UNITAT 4
POTÈNCIES I ARRELS

Què treballaràs?

- En acabar la unitat has de ser capaç de...

    - Resoldre operacions amb potències.
    - Utilitzar la calculadora en les operacions amb potències.
    - Treballar amb notació científica.
    - Resoldre operacions amb arrels.

1. Potència d'exponent natural

Una **potència** és un producte en què tots els factors són iguals.

Exemples

$2 \cdot 2 \cdot 2$ és una potència i l'escrivim abreujadament 2^3. Es llegeix : dos elevat al cub o dos elevat a tres i el seu valor és 8.

$(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$ és una potència i l'escrivim abreujadament $(-5)^4$. Es llegeix: menys cinc elevat a la quarta o menys cinc elevat a quatre i el seu valor és 625.

$\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)$ és una potència i l'escrivim abreujadament $\left(\frac{2}{3}\right)^5$. Es llegeix dos terços elevats a la cinquena o dos terços elevats a cinc i el seu valor és $\frac{32}{243}$.

$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 7$ no és una potència, perquè és un producte que no té tots els factors iguals.

El factor que es repeteix s'anomena **base** i el nombre de vegades que es repeteix, **exponent** .

Exemples

En la potència $2 \cdot 2 \cdot 2$ la base és 2 i l'exponent és 3 i l'escrivim abreujadament 2^3.

En la potència $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$ la base és (-5) i l'exponent és 4 i l'escrivim abreujadament $(-5)^4$.

$2^{\mathbf{3}}$ ← exponent $\qquad (-5)^{\mathbf{4}}$ ← exponent

base $\qquad$ base

Per calcular una potència amb la calculadora cal que localitzis la tecla

$\boxed{x^y}$

o bé la tecla

$\boxed{y^x}$

(depenent de la calculadora hi trobaràs una o altra tecla).
Si vols calcular, per exemple, 7^3 ho has de fer seguint la seqüència de tecles següent:

$\boxed{7}$ $\boxed{X^y}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$

i veuràs que a la pantalla apareix 343, que és el resultat de la potència.

2. Potència d'exponent enter

HI ha potències que tenen com a exponent un nombre enter negatiu. Per a calcular-les has de tenir en compte el següent:

Qualsevol potència que té exponent enter negatiu és igual a l'invers de la mateixa potència amb exponent positiu.

Exemples

$6^{-3} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$

$(-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{16}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$

Per calcular el valor de 2^{-2} amb la calculadora pots fer-ho seguint la seqüència de tecles següent:

$\boxed{2}$ $\boxed{X^y}$ $\boxed{2}$ $\boxed{+/-}$ $\boxed{=}$

Veuràs que en la pantalla t'apareix 0,25 que és el resultat de la potència.

3. Signe d'una potència

El signe de les potències depèn del signe de la base i de si l'exponent és parell o imparell. Vegem-ho en la taula següent:

	Exponent parell	Exponent imparell
Base signe positiu	La potència té signe positiu. Exemples $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ $\left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{729}$	La potència té signe positiu. Exemples $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$ $\left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{1}{2187}$
Base signe negatiu	La potència té signe positiu. Exemples $(-2)^4 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = 16$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{729}$	La potència té signe negatiu. Exemples $(-3)^5 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)$ $(-3)^5 = -243$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^7 = -\frac{1}{2187}$

A partir de la taula podem dir :

-Si l'exponent és parell, la potència sempre té signe positiu.
-Si l'exponent és imparell, la potència té igual signe que la base.

● Activitats d'aprenentatge

Activitat 1

Escriu cada una de les expressions següents en forma d'una sola potència, sempre que sigui possible.

a) $9 \cdot 9 \cdot 9 . 6$
b) $(-3) \cdot (-3)$
c) $(-5) \cdot (-5) + (-5)$
d) $4 \cdot 4 \cdot 4 . 4$
e) $15 \cdot 15 \cdot 15$
f) $\left(\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{5}\right)$
g) $7 \cdot 7 \cdot 7 . 7. 7 \cdot 7 \cdot 7$
h) $8 \cdot 8 - 3$

Activitat 2

Calcula el resultat de les expressions anteriors que has expressat en forma de potència.

