4} = 0{,}68 \text{ m/s}$$

$$v_1' = 0{,}68 - 5{,}3 = -4{,}62 \text{ m/s}$$

***b*) $m_1 = 1{,}2$ kg, $m_2 = 1{,}3$ kg**



$$\left.\begin{array}{l} 1{,}2 \cdot 2 - 1{,}3 \cdot 3{,}3 = 1{,}2\, v_1' + 1{,}3\, v_2' \\ 2 + v_1' = -3{,}3 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} -1{,}89 = 1{,}2\, v_1' + 1{,}3\, v_2' \\ v_1' = v_2' - 5{,}3 \end{array}\right\}$$

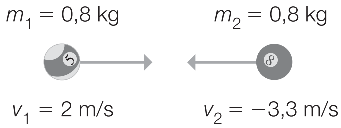
$$-1{,}89 = 1{,}2\,(v_2' - 5{,}3) + 1{,}3\, v_2'$$

$$-1{,}89 = 1{,}2\, v_2' - 6{,}36 + 1{,}3\, v_2'$$

$$4{,}47 = 2{,}5\, v_2' \rightarrow v_2' = \frac{4{,}47}{2{,}5} = 1{,}8 \text{ m/s}$$

$$v_1' = 1{,}8 - 5{,}3 = -3{,}5 \text{ m/s}$$

***c*) $m_1 = m_2 = 0{,}8$ kg**



$$\left.\begin{array}{l} 2\cancel{m} - 3{,}3\cancel{m} = \cancel{m} v_1' + \cancel{m} v_2' \\ 2 + v_1' = -3{,}3 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} -1{,}3 = v_1' + v_2' \\ 2 + v_1' = -3{,}3 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{rl} -1{,}3 = & v_1' + v_2' \\ 5{,}3 = & -v_1' + v_2' \\ \hline 4 = & /\ \ 2 v_2' \rightarrow v_2' = 2 \text{ m/s} \end{array}$$

$$v_1' = -5{,}3 + v_2' \rightarrow v_1' = -3{,}3 \text{ m/s}$$

25. Dues boles de 200 g i de 300 g es desplacen horitzontalment amb unes velocitats de 4 m/s i −2 m/s, respectivament. Després d'un xoc frontal, la velocitat de la primera és de −3,2 m/s. Calculeu la velocitat de la segona bola, el coeficient de restitució i deduïu de quin tipus de xoc es tracta.

Apliquem el principi de conservació de la quantitat de moviment, i tenim que:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1'\ m_2 v_2' \rightarrow 0{,}2 \cdot 4 + 0{,}3 \cdot (-2) =$$

$$= 0{,}2 \cdot (-3{,}2) + 0{,}3 \cdot v_2' \rightarrow v_2' = \frac{0{,}2 + 0{,}64}{0{,}3} = 2{,}8 \text{ m/s}$$

Calculem el coeficient de restitució:

$$k = \frac{-(v_1' - v_2')}{v_1 - v_2} = \frac{-(-3{,}2 - 2{,}8)}{4 - (-2)} = \frac{6}{6} = 1$$

Es tracta d'un xoc perfectament elàstic, ja que el coeficient de restitució del seu valor és d'1. També es pot comprovar que es tracta d'un xoc perfectament elàstic calculant la variació de l'energia cinètica.

$$\Delta E = E_f - E_0 =$$

$$= -\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 3{,}2^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \cdot 2{,}8^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 4^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 \cdot 2^2 = 0$$

26. **[Curs 04-05] Un vagó de massa 1 000 kg es desplaça a una velocitat constant de 5 m/s per una via horitzontal sense fricció. En un moment determinat xoca amb un altre vagó de massa 2 000 kg que estava aturat, de manera que després de la col·lisió queden units. Calculeu:**

PAU

a) **La velocitat que tindrà el conjunt després del xoc.**

Dades:

