

EXEMPLE

Pregunta: Troba l'equació de la paràbola que passa pel punt $(1, 3)$ i té el vèrtex en el punt $(-2, 1)$.

Solució.

De la lectura de l'enunciat en deduïm quatre condicions que ha de complir la funció que busquem:

1. És una paràbola, per tant del tipus $f(x) = ax^2 + bx + c$. Només ens cal trobar el valor de a , b i c .
2. Passa pel punt $(1, 3)$, per tant $f(1) = 3$, per tant $a(1)^2 + b(1) + c = 3$, és a dir, $a + b + c = 3$
Aquesta és la primera equació que tenim per a trobar la a , la b i la c .
3. Té el vèrtex en el punt $(-2, 1)$. D'aquí deduïm que la x del vèrtex és $x_v = -2$, per tant $-\frac{b}{2a} = -2$ que és el mateix que $-b = -4a$ és a dir $b = 4a$ que és la segona equació.
4. Si té el vèrtex en el punt $(-2, 1)$ és que també passa pel punt aquest, per tant $f(-2) = 1$ és a dir $a(-2)^2 + b(-2) + c = 1$. que és el mateix que $4a - 2b + c = 1$ que és la tercera equació.

Resumint, dels punts 2, 3 i 4 en treiem les equacions.

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad a + b + c = 3 \\ (2) \quad b = 4a \\ (3) \quad 4a - 2b + c = 1 \end{array} \right\}$$

Aquest sistema de 3 equacions i 3 incògnites el convertim en un de 2 equacions i 2 incògnites ràpidament de la següent manera:

Substituïm el valor de b de l'equació (2) a les equacions (1) i (3), i obtenim el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad a + 4a + c = 3 \\ (3) \quad 4a - 2(4a) + c = 1 \end{array} \right\}, \text{ que resolent i tenim : } \left\{ c = \frac{17}{9}, a = \frac{2}{9} \right\}$$

Ara a partir del valor de a i l'equació (2) trobem el valor de $b = 4a = 4 \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$.

Per tant,
la funció que busquem és

$$f(x) = \frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{9}x + \frac{17}{9}$$

I aquí acaba el problema.