Activitat 3

Escriu les següents expressions amb exponent positiu.

a) $(-5)^{-3}$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$

d) 9^{-5}

4. Operacions amb potències

4.1. Producte de potències de la mateixa base

Per multiplicar potències de la mateixa base sumem els exponents i conservem la base.

Exemples

$2^5 . 2^8 = \mathbf{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{(5+8)} = 2^{13}$

$(-4)^4 \cdot (-4)^3 \cdot (-4)^2 = (-4)^9$

$\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right)^{(5+1+1)} = \left(-\frac{2}{3}\right)^7$

● **Activitats d'aprenentatge**

Activitat 4

Escriu en forma d'una sola potència els productes següents:

a) $9^3 \cdot 9^5 \cdot 9^2$

b) $(-5)^4 \cdot (-5)^5 \cdot (-5)^3 \cdot (-5)^2$

c) $14^4 \cdot 14^3 \cdot 14^2$

d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^5 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2$

Activitat 5

Completa les igualtats següents:

a) $4^3 . ? = 4^{12}$?

b) $5^2 . 5^7 = ?$

c) $2^8 . 2^? = ?^{13}$

d) $3^4 . 3^3 = ?$

4.2. Quocient de potències de la mateixa base

Per dividir potències de la mateixa base, restem els exponents (exponent del numerador menys exponent del denominador) i conservem la base.

Exemples

$$\frac{5^4}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot \cancel{5}} = 5^{(4-2)} = 5^2$$

$3^8 : 3^2 = 3^6$

$(-7)^5 : (-7)^3 = (-7)^2$

$$\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^5}{\left(-\frac{2}{3}\right)} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{5-1} = \left(-\frac{2}{3}\right)^4$$

● Activitats d'aprenentatge

Activitat 6

Expressa les operacions següents en forma de quocient de potències:

a) $\frac{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{4 \cdot 4} =$

b) $\frac{5}{5 \cdot 5 \cdot 5} =$

c) $\frac{6 \cdot 6 \cdot 6}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6} =$

d) $\frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} =$

Activitat 7

Calcula els quocients de les potències anteriors.

a) c)

b) d)

Activitat 8

Calcula els productes i els quocients següents.

a) $(-5)^3 \cdot (-5)^5$ c) $(-4)^6 : (-4)^4$ e) $\left(-\frac{2}{3}\right)^7 : \left(-\frac{2}{3}\right)^4$

b) $7^2 \cdot 7^4$ d) $9^6 : 9^5$ f) $\left(\frac{1}{5}\right)^{20} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^6$

4.3. Potència d'exponent 1

Tenim dues maneres de resoldre el quocient següent : $5^6 : 5^5$.

Procediment 1	Procediment 2
$5^6 : 5^5 = 5^{6-5} = 5^1$	$5^6 : 5^5 =$ 15.625 : 3.125 = 5

El resultat és el mateix: $5^1 = 5$.

L'expressió 5^1 no és una potència perquè no és un producte de dos o més factors iguals, però per conveni diem que 5^1 és una potència d'exponent 1 i escrivim $5^1 = 5$.

D'igual manera: $3^1 = 3$; $(-5)^1 = -5$, $\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$ i , en general,

Qualsevol nombre elevat a 1 val el seu valor.

4.4. Potència d'exponent zero

Les potències d'exponent zero són també potències especials. Calcularem de dues maneres el quocient següent: $5^6 : 5^6$.

Procediment 1	Procediment 2
$5^6 : 5^6 = 5^{6-6} = 5^0$	$5^6 : 5^6 =$ 15.625 : 15625 = 1

El resultat dels dos procediments ha d'ésser el mateix, per tant $5^0 = 1$.

D'igual manera: $3^0 = 1$; $(-5)^0 = 1$; $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$ i, en general,

Qualsevol nombre elevat a 0 val 1

● Activitat d'aprenentatge

Activitat 9

Calcula :

a) 9^1

b) $(-4)^0$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^1$

d) $\left(-\frac{4}{5}\right)^0$

4.5. Potència d'una potència

Per elevar una potència a una altra potència multipliquem els exponents.

