

Unitat 8. Imatges

Activitats

1. Doneu exemples d'ones mecàniques i d'ones electromagnètiques.

Són ones mecàniques les ones produïdes a la superfície d'un líquid, les produïdes en cordes sotmeses a una certa tensió, i el so. En tots aquests casos es genera una oscil·lació de les partícules del medi per on es propaga l'ona.

Són ones electromagnètiques la llum, els raigs ultraviolats, els raigs X, els raigs gamma, els raigs infrarojos, les microones, i les ones de ràdio, de televisió, de telefonia mòbil, i les dels radars. En tots aquests casos es genera una oscil·lació de camps elèctrics i camps magnètics, i l'ona es pot propagar a través del buit.

2. Quines magnituds físiques són pertorbades pel pas d'una ona electromagnètica?

Els camps elèctric i magnètic a cada punt de l'espai on arriba l'ona electromagnètica.

3. Què és la velocitat de fase d'una ona?

És la velocitat a la que es propaga la pertorbació en un medi determinat.

4. Com es pot generar una ona cilíndrica? Expliqueu-ho detalladament.

Per generar una ona cilíndrica cal fer oscil·lar alhora tots els punts que estiguin situats sobre una mateixa recta i de tal manera que l'ona es transmeti en l'espai al llarg d'un medi homogeni, per tal que es conservi la forma de l'ona.

5. Justifiqueu el fet que a distàncies prou grans d'un focus emissor d'ones esfèriques, els fronts d'ona es poden considerar plans.

A distàncies prou grans del centre, les superfícies esfèriques es poden assimilar localment a plans ja que els diferents fronts d'ona esfèrics tenen poca curvatura. És una bona aproximació considerar-los fronts d'ona plans.

6. El focus emissor d'una ona mecànica vibra amb una freqüència de 20 Hz i una amplitud de 2 cm. Si la distància mínima entre dos punts que estan en fase és de 15 cm, quina serà la velocitat de propagació de l'ona?

$$v = \lambda f = 0,15 \cdot 20 = 3 \text{ m/s}$$

7. Una ona mecànica fa oscil·lar les partícules del medi amb una freqüència de 550 Hz i es propaga a una velocitat de 300 m/s. Quina és la distància mínima entre dos punts que en tot moment es troben en el mateix estat de vibració?

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{300}{550} = 0,55 \text{ m}$$

8. Per què diem que la difracció és un fenomen típicament ondulatori? Raoneu la resposta.

La refracció és un fenomen típicament ondulatori, ja que consisteix en la desviació que experimenta una ona quan passa d'un medi a un altre medi en què la velocitat de fase és diferent; aquesta desviació és una conseqüència del principi de Huygens, que, recordeu, només verifiquen els moviments ondulatoris.

9. Comenteu breument en què consisteix la difracció de les ones i poseu-ne un exemple.

La difracció és la distorsió d'una ona o un tren d'ones que troba en el seu recorregut un obstacle de dimensions comparables a les de la longitud d'ona del moviment ondulatori. Exemples de fenòmens de difracció s'observen en la cubeta d'ones amb obstacles amb petites obertures; en el cas del so, en interposar obstacles entre el focus i el receptor, el so és capaç de vorejar l'obstacle.

10. En què consisteix el fenomen d'interferències? Poseu-ne un exemple.

El fenomen de les interferències consisteix en la superposició additiva dels moviments ondulatoris de la mateixa natura en tot punt del medi de propagació de les ones. És a dir, tot punt de l'espai és pertorbat segons la suma de pertorbacions associades a cada una de les ones. Un cas típic d'interferències el constitueixen les ones estacionàries en una corda.

11. La llum blanca del Sol és monocromàtica? Què vol dir aquest concepte? Si en un experiment com el de Young il·luminem les esclatxes amb llum blanca, què observarem?

La llum del Sol no és llum monocromàtica. Per a comprovar-ho n'hi ha prou en fer passar un feix de llum solar a través d'un prisma de vidre i observar que es descompon en diferents colors.

El concepte de llum monocromàtica significa llum d'una única freqüència; és a dir que no està formada per l'agrupació d'ones de diferents freqüències i longituds d'ona.

L'experiment de Young de la doble esclatxa mostra que la separació entre franges Δx que es veu a la pantalla depèn de la longitud d'ona: $\Delta x = \frac{d\lambda}{a}$, on d és la longitud que hi ha entre les esclatxes i la pantalla, i a la distància entre les esclatxes. Per tant, i si recordem que la llum blanca conté totes les longituds d'ona corresponents a tots els colors, cada un d'aquests pateix una separació Δx diferent. Així, observarem cada franja com una suma de tots els colors, tal com passa amb un prisma, que separa els colors de la llum blanca, o amb l'arc de sant Martí.

12. Quins van ser els científics que van demostrar el caràcter electromagnètic de la llum, tant teòricament com experimentalment.

El físic anglès J. C. Maxwell va predir l'existència de les ones electromagnètiques, entre elles, la llum, l'any 1861, tot estudiant la relació entre els camps elèctrics i els camps magnètics.

Vint-i-sis anys més tard, el 1887, el físic alemany H. Hertz va idear un dispositiu que va permetre demostrar la predicció de Maxwell de les ones electromagnètiques. En aquest dispositiu un emissor emetia ones electromagnètiques de baixa freqüència que eren recollides en un receptor: en aquest hi havien dos pols entre els quals saltava un arc voltaic. Demostrava així la recepció de les ones emeses per l'emissor i confirmava experimentalment la teoria de Maxwell.

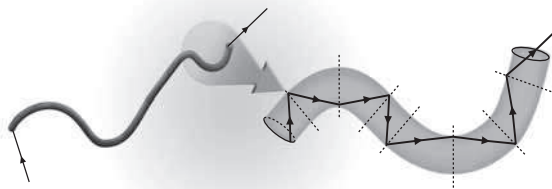
13. **Suposeu que introduïm algun objecte allargat en un got d'aigua, de manera que quedi una part dins de l'aigua i l'altra fora. Com veurem l'objecte? A què és degut aquest fenomen?**

Quan introduïm un objecte allargat dins d'un got d'aigua observem que l'objecte sembla deformar-se en la porció que queda submergida en l'aigua. Això es deu a la refracció de la llum, ja que els raigs de llum que provenen de l'interior del got pateixen aquest fenomen.

14. **Entre altres aplicacions, la fibra òptica serveix per transmetre informació a grans distàncies i d'una manera molt ràpida. Indiqueu quin fenomen ho permet i expliqueu-lo detalladament.**

Amb quin angle màxim respecte de l'eix de la fibra poden entrar els raigs emesos per un focus lluminós situat a l'eix de la fibra, per tal que es puguin propagar per aquesta?

En la fibra òptica s'aprofita el fenomen de la reflexió total. La fibra òptica, tot i que és transparent, té un índex de refracció més gran que l'aire. Quan un raig de llum penetra en la fibra i arriba a la superfície de separació de la fibra amb l'aire, ho sol fer amb un angle d'incidència molt proper a 90° , que sobrepasa l'angle límit. Per tant, el raig no s'hi refracta i s'hi reflecteix totalment, és a dir, no pot sortir de la fibra. Això passa en les reflexions successives que s'hi produeixen a mesura que el raig es propaga a l'interior de la fibra, encara que aquesta estigui corbada; i en l'extrem oposat al d'entrada del raig, aquest surt pràcticament inalterat.



Tot raig provinent de l'exterior pot entrar dins la fibra òptica independentment del valor de l'angle d'incidència (α_i) ja que l'aire és menys dens que la fibra òptica. Ara bé, un cop dins la fibra, cal que en la primera reflexió del raig en les parets de la fibra se superi l'angle límit (α_{iL}), així no s'escaparà cap part del raig a fora. És a dir, cal que l'angle d'incidència en la superfície fibra-aire, que anomenem α'_i , compleixi: $\alpha'_i > \alpha_{iL}$. Per tant, donat que $n_{fibra} \sin \alpha_{iL} = n_{aire}$, tenim:

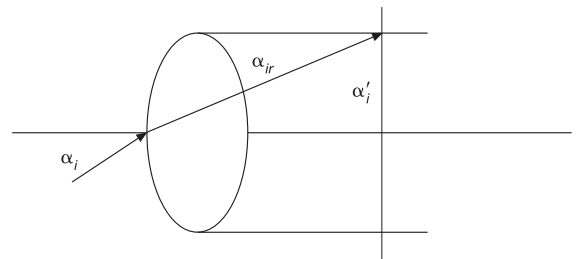
$$\alpha_i > \alpha_{iL} \rightarrow \sin \alpha'_i > \sin \alpha_{iL} \rightarrow \sin \alpha'_i > \frac{n_{aire}}{n_{fibra}}$$

Fixem-nos de la figura en què $\alpha'_i = 90^\circ - \alpha_{iL}$. A més, els angles incident i refractat compleixen: $n_{aire} \sin \alpha_i = n_{fibra} \sin \alpha_{ir}$. Així:

$$\begin{aligned} \sin \alpha'_i &= \cos \alpha_{ir} = \\ &= \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_{ir}} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_{aire}}{n_{fibra}} \sin \alpha_i\right)^2} > \frac{n_{aire}}{n_{fibra}} \end{aligned}$$

D'on es dedueix que:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{n_{aire}^2}{n_{fibra}^2} \sin^2 \alpha_i &> \frac{n_{aire}^2}{n_{fibra}^2} \rightarrow \sin^2 \alpha_i < \frac{n_{fibra}^2}{n_{aire}^2} - 1 \rightarrow \\ \rightarrow \alpha_i &< \arcsin \sqrt{\frac{n_{fibra}^2}{n_{aire}^2} - 1} \end{aligned}$$



15. **Per a un mirall còncau, efectueu un diagrama de raigs i dedueu com és la imatge que proporciona d'un objecte quan aquest està més enllà del centre de curvatura, quan està entre el centre i el focus, i quan està entre el focus i el mirall. Indiqueu, en conseqüència, quines de les següents combinacions de característiques són possibles.**

- Imatge virtual, dreta, i més gran que l'objecte.
- Imatge real, invertida, i més petita que l'objecte.
- Imatge real, dreta, i més gran que l'objecte.
- Imatge virtual, invertida, i més petita que l'objecte.

Recordem que les característiques que tenen les imatges formades per un mirall còncau són les que es donen en els casos següents:

- Quan l'objecte està situat a una distància més gran que el centre de curvatura del mirall, la imatge és real, invertida i més gran que l'objecte.
- Quan l'objecte està situat en el centre de curvatura i el focus del mirall, la imatge és real, invertida i més petita que l'objecte.
- Quan l'objecte està situat a una distància més petita que el focus del mirall, la imatge és virtual, dreta i més gran que l'objecte.

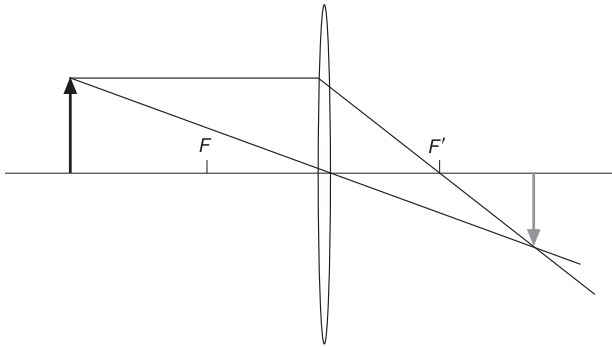
Per tant, de les tres situacions indicades a l'enunciat d'aquesta qüestió, només són possibles la situació a), que correspon al tercer cas anterior, i la situació b), que correspon al segon cas anterior. La situació c) és impossible.

