FEM MATEMÀTIQUES

1r d'ESO-Setè de Primària

Problemes de la primera fase

Any 1997

PROBLEMA 1. Com ja saps, estem a l'any 1997. Aquest nombre és primer, és a dir, no té cap divisor diferent d'ell mateix i del 1. Com podries convèncer els teus companys d'això amb el mínim d'esforç?

PROBLEMA 2. Disposem de dos quadrats iguals de 2 m. de costat. Un dels quadrats és fix i l'altre té un vèrtex fix al centre del primer quadrat i pot oscil lar al voltant d'aquest vèrtex. Estudia el valor de l'àrea comuna als dos quadrats en canviar de posició.

PROBLEMA 3. S'encenen dues espelmes, a l'hora, de la mateixa longitud però de diferent gruix. Una es consumiria en 4 h. i l'altre en 5 h. En apagar-les una és quatre vegades més gran que l'altra. Quina estona han estat enceses?

PROBLEMA 4. Per acabar et proposem un joc. Per jugar-hi necessitaràs un company i una pila amb vint pedres. Les regles per jugar són senzilles: cada jugador en el seu torn pot agafar 1 o 2 pedres. Guanya el jugador que agafa l'última pedra (que evidentment pot anar acompanyada). Apa, a jugar!

1. Ets capaç de veure una manera de jugar que si tu ets el primer a treure pedres estiguis segur de guanyar?
2. Què passa si a la pila, en començar hi ha vint-i-una pedres? I si n'hi ha vint-i- dues? I si en general n'hi ha un nombre qualsevol?
3. Podries explicar tot el que has vist?

Any 1998

PROBLEMA 1. 1)Escriviu els nombres naturals de l'1 al 100 un a continuació de l'altre: 12345678910111213........9899100. Obtindreu així un nombre molt gran. Volem eliminar d'aquest nombre cent xifres de forma que el nombre resultant sigui el més gran possible. Quines xifres haureu d'eliminar? Com resoldríeu el problema si voleu que el nombre que resulti sigui el més petit possible?

PROBLEMA 2. Si en un quadrat traceu una diagonal aquesta divideix els angles per la meitat. Si des d'un vèrtex d'un pentàgon regular traceu les dues diagonals possibles, com queda dividit l'angle d'aquest vèrtex? Si des d'un vèrtex d'un hexàgon regular traceu les tres diagonals possibles, com queda dividit l'angle d'aquest vèrtex? Què observeu? Serieu capaços de continuar? Ho sabríeu justificar?

PROBLEMA 3. En Roger i en Pau fan una carrera i com que en Roger és més gran li dóna un avantatge de 30 passes a en Pau. La distància que recorre en Pau en 6 passes és la mateixa que recorre en Roger en 5 passes. Si cada vegada que en Roger fa una passa en Pau també en fa una, quants passos haurà de fer en Roger per atrapar en Pau?

Any 1999

PROBLEMA 1. Aconsegueix el 100 amb els nombres del 0 al 9 i fent servir les operacions que coneixes. De quantes maneres diferents pots fer-ho?

PROBLEMA 2. Transforma mitjançant canvis geomètrics un triangle qualsevol en un quadrat de la mateixa superfície.

Orientacions:

a. transformar el triangle en un rectangle de la mateixa superfície
b. convertir el rectangle en el quadrat de la mateixa superfície

PROBLEMA 3. Un pagès ha recollit un cistell de pomes dels seus arbres. En arribar a casa seva ha deixat el cistell sobre la taula. Passa un fill i es menja la meitat de les pomes que hi ha al cistell més mitja poma. Passa un altre fill, i es menja la meitat de les pomes que queden i mitja poma. I així successivament, de manera que quan l'últim fill es menja la meitat de les pomes que queden més mitja poma, el cistell queda buit.

Quantes pomes hi havia al cistell i quants fills té el pagès?

Any 2000

PROBLEMA 1. El 26 de juliol de 1998, a les 15h 43 m, un rellotge digital que a més de donar l'hora i els minuts, també ens indica la data (dia, mes i any), utilitzant 10 xifres, assenyalava el següent: 1 5 4 3 2 6 0 7 98. Fixa't en el significat de cada parell de xifres. Observaràs que en aquell moment el rellotge utilitzava exactament totes les xifres sense repetir-ne cap. Quan tornarà a produir-se aquesta curiositat, a partir de l'any 2000? Explica com has trobat la resposta i perquè creus que és la primera vegada que es produirà.

PROBLEMA 2. El 17 de juliol de 1999 el diari va publicar la noticia que la població mundial havia arribat als 6000 milions de persones. A) Imagineu, per un moment, que féssim una fila amb tota la població al voltant de l'equador; quantes voltes faríem a la Terra? B) Si féssim una torre humana, de manera que arribés fins a la Lluna, quantes persones podríem posar, com a màxim, a cada pis? C) Ara, imagineu que tota la població mundial s'ajuntés en un territori, de manera que cadascú ocupés un quadrat de 50 cm de costat. Creus que cabríem tots a la comarca de la Noguera, a Catalunya, a Espanya o bé encara necessitaríem més territori?

Nota: Cal explicar amb detall com feu la fila i, les mesures que heu considerat.

PROBLEMA 3. Tenim una planxa de fusta rectangular de 45×32 cm i volem tallar-la de manera que enganxant els trossos obtinguts es pugui formar una planxa rectangular de 40×36 cm. Com podem fer-ho? De les diferents maneres possibles, algunes necessiten fer més trossos que d'altres. Sabries trobar alguna solució que consistís a dividir la planxa inicial en només dos trossos? (no cal que el tall sigui una línia recta, pot ser una línia trencada, és a dir, formada per diversos segments rectes).

Any 2001

PROBLEMA 1.

a. Divideix aquest triangle en dos triangles de la mateixa àrea. Hi ha més d'una possibilitat?
b. En un triangle equilàter ABC dibuixem la recta que uneix el vèrtex A amb el punt mig del costat oposat i la recta que uneix el vèrtex B amb el punt mig del costat oposat. El triangle queda dividit en quatre parts. Anomena-les 1, 2, 3 i 4. Si l'àrea del triangle és 90 cm^2, quan mesurarà l'àrea de cada una de les quatre parts?

PROBLEMA 2. En Jaume surt de casa amb molts cromos i torna sense cap. La seva mare li pregunta:

- *Que has fet amb els cromos?*

- A cada amic que em trobava li regalava la meitat dels cromos que duia més un.

- *Quants amics t'has trobat?*

- Sis en total.

Amb quants cromos va sortir en Jaume de casa seva?