$m_1 = 1\,000$ kg

$m_2 = 2\,000$ kg

$v_1 = 5$ m/s

$v_2 = 0$

$v_1' = v_2' = v'$

Per conservació de la quantitat de moviment:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2) \cdot v' \rightarrow$$

$$\rightarrow v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{1\,000}{3\,000} 5 = 1{,}667 \text{ m/s} \approx$$

$$\approx 1{,}67 \text{ m/s}$$

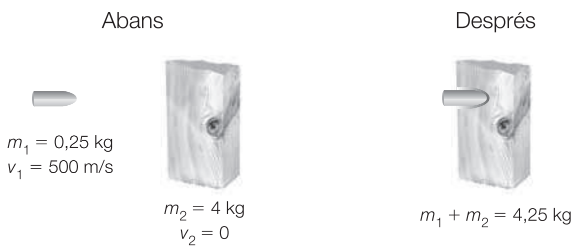
b) **L'energia mecànica perduda en el xoc.**

L'energia mecànica perduda en el xoc correspon a la variació d'energia cinètica perquè l'energia potencial no varia:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot (v')^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2} 3\,000 \cdot 1{,}6667^2 - \frac{1}{2} 1\,000 \cdot 5^2 = -8\,333 \text{ J}$$

27. **Una bala de fusell que té una massa de 250 g és disparada a una velocitat de 500 m/s contra un bloc de fusta de 4 kg de massa. Si la bala queda incrustada dins del bloc de fusta, calculeu:**



a) **La velocitat amb què es mou el conjunt després del xoc.**

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

$$0{,}25 \cdot 500 + 4 \cdot 0 = 4{,}25 v' \rightarrow v' = 29{,}41 \text{ m/s}$$

b) **L'energia dissipada en el xoc.**

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \cancel{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4{,}25 \cdot 29{,}41^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}25 \cdot 500^2 =$$

$$= -29\,411{,}76 \text{ J}$$

28. **Una pilota de 500 g de massa es deixa caure verticalment des d'una certa alçada. La pilota impacta amb el terra a una velocitat de 5,4 m/s i rebota verticalment fins a arribar a un punt d'altura màxima de 120 cm. Des de quina altura inicial s'ha deixat caure la pilota? Quant val el coeficient de restitució del xoc pilota-terra? Quanta energia s'ha perdut en el xoc?**

En tocar al terra, tota l'energia potencial s'ha transformat en energia cinètica, així trobem l'altura inicial:

$$E_{cf} = E_{p0} \rightarrow h = \frac{v_f^2}{2g} = \frac{5{,}4^2}{2 \cdot 9{,}8} = 1{,}49 \text{ m} \approx 1{,}5 \text{ m}$$

Si la pilota arriba a una altura d'1,2 m, vol dir que després de xocar amb el terra té una velocitat que val:

$$E_{pf} = E_{c0} \rightarrow v' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}2} = 4{,}8 \text{ m/s}$$

El coeficient de restitució del xoc de la pilota amb el terra val:

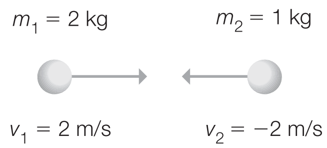
$$k = \frac{-(v' - v'_{terra})}{v - v_{terra}} = -\frac{4{,}8 - 0}{-5{,}4 - 0} = 0{,}89$$

En aquest xoc s'ha perdut una energia igual a la pèrdua d'energia cinètica:

$$\Delta E = \Delta E_c = E_{cf} - E_{c0} =$$

$$= \frac{1}{2} m \left(v_f^2 - v_0^2\right) = \frac{1}{2} 0{,}5\,(4{,}8^2 - 5{,}4^2) = -1{,}5 \text{ J}$$

29. **Dues boles de 2 kg i 1 kg de massa respectivament, xoquen frontalment a una velocitat de 2 m/s cada una. Si el coeficient de restitució del xoc és de 0,8, quines són les velocitats després del xoc?**



$$k = 0{,}8$$

$$k = \frac{-(v_1' - v_2')}{v_1 - v_2} \rightarrow 0{,}8 = \frac{-(v_1' - v_2')}{2 - (-2)} \rightarrow 3{,}2 = -v_1' + v_2'$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$2 \cdot 2 + 1 \cdot (-2) = 2 v_1' + 1 v_2' \rightarrow 2 = 2 v_1' + v_2'$$