16. **Per a una lent convergent, efectueu un diagrama de raigs i dedueu com és la imatge que proporciona d'un objecte quan aquest està més enllà del focus de la lent, quan està situat al focus, i quan està entre el focus i la lent. Expliqueu, en**

conseqüència, com varia la posició i la mida de la imatge quan un objecte es va apropant cap a la lent des d'una posició llunyana, i indiqueu quines de les següents combinacions de característiques són impossibles.

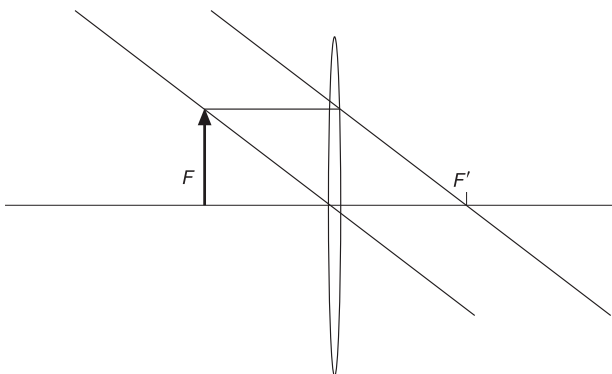
a) Imatge real, dreta i més gran que l'objecte.

Objecte més enllà del focus.



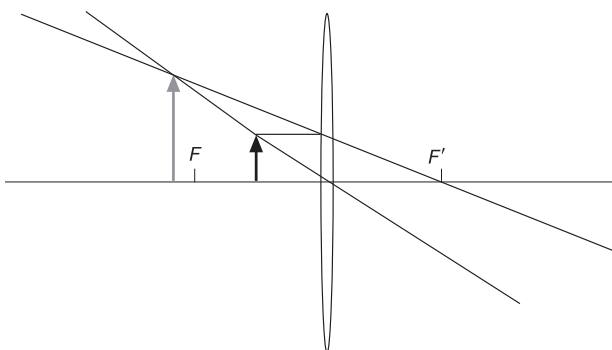
b) Imatge real, invertida i més petita que l'objecte.

Objecte en el focus.



c) Imatge virtual, dreta i més gran que l'objecte.

Objecte entre el focus i la lent.



- La imatge és real quan es forma a la dreta de la lent. Es el cas de la figura a): la imatge es invertida i tant més gran quant més a prop es troba l'objecte al focus (per l'esquerra).
- En el cas de la figura b) (objecte situat en el focus) la imatge es forma en l'infinit (els raigs són paral·lels).

- En el cas de la figura c), l'objecte es troba entre el focus i la lent i es forma una imatge virtual (imatge a l'esquerra de la lent), dreta i més gran que l'objecte, tant més gran quan l'objecte es troba més a prop del focus.

d) Imatge virtual, invertida i més petita que l'objecte.

Conclusions:

- El supòsit a) és impossible: una imatge dreta i més gran que l'objecte no pot ser real, ha de ser virtual.
- El supòsit b) és cert i el trobem en el dibuix a), quan l'objecte s'allunya prou del focus.
- El supòsit c) també és cert (dibuix c).
- El supòsit d) és fals: una imatge invertida i més petita que l'objecte només potser real.

17. Busqueu en algun llibre d'òptica informació sobre el telescopi de reflexió i dibuixeu un diagrama de raigs de les imatges que forma d'un objecte. Sobre el dibuix, expliqueu com és la imatge que forma aquest sistema òptic i el perquè de la seva utilització.

Resposta oberta.

Cal que l'alumnat consulti llibres d'òptica on s'expliqui el funcionament del telescopi de reflexió. Es pot plantejar aquesta activitat, juntament amb la que hi ha continuació, com un petit treball sobre els instruments òptics. Així es complementaria l'estudi de l'òptica geomètrica que s'ha desenvolupat en aquesta unitat.

18. Busqueu en algun llibre d'òptica informació sobre el principi de funcionament del telescopi de refracció i dibuixeu un diagrama de raigs de les imatges que forma d'un objecte determinat. Sobre el dibuix, expliqueu com és la imatge que forma aquest sistema òptic i el perquè de la seva utilització.

Resposta oberta.

Cal que l'alumnat consulti llibres d'òptica que expliquin el funcionament del telescopi de refracció. Aquesta activitat es pot fer alhora que la qüestió anterior.

■ Activitats finals

□ Qüestions

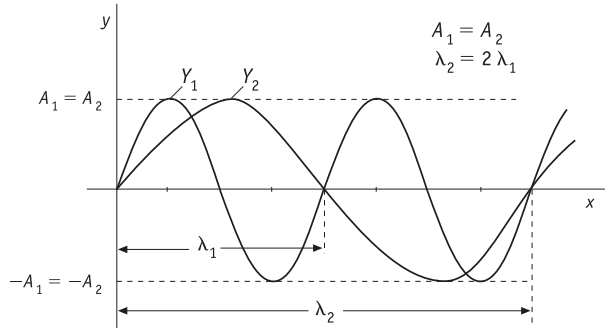
1. Si disminuïm la freqüència d'una ona, com variarà la longitud d'ona si es transmet a través del mateix medi? Raoneu la resposta.

Si l'ona no canvia el seu medi de transmissió, la seva velocitat de fase no varia encara que variï la seva freqüència. Per tant, si recordem l'expressió que relaciona la freqüència, la velocitat de fase i la longitud d'ona, $v = \lambda f$, podem comprovar que, en disminuir la freqüència f , la longitud d'ona λ augmenta per tal que la velocitat de fase v es mantingui constant.

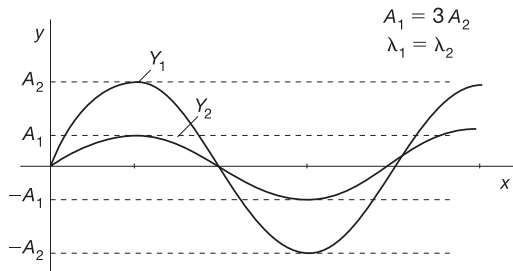


2. Dibuixeu dues ones en una corda en els casos següents:

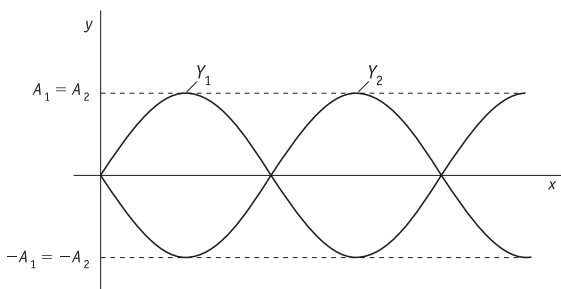
a) Amb la mateixa amplitud, però amb longituds d'ona una el doble de l'altra.



b) Amb la mateixa longitud d'ona, però amb amplituds que estiguin en la relació $A_1 = \frac{A_2}{3}$.



c) Amb les mateixes amplituds i longituds d'ona, però desfasades 270°.



3. Expliqueu detalladament què vol dir que una ona és doblement periòdica.

En tota ona s'ha de considerar una doble periodicitat: en el temps i en l'espai. En el temps perquè qualsevol partícula del medi oscil·la al pas de l'ona, i sabem que un moviment oscil·latori és un tipus particular de moviment periòdic. En l'espai perquè l'ona es va repetint periòdicament a intervals regulars de longitud d'ona d'acord amb el seu valor de longitud d'ona. Aquesta doble periodicitat queda reflectida, per exemple, en l'equació d'ona harmònica, en la qual la periodicitat temporal ve donada pel valor del període T , mentre que la periodicitat espacial ve donada pel valor de la longitud d'ona:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx) = A \sin 2\pi$$

Aquesta doble periodicitat d'una ona també queda reflectida si tenim en compte que l'expressió que lliga la velocitat de fase v ,

la longitud d'ona λ i el període T ve donada per $v = \frac{\lambda}{T}$. D'altra banda, es defineix la velocitat de fase com la relació entre la distància que recorre l'ona des del focus fins a un punt determinat situat a una distància x del focus i el temps que triga a fer-ho, $v = \frac{x}{t}$.

Per tant, si comparem ambdues expressions, comprovem que, en el temps d'un període, l'ona avança una longitud igual a la longitud d'ona, mentre que, perquè l'ona recorri una longitud igual a la longitud d'ona, ha de transcórrer el temps d'un període.

4. Comenteu detalladament el que passa en la situació següent tot relacionant-la amb el fenomen ondulatori que correspongui: «una ona plana produïda a la superfície d'un líquid troba un petit obstacle en la seva direcció de propagació».

Es produeix el fenomen de la difracció: cada punt on arriba el front d'ones constitueix un emissor d'ones en una determinada direcció i l'ona resultant és constituïda per la suma de totes les noves ones emeses.

5. Una ona es transmet per un medi determinat amb una velocitat v_1 , i quan penetra en un altre medi ho fa amb velocitat v_2 . Es pot donar el cas que no hi hagi refracció de l'ona? En quines condicions? Justifiqueu la resposta.

Suposem que l'ona penetra en el segon medi formant un angle α_i amb la recta normal a la superfície de separació dels dos medis, que considerem plana. Recordem que, en aquest cas, podem aplicar la llei de Snell:

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_r} = \frac{v_1}{v_2}$$

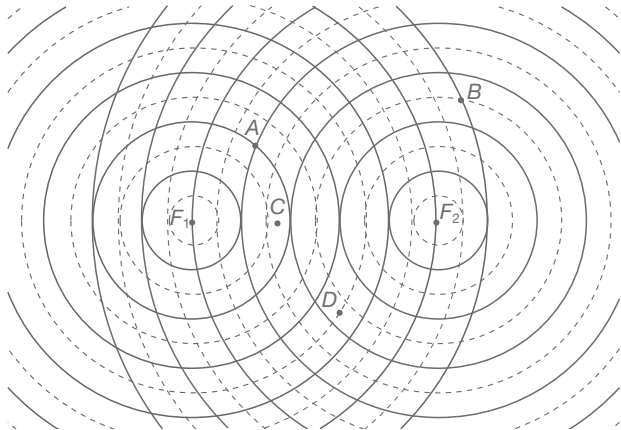
On α_r és l'angle de refracció, i v_1 i v_2 les velocitats respectives en els dos medis. En el cas en què la velocitat en el segon medi sigui més gran que en el primer medi, el quocient $\frac{v_1}{v_2}$ serà més petit que la unitat i, per tant, també ho serà el quocient $\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_r}$:

$$v_1 < v_2 \rightarrow \frac{v_1}{v_2} < 1 \rightarrow \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_r} < 1 \rightarrow \sin \alpha_i < \sin \alpha_r \rightarrow \alpha_i < \alpha_r$$

Si tenim en compte aquest últim resultat, podem veure que existeix un angle α_i més petit que 90° pel qual l'angle de refracció és de 90° . Per tant, podem concloure que, en aquestes condicions, l'ona refractada surt en una direcció que està compresa en la superfície de separació dels dos medis, i que, així, no hi ha ona refractada. L'angle d'incidència que verifica aquesta condició s'anomena *angle límit* i, segons el que acabem de veure, per a angles d'incidència més grans o iguals que l'angle límit, no hi ha ona refractada i l'ona incident es reflecteix totalment.

6. Dues ones transversals produïdes en sengles focus puntuals tenen les mateixes amplitud i freqüència. D'acord amb el

que es mostra a la figura 8.71, on les valls s'han representat amb línies contínues, i les crestes amb línies discontinües, raoneu com seran les interferències en els punts A, B, C i D.



Punt A: coincideixen una vall i una cresta, de manera que la diferència de camins és un nombre imparell de semilongituds d'ona. Per tant, es dona una interferència destructiva.

Punt B: coincideixen dues crestes, de manera que la diferència de camins és un múltiple de la longitud d'ona. Per tant, hi ha interferència constructiva.

