# FEM MATEMÀTIQUES

## Sisè de Primària

## Problemes de la primera fase

**Any 1997**

**PROBLEMA 1.** Com ja saps estem a l'any 1997. Et proposem dues qüestions sobre aquest número.

a. Utilitzant les xifres de l'1 al 9 una vegada i les operacions que vulguis, aconsegueix 1997.
b. Fent servir cada vegada les quatre xifres d'aquest any i les operacions que desitgis, aconsegueix els nombres de l'1 al 10.

**PROBLEMA 2.** Tenim dues peces de roba iguals de forma quadrada. Amb aquestes peces volem aconseguir formar un quadrat. Com ho podem fer?

**PROBLEMA 3.** En el llibre "El hombre que calculaba" s'explica la següent història: En Joan i en Pere realitzen la travessa d'un desert i es troben amb un ric mercader a qui uns lladres acaben d'assaltar. En Joan i en Pere ajuden el mercader a retornar al seu palau i comparteixen amb ell les seves provisions. En Joan disposa de cinc panets i en Pere de tres i tots tres en mengen durant el viatge a parts iguals. En arribar al palau el mercader agraït els dóna una moneda per cada panet. A l'hora de repartir-se les monedes, en Pere creu que 5 monedes són per a en Joan i les altres 3 per a ell. En Joan diu que a ell n'hi han de donar 7 i a en Pere 1. El mercader proposa que cada un se'n quedi 4. Series capaç de justificar cada un dels repartiments anteriors?

**PROBLEMA 4.** Per acabar et proposem un joc. Per jugar-hi necessitaràs un company i una pila amb deu pedres. Les regles per jugar són senzilles: cada jugador en el seu torn pot agafar 1 o 2 pedres. Guanya el jugador que agafa l'última pedra (que evidentment pot anar acompanyada). Apa, a jugar!

1. Ets capaç de veure una manera de jugar que si tu ets el primer a treure pedres estiguis segur de guanyar?
2. Què passa si a la pila, en començar, hi ha onze pedres? I si n'hi ha dotze?
3. Podries explicar tot el que has vist?

**Any 1998**

**PROBLEMA 1.** Prenem un nombre de tres xifres diferents, per exemple 835. Invertim l'ordre de les seves xifres i restem el gran menys el petit: 835 - 538 = 297. Ara, tornem a invertir les xifres del nombre obtingut i sumem els dos nombres: 297 + 792 = 1089. Feu el mateix amb altres nombres. Què observeu? Sabríeu explicar per què?

**PROBLEMA 2.** Agafeu un full de paper de forma rectangular i dibuixeu un rombe unint els punts mitjos dels costats del rectangle. Torneu a unir els punts mitjos del rombe i formareu un rectangle. Repetiu el procés dues vegades més i obtindreu un nou rectangle. Quantes vegades cap aquest últim rectangle en el full inicial? Què passa si fem el mateix procés amb un triangle equilàter? I amb un triangle qualsevol?

**PROBLEMA 3.** En Joan ha d'anar a mercat a vendre 30 melons a 500 pessetes la parella, i 30 d'una qualitat un xic inferior que els ven de tres en tres també a 500 pessetes. Mentre va cap al mercat calcula que si ven tots els melons guanyarà 12500 pessetes, però tot d'una ensopega i se li barregen tots el melons. Quan arriba al mercat, com que no pot destriar els melons d'una qualitat i de l'altra, decideix vendre'ls de 5 en 5 a 1000 pessetes, pensant que farà el mateix benefici. Quan ha venut l'últim grup de cinc melons comprova que tot just ha fet 12000 pessetes. Podeu ajudar en Joan a trobar les 500 pessetes que falten?

**Any 1999**

**PROBLEMA 1.** Uns pares volen inscriure el seu fill a l'esplai del barri i li pregunten al monitor quanta canalla hi assisteix. El monitor contesta:

- Si s'apuntés tanta canalla com ja ve ara, més la meitat dels que ja venen i una quarta part més i el seu fill, tot plegat serien 100.

Quanta canalla ja està inscrita a l'esplai?

**PROBLEMA 2.** Donats dos quadrats, un de 3 cm de costat i l'altre de 4 cm. Talla'ls en 5 peces en total i amb aquestes peces construeix un nou quadrat que tingui 5 cm de costat.

**PROBLEMA 3.** En Joan sempre guanya quan juga al joc de les monedes. En aquest joc, només hi juguen dues persones que tenen 12 monedes disposades en cercle. Cada jugador pot agafar en el seu torn una o dues monedes, si n'agafa dues però, han d'estar una al costat de l'altra des del inici de la partida. Així, un espai buit separa dues monedes, fa que no estiguin una al costat de l'altra.

Explica quina estratègia fa servir en Joan per guanyar sempre.

Serviria l'estratègia d'en Joan amb qualsevol nombre de monedes?

**Any 2000**

**PROBLEMA 1.** A l'escola hi ha dues màquines per fer còpies: una fotocopiadora i un ciclostil.

La fotocòpia costa 2'10 pessetes (tinta i manteniment de la màquina) més el preu del paper.

La ciclostil primer fa un clixé que costa 34 ptes., però després , el preu per còpia és de 0'70 pessetes més el paper.

Ambdues màquines usen el mateix tipus de paper, el cost del qual és de 0'65 pessetes per full.

a. Calculeu el cost de fer 1, 5, 10 i 100 còpies amb cada una de les màquines.
b. Feu un estudi per esbrinar en quins casos surt més a compte usar una màquina o l'altra.

**PROBLEMA 2.** Dibuixeu un hexàgon regular i traceu-ne totes les diagonals.

A partir d'aquesta construcció aconseguiu un trencaclosques de l'hexàgon que tingui totes les seves peces iguals.

Investigueu totes les possibilitats de fer trencaclosques que acompleixin aquestes condicions.