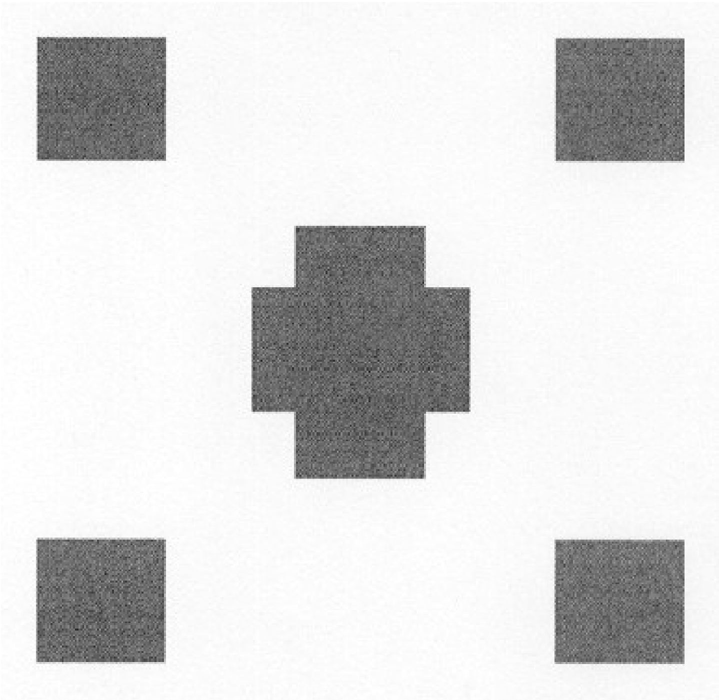
PROBLEMA 3.

a. Tenim una balança de dos plats i volem adquirir un sistema de peses que ens permeti pesar objectes (de kg en kg) des de 1 kg fins a 15 kg. Els pesos només es poden posar en un dels plats de la balança, i volem comprar-ne el mínim de peses possible. Quines peses demanaries?

b. Tenim un recipient de 8 litres de capacitat, un altre de 5 litres i un altre de 3 litres. Utilitzant només aquests tres recipients com a mesures, explica com es podria obtenir 4 litres d'aigua.

Any 2002

PROBLEMA 1. En els claustres de molts monestirs, hi ha una font al centre i quatre altars situats un a cadascun dels quatre vèrtexs del claustre. Hi ha el costum que els fidels, quan vénen a pregar, fan una ofrena de N flors a cada altar. Aquesta N depèn de cada monestir.



Un fidel una mica despistat, no s'havia assabentat de quina era la N del monestir de Poblet, i va venir amb una quantitat escassa de flors, tan escassa que no li arribava ni tan sols per fer l'ofrena de les N flors del primer altar. Tanmateix, Poblet té una llegenda (i si no la tenia, la tindrà a partir d'ara) que diu que si submergeixes a la font les teves flors, un miracle te les dobla en quantitat. Aquest fidel, assabentat d'això, ho fa i efectivament observa com la quantitat de flors que portava se li dobla, amb la qual cosa té suficients flors (N) per poder fer l'ofrena del primer altar i encara en sobren. Però les flors que li queden no són suficients per poder fer l'ofrena del segon altar... i torna a fer el mateix: submeregeix les flors, les dobla i fa l'ofrena al segon altar... I aquest mateix procediment li serveix per poder anar augmentant la seva quantitat de flors i poder fer les corresponents ofrenes de N flors al tercer i quart altar. Tanmateix, els miracles són limitats, i després d'haver efectuat la quarta ofrena observa que ja s'ha quedat definitivament sense flors.

Podríeu dir-nos quantes flors es necessitaven en cada altar (o sigui, N) i amb quantes flors es va presentar el nostre amic al monestir? És possible que arribés amb més de 100 flors i no en tingués prou ni per al primer altar? Què ens podeu dir al respecte? Exploreu a fons la situació.

I si Poblet hagués tingut un claustre pentagonal (i per tant cinc altars)? podríem també esbrinar alguna relació? És possible resoldre ara aquest problema de forma senzilla amb qualsevol forma que tinguin els claustres?

PROBLEMA 2. En un geoplà de 5×5 podem representar-hi nombrosos quadrats, en posicions diferents i amb dimensions diferents. Us demanem que, de forma organitzada, ens digueu en primer lloc quantes dimensions diferents podem representar-hi, i alhora ens compareu les seves superfícies.

A continuació ens direu també per a cadascun d'aquests quadrats, en quantes posicions diferents es poden representar.

Què passaria en un geoplà de 6×6? I en geoplans de grandàries superiors?

PROBLEMA 3. Es tracta d'un joc per a dos jugadors. Cadascun dels dos disposa de 30 fitxes (del tipus de les de parxís) que ha de col·locar, com ell vulgui, a les caselles numerades del tauler que s'adjunta.

LLencen alternativament dos daus, i la suma de les puntuacions obtingudes indica la casella de la qual cal retirar una fitxa (si n'hi hagués alguna, però mai no s'ha de retirar més d'una). Guanya el jugador que primer aconsegueix retirar totes les seves fitxes.

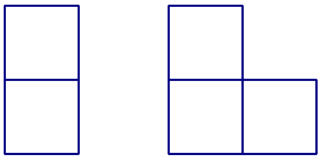
Busca la millor manera de col·locar les fitxes i justifica-ho.

				Jugador A							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
				Jugador B							

Any 2003

PROBLEMA 1. Amb dos quadrats iguals es pot formar una fitxa de dòmino, que per abreujar anomenarem "dòmino".

Amb tres quadrats iguals podem formar dues fitxes que anomenarem "triminos": Una barra de tres i una "L".



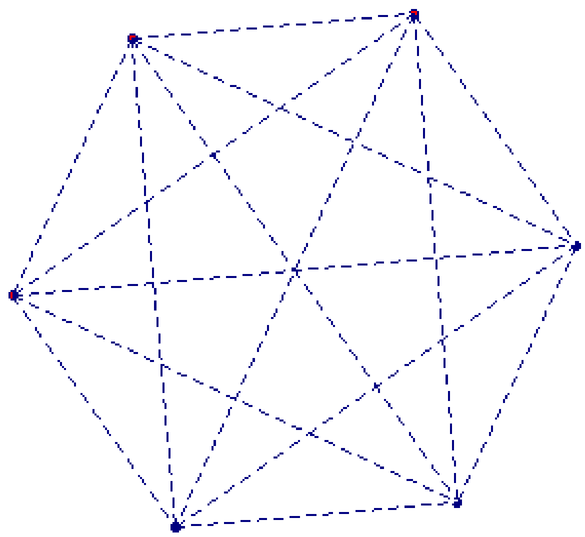
- Amb quatre quadrats iguals quants "tetraminos" es poden formar?
- I amb 5 quadrats, quants "pentaminos"?
- Un cop tinguis tots els pentaminos possibles pots fer el següent trencaclosques: tria un dels "pentaminos" i ara intenta construir-ne un d'igual forma però amb les mides dels costats doblades, utilitzant quatre "pentaminos" de la teva col·lecció. Aquesta operació es pot fer amb tots?