Exemples

$(2^5)^3 = 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 = 2^{5 \cdot 3} = 2^{15}$

$((-7)^5)^3 = (-7)^{5 \cdot 3} = (-7)^{15}$

$$\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^4\right)^5 = \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{4\cdot 5} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{20}$$

● **Activitat d'aprenentatge**

Activitat 10

Expressa les expressions següents en forma d'una sola potència.

a) $[(-5)^3]^6$

b) $(3^5)^7$

c) $[(9)^4]^0$

d) $(3^0)^5$

4.6. Potència d'un producte

Per elevar un producte a una potència elevem cada un dels factors a aquesta potència

Exemples

$(2 \cdot 5 \cdot 7)^3 = (2 \cdot 5 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 5 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 5 \cdot 7) = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7^3$

$$\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}\right)^{20} = \left(\frac{2}{3}\right)^{20} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{20}$$

4.7. Potència d'un quocient

Per elevar un quocient a una potència elevem el numerador i el denominador a aquesta potència.

Exemple

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2^2}{3^2}$$

● **Activitat d'aprenentatge**

Activitat 11

Comprova si són correctes o no les següents igualtats:

a) $(2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3$

b) $(4 + 3)^2 = 4^2 \cdot 3^2$

c) $(9 - 2)^6 = 9^6 - 2^6$

d) $(72 :6)^2 = 72^2 : 6^2$

e) $2^2 \cdot 5^4 = 10^6$

f) $10^8 : 2^4 = 5^4$

5. Operacions combinades

Sovint hem de resoldre expressions combinades que poden contenir: parèntesis, potències, multiplicacions, divisions, sumes i restes. L'ordre correcte de resolució d'aquestes operacions és el següent:

1r. Resolem els parèntesis, claudàtors i claus començant sempre pels més interiors.

↓

2n. Operem les potències en l'ordre en què apareixen.

↓

3r. Fem les multiplicacions i les divisions en l'ordre en què apareixen.

↓

4t. Calculem les sumes i les restes en l'ordre en què apareixen.

Exemple 1

$(3 – 2 + 5)^2 – 7 \cdot 5 – 6 : 2$

$(3 – 2 + 5)^2 – 7 \cdot 5 – 6 : 2 = (6)^2 – 7 \cdot 5 – 6 : 2 = 36 – 35 – 3 = -2$

Exemple 2

$3 + 10 : 5 - 7^2 \, . \, (8 – 9 +2)$

$3 + 10 : 5 - 7^2 \, . \, (8 – 9 +2) = 3 + 10 : 5 - 7^2 \, . \, (1) = 3 + 10 : 5 - 49 \, . \, (1) = 3 + 2 - 49 = -44$

● **Activitats d'aprenentatge**

Activitat 12

Calcula el valor de les següents expressions:

a) $9^{-3} \cdot 9^{-5}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-7} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$

b) $7^0 \cdot 7^{-4}$

d) $[(-5)^3]^{-6}$

Activitat 13

Calcula :

a) $(3^5 . \; 3^0) : 3^6$

b) $\left(\frac{2^3}{2^8}\right)^7 : \left(\frac{2}{2^3}\right)^{-4}$

c) $(5 + 2 - 5)^2 - 10 : 5 - 6 \cdot 4$

d) $\frac{(2 \cdot 5)^7}{2^3 \cdot 5^4}$

6. Notació científica

La notació científica ens facilita l'expressió i el treball amb els nombres que són molt grans o molt petits.

En la taula següent hi tens alguns exemples de nombres grans i petits expressats en notació científica:

Nombres grans	Expressió del nombre en notació científica
1.000.000	$1 \cdot 10^6$
3.300.000	$3{,}3 \cdot 10^6$
2.200.000.000.000	$2{,}2 \cdot 10^{12}$
Nombres petits	Expressió del nombre en notació científica
0,345	$3{,}45 \cdot 10^{-1}$
0,067	$6{,}7 \cdot 10^{-2}$
0,0098	$9{,}8 \cdot 10^{-3}$

Com s'expressa un nombre en notació científica ?

Com a producte d'un nombre **A** per 10 elevat a un exponent **b**

A és un nombre enter de l'1 al 9 o un nombre decimal que té com a part entera un nombre de l'1 al 9.

b és un nombre enter positiu o negatiu.