**PROBLEMA 3.**

Prenem un full de paper DIN A4 (aproximadament 29'7 x 21 cm). El dobleguem per la meitat; tornem a doblegar-lo (sempre partint el costat més llarg) i seguim doblegant. Serà possible repetir aquest procés 10 vegades? Per què? Obtindríem una espècie de llibret molt gruixut però amb fulls molt petits.

1. Quants fulls tindríem?
2. Quina seria la superfície de cada full?
3. Quin seria, aproximadament el gruix d'aquest llibret?

Si talléssim tots els fulls i els poséssim un a continuació de l'altre formant una banda llarga i estreta:

1. Quina seria la llargada i l'amplada d'aquesta banda?
2. I la seva superfície?

**Any 2001**

**PROBLEMA 1.** A cada una de les quatre caselles d'un tauler quadrat hem de posar un nombre natural escollit entre l'1 i el 5. A cada casella es col·loca un número diferent. Els números han de posar-se de manera que, sumant caselles veïnes, obtinguem la major quantitat possible de nombres consecutius.

Per exemple, si posem 1, 3, 4, 5 tal i com es veu en el dibuix, només podem obtenir tres números seguits, que són: 8=3+5, 9=4+5 i 10=4+5+1, però 7=3+4 no val per no ser caselles veïnes.

Es demana:

a. Utilitzant els mateixos números de l'1 al 5, però en diferent ordre (canviant de veïns) podem obtenir més nombres seguits?
b. Proveu de posar-hi altres nombres i escriviu totes les sumes seguides que pugueu aconseguir.
c. Quins nombres posarem per obtenir la major quantitat possible de sumes seguides?
d. Hi ha alguna quantitat de sumes seguides que ja no pugui superar-se? Sabríeu explicar per què és aquesta la quantitat més gran que es pot obtenir?

**PROBLEMA 2.** En Roger lloga un cotxe a Girona per anar fins a Tarragona. A Barcelona, que és a mig camí, recull en Pau que l'acompanya fins a Tarragona. A la tornada fa el mateix, és a dir, deixa en Pau a Barcelona i ell segueix fins a Girona. El lloguer del cotxe i la benzina ha costat 12000 ptes, i ha decidit que cadascú pagarà la part que li correspon. En Roger, creu que ell ha de pagar 8000 ptes, mentre en Pau pensa que ell només n'ha de pagar 3000. Qui creus que té raó? Quin raonament ha seguit cadascú?

**PROBLEMA 3.** Tinc 51 cromos repartits en tres caixes A, B i C. De la caixa B passo a la caixa A tants cromos com hi ha a la caixa C. Després passo de la caixa A, 4 cromos a la caixa C i 5 cromos a la caixa B. El resultat final és que les tres caixes acaben tenint el mateix nombre de cromos. Quants cromos hi havia inicialment a cada caixa?

**Any 2002**

**PROBLEMA 1.** Ordena les xifres del 0 al 9 de manera convenient, per tal que en llegir els nombres que resulten d'agrupar-les de dues en dues, et permeti obtenir el major nombre de punts, segons el següent escandall:

- Per cada Nombre Primer: 1 punt
- Per cada Nombre Quadrat: 2 punts
- Per cada Nombre Triangular: 3 punts

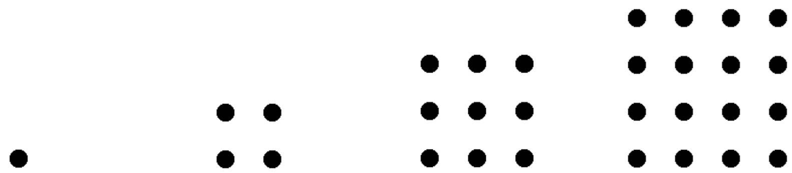
Per exemple, si ordenem 1, 5, 2, 3, 0, 4, 9, 7, 8 i 6, obtenim els nombres 15, 52, 23, 30, 4, 49, 97, 78 i 86

1 5 2 3 0 4 9 7 8 6

15 52 23 30 4 49 97 78 86

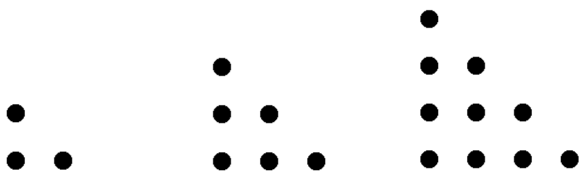
I la puntuació obtinguda és: 3 + 0 + 1 + 0 + 2 + 2 + 1 + 3 + 0 = 12

Recordes quins són els nombres quadrats?



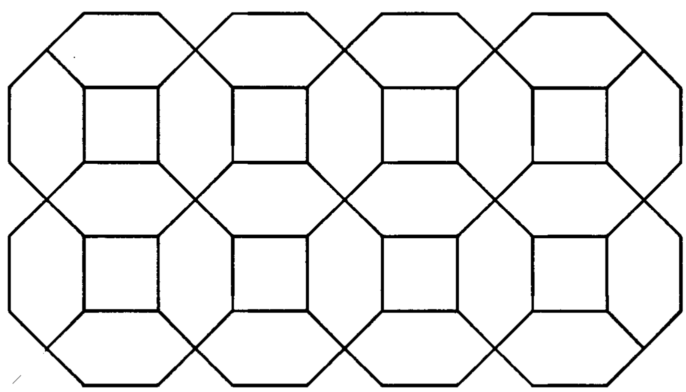
1 4 9 16 ...

I els nombres triangulars?



3 6 10 ...