PROBLEMA 2. Coneixeu l'anècdota de l'expressió "eureka!" que va cridar Arquimedes quan va resoldre un problema? Tot seguit podeu fer d'Arquimedes. Diu la tradició que el rei Hieró II de Siracusa va encarregar a un joier que li fes una corona i va ordenar que li donessin les quantitats d'or i plata necessàries. Quan li van lliurar la corona va ordenar que la pesessin i va resultar que pesava el mateix que la quantitat total de plata i or subministrats, però el rei no es fiava del joier, perquè es pensava que s'havia quedat part de l'or per a ell i l'havia substituït per plata. Llavors va fer cridar Arquimedes i li va proposar de trobar quina era la composició de la corona, sense fer-la malbé. Arquimedes ho va resoldre (mentre era a la banyera, i va ser llavors que va cridar el cèlebre "eureka!") sabent que l'or pur perd en l'aigua 1/20 del seu pes, mentre que la plata en perd 1/10.

Resol el problema pel cas que hi haguessin 8 kg d'or i 2 kg de plata i que la corona en l'aigua pesés 9,25 kg

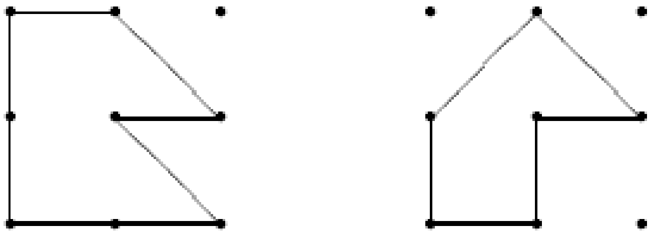
PROBLEMA 3. En Jordi i la Loubna juguen al joc següent: en un paper hi marquen sis punts que més o menys formen un hexàgon regular i agafen dos llapis de diferent color un per cada un. En cada tirada un dels jugadors ha d'unir dos dels sis punts amb el llapis del seu color. Perd el primer que forma un triangle amb els tres costats del seu color, que tindrà els tres vèrtexs sobre l'hexàgon.

- Sabries justificar que en aquest joc no hi pot haver empat? (un dels dos jugadors ha de perdre per força, perquè quan s'hagin format tots els segments possibles segur que hi haurà un triangle amb tots els costats del mateix color)
- Sabries trobar un desenvolupament del joc en què durant les primeres 14 jugades no es formés cap triangle amb els tres costats del mateix color i a la quinzena (la darrera possible) es formessin dos triangles del mateix color?



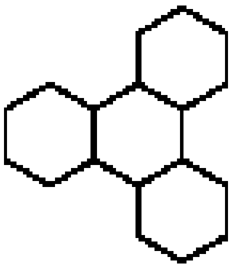
Any 2004

PROBLEMA 1
Quants costats podem dibuixar?
Intenteu dibuixar polígons en una quadricula de 3 × 3 punts (amb els vèrtexs en els punts de la quadricula). Teniu un parell d'exemples en el dibuix.



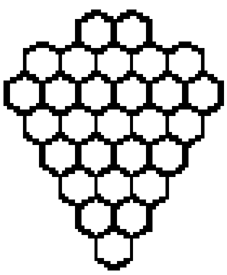
Fixeu-vos que en els dos exemples teniu polígons de sis costats. Podeu dibuixar-ne algun de set costats? I algun de vuit? Quin és el màxim nombre de costats que pot tenir un polígon en una quadricula de 3 × 3 punts?
Repetiu la investigació en una quadricula de 4 × 4. Quin és el polígon amb el nombre més alt de costats? I en una quadricula de 5 × 5? I en una de 6 × 6?
Sense dibuixar-los, podríeu intentar endevinar quants costats tindrà, com a màxim, un polígon en una quadricula de 8 × 8? I en una de 10 × 10? Per què?

PROBLEMA 2
Tetrahexàgons
Feu figures de cartolina amb quatre hexàgons regulars, de manera que els hexàgons estiguin units per les arestes. En el dibuix en teniu un exemple.

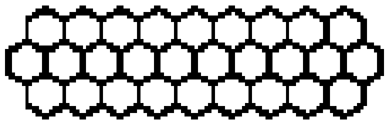


Quantes figures diferents podeu formar amb quatre hexàgons? (Les figures es consideraran diferents si és impossible posar-ne una sobre l'altra, per molt que les gireu.)

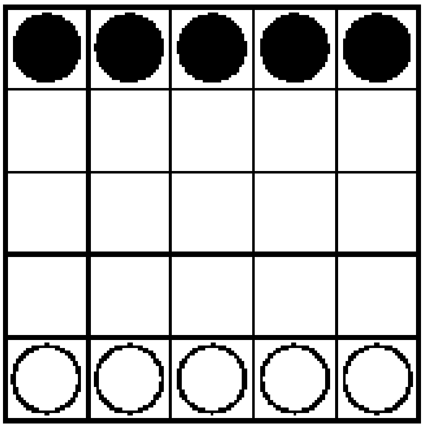
Junteu totes les figures que heu obtingut per formar el raïm del dibuix.



I torneu-les a juntar per fer la forma d’un cuc.



PROBLEMA 3
Acorralem al contrari
En el següent tauler quadrat s’hi pot jugar un joc per a dos jugadors. Preneu cinc fitxes blanques i cinc de negres i poseu-les tal com indica el dibuix. Per torn, cada jugador mou una fitxa, endavant o endarrera, el nombre de quadres que vulgui, però sempre per la mateixa columna i sense passar per sobre de la fitxa de l’altre jugador. Guanya el jugador que logra acorralar contra la paret al contrari, és a dir, que deixa el seu contrincant sense cap jugada possible. Comencen a jugar les blanques.



Jugueu unes quantes partides. Busqueu una estratègia per guanyar sempre.
Què és millor, triar blanques o negres?
Què passa amb un tauler de 6 × 6? Què és millor en aquest cas, triar blanques o negres? I amb un tauler de 7 × 7? I amb un de 8 × 8?

Any 2005

PROBLEMA 1.