Nombre expressat en notació científica = $\mathbf{A} \cdot 10^{\mathbf{b}}$

Exemple1

Expressa el nombre 2.200.000.000.000 en notació científica.

Desplacem la coma dotze llocs cap a l'esquerra i obtenim el nombre 2,200000000000 (Aquest nombre compleix la condició de notació científica perquè és un nombre decimal que té com a part entera un nombre de l'1 al 9). Ja tenim el nombre **A**.

L'exponent **b** té valor dotze positiu.

Per tant :

$2.200.000.000.000 = 2{,}2 \cdot 10^{12}$

Exemple 2

Expressa el nombre 0,345 en notació científica.

Desplacem la coma un lloc cap a la dreta i obtenim el nombre 3,45. Aquest nombre compleix la condició de notació científica perquè és un nombre decimal que té com a part entera un nombre de l'1 al 9. Ja tenim el nombre **A**.

L'exponent **b** té valor 1 negatiu.

Fixa't que l'exponent b sempre té el valor del nombre de llocs que has mogut la coma i el seu signe és positiu si has desplaçat la coma cap a l'esquerra i negatiu si l'has desplaçada cap a la dreta.

● **Activitat d'aprenentatge**

Activitat 14

Escriu els nombres següents amb notació científica.

a) 600.000.000

b) 567

c) 0,00000023

d) 0,0000456

e) 345.000

f) 235,4

La notació científica i la calculadora

Les tecles EXP +/- serveixen per introduir els nombres en notació científica a la calculadora.

Per introduir $3,2 \cdot 10^{-5}$ hem de fer-ho amb la seqüència de tecles següent:

3 . 2 EXP 5 +/-

7. La radicació

Fins ara has treballat potències, una operació en què es coneix la base i l'exponent, i a partir d'aquestes dades es troba la potència. Aquesta operació té una operació inversa: la radicació. En aquest cas es coneix la potència i l'exponent i s'ha de trobar la base.

La radicació es l'operació inversa de la potenciació

Índex$\rightarrow \sqrt[n]{a} = b \rightarrow$ Arrel
Radicand ↥

$n =$ índex
$a =$ radicand
$b =$ arrel

Per calcular l'arrel (*b*) has de buscar un nombre que multiplicat per si mateix tantes vegades com indica l'índex (*n*) et doni el radicand (a).

Exemple 1

Donat el radical $\sqrt[3]{125}$, indica l'índex i el radicand

El radical té índex 3 i el radicand és 125.

L'arrel d'índex parell (2, 4, 6...) d'un radicand positiu **té dues solucions**: una positiva i una negativa.

L'arrel d'índex parell d'un radicand negatiu **no té solució**, perquè un nombre negatiu multiplicat per si mateix un nombre parell de vegades és positiu.

Exemple 1

Calcula l'arrel i expressa el radicand en forma de potència de: $\sqrt{36}, \sqrt[3]{8}, \sqrt[4]{81}$

$\sqrt{36} = \pm 6$ perquè $(-6)^2 = 36$ i $(+6)^2 = 36$

$\sqrt[3]{8} = 2$ perquè $2^3 = 8$

$\sqrt[4]{81} = \pm 3$ perquè $(-3)^4 = 81$ i $(+3)^4 = 81$

Exemple 2

Calcula l'arrel de : $\sqrt{-49}, \sqrt[4]{-81}$

Aquestes arrels no tenen solució, perquè en tots dos casos l'índex és parell i el radicand és negatiu.

- **Activitats d'aprenentatge**

Activitat 15

Assenyala el radicand i l'índex de cada radical:

a) $\sqrt[9]{3}$

b) $\sqrt[7]{-24}$

c) $\sqrt[5]{11}$

d) $\sqrt{\frac{2}{7}}$

e) $\sqrt{15}$

f) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

Activitat 16

Calcula l'arrel i expressa el radicand en forma de potència:

a) $\sqrt{64} =$ c) $\sqrt{-9} =$

b) $\sqrt[4]{256} =$ d) $\sqrt[5]{32} =$

L'arrel d'índex 1 d'un nombre (a) és el mateix nombre: $\sqrt[1]{a} = a$

L'arrel d'índex (*n*) d'un nombre (a) elevat a la mateixa potència que indica l'índex, és el mateix nombre: $\sqrt[n]{a^n} = a$

Exemple 1

$\sqrt{3^2} = 3$ L'arrel quadrada de 3^2 es 3. Si en l'arrel no hi ha escrit cap índex, vol dir que es tracta d'una arrel quadrada (índex 2).