**PROBLEMA 2.** El terra d'una de les sales del Monestir de Poblet està recobert per peces quadrades i peces hexagonals formant el mosaic que veus a continuació.



a. Reprodueix aquest mosaic en un paper puntejat de malla quadrada fins ocupar tot el full
b. Quina relació hi ha entre la superfície de les dues peces (triangular i qua-drada)?
c. Si la sala on està col·locat medeix 20 metres de llargada per 12 metres d'amplada, i el costat de la peça quadrada del mosaic medeix 12 cm, quantes peces de cada tipus s'han fet servir per enrajolar el terra?
d. Es vol dissenyar una nova rajola juntant diverses peces d'aquestes (quadrats, hexàgons; enganxant-les només per algun costat comú, sense tallar-les) de manera que amb la nova rajola es pugui fer un mosaic que recobreixi la sala, però ara amb peces totes iguals. Estudia possibles dissenys i per a cadascun d'ells reprodueix en mig full el mosaic que en sortiria.

**PROBLEMA 3.** Es tracta d'un joc per a dos jugadors. Cadascun dels dos disposa de 15 fitxes (del tipus de les de parxís) que ha de col·locar, com ell vulgui, a les caselles numerades del tauler que s'adjunta.

Llencen alternativament dos daus, i la suma de les puntuacions obtingudes indica la casella de la qual cal retirar una fitxa (si n'hi hagués alguna, però mai no s'ha de retirar més d'una). Guanya el jugador que primer aconsegueix retirar totes les seves fitxes.

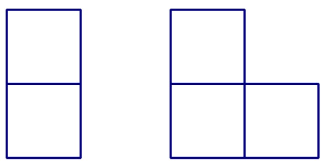
Busca la millor manera de col·locar les fitxes i justifica-ho.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Jugador A | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| | | | | Jugador B | | | | | | | |

## Any 2003

**PROBLEMA 1.** Amb dos quadrats iguals es pot formar una fitxa de dòmino, que per abreujar anomenarem "dòmino".

Amb tres quadrats iguals podem formar dues fitxes que anomenarem "triminos": Una barra de tres i una "L".



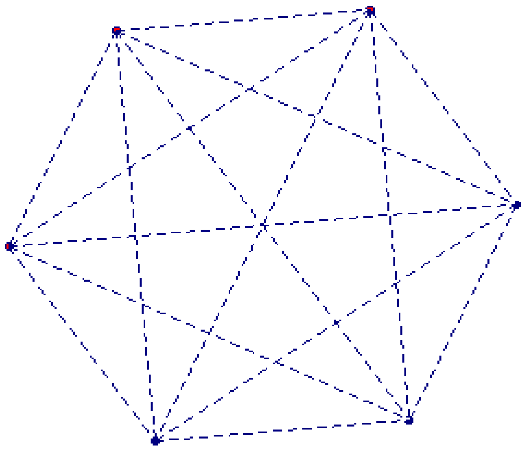
- Amb quatre quadrats iguals quants "tetraminos" es poden formar?
- I amb 5 quadrats, quants "pentaminos"?
- Un cop tinguis tots els pentaminos possibles pots fer el següent trencaclosques: tria un dels "pentaminos" i ara intenta construir-ne un d’igual forma però amb les mides dels costats doblades, utilitzant quatre "pentaminos" de la teva col·lecció. Aquesta operació es pot fer amb tots?

**PROBLEMA 2.** Diu una vella història que un rei oriental va prometre a l’inventor dels escacs de donar-li la següent quantitat d’arròs: Un gra per la primera casella, dos per la segona, quatre per la tercera, vuit per la quarta, setze per la cinquena, així fins arribar a la casella 64 del tauler d’escacs.

- Podries calcular la quantitat total de grans d’arròs que això representa, d’una manera més o menys fàcil? Fes-ho.
- Esbrina quina és la producció mundial d’arròs en un any i calcula quants anys serien precisos per poder complir la promesa.

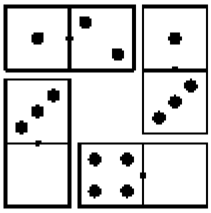
**PROBLEMA 3.**En Jordi i la Loubna juguen al joc següent: en un paper hi marquen sis punts que més o menys formen un hexàgon regular i agafen dos llapis de diferent color un per cada un. En cada tirada un dels jugadors ha d'unir dos dels sis punts amb el llapis del seu color. Perd el primer que forma un triangle amb els tres costats del seu color, que tindrà els tres vèrtexs sobre l'hexàgon.

- Sabries justificar que en aquest joc no hi pot haver empat? (un dels dos jugadors ha de perdre per força, perquè quan s'hagin format tots els segments possibles segur que hi haurà un triangle amb tots els costats del mateix color)
- Sabries trobar un desenvolupament del joc en què durant les primeres 14 jugades no es formés cap triangle amb els tres costats del mateix color i a la quinzena (la darrera possible) es formessin dos triangles del mateix color?

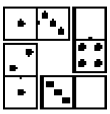


**Any 2004**

**PROBLEMA 1**
**Marcs amb fitxes de dòmino**
Fixeu-vos amb el següent marc, format amb quatre fitxes de dòmino.
Tant les dues files com les dues columnes sumen 4.



Proveu de fer marcs amb quatre fitxes de dòmino que compleixin les mateixes condicions: que totes les files i les columnes sumin el mateix.
Trobeu-ne almenys deu de diferents. (Fixeu-vos que el marc de continuació es considera el mateix que el que teniu dibuixat més amunt, perquè té les mateixes fitxes en el mateix ordre.)

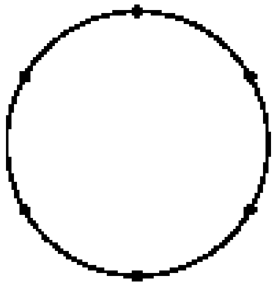


Busqueu el marc amb la suma més petita possible. I el marc amb la suma més gran possible.
Dibuixeu set marcs amb les mateixes condicions, de manera que entre els set marcs feu servir totes les fitxes d'un joc de dòmino.