Punt C: coincideixen dues valls, i com en el cas del punt B, la diferència de camins és un múltiple de la longitud d'ona. Per tant, hi ha una interferència constructiva.

Punt D: tenim la mateixa situació que en el punt C; coincideixen dues valls i, per tant, hi ha interferència constructiva.

7. [Curs 01-02] En què consisteix la difracció? Raoneu si aquest fenomen avala el caràcter ondulatori o el caràcter corpuscular de la llum.

La difracció és la distorsió que experimenta una ona en arribar a un obstacle de dimensions comparables a la seva longitud d'ona i que impedeix la transmissió. Com a resultat s'obtenen patrons o figures de difracció característics resultants dels diferents valors de l'amplitud de l'ona que arriba als diferents punts de l'espai. La forma d'aquests patrons depèn de la longitud d'ona de la llum i del tipus d'obstacle.

El fenomen de la difracció avala el caràcter ondulatori de la llum ja que no és explicable a partir del model corpuscular.

8. Normalment és difícil d'observar la difracció de la llum. Per què?

Per poder observar la difracció de la llum és necessari que l'obstacle sigui del mateix ordre de magnitud que la longitud d'ona de la radiació incident. Com que la llum té una longitud d'ona molt curta i els obstacles són d'una magnitud molt superior, els fenòmens de difracció no tenen lloc perquè en superposar-se a la pantalla raigs difractats per molts punts de l'objecte difrantant, es compensen els efectes constructius i destructius, i així s'obté una imatge intermèdia i uniforme.

Per observar les figures de difracció és precís també que el focus lluminós sigui puntual i sobretot monocromàtic, perquè si

es tracta d'un focus emissor amb llum blanca les interferències destructives per a una longitud d'ona determinada es compensen fàcilment amb les constructives per a una altra.

9. La reflexió és un fenomen típicament ondulatori? I la refracció? Raoneu la resposta.

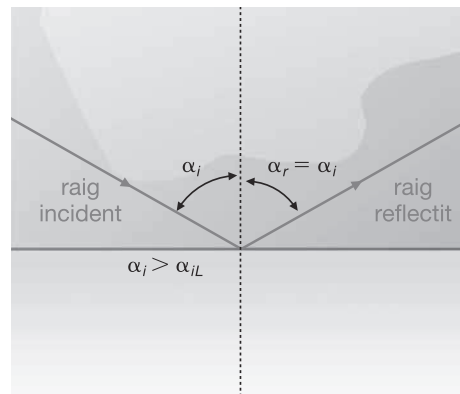
La reflexió no és un fenomen típicament ondulatori, sinó que també es dona en el cas dels moviments corpusculars. Penseu, per exemple, quan una pilota xoca elàsticament amb un obstacle: es produeix una reflexió de la pilota. Per contra, la refracció sí que és un fenomen típicament ondulatori, ja que consisteix en la desviació que experimenta una ona quan passa d'un medi a un altre medi en què la velocitat de fase és diferent; aquesta desviació és una conseqüència del principi de Huygens, que, recordeu-ho, només verifiquen els moviments ondulatoris.

10. Expliqueu els fenòmens que tenen lloc quan un raig de llum arriba a la superfície de separació de dos medis transparents.

En general, quan un raig de llum troba en el seu recorregut una superfície de separació de dos medis amb diferent índex de refracció es divideix en dues parts:

Una es propaga en el medi inicial, és el que anomenem *reflexió* i compleix les lleis següents:

- Els raig incident i reflectit i la normal a la superfície reflectant es troben en un mateix pla.
- L'angle que forma el raig incident amb la normal en el punt d'incidència és el mateix que el que forma el raig reflectit.



Una altra s'introdueix en el nou medi, és el que anomenem *refracció* (també si entra en diverses direccions es produeix el fenomen de *difusió* interna), que compleix la llei de Snell:

$$n_1 \cdot \sin \alpha_i = n_2 \cdot \sin \alpha_r$$

on n_1 i n_2 són els índexs de refracció dels medis i α_i i α_r són els angles del raig respecte a la normal.

11. Sabem que l'oli, d'índex de refracció n , té una densitat més petita que l'aigua i, per tant, sura sobre aquesta. Una fina capa d'oli d'un cert gruix d s'ha dipositat sobre la superfície de l'aigua continguda en un recipient. Dibuixeu la trajectòria que segueix un raig de llum oblic que passa de l'aire a l'oli, i de l'oli a l'aigua, i trieu la resposta correcta:

A. Com és la velocitat de la llum en l'oli, respecte a la velocitat de la llum a l'aigua?

- a) Més gran
- b) Més petita
- c) Igual

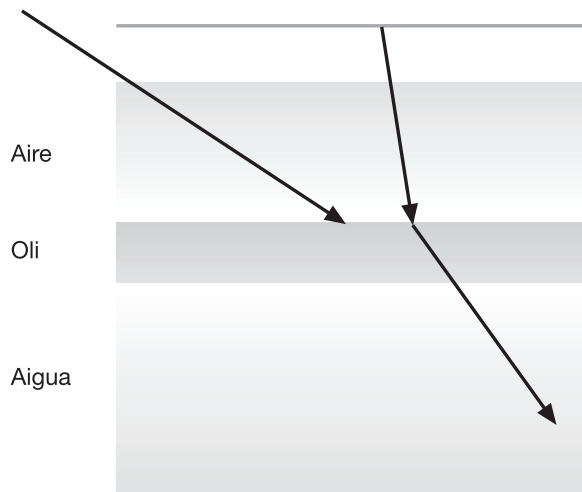
B. Quin dels dos líquids té un índex de refracció més gran?

- a) L'oli
- b) L'aigua
- c) Els dos el tenen igual

Mostrem una taula amb els diferents índex de refracció:

Substància	Índex de refracció
Aigua	1,333
Aire	1,00029
Oli	1,46

La trajectòria del raig seria la següent:



La relació entre la velocitat i l'índex de refracció és:

$$v = \frac{c}{n}$$

És a dir, un índex de refracció més gran suposa una velocitat de la llum més petita en el medi:

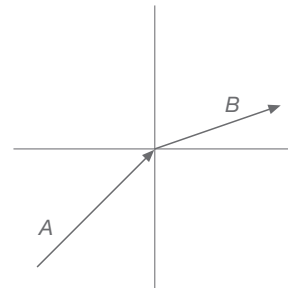
Per tant:

- A. Com que l'índex de refracció de l'oli és més gran que el de l'aigua, la velocitat de la llum en l'oli és més petita. La resposta correcta és la b).
- B. L'oli té un índex de refracció més gran. La resposta correcta és la a).

12. [Curs 03-04] La figura representa la propagació d'un raig de llum quan passa d'un medi a un altre. Enuncieu la llei

PAU

que regeix aquest fenomen físic i raoneu en quin dels dos medis (A o B) la llum es propaga amb més velocitat.



Llei de refracció: $\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_r}$

$$\alpha_i < \alpha_r \rightarrow \sin \alpha_i < \sin \alpha_r \rightarrow v_A < v_B$$

13. [Curs 99-00] Un raig de llum passa de l'aire a un vidre. Raoneu si cadascuna de les següents afirmacions referides al raig de llum són vertaderes o falses:

PAU

- a) Augmenta la freqüència.
- b) Augmenta el període.
- c) Disminueix la velocitat de propagació.
- d) Augmenta la longitud d'ona.

Dada: l'índex de refracció del vidre és més gran que el de l'aire.

Les afirmacions a) i b) són falses perquè una ona no altera la seva freqüència ni, per tant, el seu període en canviar de medi de propagació.

Com que $n = \frac{c}{v}$ i tenim $n_{aire} < n_{vidre}$, aleshores: $v_{aire} > v_{vidre}$ en passar de l'aire al vidre disminueix la velocitat de propagació. L'opció c) és correcta.

Si la velocitat disminueix, aleshores la longitud d'ona també disminueix ja que la freqüència és constant. L'opció d) és falsa.

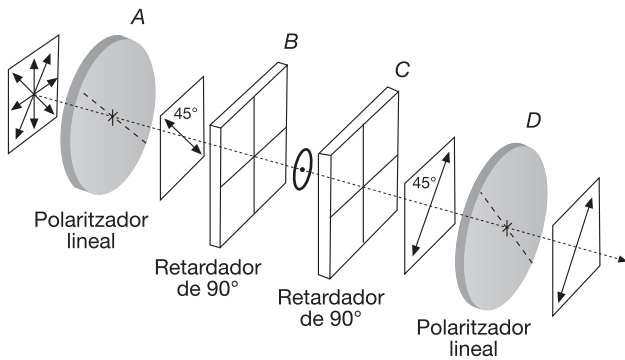
14. En què consisteix la polarització de la llum? Si situem dos plaques polaritzadores de manera que les seves direccions de polarització són perpendiculars, què observem? Estudieu diferents posicions relatives de les direccions de polarització i deduiu què passa en els diferents casos.

La llum, com a ona transversal, té la propietat que allò que vibra ho fa en direcció perpendicular a la direcció de propagació. Vibren els camps elèctric i magnètic, que tenen caràcter vectorial.

Polaritzar vol dir restringir (controlar) aquestes vibracions, per exemple el camp elèctric, d'una manera periple.

Dos plaques polaritzades col·locades de manera que les seves direccions de polarització siguin perpendiculars no deixen passar cap raig de llum.

En la figura s'observa com es pot polaritzar (filtrar la direcció del camp elèctric) en direccions diferents. Els retardadors introdueixen un canvi en la fase del vector camp elèctric.



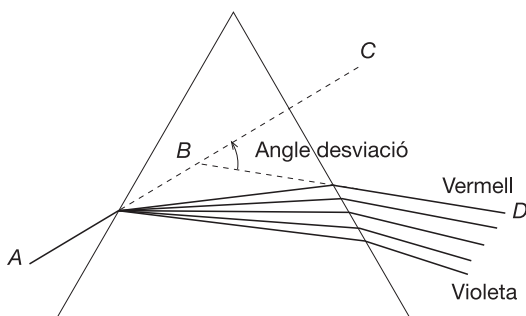
15. Durant el dia, el cel es veu de color blau, mentre que quan el Sol es pon, es veu de color vermellós en la direcció de la posta de sol. En quin fenomen es basen aquests dos fets? Expliqueu-lo detalladament i digueu per què el cel es veu d'aquesta manera.

El cel es veu de color blau durant el dia i amb tonalitats vermelloses al capvespre en la zona on es pon el Sol a causa del fenomen de la difusió de la llum. La llum que prové del Sol, composta per tots els colors, és difosa per les molècules de l'aire. Com que els colors de longitud d'ona curta, com el blau, són els que pateixen la difusió en un grau més elevat, el cel apareix d'aquest color quan mirem en una direcció que no sigui la definida per la nostra vista i el Sol (el component violeta de la llum solar és menys abundant que el blau, per la qual cosa predomina la difusió del color blau).

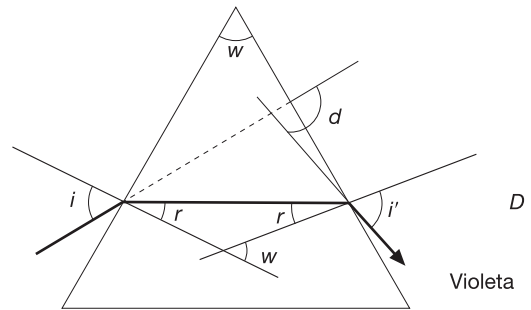
Al capvespre, la llum del Sol ha de travessar una capa d'aire més gruixuda, i la difusió de la llum encara es fa més patent. El color vermell té una longitud d'ona més gran i és, per tant, el component de la llum blanca que menys pateix el fenomen de la difusió. És el color que predomina quan mirem cap al Sol, ja que pels altres colors s'haurà alterat significativament la seva propagació rectilínia a causa de la difusió.

