

1 El logaritme

Tots coneixem la relació entre la multiplicació i la divisió, i podem admetre que dividir a entre b és buscar un nombre c que multiplicat per b ens doni a .

Doncs bé, calcular el logaritme ve a ser el contrari que l'exponenciació. Així diem que el logaritme en base b de a és un nombre c tal que $b^c = a$. És a dir, és la resposta a la pregunta: "a quin nombre he d'elevat la base b perquè em doni a ?"

Per escriure logaritme en base b de a fem servir la següent notació

$$\log_b a$$

de tal manera que podem escriure:

$$\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$$

amb $a, b > 0$ i $b \neq 1$.

Amb uns quants exemples es veurà més clar:

- $\log_{10} 1000 = 3$ ja que $10^3 = 1000$
- $\log_{10} 100 = 2$ ja que $10^2 = 100$
- $\log_{10} 10 = 1$ ja que $10^1 = 10$ (aquest és fàcil)
- $\log_{10} 1 = 0$ ja que $10^0 = 1$ (recorda-ho)
- $\log_5 1 = 0$ ja que $5^0 = 1$ (casualitat?)
- $\log_2 1 = 0$ ja que bla, bla, bla
- en definitiva $\log_b 1 = 0$ ja que $b^0 = 1$. És a dir, que el logaritme de 1 en qualsevol base és zero.
- $\log_2 8 = 3$ ja que $2^3 = 8$.
- $\log_2 32 = 5$ ja que $2^5 = 32$.
- $\log_2 10 = 3.321928094$ aproximadament, no sempre els logaritmes ens donen resultats enters. De fet, gairebé mai ens donen resultats enters. Cal aprendre a fer anar la calculadora.
- $\log_2 -4$ no existeix, ja que no hi ha cap potencia de 2 que doni -4 .

Hem vist que la base pot ser qualsevol nombre positiu, però a la pràctica bàsicament es treballa amb 2 bases.

- Base 10. En aquest cas s'anomena logaritme decimal. El logaritme decimal d'un nombre ens dóna una idea del nombre de xifres del nombre en qüestió. Està molt relacionat amb la notació cinetífica.
- Base e . En aquest cas s'anomena logaritme neperià, i s'escriu $\ln x$. El nombre e és un nombre de característiques similars a les del nombre π . És irracional, i per tant té infinites xifres decimals en les que no s'hi repeteix cap període. El seu valor aproximat és: $e = 2.718281828$

Per fer càlculs de logaritmes cal que sàpigues fer anar la teva calculadora. Per això et recomano que practiquis una mica i comprovis aquests càlculs. A la calculadora hi trobaràs la tecla "ln" pels logaritmes neperians i la tecla "Log" pels logaritmes decimals.

- $\ln 1 = 0$ (aquest es pot fer sense calculadora)
- $\ln 2 = 0.69$
- $\ln 0.5 = -0.69$
- $\ln -3$ comprova que no existeix
- $\ln 10 = 2.3$

Observa que el logaritme d'un nombre pot ser negatiu, però que no podem calcular el logaritme d'un nombre negatiu.

Algunes propietats interessants dels logaritmes:

- $\log_b 1 = 0$
- $\log_b(x \cdot y) = \log_b x + \log_b y$
- $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$
- $\log_b b = 1$
- $\log_b x^y = y \cdot \log_b x$

2 La funció logarítmica. $f(x) = \log_a x$

Les característiques de la funció logarítmica (per bases més grans que 1) són les següents:

Domini: \mathbb{R}^+

Recorregut: \mathbb{R}

Continuïtat: Contínua en tot el domini.

Creixement: És creixent en tot el seu domini.

Asíptotes: L'eix OY .

Tall amb els eixos: Talla l'eix OX en el punt $(1, 0)$. L'eix OY no el talla, recorda que és una asíptota.

Altres: Sempre passa pel punt $(b, 1)$ on b és la base del logaritme.

Periodicitat: No és periòdica.

Simetria: No presenta simetria.

Amb la calculadora gràfica o qualsevol programa de representació de funcions, representa unes quantes funcions logarítmiques per familiaritzar-te amb la gràfica.