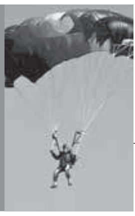
$$\left.\begin{aligned} 3{,}2 &= -v_1' + v_2' \\ 2 &= 2 v_1' + v_2' \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 3{,}2 &= -v_1' + v_2' \\ -2 &= -2 v_1' - v_2' \end{aligned}\right\}$$

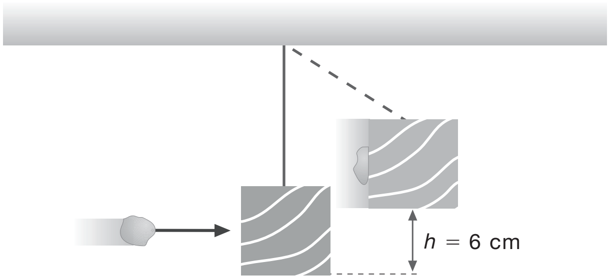
$$1{,}2 = -3 v_1' \quad / \quad \rightarrow v_1' = -\frac{1{,}2}{3} = -0{,}4 \text{ m/s}$$

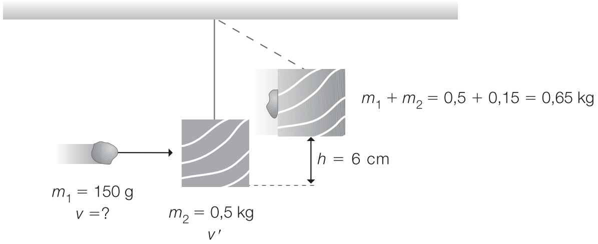
$$3{,}2 = 0{,}4 + v_2' \rightarrow v_2' = 2{,}8 \text{ m/s}$$

30. **Una bola de plastilina amb una massa de 150 g es mou horitzontalment a una velocitat indeterminada i impacta sobre un bloc de 0,5 kg (fig. 6.32). Com a conseqüència de l'impacte el bloc puja fins a una altura de 6 cm. Calculeu a**



quina velocitat ha impactat la bola de plastilina sobre el bloc.





$$\Delta E = 0 \rightarrow E_c = E_p \rightarrow \frac{1}{2}\,(\cancel{m_1 + m_2})\,v'^2 = (\cancel{m_1 + m_2})\,g\,h$$

$$v' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}06} = 1{,}08 \text{ m/s}$$

$$m_1 v = (m_1 + m_2)\,v'$$

$$v = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\,v' = \frac{0{,}15 + 0{,}5}{0{,}15}\,1{,}08 = 4{,}7 \text{ m/s}$$

31. Un camió d'una tona de massa viatja a 72 km/h; de sobte xoca amb un cotxe de 500 kg de massa que es troba aturat. Determineu el vector velocitat després de l'impacte si queden escastats i quina és l'energia perduda a causa de l'impacte.

$v = 72$ km/h $= 20$ m/s

$$\left.\begin{array}{l} \vec{p}_i = 1000 \cdot 20 = 20\,000 \text{ kgm/s} \\ \vec{p}_f = (1000 - 500)\,v \end{array}\right\}$$

$$v = \frac{20\,000}{1500} = 13{,}33 \text{ m/s} = 48 \text{ km/h}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}\,m_T v^2 - \frac{1}{2}\,m_1 v_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\,1500 \cdot 13{,}33^2 - \frac{1}{2}\,1000 \cdot 20^2 = -66\,666{,}67 \text{ J}$$

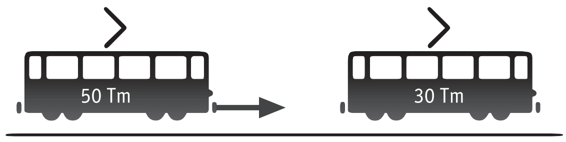
32. Un nucli d'urani es desintegra en dos fragments de $2{,}5 \cdot 10^{-25}$ kg i $1{,}5 \cdot 10^{-25}$ kg. Determineu la relació entre les velocitats dels dos fragments en què es desintegra el nucli, si no tenim en compte altres partícules de masses negligibles.