16. La dispersió de la llum blanca es pot estudiar amb un prisma. Busqueu informació i descriu aquest fenomen.

Quan la llum travessa un prisma (un objecte transparent amb superfícies planes i polides no paral·leles), el raig de sortida ja no és paral·lel al raig incident. Com que l'índex de refracció d'una substància varia amb la longitud d'ona, un prisma pot separar les diferents longituds d'ona contingudes en un feix i formar un espectre. En la figura, l'angle CBD entre la trajectòria de raig incident i la trajectòria del raig emergent és l'angle de desviació. Pot demostrar-se que quan l'angle del raig incident coincideix amb el del raig emergent, la desviació és mínima.



L'índex de refracció d'un prisma es pot calcular mesurant l'angle de desviació mínima i l'angle que formen les cares del prisma.



$$w = r + r'$$

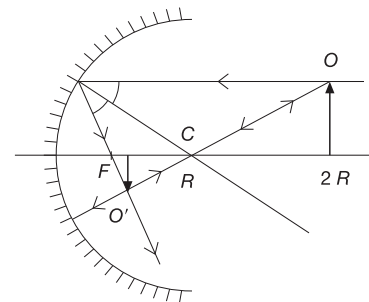
$$d = i + i' - w$$

$$\text{si } d = d_{\min} \text{ llavors } n = \frac{\sin(d_{\min} + w)}{\sin(w/2)}$$

17. [Curs 04-05] Un mirall esfèric còncav té un radi de curvatura R . Dibuixeu els diagrames de raigs necessaris per localitzar la imatge d'un objecte petit en forma de fletxa situat sobre l'eix del mirall, a una distància d de l'extrem del mirall, en els casos següents:

a) $d = 2R$

Indiqueu en cada cas si la imatge és virtual o real, dreta o invertida, reduïda o ampliada.



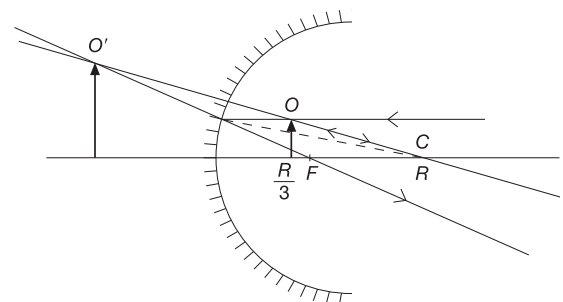
C: centre de curvatura

F: focus

O: objecte, O': imatge

La imatge és real, invertida i reduïda.

b) $d = \frac{R}{3}$



C : centre de curvatura

F : focus

O : objecte; O' : imatge

La imatge és virtual, dreta i ampliada.

18. Considereu un mirall còncau i un objecte situat a diferents posicions del mirall.

A. Quan l'objecte es troba entre el mirall i el focus, la imatge és:

- Virtual, dreta i més gran que l'objecte.
- Real, invertida i més petita que l'objecte.
- Cap de les anteriors respostes és correcta.

La imatge és virtual, dreta i més gran que l'objecte. La resposta correcta és la a).

B. Quan l'objecte es troba entre el focus i el centre, la imatge és:

- Real, dreta i més petita que l'objecte.
- Virtual, invertida i més gran que l'objecte.
- Cap de les anteriors respostes és correcta.

Aquest cas correspon amb l'apartat b) de la qüestió anterior, per tant la imatge és real, invertida i més gran que l'objecte. La resposta correcta és la c).

C. Quan l'objecte se situa més enllà del centre, la imatge és:

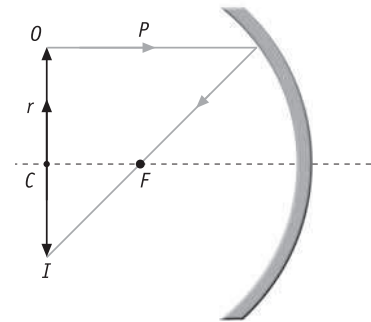
- Real, invertida i més petita que l'objecte.
- Virtual, dreta i més gran que l'objecte.
- Cap de les respostes anteriors és correcta.

Correspon a l'apartat a) de la qüestió anterior: imatge real, invertida i més petita que l'objecte. La resposta correcta és la a).

19. Com és la imatge que forma un mirall còncau quan l'objecte està sobre el centre de curvatura C del mirall? I quan està situat sobre el focus F ? Dibuixeu el diagrama de raigs per raonar la resposta. Si tenim en compte com és la imatge quan l'objecte està més enllà del centre del mirall, quan està entre el centre i el focus, i quan està entre el focus i el mirall, deduiu en conseqüència com varia la posició i el tamany de la imatge quan un objecte es va apropant cap al mirall des d'una posició llunyana.

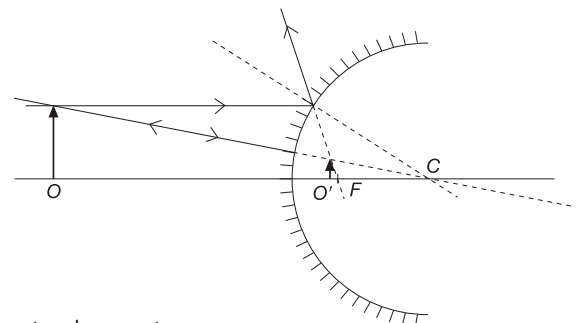
En el primer cas, hem de situar l'objecte sobre el centre de curvatura C . Per representar la situació, dibuixem primer amb un compàs un arc de circumferència que representarà el mirall còncau i que, com que no es donen valors, tingui un radi r arbitrari. A continuació, senyalem el centre de curvatura C i el focus F (que, recordem-ho, està situat a una distància del mirall igual a la meitat del radi, $f = r/2$). Per fer el diagrama de raigs, representem l'objecte O amb una fletxa, el situem sobre C i tracem els raigs paral·lel (p) i radial (r). Podem veure que el raig radial creua l'objecte, ja que ha de passar per C i l'objecte està situat a C . Una vegada s'ha traçat també el raig paral·lel, observem

que la imatge I també està situada sobre el punt C , té la mateixa mida que l'objecte, però és invertida.



En el segon cas, l'objecte està situat sobre el focus F . Tornem a dibuixar un arc de circumferència de radi arbitrari r , senyalem el centre C i el focus F , i dibuixem l'objecte sobre F representant-lo amb una fletxa. Una vegada traçats els raigs paral·lel (p) i radial (r), observem que quan aquests raigs es reflecteixen en el mirall, surten paral·lels l'un respecte de l'altre, per la qual cosa deduïm que s'ajunten a l'infinit. Per tant, arribem a la conclusió que, en aquesta situació, la imatge es forma a l'infinit, és a dir, no s'obté cap imatge.

20. [Curs 04-05] Considereu un mirall esfèric convex. Dibuixeu el diagrama de raigs necessari per localitzar la imatge d'un objecte petit en forma de fletxa situat davant del mirall, sobre el seu eix. Indiqueu si la imatge és virtual o real, dreta o invertida, reduïda o ampliada.



C : centre de curvatura

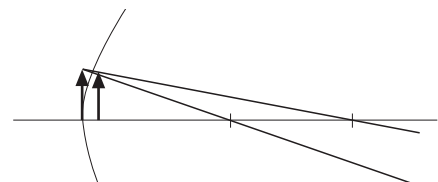
F : focus

O : objecte; O' : imatge

La imatge és virtual, dreta i reduïda.

21. La imatge que dona un mirall convex, sota quines condicions és real? Deduiu, en conseqüència, com varia la posició i la mida de la imatge que es forma d'un objecte que es va apropant cap al mirall des d'una posició llunyana.

La imatge sempre és virtual, només quan l'objecte s'apropa molt al mirall la imatge s'apropa cap al límit entre virtual i real, com veiem en la figura següent:

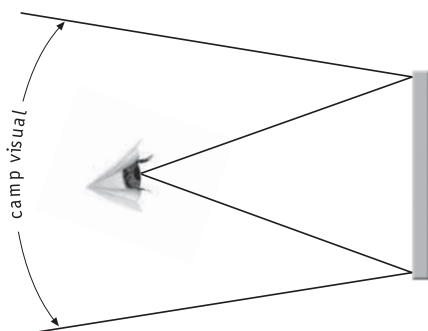


22. Per què en alguns encreuaments de carrers i en alguns comerços hi ha miralls convexos situats de manera estratègica? Té alguna cosa a veure amb el tipus d'imatge que formen aquests miralls? Raoneu la resposta.

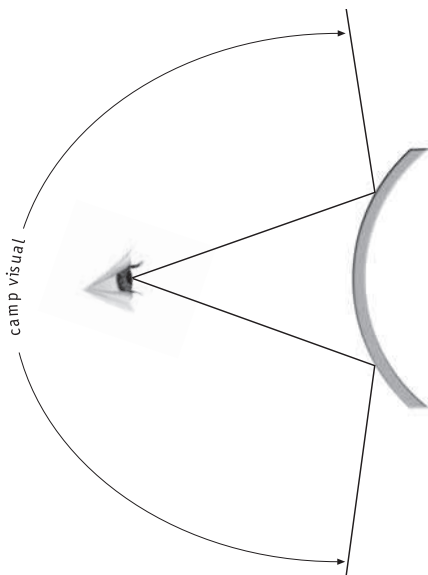
Pensem en la manera en què una persona capta les imatges donades pels diversos tipus de miralls. Els miralls concavos, tot i que en determinades condicions donen imatges virtuals i, per tant, susceptibles de ser observades per la persona, també poden donar, depenent de la situació de l'objecte respecte del focus del mirall, imatges reals que no seran captades per l'observador. Només els miralls plans i els miralls convexos formen una imatge que sempre és, en qualsevol situació, virtual i dreta, i que, per tant, pot ser captada per la persona.

Per tant, en principi, per visualitzar objectes sigui quina sigui la seva posició, cal utilitzar o bé miralls plans o bé miralls convexos. Ara bé, tot i que les imatges donades pel mirall pla són de la mateixa mida que l'objecte, a diferència del mirall convex, que dona imatges més petites que l'objecte, aquests darrers són més adequats per ser col·locats estratègicament en l'encreuament d'alguns carrers i en comerços, ja que el camp de la visió que donen és més ample que en el cas del mirall pla, i permeten visualitzar més objectes.

- a) En un mirall pla, la imatge és de la mateixa mida que l'objecte, però el camp visual és més petit.



- b) En un mirall convex, la imatge és més petita que l'objecte, però, en tenir un major camp visual, són idonis per ser col·locats en alguns encreuaments de carrers i en comerços.



23. Per què diem que les lents biconvexes són lents convergents? Per què diem que les lents bicòncaves són lents divergents? Raoneu les respostes.

En una lent biconvexa, els raigs que provenen de l'infinit *convergeixen* en un punt situat darrere de la lent (anomenat *punt focal imatge*) una vegada han travessat la lent. Per aquest motiu diem que aquestes lents són convergents.

Per contra, en una lent bicòncava, els raigs que provenen d'un punt infinit *divergeixen* quan travessen la lent i sembla que provinquin d'un punt situat davant de la lent; per això les anomenem *lents divergents*.

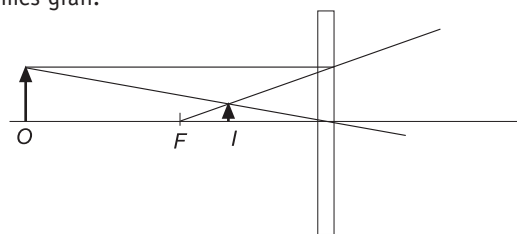
24. Una lent biconvexa dóna sempre imatges reals? Una lent bicòncava dóna sempre imatges virtuals? Raoneu les respostes.

