

## **UNITAT 2 LES FRACCIONS**

## 1. Concepte de fracció

La fracció es representa per dos nombres enters que s'anomenen numerador i denominador.

$$\frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}}$$

- Una fracció pot representar una part d'un conjunt o d'una unitat.

### Exemple

Expressa en forma de fracció l'expressió: 8 de cada 20 persones són rosses.

**20** és el nombre total de persones. 20 es posa en el **denominador**.

**8** és el nombre de persones que són rosses de les 20 del total. 8 es posa en el **numerador**.

La fracció s'escriu:  $\frac{8}{20}$

### • Activitat d'aprenentatge 1

En la fracció  $\frac{a}{b}$  el terme **b** (denominador) expressa en quantes parts iguals s'ha dividit la unitat i el terme **a** (numerador) expressa quantes de les parts ens interessa destacar.

### Exemples

1. Per fer dos entrepans dividim la barra de pa en 3 parts iguals i agafem 2.

Aquest fet s'expressa matemàticament de la forma  $\frac{2}{3}$ .

2. Som cinc persones per menjar una truita de patates. Com la repartim?

Podem dividir la truita en 6 parts iguals i agafar-ne 5.

La fracció que representa la part de truita que agafem és  $\frac{5}{6}$ .

La part de truita que sobra és la fracció  $\frac{1}{6}$  perquè de les 6 parts fetes n'hem deixat una.

### • Activitats d'aprenentatge 2 i 3

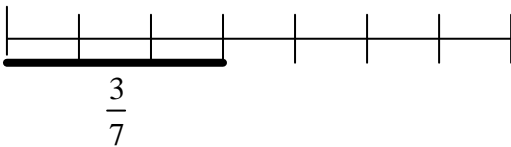
## Representació gràfica de fraccions

Es pot fer una representació gràfica que ajuda a entendre millor el concepte de fracció.

Per representar la fracció  $\frac{2}{3}$  sobre un rectangle es fan 3 parts iguals i es destaquen dues parts. En aquest cas s'han destacat de color gris.



Per fer la representació gràfica de la fracció  $\frac{3}{7}$  sobre un segment es divideix el segment en 7 parts iguals i se senyalen 3.



### • Activitats d'aprenentatge 4,5,6 i 7

- Per fer el càlcul numèric d'una fracció es divideix la quantitat per les vegades que diu el denominador i el resultat es multiplica pel numerador

### Exemples

1. Tenim 800 €. En fem 4 parts iguals i agafem 3 parts. Quina fracció d'euros hem agafat? Quants euros és la fracció?

La fracció és  $\frac{3}{4}$ .

Hem de calcular les  $\frac{3}{4}$  parts de 800 €

$$800 : 4 = 200$$

$$200 \cdot 3 = 600$$

Les  $\frac{3}{4}$  de 800 € són 600 €

2. Calcula les  $\frac{2}{3}$  parts d'un mes.

Un mes són 30 dies, per tant, hem de calcular  $\frac{2}{3}$  de 30.

$$30 : 3 = 10$$

$$10 \cdot 2 = 20$$

Les  $\frac{2}{3}$  parts d'un mes són 20 dies.

• **Activitats d'aprenentatge 8 i 9**

- Una fracció és el quocient de dividir el numerador pel denominador.
- L'escriptura  $\frac{a}{b}$  és una manera d'expressar divisions.

**Exemples**

$$\frac{3}{5} = 0,6$$

$$\frac{7}{2} = 3,5$$

En una fracció  $\frac{a}{b}$ :

- El numerador pot ser més petit que el denominador.  $a < b$ . El quocient és més petit que la unitat.  $\frac{3}{4} = 0,75$
- El numerador pot ser més gran que el denominador.  $a > b$ . El quocient és més gran que la unitat.  $\frac{6}{4} = 1,5$
- Si el numerador és igual que el denominador.  $a = b$ . El quocient és la unitat.  $\frac{4}{4} = 1$
- El denominador no pot ser zero.

$\frac{2}{0} = \infty$  El símbol  $\infty$  vol dir infinit. Hi ha infinits valors que són solució de la divisió.

- El numerador i el denominador són nombres enters i per tant poden ser nombres positius i negatius.  $\frac{-12}{4} = -3$        $\frac{4}{-8} = -0,5$        $\frac{-3}{-2} = 1,5$

• **Activitats d'aprenentatge 10,11,12,13 i 14**

## 2. Fraccions equivalents

### 2.1. Concepte de fraccions equivalents

Dibuixa 3 segments de 8 cm un a sota de l'altre. En el primer segment representa la fracció  $\frac{1}{2}$ , en el segon segment la fracció  $\frac{2}{4}$  i en el tercer la fracció  $\frac{4}{8}$ .