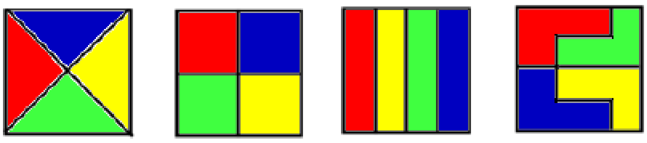
Un home, casat i sense fills, va posar-se malalt just quan la seva dona estava embarassada i veient-se prop de morir va decidir repartir la seva herència, formada per 14 cavalls, de la manera següent: si el fill que ha de néixer és un noi, li correspondrà 1/3 de l'herència a ell i 2/3 a la mare, però si és noia li correspondrà 2/3 a la nena i 1/3 a la mare. La família no veia clar com es podria fer el repartiment; el nombre de 14 cavalls no semblava el més adequat per la proposta de repartiment. Però l'home va morir i la dona va tenir bessonada: un nen i una nena i així, miraculosament, es va solucionar el problema de l'herència.

a) Com s'havia de repartir l'herència?

b) Ja hem dit que la quantitat de 14 cavalls no sembla el més adequat per fer un bon repartiment en el cas de tenir només un fill. Quin és el menor nombre de cavalls que permet fer el repartiment de manera exacta (sense que sobri cap cavall) tant si la dona té un sol fill com si en té dos?

PROBLEMA 2.

Un quadrat es pot descompondre de diverses maneres en quatre peces iguals en la mida i en la forma que recobreixin tot el quadrat sense superposicions. Vegeu ho:



Ara us demanem que feu descomposicions d'altres figures:

a) Estudieu de quina manera o de quines maneres podeu descompondre un triangle equilàter en quatre peces iguals en la mida i en la forma.

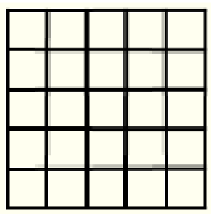
b) Estudieu la manera de dividir un hexàgon regular en trossos iguals en la forma i en la mida, si volem fer-ne:

b1) 2 trossos	b2) 3 trossos	b3) 4 trossos
b4) 6 trossos	b5) 8 trossos	b6) 24 trossos

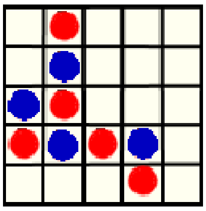
amb el benentès que el millor ordre de resolució d'aquests reptes que us proposem potser no és l'ordre en què us els hem plantejat.

PROBLEMA 3.

Us proposem que estudieu un joc d'estratègia per a dos jugadors que es practica en un tauler quadrat de 5 × 5, és a dir, de 25 caselles.



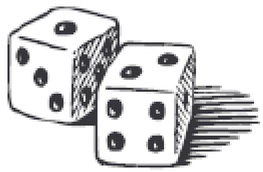
El jugador que inicia el joc marca una casella qualsevol de la fila inferior (o juga una fitxa en aquesta casella); a continuació el segon marca (o posa una fitxa) en una casella contigua que no estigui marcada (a la dreta, a l'esquerra o cap amunt, però no en diagonal, de l'última marcada pel seu contrincant); torna a jugar el primer marcant una casella buida (a la dreta, a l'esquerra o cap amunt, de l'última casella marcada, però mai cap avall), i així successivament. Guanya el joc el primer jugador que aconsegueix marcar una casella de la fila superior.
Per exemple en la situació següent guanya el jugador vermell.



Practiqueu el joc i digueu qui te avantatge, el primer o el segon jugador. Trobeu una manera de jugar que permeti guanyar sempre a un dels dos jugadors.

Any 2006

PROBLEMA 1.
Els daus de colors

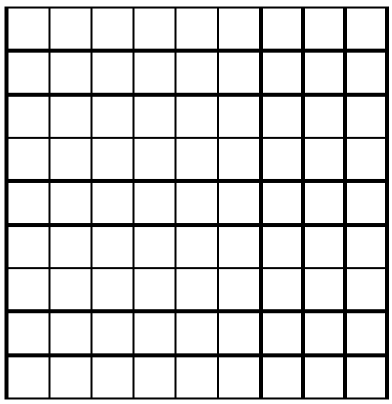


La Mireia té tres daus de colors, un és de color blau, un altre de color groc i l'altre de color vermell. Tira tots tres daus a la vegada i suma el valor dels punts que li han sortit.
Una de les vegades ha sumat 12, perquè al dau blau li ha sortit un 5, al dau groc un 3 i al dau vermell un 4. Fixeu-vos que també podria haver estat d'una altra manera: un 3 en el dau blau, un 4 en el dau groc i un 5 en el vermell, i també obtindria un 12.

1) Això li fa pensar la següent pregunta: *De quantes maneres diferents puc obtenir un 12 en llançar aquests tres daus?* Ajudeu-la vosaltres a respondre.

2) Ara vol mirar d'esbrinar tots els possibles nombres que pot obtenir en sumar els punts de llançar aquests tres daus i quantes maneres diferents té d'obtenir cada un d'aquests resultats. Feu un estudi que expliqui totes aquestes possibilitats i tracteu de mostrar-ho de la manera més clara possible.

PROBLEMA 2.
Les cartes quadrades



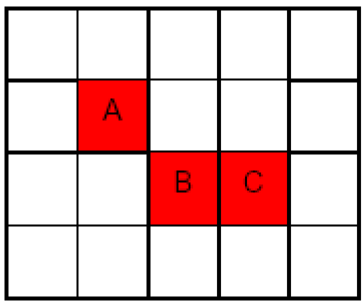
En Miquel té un joc de 81 cartes quadrades, totes de les mateixes dimensions. Cada carta té una cara vermella i una altra cara blanca.

En Miquel col·loca totes les cartes unes al costat de les altres, amb la cara blanca mirant cap al damunt i formant amb totes elles un quadrat gran (com el de la figura).

Ara el joc li demana girar cartes, de manera que en quedin el màxim nombre possible amb la cara vermella al damunt, però amb una condició:

> que cada carta de color vermell tingui almenys 7 cartes *veïnes* que siguin blanques.

Què vol dir això? Una carta és *veïna* d'una altra si tenen en comú un costat o un vèrtex. Observa el següent exemple que et mostra només una part d'aquell gran quadrat.

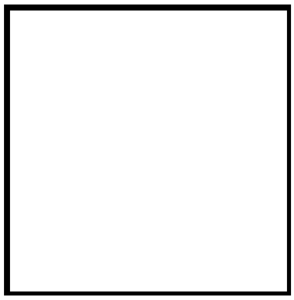


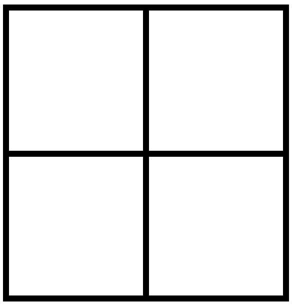
La carta A i la carta C tenen 7 cartes veïnes blanques; però la carta B té només 6 cartes veïnes blanques.