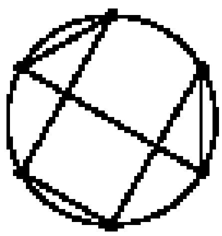
**PROBLEMA 2**

**Dibuixos curiosos en una circumferència**

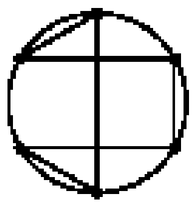
Anem a fer dibuixos curiosos unint els sis punts d'una circumferència com la del dibuix.



Les condicions que han de complir els dibuixos és que s'han d'unir tots els punts en línia recta, tornant al final al punt de partida, sense aixecar mai el llapis del paper i sense passar més d'un cop pel mateix punt. Aquí teniu un exemple:



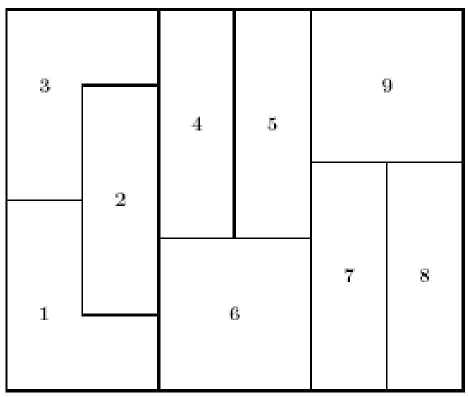
Quantes figures diferents podeu fer? Dibuixeu-les totes. (Vigileu, però, de no repetir-les; les figures han de ser diferents per molt que les gireu. Per exemple, la figura següent és la mateixa que l'anterior si la mireu des d'un altre lloc.)



**PROBLEMA 3**

**El joc d'omplir rectangles**

Preneu tres fitxes vermelles, tres de grogues i tres de blaves. Amb elles i amb el tauler que teniu a continuació podeu jugar a un joc per a dos jugadors.

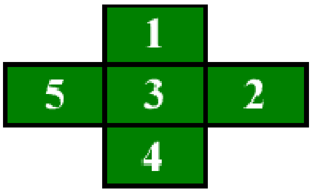



El joc consisteix en què, per torns, cada jugador posa una fitxa de color a un dels espais numerats que estigui buit, amb la condició que en cap dels espais del voltant no hi hagi una fitxa del mateix color. Perd qui no pot fer cap jugada.

Jugueu unes quantes partides. Podeu trobar una partida on hàgiu lograt posar les nou fitxes sobre el tauler?
Imagineu-vos que les tres primeres tirades de la partida les feu amb fitxes de color vermell. Quantes posicions diferents podeu trobar desprès d'aquests tres primers moviments?
Ara intenteu fer la partida tant curta com pugueu. Quantes fitxes hi haurà com a mínim sobre el tauler quan no es pugui fer cap tirada?

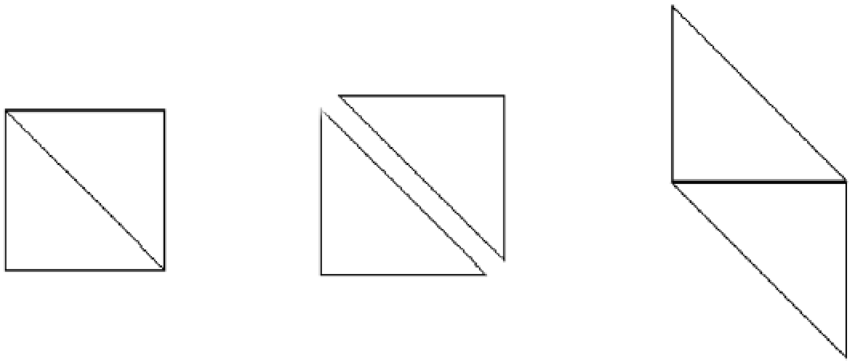
**Any 2005**

**PROBLEMA 1.** Hem col·locat els nombres de l'1 al 5 a les caselles de la figura. Com podeu comprovar la fila suma 10 i la columna suma 8.




a) Intenteu disposar els mateixos nombres de manera que la suma total de la fila sigui igual a la de la columna. Amb aquesta condició, quina és la suma de la fila (o columna) més gran possible que podeu trobar? I la suma total de la fila (o columna) més petita possible? Expliqueu perquè els nombres parells no es poden col·locar en el quadrat central.
b) Escriviu uns altres cinc nombres consecutius i penseu que els disposeu de manera que la suma de la fila i la suma de la columna siguin iguals. Quina és la suma total de la fila (o columna) més gran que podeu trobar en aquestes condicions amb els nombres que heu escrit? Quina és la suma més petita, ara?
c) Ara imagineu que una altra persona escriu cinc nombres consecutius. Intenteu explicar quines operacions hauríeu de fer amb aquests nombres per deduir quina és la suma total més gran de la fila (coincident amb la de la columna) que podeu trobar amb aquests números. Expliqueu també com calcularíeu la suma més petita. Expliqueu perquè els totals més gran i més petit sempre tenen una diferència de dos.

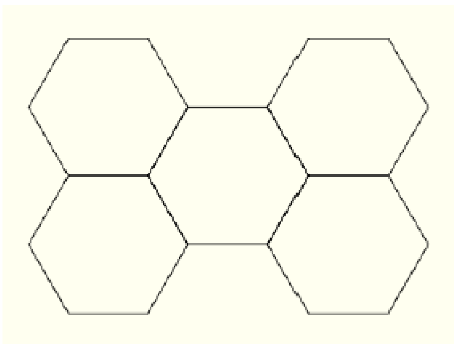
**PROBLEMA 2.** A) Dibuixeu un rectangle de 10 cm de llarg i 6 d'ample, i traceu una de les seves diagonals. Retalleu els dos triangles obtinguts. Amb els dos triangles, fent que coincideixin completament dos costats iguals i sense superposar-los, podeu formar diferents figures. En el gràfic següent teniu un exemple; però fet a partir d'un quadrat.



a) Quantes figures diferents podeu formar?
b) Quina de les figures té el perímetre més gran? Quant val aquest perímetre?
c) Quina de les figures té el perímetre més petit? Quant val aquest perímetre?
d) Què podeu dir de les àrees de les figures construïdes?