(Fes aquí el gràfic)

Les fraccions  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{4}$  i  $\frac{4}{8}$  són fraccions equivalents perquè representen la mateixa porció del segment.

A més, el valor numèric d'aquestes fraccions és 0,5 i és el mateix per totes.

$$\frac{1}{2} = 0,5 \quad \frac{2}{4} = 0,5 \quad \frac{4}{8} = 0,5$$

Per indicar que són equivalents, s'escriu:  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

Les fraccions que representen el mateix s'anomenen **fraccions equivalents**.  
El conjunt de fraccions equivalents a una fracció donada s'anomena **nombre racional**.

## 2. 2. Com saber si dos fraccions són equivalents?

Per saber si dos fraccions són equivalents es pot fer el quocient de cada una d'elles i comprovar si s'obté el mateix resultat.

### Exemple

Són equivalents les fraccions  $\frac{7}{2}$  i  $\frac{28}{8}$ ?

Fem les divisions:  $\frac{7}{2} = 3,5$  i  $\frac{28}{8} = 3,5$

Per tant, són equivalents perquè el quocient de les dues és 3,5

També hi ha una altra manera de saber si dos fraccions són equivalents:

Dos fraccions són equivalents si quan es multiplica el numerador d'una pel denominador de l'altra s'obté el mateix resultat.

### Exemples

1. Les fraccions de l'exemple anterior  $\frac{7}{2}$  i  $\frac{28}{8}$  són equivalents, perquè

$$7 \cdot 8 = 56$$

$$2 \cdot 28 = 56$$

2. Les fraccions  $\frac{6}{8}$  i  $\frac{15}{20}$  són equivalents, perquè

$$\begin{aligned}6 \cdot 20 &= 120 \\8 \cdot 15 &= 120\end{aligned}$$

Recorda que l'equivalència s'escriu:  $\frac{6}{8} = \frac{15}{20}$

La fracció  $\frac{a}{b}$  és equivalent a la fracció  $\frac{c}{d}$  si  **$a \cdot d = b \cdot c$**

S'escriu:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

- **Activitats d'aprenentatge 15,16 i 17**

### 2.3. Com obtenir fraccions equivalents?

Per obtenir fraccions equivalents cal multiplicar o dividir el numerador i el denominador pel mateix nombre.

#### Exemples

b) Escriu una fracció equivalent a  $\frac{6}{10}$

Es pot multiplicar el numerador i el denominador per qualsevol nombre, positiu o negatiu, en aquest cas ho fem per 2 i s'obté la fracció  $\frac{12}{20}$  que és una fracció més gran.

També es pot dividir per 2 i s'obté una fracció més petita,  $\frac{3}{5}$ .

- **Activitats d'aprenentatge 18,19,20,21 i 22**

### 3. Simplificar fraccions

Simplificar una fracció és convertir-la en una altra equivalent, més senzilla.  
Per simplificar es divideix el numerador i el denominador pel mateix nombre.

### Exemple

Per simplificar la fracció  $\frac{24}{36}$  es pot dividir per 2.

$\frac{24}{36} = \frac{12}{18}$  La nova fracció es pot tornar a simplificar dividint una altra vegada per 2.

$\frac{12}{18} = \frac{6}{9}$  La nova fracció es pot tornar a simplificar dividint, en aquest cas, per 3.

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

#### • Activitats d'aprenentatge 23

## 4. Fracció irreductible

Fracció irreductible és la fracció que no es pot simplificar més.  
Per obtenir la fracció irreductible es descomponen el numerador i denominador en factors primers i després se suprimeixen els factors comuns.

### Exemple

Troba la fracció irreductible de  $\frac{30}{105}$

Primer es fa la descomposició en factors primers.

Descomposició en factors primers:	$\begin{array}{r l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \hline & b) \end{array}$	$\begin{array}{r l} 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$
-----------------------------------	---	---

Després es col·loquen els factors primers de 30 en el numerador i els de 105 en el denominador. Per últim se suprimeixen els factors comuns, en aquest cas són el 3 i 5. Queden el 2 i el 7.

$$\frac{30}{105} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{2}{7}$$

La fracció irreductible és  $\frac{2}{7}$

#### • Activitats d'aprenentatge 24 i 25

## 5. Reducció de fraccions a mínim comú denominador

Reduir fraccions a mínim comú denominador és convertir-les en d'altres equivalents a cadascuna d'elles amb el mateix denominador i que aquest sigui el més petit possible.

Per reduir fraccions a mínim comú denominador:

1r. Es troba el mcm dels denominadors.

Per calcular-lo es pot utilitzar la següent regla pràctica:

a) Es descomponen els nombres en factors primers.

b) S'agafen els factors comuns i no comuns dotats de l'exponent més gran i es fa el seu producte.

2n. El mcm es divideix pel denominador i el resultat es multiplica pel numerador.