$$\vec{p}_{\text{inicial}} = \vec{p}_{\text{final}} \rightarrow 0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$0 = 2{,}5 \cdot 10^{-25}\,v_1 + 1{,}5 \cdot 10^{-25}\,v_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = -\frac{1{,}5 \cdot 10^{-25}}{2{,}5 \cdot 10^{-25}} = -\frac{3}{5} = -0{,}6$$

33. Un vagó amb una massa de 50 Tm es mou amb una velocitat de 12 km/h i xoca contra una plataforma de 30 Tm de massa que es troba en una via i s'enganxen. Calculeu:



$$v = 12 \text{ km/h} = 3{,}33 \text{ m/s}$$

$$\vec{p}_{\text{inicial}} = \vec{p}_{\text{final}}$$

***a*) La velocitat del moviment del conjunt just després del xoc.**

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)\,v$$

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{50\,000 \cdot 12}{50\,000 + 30\,000} = 7{,}5 \text{ km/h} =$$

$$= 2{,}08 \text{ m/s}$$

***b*) La distància recorreguda pel conjunt, si la força de fregament és igual al 5 % del pes.**

$$\Delta E = -W_{fnc} \rightarrow 0 - E_{ci} = -W_{fnc} \rightarrow \frac{1}{2}\,m_T\,v^2 = F_f\,x$$

$$F_f = 0{,}05 \cdot (m_1 + m_2)\,g = 0{,}05 \cdot 80\,000 \cdot 9{,}8 = 39\,200 \text{ N}$$

$$x = \frac{m_T\,v^2}{2\,F_f} = \frac{80\,000 \cdot 2{,}08^2}{2 \cdot 39\,200} = 2{,}66 \text{ m}$$

34. [Curs 05-06] Una bola d'acer xoca elàsticament contra un bloc d'1 kg inicialment en repòs sobre una superfície plana horitzontal. En el moment del xoc la bola té una velocitat horitzontal de 5 m/s. El coeficient de fricció dinàmic entre la superfície i el bloc és de $\mu = 0{,}2$. Com a conseqüència del xoc, el bloc recorre 2 m abans d'aturar-se. Calculeu:

PAU

***a*) La velocitat del bloc just després del xoc.**

$$\Delta E = W_{fnc} \rightarrow E_{cf} - E_{ci} = -F_f\,\Delta x \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 - \frac{1}{2}\,m_2 v_2'^2 = -\mu\,m_2\,g\,\Delta x \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}\,v_2'^2 = \mu\,g\,\Delta x \rightarrow v_2' = \sqrt{2\,\mu\,g\,\Delta x} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 2} = 2{,}8 \text{ m/s}$$

***b*) La massa de la bola d'acer.**

$$\left.\begin{array}{l} m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} m_1 \cdot 5 = m_1 v_1 + 1 \cdot 2{,}8 \\ 5 + v_1' = 0 + 2{,}8 \rightarrow v_1' = 2{,}8 - 5 = -2{,}2 \text{ m/s} \end{array}\right\}$$

$$5\,m_1 = -2{,}2\;m_1 + 2{,}8 \;\rightarrow\; (5 + 22)\,m_1 = 2{,}8 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; m_1 = \frac{2{,}8}{7{,}2} = 0{,}4 \text{ kg}$$

c) **L'energia cinètica perduda per la bola en el xoc elàstic.**

$$\Delta E = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2}\,m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2}\,m_1 v_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\,0{,}4\cdot(-2{,}2)^2 - \frac{1}{2}\,0{,}4\cdot 5^2 = -4{,}03 \text{ J}$$