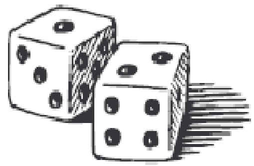
B) Dibuixeu un triangle qualsevol (que no sigui ni rectangle ni isòsceles). Dividiu-lo en tres parts de manera que amb elles es pugui formar un rectangle. És possible ferho de més d'una manera?

**PROBLEMA 3**. Tenim un tauler format per cinc hexàgons regulars iguals, com el que es veu a la figura.



Dos jugadors, al seu torn, van posant una peça a cada jugada per recobrir els hexàgons. Cada peça es posa dins d'un hexàgon. El guanyador de la partida és el jugador que aconsegueix col·locar l'última peça, de manera que després d'aquesta jugada el tauler queda completament recobert.
Hi ha tres tipus de peces: Trapezis isòsceles (equivalents a mig hexàgon), rombes (equivalents a un terç d'hexàgon) i triangles equilàters (equivalents a un sisè d'hexàgon). El nombre de peces de cada tipus és il·limitat.
Practiqueu el joc i digueu qui te avantatge, el primer o el segon jugador. Trobeu una manera de jugar que asseguri a un dels jugadors la possibilitat de guanyar.

**Any 2006**
**PROBLEMA 1**
**Els daus de colors**



La Mireia té dos daus de colors; un és de color blau i l'altre de color vermell. Els tira tots dos a la vegada i suma el valor dels punts que li han sortit. Una de les vegades n'ha sumat 8, perquè al dau blau li ha sortit un 3 i al dau vermell li ha sortit un 5. Fixeu-vos que també podria haver estat a l'inrevés: un 5 en el dau blau i un 3 en el vermell, i també obtindria un 8.

1) Això la fa pensar: *De quantes maneres diferents puc obtenir un 8 en tirar aquests dos daus?* Ajudeu-la vosaltres a respondre.
2) Ara vol mirar d'esbrinar tots els possibles nombres que pot obtenir en sumar els punts quan llança aquests dos daus i quantes (i quines) maneres diferents té d'obtenir cada un d'aquests resultats. Feu un estudi que expliqui totes aquestes possibilitats i tracteu de mostrar-ho de la manera més clara possible.
3) Com que li ha agradat aquesta recerca, ara la Mireia ha agafat un tercer dau de color groc i vol esbrinar de quantes maneres diferents pot obtenir el número 9 com a resultat de la suma de punts dels tres daus. Feu vosaltres també aquest estudi.

**PROBLEMA 2**

**Un joc de cartes**
Volem fer un joc de cartes però que en comptes de figures tingui les 19 lletres i números de la frase FEM MATEMÀTIQUES 2006. Una vegada tinguem les cartes preparades amb les lletres per un costat i en blanc per l'altre, les hem d'ordenar de manera que si estan sobre de la taula en un munt...
aixequem la primera carta, i al girar-la volem que sigui la lletra F;
la segona carta, en comptes de girar-la, l'agafem i sense mirar-la, la posem sota de tot el munt;
la tercera la girem i la posem al costat de la primera F; voldríem que fos una E;
la quarta es posarà sota del munt...
i així fins que quedin totes destapades i formem la frase

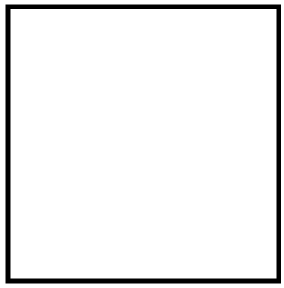
F E M M A T E M A T I Q U E S 2 0 0 6

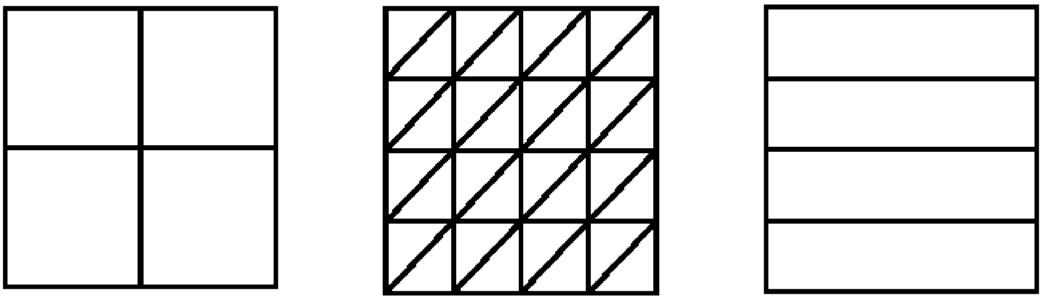
Troba l'ordre en què han d'estar les cartes en el munt. Explica clarament l'estratègia que has fet servir per trobar-lo.