Una lent biconvexa pot donar tant imatges reals com imatges virtuals. Que la imatge sigui d'un tipus o d'un altre depèn de la situació de l'objecte respecte del focus objecte de la lent. Quan l'objecte està a una distància més gran que el focus objecte, els raigs que provenen de l'objecte convergeixen quan han travessat la lent i formen una imatge al costat contrari on està situat l'objecte. Per tant, en aquesta situació s'obté una imatge real, ja que està situada, respecte de la lent, en el costat contrari d'on està l'objecte (encara que invertida). Per contra, quan l'objecte està situat a una distància més petita que el focus objecte, els raigs que provenen de l'objecte divergeixen quan s'han refractat a la lent i sembla que provinquin de punts situats al mateix costat que l'objecte. Per tant, en aquesta situació la imatge és virtual, ja que està situada al mateix costat, respecte de la lent, que l'objecte.

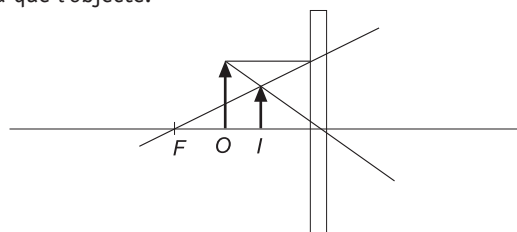
D'altra banda, les lents bicòncaves només donen imatges virtuals, ja que, sigui quina sigui la posició de l'objecte, els raigs sempre divergeixen quan han travessat la lent i sembla que provinquin de punts situats al mateix cantó que l'objecte; per tant, la imatge és virtual.

25. La imatge que dóna una lent divergent, sota quines condicions és real? Deduiu, en conseqüència, com varia la posició i la mida de la imatge que es forma d'un objecte que es va apropant cap a la lent des d'una posició llunyana.

A mesura que l'objecte s'apropa a la lent divergent, la imatge es fa més gran:



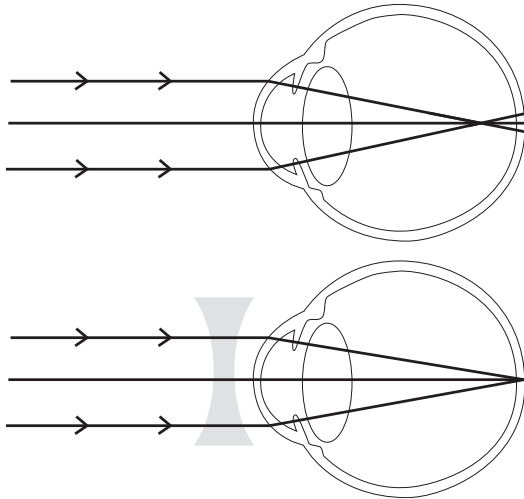
La imatge sempre és virtual (a l'esquerra de la lent) dreta i més petita que l'objecte:



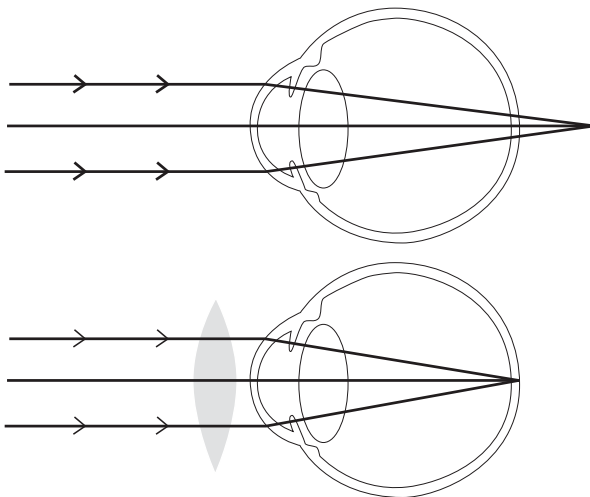
26. Els defectes de la visió més usats que pateixen les persones són la miopia i la hipermetropia. En què consisteixen aquests defectes? Com es corregeixen? Expliqueu-los detalladament.

La miopia és la dificultat per enfocar els objectes llunyans. La imatge es forma davant la retina.

La miopia es corregeix amb lents divergents:



La hipermetropia és la dificultat per veure a distàncies curtes. La imatge es forma darrere de la retina. Es corregeix amb lents convergents:



Problemes

1. Calculeu la freqüència dels següents emissors de radiació electromagnètica sabent que $c = 3 \cdot 10^8$ m/s:

a) Una emissora de ràdio que emet un senyal electromagnètic de longitud d'ona 5 m.

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= 5 \text{ m} \\ c &= 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{aligned} \right\}$$

$$c = \lambda f \rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5} = 6 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

b) Un àtom excitat que emet radiació ultraviolada de longitud d'ona 550 Å.

$$\lambda = 550 \text{ \AA} \cdot \frac{10^{-10} \text{ m}}{1 \text{ \AA}} = 5,5 \cdot 10^{-8} \text{ m} \rightarrow$$

$$\rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-8}} = 5,45 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

c) Un nucli radioactiu que emet radiació gamma de longitud d'ona $4 \cdot 10^{-12}$ m.

$$\lambda = 4 \cdot 10^{-12} \text{ m} \rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-12}} = 7,5 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$$

2. [Curs 02-03] Una estació de radar utilitza ones electromagnètiques de freqüència $3 \cdot 10^{10}$ Hz.

a) Quantes longituds d'ona hi ha entre l'estació i un avió situat a 50 km de distància?

$$\lambda = \frac{c}{f}; x = n\lambda \rightarrow n = \frac{x f}{c} = 5 \cdot 10^6$$

b) Quant de temps transcorre des que s'emeta un pols fins que retorna a l'estació, després de rebotar a l'avió?

$$t = \frac{2x}{c} = 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

Dada: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

3. La banda comercial de ràdio d'AM abasta unes freqüències que van des dels 550 kHz fins als 1 600 kHz. Quines longituds d'ona corresponen a aquesta franja?

De 187,5 m fins a 545,45 m.

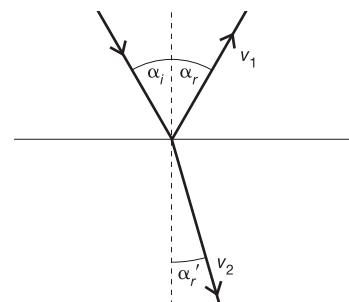
4. La banda comercial de ràdio d'FM abasta unes freqüències que van des dels 87,5 MHz fins als 108 MHz. Quines longituds d'ona corresponen a aquesta franja?

De 2,78 m fins a 3,43 m.

5. [Curs 98-99] Un raig de llum vermella que es propaga per l'aire incideix sobre un vidre amb un angle de 30° respecte a la direcció normal en la superfície del vidre. L'índex de refracció del vidre per a la llum vermella val $n_v = 1,5$, i l'índex de refracció de l'aire val $n_a = 1$.

a) Feu un esquema indicant les direccions dels raigs reflectit i refractat, i calculeu el valor dels angles que formen aquests raigs amb la normal.

L'esquema amb els raigs incident, reflectit i refractat és:





$\alpha_i = \alpha_r$, per tant, l'angle de reflexió també forma un angle de 30° amb la normal. A més:

$$n_i \sin \alpha_i = n_r \sin \alpha_r' \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha_r' = \arcsin \frac{n_i \sin \alpha_i}{n_r} = \arcsin \left(\frac{1 \cdot \sin 30^\circ}{1,5} \right) = 19,47^\circ$$

El raig refractat forma un angle de $19,47^\circ$ amb la normal.

b) Calculeu l'angle que formen entre si el raig reflectit i el raig refractat.

Els raigs reflectit i refractat formen entre si un angle igual a:

$$(90^\circ - \alpha_r) + (90^\circ - \alpha_r') = 180^\circ - 30^\circ - 19,47^\circ = 130,53^\circ$$

6. Sobre un cos de material transparent incideix un raig de llum formant un angle de 35° amb la normal a la superfície del cos. Si l'angle de refracció és de 25° , quin índex de refracció té el material? A quina velocitat es propaga la llum en aquest material?

$$\alpha_i = 35^\circ$$

$$\alpha_r' = 25^\circ$$

Apliquem la llei de Snell:

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_r'} = n \rightarrow n = \frac{\sin 35^\circ}{\sin 25^\circ} = 1,36$$

Apliquem la definició de n i aïllem v tenint en compte que $c = 3 \cdot 10^8$ m/s:

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,36} = 2,21 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

7. Un raig de llum arriba a la superfície de separació de dos medis transparents. Si el primer medi té un índex de refracció d'1,33, i el segon, d'1,55, quin ha de ser el valor de l'angle que forma el raig incident respecte a la direcció normal a la superfície de separació quan l'angle que formen el raig reflectit i el raig refractat val 90° ?

$$\alpha_i = 49,37^\circ$$

8. [Curs 04-05] Una ona electromagnètica que es propaga en el buit té una longitud d'ona $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ m. Calculeu la seva longitud d'ona quan penetra en un medi d'índex de refracció $n = 1,5$.

$$\lambda' = \frac{v}{f} = \frac{c/n}{c/\lambda} = \frac{\lambda}{n}$$

$$\lambda' = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

9. Quan un raig de llum travessa una làmina plana feta d'un cert material transparent, no es desvia quant a la direcció de propagació, però sí que experimenta un cert desplaçament paral·lel al raig incident. Demostreu matemàticament aquest fet, i trieu la resposta correcta entre les següents si el gruix de la làmina és de 5 mm i l'índex de refracció n del material val 1,65:

A. El desplaçament paral·lel que experimenta el raig incident és:

a) $\frac{d \cos (\alpha_i - \alpha_r')}{\sin \alpha_r'}$

b) $\frac{d \sin (\alpha_i - \alpha_r')}{\cos \alpha_r'}$

c) $\frac{d \cos (\alpha_i - \alpha_r')}{\cos \alpha_r'}$

La resposta correcta és la b).

B. Quan el raig hi incideix formant un angle de 50° respecte de la superfície de la làmina, el desplaçament val:

a) 0,15 mm

b) 1,15 mm

c) 2,15 mm

La resposta correcta és la c).

10. Suposem que sobre la làmina de l'exercici anterior hi incideix perpendicularment un raig de llum monocromàtica de freqüència $6 \cdot 10^{14}$ Hz. Trieu la resposta correcta i justifiqueu-la.

A. Quan el raig hi incideix formant un angle de 90° respecte de la superfície de la làmina, el temps que tarda el raig a travessar la làmina val:

a) 27,5 ps

b) 35,6 ns

c) 12,9 μ s

La resposta correcta és la a).

B. La velocitat de la llum en aquest material val:

a) 0,8 c

b) c

c) 0,6 c

La resposta correcta és la c).

C. La freqüència del raig quan es propaga a l'interior de la làmina val:

a) 10^{15} Hz

b) $3,6 \cdot 10^{14}$ Hz

c) És la mateixa, la freqüència no varia

La resposta correcta és la c).

D. La longitud d'ona del raig quan es propaga a l'interior de la làmina val:

a) $5 \cdot 10^{-7}$ m

b) $3 \cdot 10^{-7}$ m

c) $2 \cdot 10^{-7}$ m

La resposta correcta és la b).

11. Observem des de fora una piscina de fondària h completament plena d'aigua, d'índex de refracció $\frac{4}{3}$. Dibuixeu la marxa dels raigs, i justifiqueu la veracitat o no de les següents afirmacions tot triant les respostes correctes.