Exemple 2

$\sqrt[5]{2^5} = 2$ L'arrel d'índex 5 de 2^5 es 2

8. L' arrel com potència d'exponent fraccionari

Una arrel es pot expressar en forma de potència en la qual l'exponent és una fracció. El numerador de la fracció de l'exponent correspon a la potència del radicand i el denominador de l'exponent correspon a l'índex del radical:

Exemple 1

$$\sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$$

- **Activitats d'aprenentatge**

Activitat 17

Expressa aquestes arrels en forma de potència fraccionaria:

a) $\sqrt[5]{45^2} =$ c) $\sqrt[4]{64^3} =$ e) $\sqrt{9^6} =$

b) $\sqrt{125} =$ d) $\sqrt[3]{5^5} =$ f) $\sqrt[4]{100^3} =$

Activitat 18

Expressa en forma de radical:

a) $7^{\frac{1}{4}} =$ c) $5^{\frac{2}{3}} =$ e) $15^{\frac{3}{5}} =$

b) $36^{\frac{1}{2}} =$ d) $75^{\frac{1}{3}} =$ f) $93^{\frac{5}{6}} =$

8. Operacions amb radicals

8.1. Propietats

Amb radicals es poden fer les mateixes operacions que coneixes: suma, resta, producte, quocient, potències i arrels.

Ara trobaràs una sèrie de propietats que et serviran per operar amb els radicals.

Propietat	Exemple	Què has de fer
Producte de radicals $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$	$\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{9\cdot 4}=\sqrt[3]{36}$	Per multiplicar radicals del mateix índex has de deixar el mateix índex i multiplicar els radicands.
Quocient de radicals $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$	$\dfrac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{4}}=\sqrt[3]{\dfrac{9}{4}}$	Per dividir radicals dels mateix índex has de deixar el mateix índex i dividir els radicands.
Potència d'una arrel $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}$	$\left(\sqrt[7]{3}\right)^2=\sqrt[7]{3^2}$	Per elevar un radical a potència has d'elevar el radicand a aquesta potència.
Arrel d'una arrel $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[n\cdot m]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt[5]{45}}=\sqrt[3\cdot 5]{45}=\sqrt[15]{45}$	L'índex d'una l'arrel d'una altra arrel es el producte dels índex.

La primera propietat, el producte de radicals, té unes aplicacions molt interessants a l'hora d'operar amb arrels. Fixa't que aplicant aquesta propietat pots descomposar en factors el radicand, i treballar-ho per separat:

$$\sqrt{24}=\sqrt{4\cdot 6}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{6}=\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{6}=2\cdot\sqrt{6}$$

- **Activitats d'aprenentatge**

Activitat 19

Calcula aquests productes d'arrels:

a) $\sqrt{4}\cdot\sqrt{49}=$ c) $\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{27}=$ e) $\sqrt[3]{125}\cdot\sqrt[3]{8}=$

b) $\sqrt{25}\cdot\sqrt{16}=$ d) $\sqrt{81}\cdot\sqrt{9}=$ f) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{500}=$

Activitat 20

Calcula els quocients:

a) $\dfrac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}=$ c) $\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}}=$ c) $\dfrac{\sqrt[3]{120}}{\sqrt[3]{15}}=$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{216}}{\sqrt[3]{27}}=$ d) $\dfrac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}=$ f) $\dfrac{\sqrt[3]{80}}{\sqrt[3]{10}}=$