35. PAU **[Curs 99-00] Es llança una pedra de 20 kg de massa amb una velocitat inicial de 200 m/s que forma un angle de 30° amb l'horitzontal.**

a) **Quant valdrà la seva energia mecànica en el punt més alt de la seva trajectòria?**

$$E = \text{constant} \;\Rightarrow\; E = \frac{1}{2}\,mv^2 = \frac{1}{2}\,20\cdot 200^2 = 4\cdot 10^5 \text{ J}$$

b) **Quina ha estat la variació de la quantitat de moviment de la pedra en anar des del punt de llançament fins al de màxima altura en la seva trajectòria parabòlica?**

$$\left.\begin{aligned} v_{0x} &= v_0 \cos\alpha = 200 \cos 30° = 173{,}2 \text{ m/s} \\ v_{0y} &= v_0 \sin\alpha = 200 \sin 30° = 100 \text{ m/s} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{v}_2 &= 173{,}2\,\vec{\text{i}} \\ \vec{v}_1 &= 173{,}2\,\vec{\text{i}} + 100\,\vec{\text{j}} \end{aligned}\right\}$$

$$\Delta\vec{p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) =$$

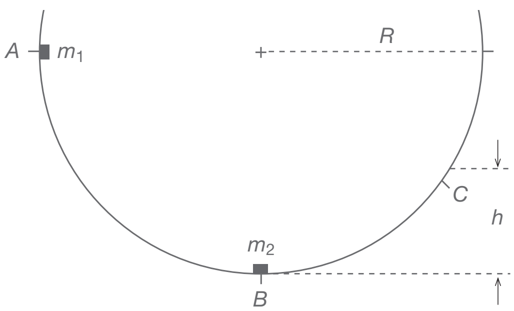
$$= 20\,(173{,}2\,\vec{\text{i}} - 173{,}2\,\vec{\text{i}} - 100\,\vec{\text{j}}) = -2\,000\,\vec{\text{j}} \text{ kgm/s}$$

c) **Suposeu que quan arriba al punt de màxima altura la pedra es trenca en dos trossos de 5 kg i 15 kg, de manera que la massa de 15 kg queda parada immediatament després de l'explosió. Quina seria la velocitat de la massa de 5 kg en aquest instant?**

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= 5 \text{ kg} \\ m_2 &= 15 \text{ kg} \end{aligned}\right\}\; \vec{p}_i = \vec{p}_f \;\rightarrow\; m\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$$

$$20\cdot 173{,}2\,\vec{\text{i}} = 5\,\vec{v}_1 \;\rightarrow\; \vec{v}_1 = \frac{20\cdot 173{,}2}{5}\,\vec{\text{i}} = 692{,}8\,\vec{\text{i}} \text{ m/s}$$

36. PAU **[Curs 03-04] Deixem caure un cos m_1 de massa 1 kg des del punt *A* d'una guia semicircular de radi $R = 2$ m.**



En arribar al punt *B*, xoca contra una altra massa en repòs m_2 de 500 g, de manera que després de l'impacte ambdues masses queden unides i el conjunt puja per la guia fins a una altura *h* de 60 cm (punt *C*). Sabent que en la meitat *AB* de la guia no hi ha fricció, però en l'altra meitat sí, calculeu:

a) **La velocitat amb què m_1 xoca contra m_2.**

$$\vec{p}_i + \vec{p}_j \;\rightarrow\; m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\,v' \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; v' = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}6\cdot 4}{0{,}6 + 0{,}2} = 3 \text{ m/s}$$

$$(m_1 + m_2)\,v'^2 - \frac{1}{2}\,m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}\,0{,}8\cdot 3^2 - \frac{1}{2}\,0{,}6\cdot 4^2 =$$

$$= 1{,}2 \text{ J}$$

b) **El treball de la força de fricció en el tram *BC*.**

$$E_{p_e} = E_c \;\rightarrow\; \frac{1}{2}\,kA^2 = \frac{1}{2}\,(m_1 + m_2)\,v'^2 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; A = v'\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 3\sqrt{\frac{0{,}8}{500}} = 0{,}12 \text{ m}$$

c) **La força que fa la guia sobre el conjunt en el punt *C*.**

1r mètode:

$$E_{c_i} = E_{c_{i2}} + E_{p_{e2}} \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; \frac{1}{2}\,(m_1 + m_2)\,v_2^2 + \frac{1}{2}\,kx'^2 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; 0{,}8\cdot 3^2 = 0{,}8\cdot 3^2\cdot v_2^2 + 500\cdot 0{,}06^2 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; 7{,}2 = 0{,}8 v_2^2 + 1{,}8 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; v_2 = \sqrt{\frac{7{,}2 - 1{,}8}{0{,}8}} = 2{,}6 \text{ m/s}$$