### Exemples

1. Volem reduir a mínim comú denominador les fraccions  $\frac{2}{6}$  i  $\frac{3}{15}$ .

1r. Calculem el mcm de 6 i 15.

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$\text{mcm}(3, 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

2n. En la fracció  $\frac{2}{6}$  el mcm el dividim per 6 i el resultat el multipliquem per 2.

$$30 : 6 = 5$$

$$5 \cdot 2 = 10$$

La fracció queda  $\frac{10}{30}$

Fem el mateix amb la segona fracció  $\frac{3}{15}$

$$30 : 15 = 2$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

La nova fracció és  $\frac{6}{30}$

Les fraccions  $\frac{2}{6}$  i  $\frac{3}{15}$  reduïdes a mínim comú denominador són les fraccions  $\frac{10}{30}$  i  $\frac{6}{30}$ .



2. Redueix a mínim comú denominador les fraccions següents:

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{21} \text{ i } \frac{4}{6}$$

$$4 = 2^2$$

$$21 = 3 \cdot 7$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

El mcm de (4, 21 i 6) és  $2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$

$$\frac{3}{4} \longrightarrow 84 : 4 = 21 ; 21 \cdot 3 = 63 \longrightarrow \frac{63}{84}$$

$$\frac{5}{21} \longrightarrow 84 : 21 = 4 ; 4 \cdot 5 = 20 \longrightarrow \frac{20}{84}$$

$$\frac{4}{6} \longrightarrow 84 : 6 = 12 ; 12 \cdot 4 = 56 \longrightarrow \frac{56}{84}$$

Les noves fraccions que tenen el mínim comú denominador són:  $\frac{63}{84}, \frac{20}{84}$  i  $\frac{56}{84}$

• **Activitats d'aprenentatge 26 i 27**

### 3. 1. Comparació de fraccions.

- Quan dues fraccions tenen el mateix denominador, com per exemple  $\frac{2}{12}$  i  $\frac{5}{12}$  és més gran la fracció  $\frac{5}{12}$  perquè de 12 parts hem destacat 5 i en la primera fracció només en destaquem 2. Per tant, és més gran la fracció que té el numerador més gran.

- En el cas de les fraccions  $\frac{3}{8}$  i  $\frac{2}{5}$  primer cal aconseguir igualar els denominadors.

$\frac{15}{40}$  i  $\frac{16}{40}$  i després es comparen els nous numeradors. En aquest cas és més gran la fracció  $\frac{2}{5}$ .

Per comparar fraccions:

- a) Es redueixen a mínim comú denominador.
- b) El numerador més gran determina la fracció més gran.

## Exemples

1. Compara les fraccions i ordena-les  $\frac{3}{12}$  i  $\frac{2}{4}$

Es calcula el mcm dels denominadors (12 i 4)

$$12 = 3 \cdot 2^2$$

$$4 = 2^2$$

El mcm de (12 i 4) és 12

Les noves fraccions són:

$$12 : 12 = 1; 1 \cdot 3 = 3 \longrightarrow \frac{3}{12}$$

$$12 : 4 = 3; 3 \cdot 2 = 6 \longrightarrow \frac{6}{12}$$

Es comparen els numeradors.

La fracció  $\frac{2}{4}$  és més gran que  $\frac{3}{12}$ . S'escriu :  $\frac{2}{4} > \frac{3}{12}$

2. Compara les fraccions i ordena-les  $\frac{-11}{8}$ ,  $\frac{7}{12}$  i  $\frac{5}{9}$

$$8 = 2^3$$

$$12 = 3 \cdot 2^2$$

$$9 = 3^2$$

El mcm de (8,12 i 9) és  $2^3 \cdot 3^2 = 72$

Les noves fraccions equivalents són:

$$72 : 8 = 9; 9 (-11) = -99 \longrightarrow \frac{-99}{72}$$

$$72 : 12 = 6; 6 (7) = 42 \longrightarrow \frac{42}{72}$$

$$72 : 9 = 8; 8 (5) = 40 \longrightarrow \frac{40}{72}$$

$$\frac{42}{72} > \frac{40}{72} > \frac{-99}{72} \text{ Per tant, } \frac{7}{12} > \frac{5}{9} > \frac{-11}{8}$$

### • Activitats d'aprenentatge 28 i 29

## Activitats d'aprenentatge

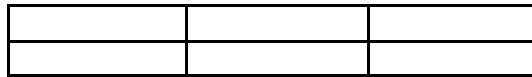
1. Expressa en forma de fracció:

- a) 3 de cada 10 alumnes són nois
- b) De cada 30 vegades que vaig a la platja em cremo la pell 5 vegades
- c) He fet a peu 5 Km dels 40 Km de l'etapa
- d) En un pom de 25 roses 7 són de color blanc
- e) 15 de cada 100 turistes venen d'Itàlia

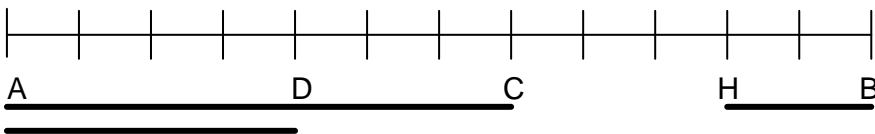
2. Quina fracció d'euro representen 20 cèntims. (Recorda que 1€ són 100 cèntims.)