A. Ens fa l'efecte que la seva profunditat és:

- a) Més gran que h
 b) Més petita que h
 c) Igual a h

La resposta correcta és la b).

B. Si la profunditat de la piscina és de 2,4 m, a quina distància de la superfície de l'aigua veiem el fons?

- a) 1,7 m b) 1,8 m c) 1,9 m

12. El quarz i el diamant presenten uns índexs de refracció d'1,51 i 2,42 respectivament.

a) A quina velocitat es transmet la llum d'aquests materials?

$$n_{\text{quars}} = 1,51$$

$$v_{\text{quars}} = \frac{c}{n_{\text{quars}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,51} = 1,99 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$n_{\text{diamant}} = 2,42$$

$$v_{\text{diamant}} = \frac{c}{n_{\text{diamant}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,42} = 1,24 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

b) Quan valen els respectius angles límit?

$$\text{Quars: } \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha'_r} = \frac{1}{n} \rightarrow \frac{\sin \alpha_{iL}}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{1,51} \rightarrow$$

$$\rightarrow \sin \alpha_{iL} = 0,6622 \rightarrow \alpha_{iL} = \arcsin(0,6622) = 41,47^\circ$$

$$\text{Diamant: } \frac{\sin \alpha_{iL}}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{2,42} \rightarrow$$

$$\rightarrow \sin \alpha_{iL} = 0,4132 \rightarrow \alpha_{iL} = \arcsin(0,4132) = 24,41^\circ$$

13. [Curs 98-99] Quin és l'angle d'incidència mínim per al qual un raig de llum que es propaga per un vidre d'índex de refracció $n_v = 1,6$ es reflecteixi totalment en arribar a la superfície de separació entre aquest vidre i l'aire? L'índex de refracció de l'aire és $n_a = 1$.

Cal buscar l'angle d'incidència al qual correspongui un angle refractat de 90° :

$$n_i \sin \alpha_i = n_r \sin \alpha'_r \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha_i = \arcsin \frac{n_r \sin 90^\circ}{n_i} = \arcsin \left(\frac{1}{1,6} \right) = 38,68^\circ$$

14. Un raig lluminós que es propaga per l'aire passa a l'aigua continguda en un recipient. Quin és l'angle de refracció del raig refractat si l'angle d'incidència és de 15° ? Si volguéssim

que el raig refractat a l'aigua no tornés a sortir i es reflectís totalment, amb quin angle mínim hauria d'entrar el raig des de l'aire? És possible aquesta situació en la pràctica?

Dada: índex de refracció de l'aigua: 1,33.

Apliquem la llei de Snell tenint en compte que $n = 1,33$.

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha'_r} = n \rightarrow \frac{\sin 15^\circ}{\sin \alpha'_r} = 1,33 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sin \alpha'_r = \frac{\sin 15^\circ}{1,33} = 0,1946 \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha'_r = \arcsin(0,1946) = 11,22^\circ$$

Ara apliquem la llei de Snell dues vegades, ja que el raig pateix dues refraccions: quan passa de l'aire a l'aigua, amb un angle d'incidència α_{i2} , i quan passa de l'aigua a l'aire, amb un angle d'incidència α'_{iL} .

$$\frac{\sin \alpha'_{iL}}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{n} \rightarrow \alpha'_{iL} = \arcsin \left(\frac{1}{1,33} \right) = 48,75^\circ$$

$$\alpha'_{r2} = \alpha'_{iL} \rightarrow \frac{\sin \alpha_{i2}}{\sin \alpha'_{r2}} = n \rightarrow \alpha_{i2} = \sin^{-1}(n \sin \alpha'_{r2}) \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha_{i2} = \arcsin(1,33 \cdot \sin 48,75^\circ) = 90^\circ$$

Deduïm que aquesta situació és impossible, ja que l'angle d'incidència hauria de ser de 90° i, per tant, el raig mai no passaria a l'aigua.

15. Un mirall còncau té un radi de 10 m. Davant seu se situa un objecte de 80 cm d'altura. Dibuixeu un diagrama de raigs i determineu la posició i l'altura de la imatge, per a les distàncies de l'objecte al mirall que es donen a continuació:

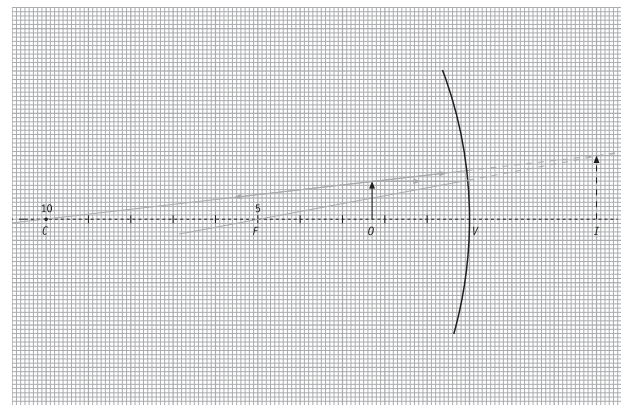
La distància focal és, en tots els casos, la meitat del radi:

$$f = \frac{r}{2} \rightarrow f = \frac{10}{2} = 5 \text{ m}$$

Per dibuixar el diagrama de raigs, fem servir paper mil·limetrat, de manera que 1 m correspon a 1 cm en el dibuix, per exemple.

a) 2,25 m

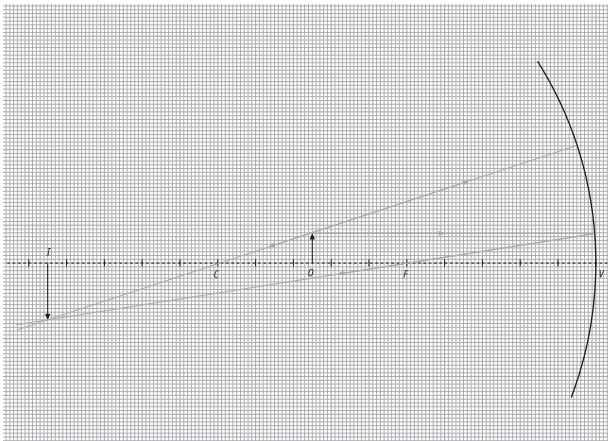
Representem l'objecte amb una fletxa. Amb l'escala triada, l'objecte mesura 0,8 cm, i el situem a 2,25 cm (2,25 m reals). Dibuixem els raigs paral·lel i radial:



Observem que la imatge està situada 4 m darrere del mirall (imatge virtual) i la seva alçada és d'1,5 m, aproximadament. La imatge és virtual, dreta i més gran que l'objecte.

b) 7,5 m

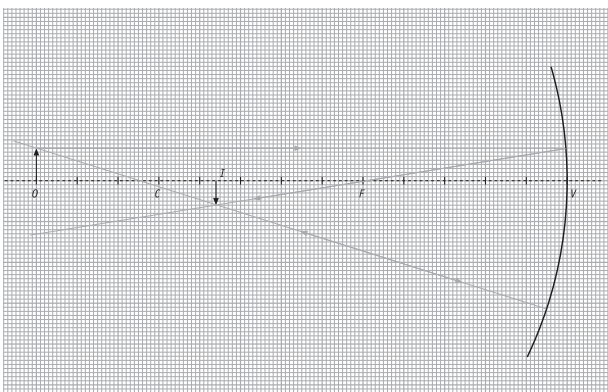
Seguim els mateixos criteris que en l'apartat anterior, però ara situem l'objecte a 7,5 m (7,5 cm en el dibuix):



Veiem que la imatge està situada aproximadament a 14,5 cm davant del mirall (imatge real), i la seva alçada és d'1,5 m, aproximadament. La imatge és real, invertida i més gran que l'objecte.

c) 12 m

Seguim els mateixos criteris que a l'apartat anterior i ara situem l'objecte a 12 m (12 cm en el dibuix):



La imatge està situada a 8,6 m davant del mirall i la seva alçada és de 0,6 m = 60 cm. La imatge és real, invertida i més petita que l'objecte.

16. Deduiu a quina distància aproximada d'un mirall còncau hem de situar un objecte per tal que la imatge formada sigui virtual i d'altura doble a la de l'objecte. Feu-ho considerant que el mirall té un radi de 44 cm i que l'objecte té una alçada de 15 cm. Determineu també la posició de la imatge.

En primer lloc, calclem la distància focal:

$$f = \frac{r}{2} \rightarrow f = \frac{44}{2} = 22,5 \text{ m}$$

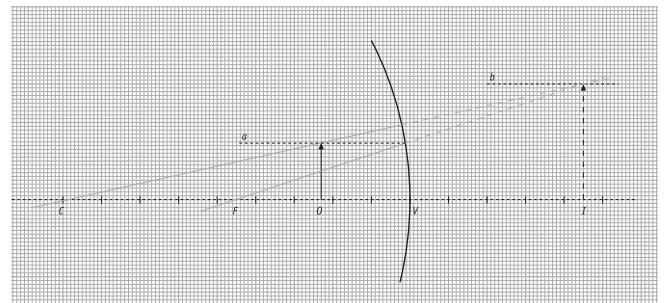
Per tal que la representació de la situació sigui adequada, farem servir, per exemple, les escales següents:

- En l'eix X, 1 cm del dibuix correspon a 5 cm reals.
- En l'eix Y, 1 cm del dibuix correspon a 10 cm reals.

Per determinar la distància a la qual hem de situar l'objecte i el punt on està situada la imatge, fem les consideracions següents:

- Com que l'objecte ha de tenir una alçada de 15 cm, tracem una recta a paral·lela a l'eix òptic que passi pels punts d'altura $y = 15$ cm (que correspondrà a 1,5 cm en el dibuix, d'acord amb l'escala triada per a l'eix X).
- Com que la imatge és virtual, ha d'estar situada darrere del mirall i ha de ser dreta. Si tenim en compte que la seva alçada, y' , ha de ser el doble de l'alçada y de l'objecte, $y' = 2y = 2 \cdot 15 = 30$ cm, aleshores podem traçar una recta b paral·lela a l'eix òptic, per sobre d'aquesta, que passi pels punts $y = 30$ cm (3 cm en el dibuix).
- Si ara tracem el segment que va de F (punt focal) al punt on la recta a talla el mirall, i perllonguem aquest segment fins a la recta b , està clar que aquest segment serà la trajectòria que segueix el raig focal, i, per tant, ens dona la posició de la imatge I .
- També podem traçar ara la recta que va del punt de tall de la recta b i el raig focal anterior, al punt C (centre del mirall). Aquesta recta ens dona la posició de l'objecte O .

Tenint en compte aquestes consideracions, fem el dibuix en paper mil·limetrat:



Observem que la imatge està situada a 22,5 cm del mirall (4,5 cm en el dibuix), mentre que l'objecte està situat a 11 cm del mirall (2,2 cm en el dibuix).

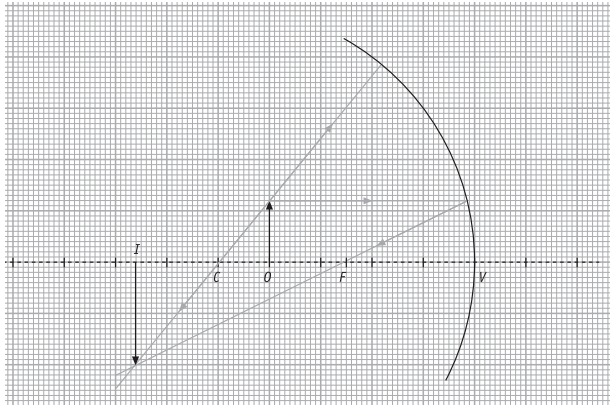
17. Dibuixeu el diagrama de raigs per obtenir la imatge d'un objecte d'1,2 m d'alçada quan es col·loca a 4 m d'un mirall còncau de 5 m de radi. Si el mirall és convex, com serà la imatge formada pel mateix objecte?