2n mètode:

$t = 0$

$x = 0$

$\varphi = 0$

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$x = \sin\omega t \;\rightarrow\; x = \frac{A}{2} = A\sin\omega t \;\rightarrow\; \omega t = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$v = A\omega\cos\omega t =$$

$$= A\sqrt{\frac{k}{m}}\cos\omega t = 0{,}12\sqrt{\frac{500}{0{,}8}}\cos\frac{\pi}{6} = 2{,}6 \text{ m/s}$$

Avaluació del bloc 2

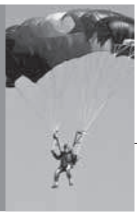
Q1. PAU **[Curs 02-03] Una massa de 5 kg està penjada d'un fil vertical, inextensible i de massa negligible. Si la tensió del fil té un valor de 60 N, raoneu quina de les propostes següents és correcta:**

a) **La massa puja a velocitat constant.**

b) **La massa té una acceleració cap amunt de 2 m/s².**

c) **La massa es troba en repòs.**

Considereu $g = 10$ m/s².

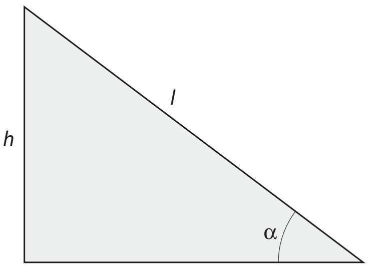


$$T - mg = ma \rightarrow a = 2 \text{ m/s}$$

Per tant, l'opció correcta és la *b*).

Q2. [Curs 04-05] Des de la part superior d'un pla inclinat, d'angle 37° amb el pla horitzontal i longitud 5 m, deixem caure una partícula de massa 10 kg. La partícula arriba a la part inferior del pla inclinat amb una velocitat de 6 m/s.

PAU



$$h = l \sin \alpha = 5 \cdot \sin 37^\circ = 3 \text{ m}$$

a) **Quant val el treball que la força pes ha fet sobre la partícula en aquest trajecte?**

$$W = -\Delta U = mgh \rightarrow W = 294 \text{ J}$$

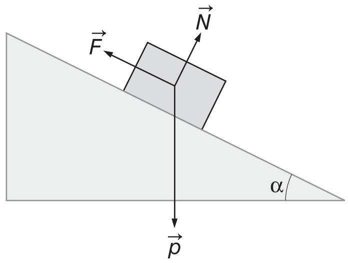
b) **Quant val el treball fet per la força de fregament?**

$$W_{nc} = \Delta E = \Delta U + \Delta E_c$$

$$W_{nc} = -W + \frac{1}{2} mv^2 = -114 \text{ J}$$

Q3. Un cos de 25 kg de massa puja amb velocitat constant per un pla inclinat que forma un angle de 15° amb l'horitzonal. Sobre el cos actua una força de mòdul *F* paral·lela al pla inclinat. Si el fregament entre el cos i el pla és negligible, quant val *F*?

A la figura mostrem les forces que actuen sobre el cos:



Com que el cos es mou a velocitat constant, l'acceleració és nul·la i, per tant, les forces s'anul·len entre si.