Activitat 21

Fes aquestes operacions simplificant els resultats:

a) $\sqrt{9\sqrt{3}} =$ c) $\sqrt[3]{27\sqrt{2}} =$ e) $\sqrt{49\sqrt{7}} =$

b) $\sqrt{\sqrt{81}} =$ d) $\sqrt{4\sqrt{32}} =$ f) $\sqrt{8\sqrt{81}} =$

Activitat 22

Expressa com un sol radical:

a) $\left(\sqrt[5]{4}\right)^7 =$ c) $\sqrt[4]{9} \cdot \sqrt{3} =$ e) $\sqrt{\sqrt{60}} =$

b) $\sqrt[3]{\sqrt{45}} =$ d) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{81}} =$ f) $\sqrt{\sqrt[5]{25}} =$

Activitat 23

Calcula les potències d'aquestes operacions amb arrels:

a) $\left(2 \cdot \sqrt{2}\right)^2 =$ c) $\left(4 \cdot \sqrt{5}\right)^3 =$

b) $\left(\sqrt[3]{2 \cdot 3^3}\right)^4 =$ d) $\left(5 \cdot \sqrt[5]{4 \cdot 5}\right)^3 =$

Activitat 24

Substitueix *a* pel seu valor, de manera que les igualtats siguin certes:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{9} = a$ b) $\sqrt[3]{\frac{64}{a}} = 2$

8. 1. Sumes i restes amb radicals

Per poder sumar o restar diferents radicals han de tenir el mateix índex i el mateix radicand.

Exemple 1

Fes les següents operacions:

$6 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot \sqrt{3}$

Podem treure factor comú, ja que $\sqrt{3}$ està multiplicant tots els termes, per tant:

$(6 - 3 + 5) \cdot \sqrt{3} = 8 \cdot \sqrt{3}$

Exemple 2

Suma aquests radicals: $\sqrt{2} + \sqrt[3]{2} =$

No es poden sumar (tampoc es podrien restar), perquè els radicals tenen índex diferent

Exemple 3

Resta aquests radicals: $\sqrt{3} + \sqrt{10} =$

No es poden restar (tampoc es podrien sumar) perquè els radicands són diferents.

Exemple 4

Resol aquesta expressió: $\sqrt{\frac{32}{25}} + \sqrt{18}$

Com que l'arrel d'un quocient és el mateix que el quocient d'arrels: $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{25}} + \sqrt{18}$

Si descomposem 32 en els seus factors tenim que 32 = 2^2. 2^2. 2, de la mateixa manera 18 = 3^2. 2

Per tant: $\frac{\sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2}}{\sqrt{25}} + \sqrt{3^2 \cdot 2}$

L'arrel quadrada d'un nombre elevat al quadrat és el mateix nombre, per tant, podem treure de l'arrel tant 2^2 de l'arrel del numerador de la fracció com 3^2 de la segona arrel:

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{5} + 3 \cdot \sqrt{2} = \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{5} + 3 \cdot \sqrt{2}$$

Això és el mateix que:

$$\frac{4}{5} \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{2} = \left(\frac{4}{5} + 3\right) \cdot \sqrt{2} = \frac{19}{5} \cdot \sqrt{2}$$

- **Activitats d'aprenentatge**

Activitat 25

Calcula la fracció resultant :

$$\sqrt{\frac{9}{16}} + \sqrt{\frac{25}{4}} - \sqrt{\frac{16}{49}} =$$

Activitat 26

Determina el valor d'aquestes operacions pel mètode d'extreure factor comú:

a) $4 \cdot \sqrt{2} + 5 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{2} + 11 \cdot \sqrt{2} =$

b) $9 \cdot \sqrt{5} + 7 \cdot \sqrt{5} - 3 \cdot \sqrt{5} - 6 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{5} =$

c) $2 \cdot \sqrt[3]{9} - 8 \cdot \sqrt[3]{9} - 3 \cdot \sqrt[3]{9} =$

Activitat 27

Extreu els factors possibles d'aquests radicals, de manera que les arrels resultants tinguin el mateix índex i el mateix radicand:

a) $\sqrt{8} + \sqrt{32} + 5 \cdot \sqrt{72} - 3 \cdot \sqrt{18} =$

b) $3 \cdot \sqrt{20} - 9 \cdot \sqrt{80} + 2 \cdot \sqrt{125} =$

c) $5 \cdot \sqrt{27} - 8 \cdot \sqrt{12} + 2 \cdot \sqrt{108} =$