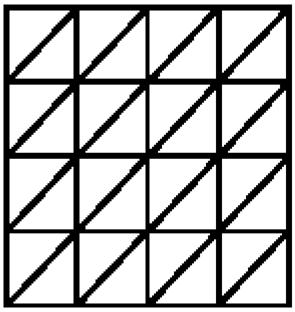
Ajudeu el Miquel: Quantes cartes es poden girar com a màxim?

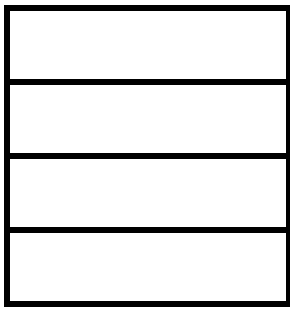
PROBLEMA 3.
Enrajolant i desenrajolant rajoles

La figura següent la podríem recobrir (enrajolar) de diferents maneres utilitzant sempre peces iguals; observa'n unes quantes:









Pel mateix motiu, cadascuna de les següents sis figures pot ser recoberta (enrajolada) de moltes maneres.

1) Podríeu trobar quina és la peça més gran que us permet recobrir qualsevol de les sis figures? Tingueu presents les següents condicions:

- totes les peces han de ser iguals
- en cadascuna de les figures s'han de poder fer servir les mateixes peces

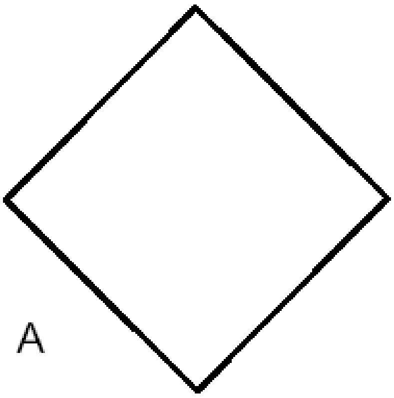
2) Podríeu comparar l'àrea de les sis figures? Raoneu-ho

3) Podríeu comparar els perímetres? Hi ha alguna relació entre el perímetre de cadascuna de les sis figures i la peça que feu servir per enrajolar? Ens podríeu convèncer de les vostres conclusions sense necessitat d'haver de prendre mides?

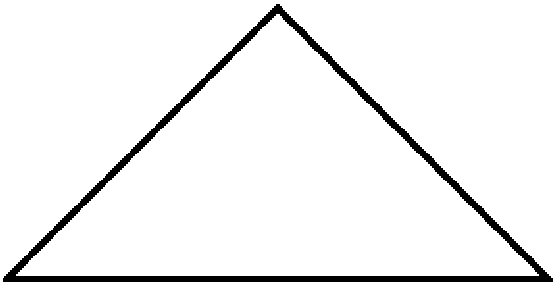
4) De totes les figures possibles que es podrien recobrir amb la peça que heu dissenyat a l'apartat 1), tant les que se us mostren en aquest full com les que us pugueu inventar vosaltres, quina és la que té màxim perímetre? quina és la que té mínim perímetre? Per poder respondre això, cal fixar-nos dues condicions:

- només farem servir 8 peces de les que heu dissenyat a l'apartat 1)
- dues peces han de tenir sempre com a mínim un costat en comú (per exemple les peces C i F, no compleixen aquestes condicions)

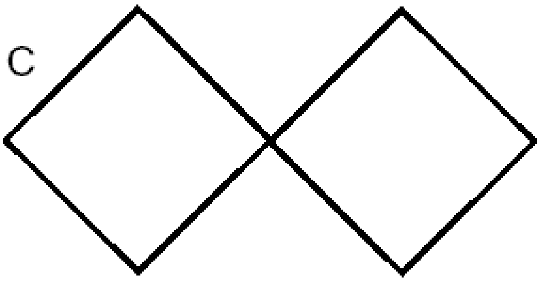
A



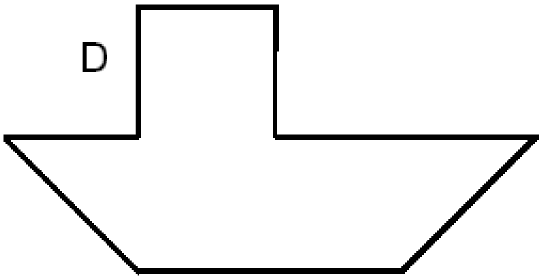
B



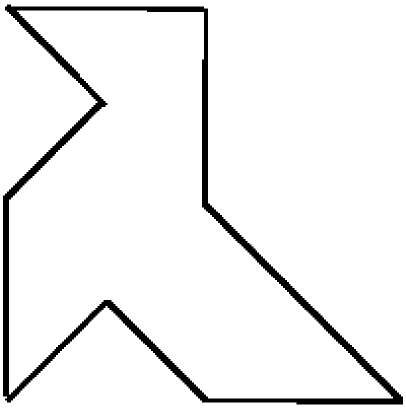
C



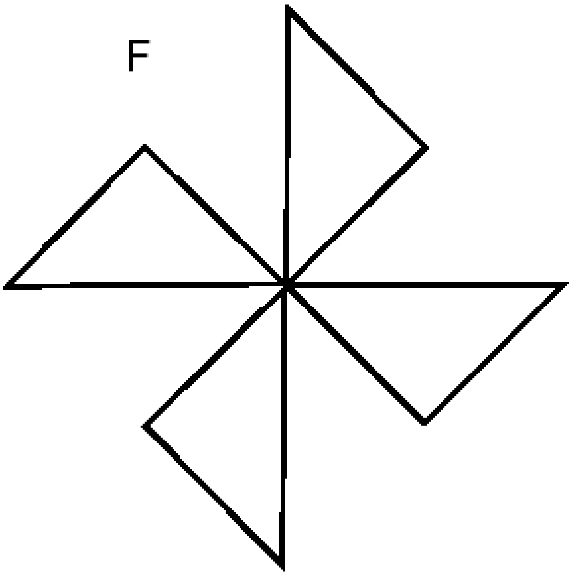
D



E



F

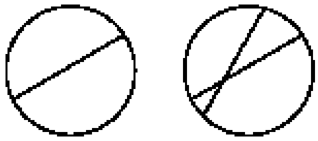


Problemes de la fase comarcal

Any 2002

PROBLEMA 1.

En Hassan va convidar a tots els seus amics a una festa d'aniversari. Tenien un gran pastís i l'havien de partir. Van posar-se a buscar la manera en què podien tallar-lo amb els menys talls possibles. Aviat van veure que amb un sol tall només podem obtenir dos trossos. I amb dos talls com a molt en podem obtenir quatre, de trossos.