En la direcció *X* (paral·lela al pla):

$$F - mg \sin \alpha = 0 \rightarrow$$
$$\rightarrow F = mg \sin \alpha = 25 \cdot 9{,}8 \cdot \sin 15^\circ = 63{,}4 \text{ N}$$

Q4. En un xoc entre dos cossos un d'ells de massa 4 vegades més petita, va a l'encontre d'un altre amb velocitat doble. Si després del xoc el cos més ràpid redueix la seva velocitat fins a una tercera part, en quina proporció augmenta la velocitat del cos més lent respecte de la seva velocitat inicial? Trieu la resposta correcta.

a) **Tres segones parts.**

b) **El doble.**

c) **Es queda igual.**

d) **Quatre terceres parts.**

Dades:

$$m_1 = \frac{m_2}{4}$$

$$v_1 = 2\, v_2$$

$$v_1' = \frac{v_1}{3} = \frac{2\, v_2}{3}$$

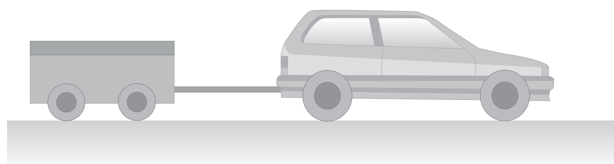
Per conservació de la quantitat de moviment:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{m_2}{4}\, 2 v_2 + m_2 \cdot v_2 = \frac{m_2}{4}\, 2\, \frac{v_2}{3} + m_2 \cdot v_2' \rightarrow$$
$$\rightarrow v_2' = \frac{4}{3}\, v_2$$

Per tant, l'opció correcta és la *d*).

P1. [Curs 01-02] Un cotxe de 2 000 kg de massa que arrossega un remolc de 150 kg mitjançant un cable de massa negligible es troba inicialment en repòs. El cotxe arrenca amb una acceleració que es manté constant durant els primers 10 s i la tensió del cable durant aquest temps val 500 N. Suposant que la fricció dels pneumàtics del cotxe i del remolc amb el terra equival a una força de fregament amb coeficient 0,2 i que la fricció amb l'aire és negligible, calculeu:

PAU



En tot el problema, designarem amb el subíndex 1 la massa i les forces que actuen sobre el cotxe, i amb el subíndex 2 la massa i les forces sobre el remolc.

a) **L'acceleració i la velocitat del sistema cotxe-remolc 8 s després d'haver-se iniciat el moviment.**

Aplicant la segona llei de Newton per a les forces que actuen en la direcció *Y* tenim per al cotxe i per al remolc:

$$N_1 = m_1 g$$
$$N_2 = m_2 g$$

D'altra banda, com que la massa del cable és negligible:

$$T_1 = T_2 = 500 \text{ N}$$

Obtenim l'acceleració aplicant la segona llei de Newton en la direcció *X*, tenint present que el cotxe i el remolc es mouen amb la mateixa acceleració i que la força de tracció *F* actua directament només sobre el cotxe:

$$\left.\begin{array}{l} \text{per al cotxe: } F - T - F_{f1} = m_1 a \\ \text{per al remolc: } T - F_{f2} = m_2 a \end{array}\right\}$$

$$a = \frac{T - F_{f2}}{m_2} = \frac{T - \mu m_2 g}{m_2} =$$

$$= \frac{T}{m_2} - \mu g = \frac{500}{150} - 0,2 \cdot 9,8 = 1,37 \text{ m/s}^2$$

La velocitat al cap de 8 segons val:

$$v = v_0 + a\,\Delta t = 0 + 1,37 \cdot 8 = 10,96 \text{ m/s}$$

***b*) La força de tracció i la potència del motor del cotxe 8 s després d'haver-se iniciat el moviment.**

De l'equació de l'apartat anterior i coneguda l'acceleració, trobem la força de tracció:

$$F = T + F_{f1} + m_1\,a = T + m_1\,(\mu\,g + a) =$$

$$= 500 + 2\,000\,(0,2 \cdot 9,8 + 1,37) = 7\,160 \text{ N}$$

La potència la trobem a partir del treball realitzat per aquesta força en la unitat de temps. Primer busquem el desplaçament:

$$\Delta x = v_0\,\Delta t + \frac{1}{2}\,a\,(\Delta t)^2 = 0 + \frac{1}{2}\,1,37 \cdot 8^2 = 43,84 \text{ m}$$