**PROBLEMA 3**

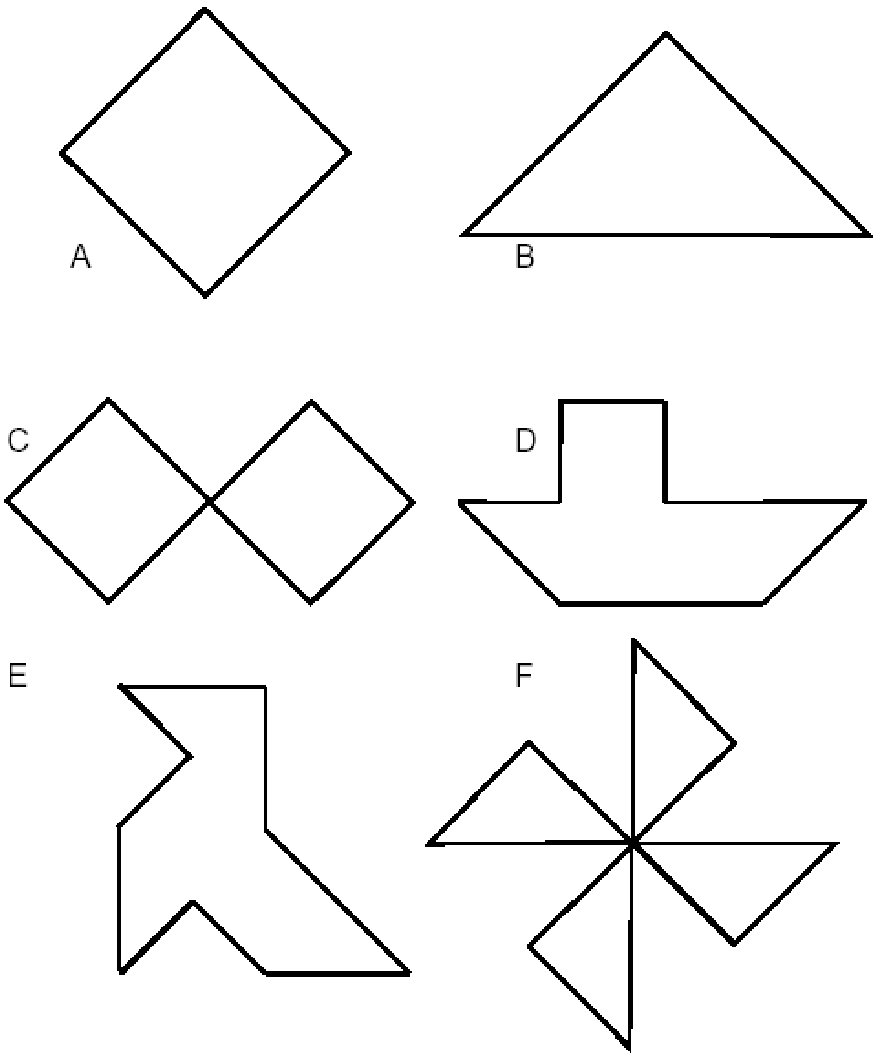
**Enrajolant i desenrajolant rajoles**

La figura següent, la podríem recobrir (enrajolar) de diferents maneres utilitzant sempre peces iguals; observa'n unes quantes maneres:





Cadascuna de les següents sis figures pot ser recoberta (enrajolada) de moltes maneres.



1) Podríeu trobar unes quantes maneres d'enrajolar cadascuna d'elles amb les condicions que...

totes les peces que recobreixen una figura siguin iguals

en totes les figures es facin servir les mateixes peces

2) Quina és la peça més gran que us permet recobrir les sis figures?

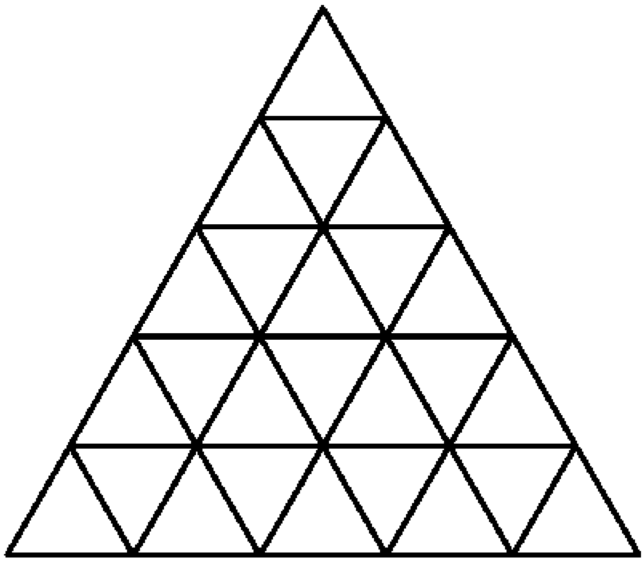
3) Podríeu comparar l'àrea de les sis figures? Raoneu-ho

# Problemes de la fase comarcal (APaMMs)

**Any 2002**

**PROBLEMA 1**.
Quan un rellotge de paret marca les tres les busques formen un angle recte. A quina hora, aproximadament, tornaran a formar un angle recte?

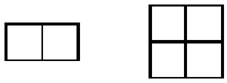
**PROBLEMA 2**.
Quants triangles veus en el següent dibuix? Vés en compte que no te'n deixis cap i explica bé com els comptes.



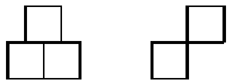
**PROBLEMA 3**
Una mare i les seves dues filles Anna i Eva havien de travessar un riu. Però tenien un problema perquè tenien una barqueta molt petita. A la barqueta només hi podien pujar com a molt una persona gran o bé les dues filles. Si s'hi posava més pes hi havia el risc d'enfonsar-se. Com van lograr atravessar el riu?

**Any 2003**

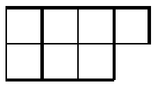
**PROBLEMA 1.**
Un jardiner est`a plantant parterres quadrats. Despr´es els junta per formar una figura més gran per exposar-los. Per juntar-los el que fa ´es posar-los costat per costat com en els dos exemples de continuació.



En canvi no vol juntar-los, per qüestions estètiques, de cap de les maneres següents, ni d’altres de similars.

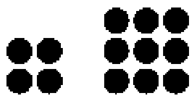


A més, com que vol que molta gent pugui posar-se al voltant dels parterres per contemplar-los, vol que la disposici´o dels parterres tinguin com més contorn millor.
Amb 7 parterres comen¸ca provant la figura de continuació, que veu que té un contorn de 12 costats.