Saps quants trossos podem obtenir com a m`axim amb tres talls? I amb quatre talls? I amb cinc?

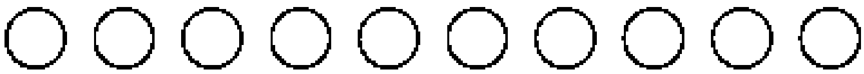
Sabries dir quants trossos podem aconseguir com a m`axim amb vint talls?

PROBLEMA 2.

Quan un rellotge de paret marca les tres les busques formen un angle recte. A quina hora, aproximadament, tornaran a formar un angle recte?

PROBLEMA 3.

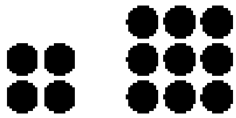
En Pep i la Maria van posar-se a jugar un joc amb deu monedes. El joc consisteix en posar-les totes en una fila i cada jugador, per torns, en treu una o dues. Qui treu l'última moneda perd el joc. Creus que el primer que juga pot guanyar sempre? Si és així, com s'ho ha de fer? Si és el segon jugador el que guanya, com creus que ha de jugar?



Any 2003

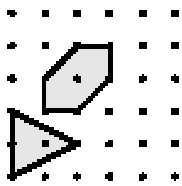
PROBLEMA 1. Aquí tens quatre successions de nombres. Busca una regla per omplir els forats per cada una de les successions. Explica la regla que segueixes en cada cas.
a) 1, 9, , , , 21,
b) 1, , 9, , , 21,
c) 1, , , 9, , 21,
d) 1, , , , 9, 21,

PREOBLEMA 2.
AquÍ tens dues figures amb forma de quadrat construïdes amb fitxes de parxís.



Quantes peces necessites moure de la primera figura per formar un triangle? I de la segona? I si tinguessis un quadrat de 4 × 4 fitxes?
I si en tinguessis un de 7 × 7 fitxes? I un de *n* × *n* fitxes?

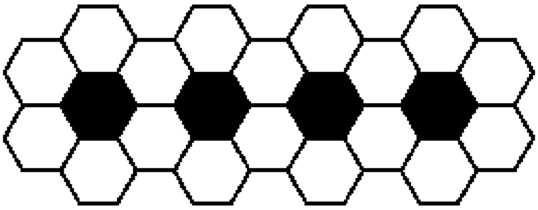
PROBLEMA 3.
Mira les figures de la quadrícula. Les dues tenen només un punt en el seu interior. Dibuixa'n algunes més, també amb un sol punt en el seu interior. Si suposes que la distància entre dos punts consecutius és de 1 cm, quina és l'àrea de les dues figures de la quadrícula? I de les que has dibuixat tu?



Prova també amb un parell de figures amb dos punts en el seu interior. Quina àrea tenen? Pots predir quina àrea tindrà una figura amb cinc punts en el seu interior?

Any 2004

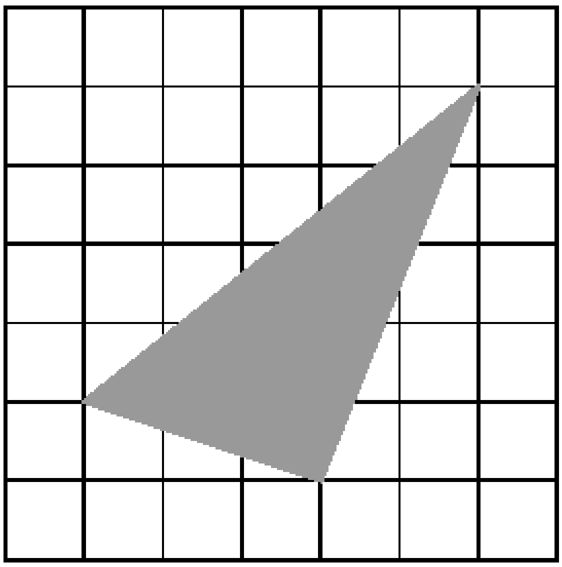
PROBLEMA 1. En Pep vol instal.lar una filera de 100 jardineres rodejades de rajoles grosses hexagonals, seguint el model del dibuix. (En el model tenim 18 rajoles al voltant de 4 jardineres.) Quantes rajoles necessitarà en Pep?



Busca una f´ormula perquè en Pep pugui calcular el nombre de rajoles que necessita per qualsevol quantitat de jardineres.

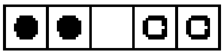
PROBLEMA 2. Si al nombre 25 li posem un zero entre les seves dues xifres ens queda 205. Si ara restem els dos nombres ens queda 205 - 25 = 180.
És a dir, que si al nombre 25 li afegim un zero entre les seves xifres creix en 180.
Sempre passa el mateix? Digues quant creixen els nombres de dues xifres quan els afegim un zero al mig.

PROBLEMA 3. A en Pep el jardiner li han fet un altre encàrrec. Havia plantat uns parterres quadrats que volia omplir amb clavells. Havia calculat que a cada parterre hi havia de posar 64 clavells. Però l'amo del jardí només vol que posi clavells en el triangle de la figura. (A la resta del jardí només hi ha de posar gespa.) Quants clavells haurà de plantar?

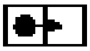


Any 2005

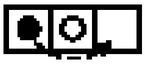
PROBLEMA 1. Dues granotes i dos gripaus estan en una filera de cinc quadrats. (Les granotes són els cercles negres, els gripaus els cercles blancs.)



Les granotes i els gripaus volen intercanviar les seves posicions. Per fer-ho avancen un quadrat

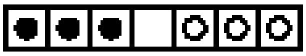


o salten sobre un animal de l'altre espècie (les granotes salten per sobre un gripau i els gripaus sobre una granota).



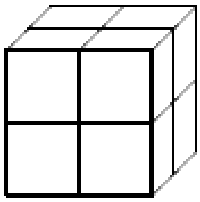
Explica com poden intercanviar-se les posicions dels gripaus i les granotes. Quin serà el mínim nombre de moviments necessari?

Fes el mateix amb tres granotes i tres gripaus sobre una filera de set quadrats.



Quin serà ara el mínim nombre de moviments per intercanviar les posicions?

PROBLEMA 2. La Maria té cubs de color roig, de color groc, de color blau i de color verd. Vol construir un cub més gran, com el del dibuix.



La Maria vol que a cada cara del cub gran hi hagi hi hagi un quadrat de cada color.
Com ho farà? De quantes maneres diferents pot construir el cub?

PROBLEMA 3. L'Elisabet va comprar un llibre de matemàtiques que valia exactament 5 euros. No tenia cap bitllet per`o portava moltes monedes a la butxaca. Es va adonar, de tota manera, que no podia pagar exactament els 5 euros que li demanaven. Podia pagar altres quantitats, com 5,01 euros, però no exactament 5.
Quants diners podia portar en total? Quina és la quantitat màxima de diners que podia dur?