La potència val:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha}{\Delta t} = \frac{7\,160 \cdot 43,84 \cdot 1}{8} =$$

$$= 39\,236,8 \text{ W}$$

***c*) El treball que han fet les forces de fregament durant els primers 10 s del moviment.**

L'acceleració és constant durant els 10 s. Per tant, els resultats anteriors són vàlids. Calculem el desplaçament del conjunt cotxe-remolc en aquest període de temps:

$$\Delta x = v_0\,\Delta t + \frac{1}{2}\,a\,(\Delta t)^2 = 0 + \frac{1}{2}\,1,37 \cdot 10^2 = 68,5 \text{ m}$$

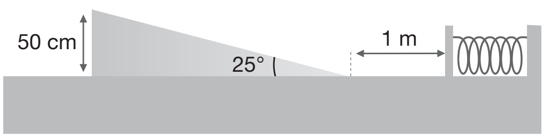
El treball fet per les forces de fregament és:

$$W_{Ff} = W_{Ff1} + W_{Ff2} = (F_{f1} + F_{f2})\,\Delta x \cdot \cos 180° =$$

$$= -(F_{f1} + F_{f2})\,\Delta x = -\mu\,(m_1 + m_2)\,g\,\Delta x =$$

$$= -0,2 \cdot (2\,000 + 500) \cdot 9,8 \cdot 68,5 = -3,357 \cdot 10^5 \text{ J}$$

P2. Deixem caure un cos d'1 kg de massa situat a la part de dalt d'un pla inclinat. Calculeu fins a quin punt es comprimirà la molla de constant elàstica 200 N/m, si:



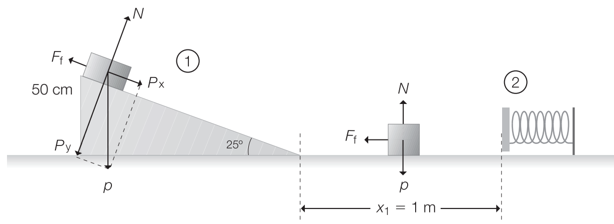
***a*) No hi ha fregament.**

$$\Delta E = 0 \rightarrow E_{pe} - E_{pg} = 0$$

$$\frac{1}{2}\,k x^2 = m g h \rightarrow x = \sqrt{\frac{2 m g h}{k}} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \cdot 9,8 \cdot 0,5}{200}} = 0,22 \text{ m}$$

***b*) Si en tot el recorregut hi ha un fregament de coeficient 0,1.**



① $\Delta E = W_{fnc}$

$$E_c - E_p = W_{fnc} \rightarrow \frac{1}{2}\,\cancel{m}v^2 - \cancel{m}g\,h = -\mu\,\cancel{m}g\cos\alpha\,\Delta x$$

$$\sin 25° = \frac{h}{\Delta x} \rightarrow \Delta x = \frac{h}{\sin 25°}$$

$$\frac{1}{2}\,v^2 - g\,h = -\mu\,g\cos\alpha\,\frac{h}{\sin\alpha} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2\left(g h - \mu g \cos\alpha\,\frac{h}{\sin\alpha}\right)} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2 g h\left(1 - \frac{\mu}{\text{tg}\,\alpha}\right)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,5\left(1 - \frac{0,1}{\text{tg}\,25°}\right)} = 2,77 \text{ m/s}$$

② $E_{pe} - E_c = W_{fnc}$

$$\frac{1}{2}\,k x^2 - \frac{1}{2}\,m v^2 = -\mu\,m\,g\,(x + x_1) \rightarrow$$

$$\rightarrow k x^2 - m v^2 = -2\,\mu\,m\,g\,(x + x_1) \rightarrow$$

$$\rightarrow 200\,x^2 - 1 \cdot 2,77^2 = -2 \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 9,8\,(x + 1) \rightarrow$$

$$\rightarrow 200\,x^2 - 7,7 = -1,96\,x - 1,96 \rightarrow$$

$$\rightarrow 200\,x^2 + 1,96\,x - 5,74 = 0$$

$$x = \frac{-1,96 \pm \sqrt{1,96^2 + 4 \cdot 5,74 \cdot 200}}{2 \cdot 200} =$$

$$= \frac{-1,96 \pm 67,79}{400} = 0,16 \text{ m}$$