Dibuixa una altra figura amb 7 parterres que tingui més contorn. Quin seria el màxim contorn possible? Sabries quin seria el contorn màxim si tens 10 parterres?

**PROBLEMA 2**.
Aquí tens dues figures amb forma de quadrat construïdes amb fitxes de parxís.



Quantes peces necessites moure de la primera figura per formar un triangle? I de la segona? I si tinguessis un quadrat de 4 × 4 fitxes? I si en tinguessis un de 7 × 7 fitxes?

**PROBLEMA 3**.
Fixa't en la següent tira de nombres.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 12 | 7 | 19 | 26 | 45 |

S'ha construït així fent servir que 12+7 = 19, que 7 + 19 = 26 i que 19 + 26 = 45.
Completa ara les tres tires següents, fent servir la mateixa regla.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | | | | 28 |

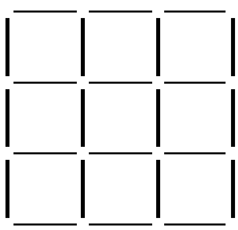
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | | | | 9 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | | | | 16 |

Pots trobar una forma ràpida per trobar el nombre del mig a partir dels dos dels extrems?

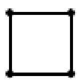
**Any 2004**

**PROBLEMA 1.**
Quants escuradents necessitem per fer una quadrícula de 3*x*3 quadrats?
I una quadrícula de 4 × 4 quadrats? I una de 5 × 5?



**PROBLEMA 2.** La Maria va preguntar a uns amics seus d'una altra escola quants companys s´on a la seva classe.
• En Joan diu que són 28 companys en total, i que hi ha 5 nois més que noies.
• L'Alba diu que són 28 companys en total, i que hi ha 4 nois més que noies.
• En Pere diu que són 27 companys en total, i que hi ha 4 nois més que noies.
La Maria va saber de seguida a qui havia de creure. A qui va fer cas? Per què?

**PROBLEMA 3.** En un tauler de 2×2 punts podem dibuixar nom´es un quadrat amb els vèrtexs sobre la quadrícula.



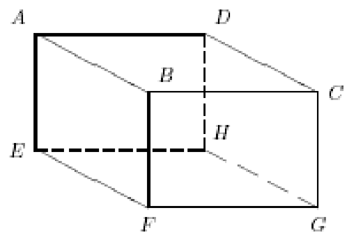
En canvi en un tauler de 3×3 punts n'hi ha uns quants més, per exemple els dos de continuació.

Dibuixa tots els quadrats, amb els quatre vèrtexs en un punt de la quadrícula, que caben en un tauler de 4×4 punts. Quants n'hi ha en total?

**Any 2005**

**PROBLEMA 1.** Un cargol ha caigut al fons d'un pou de 10 metres de profunditat. Per sortir del pou ha d'anar pujant per la paret humida del pou. Durant el dia logra pujar 1 metre, però a la nit, mentre està dormint, rellisca i baixa mig metre. Quants dies trigarà a sortir del pou?
I si hagués caigut en un pou de 20 metres, quants dies trigaria a sortir?
I si el pou fos de 100 metres?

**PROBLEMA 2**. Una formiga ha d'anar des d'una cantonada del sostre d'una habitació fins a la cantonada oposada. L'habitació té forma de prisma, com en el dibuix següent. La formiga ha d'anar del vèrtex *A* al vèrtex *G*.




La formiga vol anar seguint les arestes del prisma però no sap quin camí seguir. Té clar que no anirà mai cap amunt, ni passarà dos cops per la mateixa aresta. Per quants camins diferents pot passar la formiga? Classifica els camins segons la distància que haurà de recórrer la formiga.

**PROBLEMA 3**. La Laia té 10 cubs. El primer té 1 cm de costat, el segon té 2 cm de costat, el tercer té 3 cm de costat, i així fins el desè que té 10cm de costat.

La Laia es posa a fer dues piles amb tots els cubs. Vol fer servir tots els cubs que té i que les dues piles siguin igual d'altes. Com s'ho farà? De quantes maneres pot fer dues piles d'igual al¸cada?

La Marta, en canvi, té 11 cubs: 10 iguals que els de la Laia i un altre de 11cm de costat. També vol fer dues piles de la mateixa alçada fent servir tots els cubs que té. De quantes maneres diferents ho pot fer?

**Any 2006**

**PROBLEMA 1.**

La Sara, que t´e una granja de conills, es va adonar que si posava 7 conills a cada conillera li quedava un conill a fora, per`o si posava 9 conills a cada conillera li quedava una conillera buida.

Quants conills tenia la Sara? I quantes conilleres?

**PROBLEMA 2**.
Dos exploradors han de portar un missatge a trav´es del desert. Cada explorador pot portar queviures per menjar una persona durant 12 dies. Per travessar el desert calen 9 dies, i 9 dies m´es per tornar. Poden dos exploradors portar el missatge i tornar sense passar gana? Com? [Els queviures es poden enterrar al desert i agafar-los al tornar.]

**PROBLEMA 3**. En Joan té unes peces de porcellana que vol posar en una safata de 50 cm×35 cm. Cada peça té una base de 8 cm × 6 cm. Quantes peces podría posar en la safata?