3. Quina fracció d'hora representen 15 minuts.

4. Representa gràficament sobre el rectangle la fracció  $\frac{4}{6}$ .



5. Representació de fraccions sobre un segment



$$AC = \frac{7}{12} \quad AD = \frac{4}{12}$$

Quina fracció representa HB?

6. Representa sobre un segment la fracció  $\frac{7}{9}$

7. Representa sobre un segment la fracció  $\frac{4}{5}$

8. Calcula:

a)  $\frac{5}{7}$  de 14

b)  $\frac{5}{24}$  de 180

9. Les  $\frac{2}{7}$  parts dels 630 gr de castanyes que hem comprat per fer la castanyada han sortit dolentes. Quants grams de castanyes eren dolents?

10. Calcula el quocient de les fraccions:

$$\frac{24}{30} =$$

$$\frac{10}{12} =$$

$$\frac{35}{25} =$$

11. Digues quines de les expressions següents no són fracció i per què?

$$\frac{3}{4} \quad \frac{-5}{6} \quad \frac{-2}{-10} \quad \frac{3,5}{9} \quad \frac{7}{-4} \quad \frac{8}{5,6} \quad \frac{6}{0}$$

12. De l'activitat anterior calcula el valor numèric de les que creus que són fraccions. (Això vol dir, fer el quocient. Per saber el signe s'aplica la regla de la divisió d'enters.)

13. Calcula el valor de les fraccions següents. Quina és la més gran? Quina és la més petita?

$$\frac{4}{9} \quad \frac{-7}{2} \quad \frac{-1}{6}$$

14. Calcula el valor de les fraccions següents i ordena-les de més gran a més petita. Utilitza els signes ( $>$  major que) i ( $<$  menor que).

$$\frac{-3}{5} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{-9}{-4}$$

15. Comprova si és cert que  $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ . Per què?

16. Comprovar si són equivalents les fraccions següents:

$$\text{a) } \frac{3}{9} \quad \frac{2}{6} \quad \text{b) } \frac{5}{8} \quad \frac{3}{7} \quad \text{c) } \frac{4}{18} \quad \frac{2}{9}$$

17. Comprova si són equivalents les fraccions. Tingues en compte el signe.

$$\frac{-8}{12} = \frac{-2}{3}$$

18. Escriu una fracció equivalent a  $\frac{5}{9}$  que sigui més gran.

19. Escriu una fracció equivalent a  $\frac{9}{12}$  que sigui més petita.

20. Escriu tres fraccions equivalents a  $\frac{24}{30}$  que siguin més grans i més petites.

21. Completa el valor que falta:

$$\text{a) } \frac{3}{5} = \frac{12}{\quad} \quad \text{b) } \frac{16}{20} = \frac{\quad}{5}$$

22. Completa els valors que falten.

$$\text{a) } \frac{1}{2} = \frac{3}{\quad} = \frac{8}{\quad} = \frac{\quad}{14} = \frac{\quad}{50} \quad \text{b) } \frac{3}{7} = \frac{6}{\quad} = \frac{\quad}{21} = \frac{18}{\quad} = \frac{\quad}{35}$$

23. Simplifica tant com puguis les fraccions següents:

a)  $\frac{18}{45}$

b)  $\frac{24}{36}$

24. Calcula la fracció irreductible de  $\frac{4}{6}$

25. Calcula la fracció irreductible de les fraccions següents:

a)  $\frac{32}{48}$

b)  $\frac{12}{42}$

26. Redueix a mínim comú denominador les fraccions següents:

a)  $\frac{2}{3}, \frac{5}{12}$

b)  $\frac{10}{12}, \frac{20}{30}$

27. Redueix a mínim comú denominador les fraccions següents:

a)  $\frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{5}{12}$

b)  $\frac{3}{10}, \frac{2}{15}, \frac{5}{6}$

28. Ordena de més petita a més gran les fraccions següents:

a)  $\frac{4}{6}, \frac{7}{8}, \frac{3}{12}$

b)  $\frac{-22}{35}, \frac{99}{70}, \frac{-75}{12}$

29. Una persona triga  $\frac{2}{5}$  d'hora a llegir el diari i una altra  $\frac{3}{4}$  d'hora. Quina triga més?