En tots dos casos, la distància focal és:

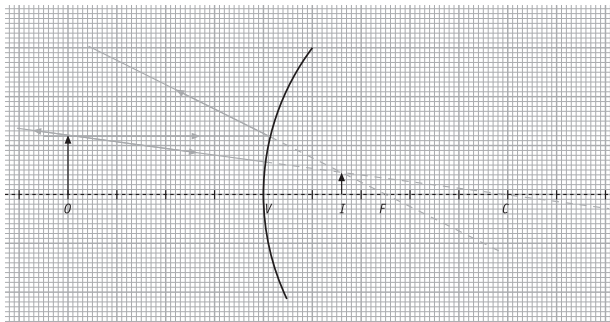
$$f = \frac{r}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ m}$$

Per representar els raigs fem servir una escala en què 1 m correspon a 1 cm en el dibuix. Efectuem un dibuix per al mirall còncau, i un altre per al mirall convex, tenint en compte les dades que ens donen i l'escala triada:

a) Mirall concav



b) Mirall convex



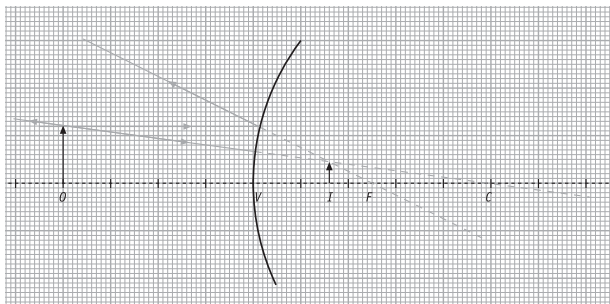
Observem que en el cas del mirall concav, la imatge està situada a 6,7 m davant del mirall (imatge real) i té una alçada de 2 m, aproximadament. La imatge és real, invertida i més gran que l'objecte.

En el cas del mirall convex, la imatge està situada 1,5 m darrere del mirall (imatge virtual) i té una alçada de 0,5 m. La imatge és virtual, dreta i més petita que l'objecte.

18. Una lent convergent té una distància focal de 3,1 cm. Determineu la posició, l'alçada i les característiques que dona d'un objecte de 2,3 cm quan l'objecte està situat a:

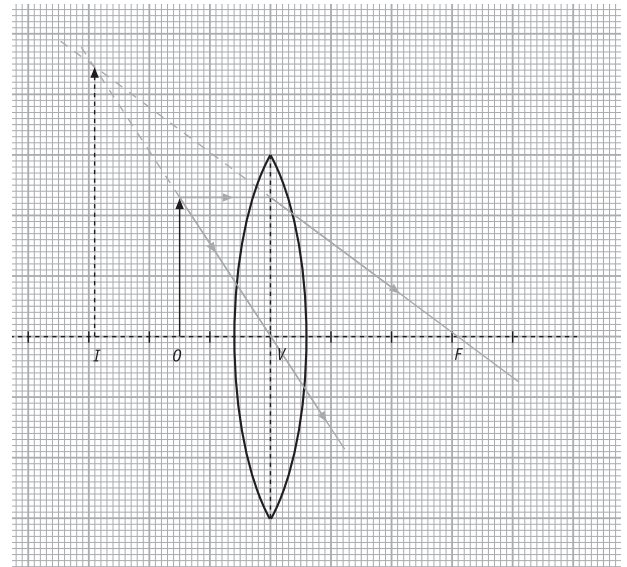
Dibuixem la representació en tots dos casos tenint en compte que 1 cm correspon a 1 cm en el dibuix.

a) 1,5 cm de la lent



Veiem que la imatge està situada a 2,7 cm de la lent, davant seu (imatge virtual) i que té una alçada de 4,4 cm. La imatge és virtual, dreta i més gran que l'objecte.

b) 4,7 cm de la lent



Veiem que la imatge està situada a 9 cm darrere de la lent (imatge real), i que té una alçada de 4,5 cm. La imatge és real, invertida i més gran que l'objecte.

19. Una lent biconvexa de focal 15 cm forma una imatge invertida, real i 3 vegades més gran que l'objecte.

A. La posició de l'objecte és:

- a) 20 cm
- b) 40 cm
- c) 60 cm

La resposta correcta és la a).

B. La posició de la imatge és:

- a) 20 cm
- b) 40 cm
- c) 60 cm

La resposta correcta és la c).

Per resoldre aquest exercici farem servir les expressions:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Si la imatge és invertida, la seva altura y' és negativa. A més, és 3 vegades més gran que l'objecte, per tant: $y' = -3y$. Si substituïm aquesta relació a la primera expressió trobem que:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \rightarrow -3 \frac{y}{y} = -\frac{s'}{s} \rightarrow$$

$$\rightarrow 3 = \frac{s'}{s} \rightarrow s' = 3s$$

Si substituïm aquesta relació entre s i s' a la segona expressió, i tenint en compte que $f = 15$ cm:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{3s} = \frac{1}{15} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{4}{3s} = \frac{1}{15} \rightarrow s = \frac{4 \cdot 15}{3} = 20 \text{ cm}$$

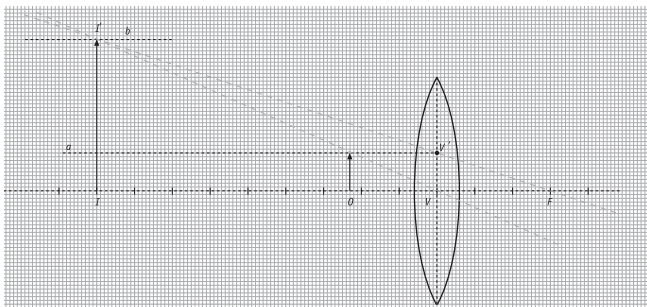
Si $s' = 3s \rightarrow s' = 3 \cdot 20 = 60$ cm

- 20. Una lupa és un instrument òptic que permet ampliar la mida dels objectes i consisteix en una lent convergent que té una distància focal petita. Si una lupa té una distància focal de 3 cm, a quina distància hem de situar un objecte de 0,5 cm si volem obtenir-ne una imatge virtual i 4 vegades més gran? En aquest cas, on està situada la imatge? Què passaria si col·loquéssim l'objecte a una distància de 5 cm de la lupa?**

Per resoldre aquest problema, fem servir uns criteris similars als del problema 19. Les escales que triem ara són:

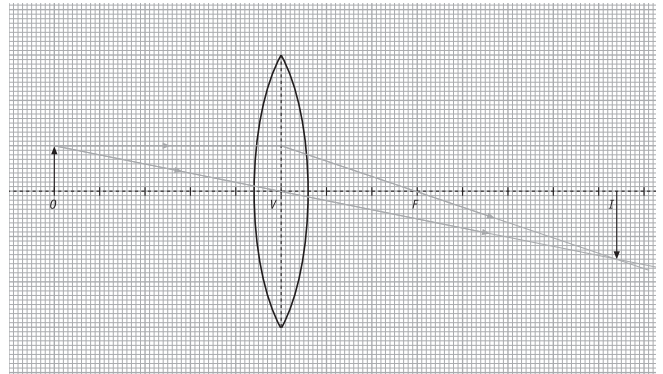
- En l'eix X , 1 cm correspon a 1 cm en el dibuix.
- En l'eix Y , 1 cm correspon a 2 cm en el dibuix.
- Tracem la recta a paral·lela a l'eix òptic corresponent a l'alçada de l'objecte.
- Tracem la recta b paral·lela a l'eix òptic, per sobre d'aquest, ja que la imatge ha de ser virtual, i, per tant, dreta, corresponent a l'alçada de la imatge.
- Tracem la recta que passa per F i pel punt v' intersecció entre l'eix de la lent i la recta a : serà la trajectòria que segueix el raig focal, de manera que el punt de tall I' amb la recta b (alçada de la imatge) ens dona la posició de la imatge.
- Tracem la recta que passa pel vèrtex V de la lent i pel punt I' anterior, que ens dona la trajectòria del raig central: el punt de tall amb la recta a (altura de l'objecte) ens dona la posició de l'objecte.

Efectuem el dibuix tenint en compte les consideracions anteriors:



Veiem que l'objecte està situat a 2,4 cm de la lent, aproximadament, mentre que la imatge està situada aproximadament a 9,1 cm a la dreta de la lent.

Si col·loquem l'objecte a 5 cm de la lupa, cal fer el diagrama de raigs amb les mateixes escales que abans, per exemple, i traçar els raigs focal i central:



Observem que la imatge està situada aproximadament a 7,4 cm a la dreta de la lent (imatge real), i que té una alçada aproximada de 0,75 cm. La imatge és real, invertida i més gran que l'objecte.

- 21. Un projecteur de diapositives, quin tipus de lent ha de portar? A quina distància de la lent han d'estar les diapositives, de 2,5 cm d'altura, si volem projectar-les sobre una pantalla d'1,5 m situada a 2 m de la lent?**

Si volem que la imatge es formi sobre la pantalla, és a dir, darrere de la lent, cal que aquesta sigui convergent (o biconvexa). Per tant, un projecteur de diapositives porta una lent biconvexa. La imatge obtinguda per aquests tipus de lents és invertida respecte l'objecte; així, si volem obtenir una imatge dreta sobre la pantalla, cal situar l'objecte (la diapositiva en aquest cas) invertida i, per tant, l'altura y de l'objecte ha de ser negativa:

$$y = -2,5 \text{ cm} = -0,025 \text{ m}$$

i amb una distància focal de la lent que compleixi determinades condicions que demostrarem a continuació.

No resoldrem aquest problema representant la marxa dels raigs, ja que hi ha una discrepància molt gran entre l'altura de l'objecte (2,5 cm) i l'altura de la imatge (1,5 m), i hauríem de fer un dibuix molt desproporcionat. Ho farem aplicant les expressions:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Si volem que la imatge ocupi aproximadament tota la pantalla, la seva altura y' ha de ser la de la pantalla:

$$y' = 1,5 \text{ m}$$

D'altra banda, la pantalla està situada a 2 m de la lent; aquesta ha de ser la distància s' entre la lent i la imatge:

$$s' = 2 \text{ m}$$

Apliquem la segona expressió per obtenir el valor de la distància s que hi ha d'haver entre l'objecte (diapositiva) i la lent:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \rightarrow \frac{1,5}{-0,025} = -\frac{2}{s} \rightarrow$$

$$\rightarrow s = \frac{2 \cdot 0,025}{1,5} = 0,0333 \text{ m} = 3,33 \text{ cm}$$

Finalment, si apliquem la segona expressió, obtenim la condició que ha de complir la distància focal f de la lent:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{0,0333} + \frac{1}{2} = \frac{1}{f} \rightarrow f = 0,0328 \text{ m} = 3,28 \text{ cm}$$

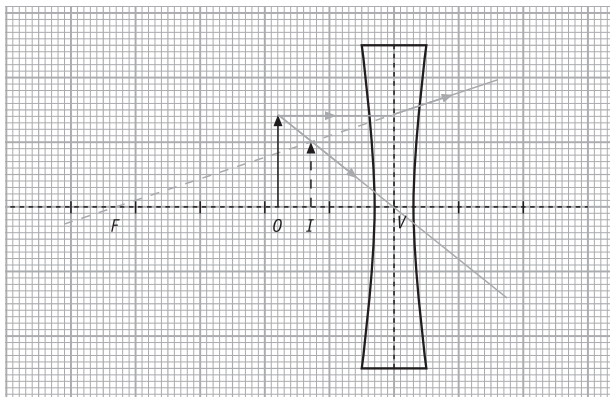
Es comprova que la focal de la lent ha de tenir un valor semblant, lleugerament inferior, a la distància objecte-lent, si volem que es donin les condicions adequades de projecció sobre la pantalla.