Any 2006

PROBLEMA 1.

En Joan té unes peces de porcellana que vol posar en una safata de 50 cm×35 cm. Cada peça té una base de 8 cm × 6 cm. Quantes peces podrà posar en la safata?

PROBLEMA 2.

A la Maria, a la Paula, a la Berta i a la Joana els agrada molt jugar a tennis. El problema és que la Maria no pot jugar ni els dimarts ni els dimecres ni els dissabtes; la Paula pot jugar només els dilluns, els dimecres i els dijous; la Berta no juga mai ni en dilluns ni en dimarts; la Joana pot jugar tant dilluns com dimarts com divendres. Cap de les quatre pot jugar en diumenge.

Hi ha alguna manera en què cada parella de jugadores es trobi algun dia per jugar? En quins dies no es pot jugar cap partit? En quins dies es pot jugar més d'un partit, amb jugadores diferents?

PROBLEMA 3.

Entre Mataró i Girona hi ha 99 km. Entre les dues ciutats hi ha 98 senyals, com els de la figura.

Quants senyals tenen només 2 dígits?
Per exemple, el senyal següent té només dos dígits, el 3 i el 6.

Problemes de la fase final

ANY 1999. Barberà del Vallès

PROBLEMA 1

Segells Matemàtics

Un profe de mates va decidir donar un premi al grup que cada dia aconseguís portar més segells de correus que continguessin figures geomètriques.

El primer dia, el grup del Xavier va portar uns quants segells d'Alemanya i el grup de la Yoli en va portar uns quants de Bèlgica. I com que el grup de la Yoli en portava el doble que el grup del Xavier, aquell dia va ser ella qui es va emportar el premi.

"Picats" amb la Yoli, el segon dia el grup del Xavier va portar uns quants segells de Canadà, que afegits als segells que ja tenien d'Alemanya doblaven els segells de la Yoli, que aquell dia només portava els de Bèlgica. Per tant el Xavier es va emportar el premi.

El tercer dia, la Yoli va portar 42 segells de Dinamarca. Entre els de Dinamarca i els de Bèlgica, doblaven els d'Alemanya i Canadà que portaven el Xavier i companyia. El premi va ser per a la Yoli.

Ja ens podem imaginar que aquesta picabaralla va durar molts dies; però amb aquestes dades sabrieu dir quants segelles de cada país varen portar la Yoli i el Xavier ?

PROBLEMA 2.

Fem Matemàtiques en un telecadira

En el telecadira de l'estació d'esquí de La Mussara, observem que les cadires estan penjades al cable amb una separació de 10 metres l'una a l'altra. Totes elles estan numerades de forma correlativa (1, 2, 3,...107, 108, 109,...) i després de la cadira numerada amb el darrer número, òbviament tornem a trobar la cadira numerada amb l'1.

Volem saber quantes cadires hi ha en total, i enlloc de comptar-les (que seria més senzill però amb molt poca gràcia) observem que quan la cadira número 88 es creua amb la cadira 115, la cadira número 225 s'està creuant amb la 246.

a) En aquell mateix instant, amb quina s'està creuant la número 150 ?

b) Quantes cadires hi ha en el telecadira?

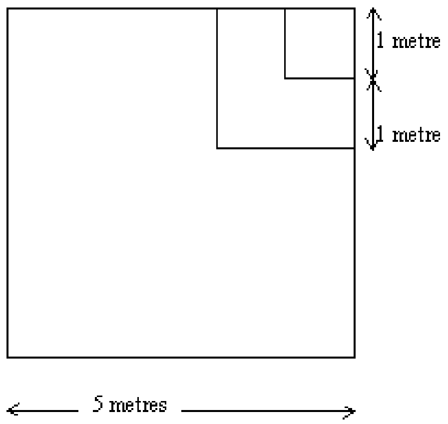
c) Si les cadires avancen 10 metres en cinc segons, en els propers 10 segons amb quantes cadires s'haurà creuat la cadira 88 ?

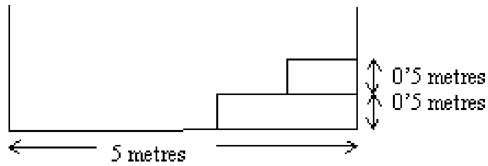
PROBLEMA 3.

El dipòsit d'aigua

Una casa de pagès té una bassa quadrada de 5m x 5m que és igualment fonda a tot arreu. L'aigua que normalment posa el pagès en aquesta bassa és la que fa servir durant tota la setmana per regar i donar de beure al bestiar.

Per tal de poder entrar i treballar més còmodament dins la bassa quan la té buida i la vol netejar, el pagès instal.la dues plataformes quadrades de ciment, en el lloc, forma i mides que t'indiquem en les vistes adjuntes. Aquestes plataformes queden sobradament cobertes d'aigua quan el pagès omple la bassa.





Si hi posa el mateix volum d'aigua de sempre, a quina altura arribarà ara ?

(observació: recorda que el volum d'un prisma, com per exemple la bassa, s'obté multiplicant la superfície de la base per l'altura del prisma)

ANY 2000. Esplugues de Llobregat

PROBLEMA 1.- Com us ho faríeu per tal de portar d'un riu, exactament, 6 litres d'aigua si només teniu a la vostra disposició un recipient de 4 litres i un altre de 9 litres.

PROBLEMA 2.- a) La suma dels dies d'una setmana d'un mes concret és 112. Quant val el producte de tots els dilluns d'aquest mes?

b) Si multipliquem tots els dimarts d'un altre mes el resultat és 198720. En quin dia d'aquest mes cau el primer diumenge? Es pot tractar del mes de febrer?

PROBLEMA 3.- Contesteu les següents qüestions referides a les figures 1, 2 i 3.

a. En la figura 1, quina superfície és més gran , la del quadrat interior o la compresa entre el quadrat interior i el quadrat exterior
b. En la figura 2, quin dels dos rectangles és de superfície més gran?
c. En la figura 3, si coneixem la longitud dels segments AB i BC quina és la del segment BM ?