22. Una lent divergent té una distància focal de 4,25 cm. Determineu la potència de la lent, i la posició, l'altura i les característiques que dóna de la imatge d'un objecte d'1,4 cm quan aquest objecte està situat a:

Podem usar, en la representació, una escala en què 1 cm correspon a 1 cm en el dibuix.

- a) 1,8 cm de la lent

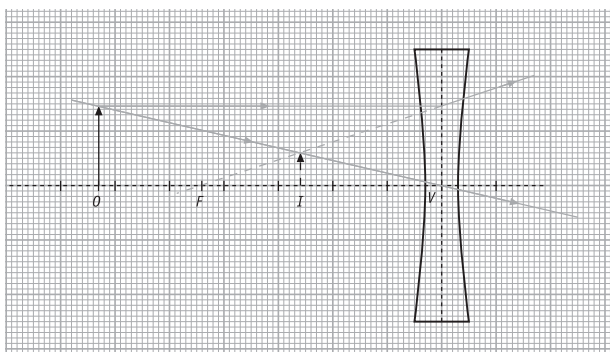
Fem el diagrama de raigs tenint en compte les dades que es donen:



Observem que la imatge està situada a 1,3 cm davant de la lent (imatge virtual), i que té una alçada d'1 cm. La imatge és virtual, dreta i més petita que l'objecte.

- b) 6,3 cm de la lent

Fem el diagrama de raigs:



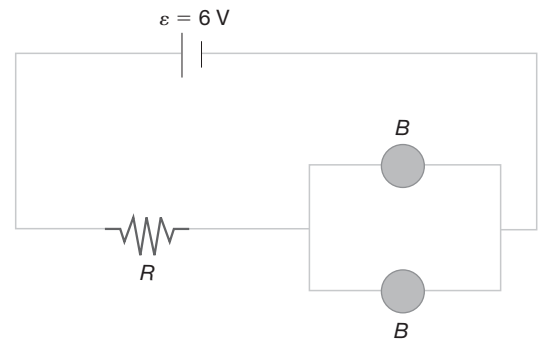
Veiem que la imatge està situada a 2,6 cm davant de la lent (imatge virtual), i que té una alçada de 0,6 cm. La imatge és virtual, dreta i més petita que l'objecte.

23. De quantes diòptries ha de ser una lent biconvexa per tal que la grandària de la imatge sigui el doble que la grandària de l'objecte, si aquest es troba a 25 cm de la lent?

La lent biconvexa ha de tenir 2 D.

Avaluació del bloc 3

- Q1. [Curs 02-03] Dues bombetes B iguals, de tensió nominal 3 V i resistència 20Ω , es connecten en paral·lel a una font de tensió de 6 V i resistència interna negligible. A fi que les bombetes funcionin a la seva tensió nominal, es connecta al circuit una resistència R en sèrie, tal com es veu a la figura. Quin ha de ser el valor de R ?



$$\begin{cases} \text{Circuit complet: } 6 = iR + \frac{i}{2} \cdot 20 \\ \text{Branca 1 bombeta: } 3 = \frac{i}{2} \cdot 20 \end{cases} \begin{cases} i = 0,3 \text{ A} \\ R = 10 \Omega \end{cases}$$

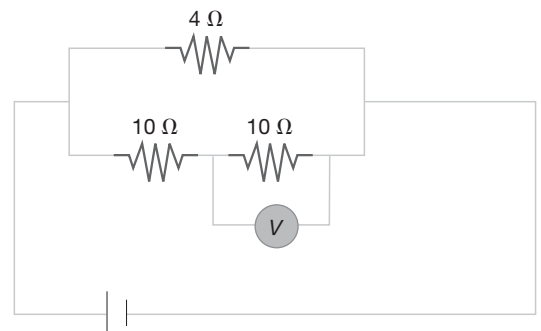
- Q2. [Curs 02-03] Determineu la lectura del voltímetre V , al circuit de la figura, sabent que a la resistència de 4Ω es dissipen 240 J cada minut.

$$\frac{240 \text{ J}}{60 \text{ s}} = i^2 \cdot 4 \rightarrow i = 1 \text{ A}$$

$$V_{4\Omega} = i \cdot 4 = 4 \text{ V (branca } 4 \Omega)$$

$$4 \text{ V} = i' (10 + 10) \rightarrow i' = 0,2 \text{ A (branca } 10 \Omega + 10 \Omega)$$

Lectura de V : $V = i' \cdot 10 = 2 \text{ V}$



- Q3. Una ona harmònica es propaga per una corda tensa. Si la freqüència es redueix a la meitat,

- a) el període es redueix a la meitat.
- b) la velocitat de propagació es duplica.
- c) la longitud d'ona es duplica.

La resposta correcta és la c).

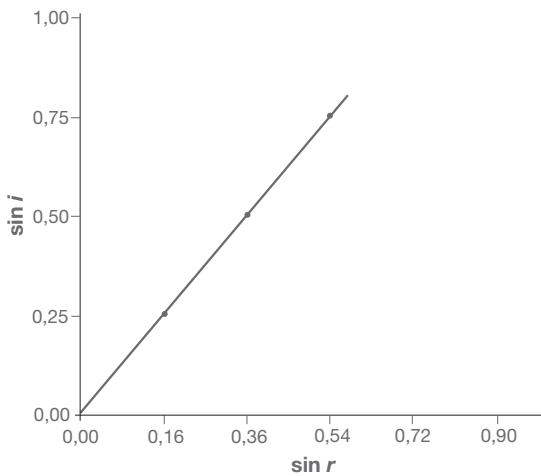
Si es tracta d'ona ona transversal,

- a) en un instant donat, tots els punts de la corda vibren amb la mateixa velocitat.
- b) l'ona es propaga a la velocitat de 340 m/s.
- c) l'ona vibra en una direcció que és perpendicular a la de propagació.

La resposta correcta és la c).

Q4. En una experiència de laboratori fem incidir un raig de llum vermella amb diferents angles d'incidència, i , sobre una làmina de vidre; mesurem els corresponents angles de refracció, r , i n'obtenim la gràfica adjunta. Quant val l'índex de refracció del vidre per a la llum vermella? A quina velocitat es propaga la llum vermella en aquest vidre?

Dades: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.



$$\left. \begin{aligned} n_1 \sin i &= n_2 \cdot \sin r \\ n_1 &= 1 \text{ (aire)} \end{aligned} \right\} n_2 \text{ és el pendent de la recta}$$

$$\blacksquare n_2 = \frac{0,75 - 0}{0,54 - 0} = 1,39$$

$$\blacksquare n_2 = \frac{c}{v_2} \rightarrow v_2 = \frac{c}{n_2} = 2,16 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

P1. [Curs 02-03] Al circuit de la figura, l'amperímetre A_2 marca una intensitat de 0,25 A. Calculeu:

a) La intensitat mesurada pels amperímetres A_1 i A_3 .

$$A_2 = 0,25 \text{ A} \rightarrow V_{6\Omega} = 6 \cdot 0,25 = 1,5 \text{ V}$$

$$A_3 = \frac{1,5 \text{ V}}{10 \Omega} = 0,15 \text{ A}$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0,4 \text{ A}$$

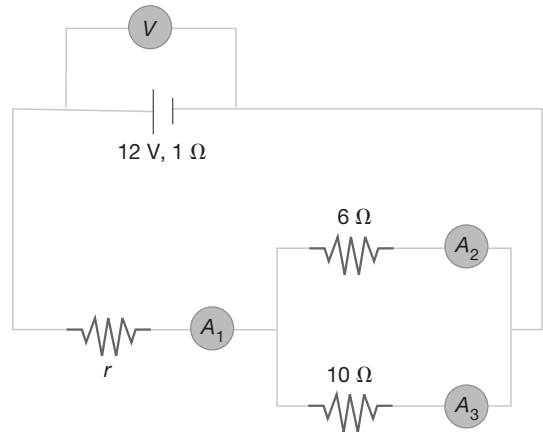
b) La caiguda de tensió mesurada pel voltímetre V .

$$V = 12 - 0,4 \cdot 1 = 11,6 \text{ V}$$

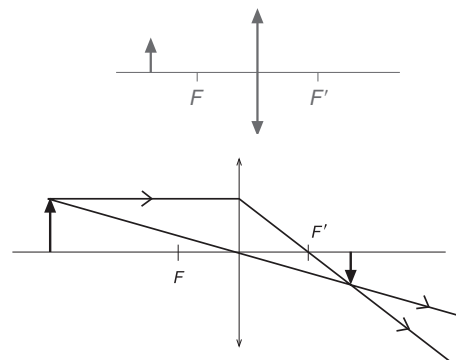
c) El valor de la resistència r .

$AV = 0$ a la malla principal

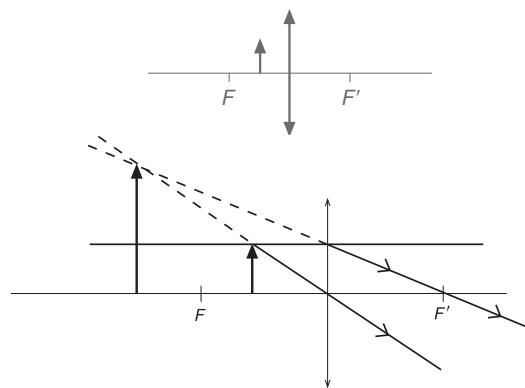
$$1,5 + A_1 \cdot r - 11,6 = 0 \rightarrow r = 25,25 \Omega$$



P2. a) [Curs 03-04] En l'esquema inferior, dibuixeu la imatge de la fletxa produïda per la lent fent la marxa de raigs corresponent. F i F' són els focus de la lent.

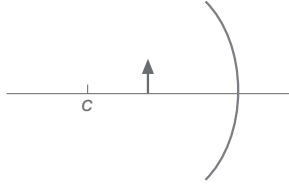


Repetiu el dibuix per al cas que la fletxa se situï entre el focus i la lent, com en l'esquema inferior.



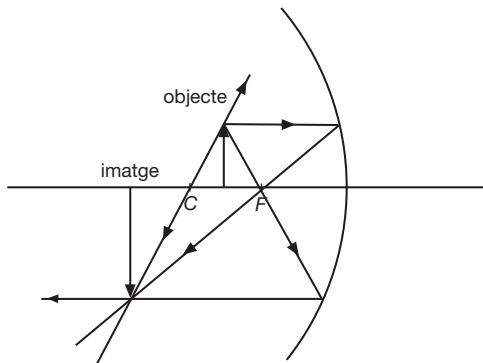
b) Enumereu les propietats (real o virtual, dreta o invertida, major o menor) de la imatge que ens retorna una cullera per la part còncava.

Per a demostrar-les, dibuixeu la marxa dels raigs i la imatge que s'obté de la fletxa en el mirall esfèric còncav de la figura. El punt C és el centre de curvatura del mirall.

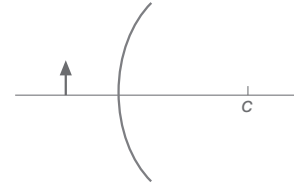


La imatge és:

- Real.
- Invertida.
- Més gran que l'objecte.



c) Enumereu les propietats (real o virtual, dreta o invertida, major o menor) de la imatge que ens retorna una cullera per la part convexa. Per demostrar-les, dibuixeu la marxa dels raigs i la imatge que s'obté de la fletxa en el mirall esfèric convex de la figura. El punt C és el centre de curvatura del mirall.



- Virtual.
- Dreta.
- Més petita que l'objecte.