FIGURA 1

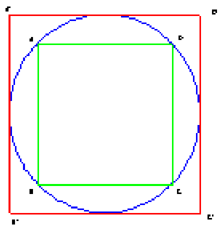


FIGURA 2

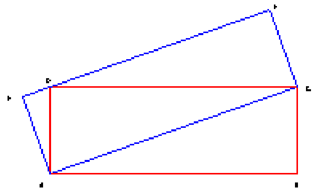
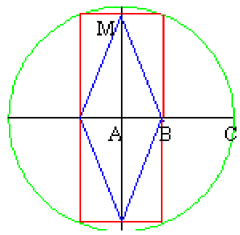


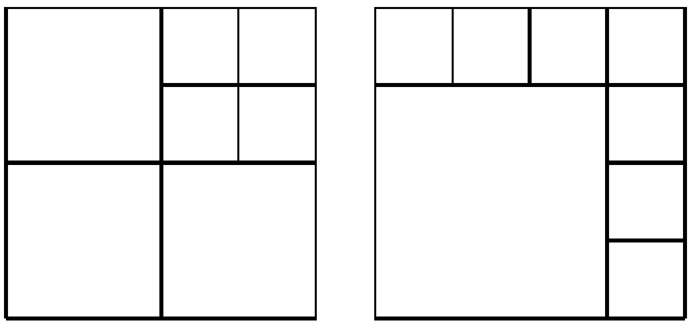
FIGURA 3



ANY 2004. Mataró

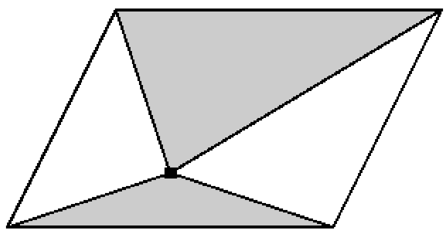
PROBLEMA 1. Una excursionista havia de passar per un t´unel d'una línia de tren. Quan portava caminat 3⁄8 del túnel va sentir el xiulet d'un tren que s'apropava. Com que no podia quedar-se dins del túnel va calcular ràpidament com sortir-ne. Es va adonar que si corria cap al principi del túnel arribaria just en el moment que el tren hi entrés, mentre que si corria cap al final del túnel arribaria just en el moment que el tren en sortís. L'excursionista és capaç de córrer a una velocitat de 10 km/h. Saps a quina velocitat s'acostava el tren?
[Problema en homenatge a Miguel de Guzmán, adaptat del seu llibre "Para pensar mejor".]

PROBLEMA 2. Un quadrat es pot subdividir en quadrats (no necessàriament del mateix tamany) de moltes maneres. Aquí en tens dos exemples, amb un quadrat dividit en 7 quadrats i un altre quadrat dividit en 8 quadrats.



Es pot dividir un quadrat en dos quadrats? I en tres quadrats? I en quatre? Pots dir totes les quantitats de quadrats en què es pot dividir un quadrat gran?

PROBLEMA 3. Un granger té un camp molt gran en forma de paral.lelogram, com el de la figura. En el camp hi ha un pou (el quadradet negre de la figura). El granger vol deixar en herència el camp a les seves dues filles, Anna i Berta. Però com que no vol que es barallin pel pou vol deixar la zona marcada en gris a la filla gran, l'Anna. La zona marcada en blanc serà
per la filla petita, la Berta.



Però està preocupat perquè a l'Anna li toca més tros de terreny i vol compensar d'alguna manera a la Berta. Quina part li ha tocat de més a l'Anna?

Any 2005. Barcelona

Problema 1
La Marta, la Beatriu i la Concepció són tres amigues molt amigues. Un dia que la Marta i la Beatriu s'han trobat per estudiar i berenar observen que totes dues han comprat el mateix tipus de coques rodones i ensucrades que venen al forn de *ca la Sila* però la Marta n'ha comprat 4 i la Beatriu 2 (i les han pagat, es clar!).
Quan porten una estona estudiant, arriba la Concepció que estava ajudant al seu germà a fer els deures i no ha pogut arribar abans. En anar a berenar la Concepció diu que ella no ha pogut comprar res perquè se li ha fet tard i posa sobre la taula 3 € que és el que li toca pagar per tal que cadascuna de les altres (la Marta i la Beatriu) cobri la part que li correspon, i aleshores totes tres es posen a menjar les delicioses coques.
Explica com s'han de repartir els 3€ de la Concepció entre la Marta i la Beatriu tenint en compte que totes tres mengen la mateixa quantitat de coca i, al final, totes tres han pagat la part de coca que s'han menjat. Quant valia cada coca?

Problema 2
El passeig de la vila de Vallrumí té plantats a banda i banda, cada 13 m., arbres. La filera d'arbres de la dreta del passeig és així:
Pi – plataner – teix – til·ler – acàcia – pi – plataner – teix – til·ler – acàcia – pi – etc.
la filera de l'esquerra, en canvi, és així:
Pi – plataner – til·ler - pi – plataner – til·ler – pi – etc.
i això es repeteix fins al final del passeig.
El passeig que té una longitud entre 900 m. i 1 Km. Comença amb un pi a la dreta i un pi a l'esquerra i també acaba amb un pi a la dreta i un pi a l'esquerra. Quina és la longitud exacta del passeig.

Problema 3
Com molt bé ja deus saber, hi ha missatges que s'escriuen encriptats (ocults) per tal que, si algú que no n'ha de fer res els llegeix, no pugui saber el què hi diu.
Aquí tens un missatge amb una salutació per a tu i amb una referència a l'acte que estem fent. Diu
així:
VZJYNSLZNXZSINFLJSNFQ!KJRRFYJRFYNVZJX7550

Ara, amb una mica d'imaginació i sabent de què va el missatge, cal que el desxifris i escriguis en català el què hi diu.
A més, escriu-nos un petit missatge xifrat fent servir el mateix mètode d'encriptació del missatge de dalt.

Any 2006. Reus

PROBLEMA 1

Una habitació quadrada està enrajolada amb rajoles també quadrades i totes iguals. Les rajoles que formen les dues diagonals de l'habitació són negres i totes les altres són blanques. Si hi ha 101 rajoles negres, quantes rajoles blanques hi ha?

PROBLEMA 2

La Rosa vol obrir una pizzeria. Ha decidit que farà tres mides de pizzes: la petita de 15 cm de diàmetre, la mitjana de 20 cm i la gran de 25 cm. Vol vendre les pizzes grans a 10 euros, i no té clar què ha de cobrar per les altres mides. La pots ajudar?

PROBLEMA 3

La família TRAP té 5 fills, tres noies i dos nois. Aquest any tots els fills tenen per edat un nombre parell.
Si se sumen les edats de les tres noies, resulta 30 anys i la suma de les edats dels dos nois és de 14 anys.
Al sumar les edats dels dos fills més grans dóna 26 i al sumar les edats dels dos fills més petits dóna 10. (L'edat sempre l'expressem per un nombre enter)

Amb aquestes dades troba l'edat de cada fill indicant si és noi o noia. Hi ha més d'una possibilitat? En cas afirmatiu indica totes les possibles respostes.