# Problemes de la fase final

**Any 1999. Barberà del Vallès**

## PROBLEMA 1.

### Nombres i lletres

La Clara ha preparat 19 cartolines per anunciar el FEM MATEMÀTIQUES 1999.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F | E | M | M | A | T | E | M | A | T | I | Q | U | E | S | 1 | 9 | 9 | 9 |

Darrera les cartolines amb una lletra hi ha un número, del 0 al 9. A les mateixes lletres els corresponen els mateixos números i, si dues lletres són diferents, els números que tenen darrera també són diferents. La Clara ha escollit els números de manera que es verifiqui la suma següent:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | F | E | M |
| | M | A | T |
| | E | M | A |
| | T | I | Q |
| + | U | E | S |
| 1 | 9 | 9 | 9 |

A continuació tens la mateixa suma amb algunes cartolines girades:

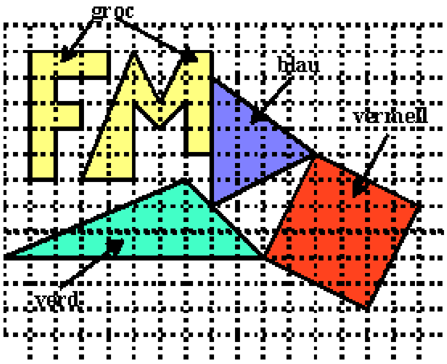
| | | | |
|---|---|---|---|
| | F | E | 5 |
| | M | 4 | T |
| | 6 | M | A |
| | T | 7 | Q |
| + | U | E | 0 |
| 1 | 9 | 9 | 9 |

Pots deduir el número que hi ha darrera de cadascuna de les lletres?

Hi ha més d'una possibilitat? Quantes? Escriu totes les que trobis.

## PROBLEMA 2.

## Els colors




A la classe de 6è A els han demanat que ajudessin a pintar molts cartells iguals als de la figura anterior.

Els cartells els han de pintar tal com es mostra a la figura: les lletres FM les han de pintar de color groc, el quadrat de color vermell, el triangle de sota les lletres de color verd i l'altre triangle de color blau.

La professora els ha proporcionat rotuladors dels colors corresponents.

La Maria ha començat a pintar els quadrats i ha comprovat que amb un rotulador vermell ha pogut pintar 36 quadrats. Com que tots els rotuladors són de la mateixa marca ha suposat que tots durarien el mateix i ha fet alguns càlculs

a) Quantes lletres FM podrà pintar amb un rotulador groc?

b) Quants triangles podrà pintar amb un rotulador blau?

c) Quants triangles podrà pintar amb un rotulador verd?

## PROBLEMA 3.

## El despertador

En Joan, abans d'anar a dormir, prepara el despertador. Primer el posa a l'hora. Mira el seu rellotge i veu que són les 21:12, però s'equivoca i posa les 12:21.

Sense adonar-se del seu error, programa el despertador per les 07:12, pensant que així dormirà 10 hores.

- A quina hora real sonarà el despertador d'en Joan?
-

**Any 2000.Esplugues de Llobregat**

És molt possible que en més d'una ocasió hagueu sentit aquesta expressió:

COMPRA'T UN DURO DE BOSC I PERD-T'HI

Aquesta expressió, que podria ser equivalent a "Ves a fer punyetes" o a "Fot el camp d'aquí", és ben curiosa. Fixeu-vos-hi: Compra't un duro de bosc i perd-t'hi.

És realment possible perdre's en un duro de bosc?

Per comprovar-ho us proposem el següent treball:

Som al Jardí Marie Curie d'Esplugues del Llobregat.

Com podeu observar, aquest jardí té un frondós bosc al seu interior. Aquest bosc és perfectament delimitat per una vorera.

A bon preu hem fet valorar aquest bosc en 628.318 pessetes.

Si en volguéssim comprar un duro, quant de bosc ens donarien?

Per respondre aquesta pregunta caldrà que:

a. Feu un dibuix esquemàtic del bosc anotant-hi les seves mides aproximades
b. Calculeu, amb una aproximació raonable, la seva superfície.
c. Calculeu la quantitat de bosc que es pot comprar amb un duro.

Per desgràcia, i atès el lamentable pressupost que teniu (un duro), no disposeu d'estris de mesura de longitud ni de angles. Tot ho haureu de fer a ull.

Això sí!. Com a pista us hem marcat al terra un metre per a què us pugui servir de referència.

Apa, perdeu-vos i torneu amb una resposta acceptable.

**Any 2004. Mataró**

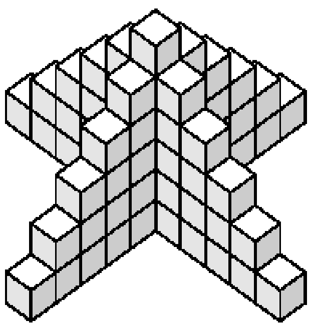
**PROBLEMA 1.**

En un sac de color blanc hi tens 2 000 mongetes blanques i en un sac de color roig hi tens 3 000 mongetes roges. Del sac blanc treus 50 mongetes i les passes al sac de color roig. Llavors agafes, sense mirar, 50 mongetes del sac roig i les passes al sac blanc.

Repeteixes el mateix però amb 100 mongetes: primer passes 100 mongetes (sense mirar) del sac blanc al sac roig i després 100 mongetes del sac roig al sac blanc.

Tornes a fer la mateixa operació però ara amb 150 mongetes. Al final, tindràs més mongetes blanques al sac roig que mongetes roges al sac blanc o al revés?

*[Problema en homenatge a Miguel de Guzm´an, adaptat del seu llibre "Aventuras*



*matemáticas".]*

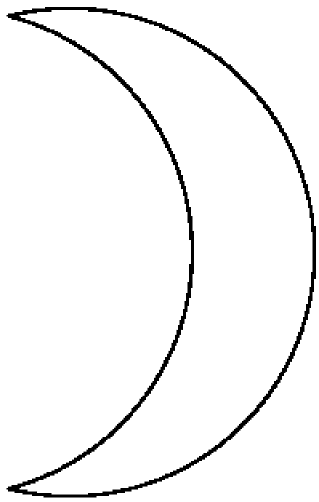
**PROBLEMA 2.**

Quants cubs es necessiten per construir aquesta torre?

Si la torre tingués 12 pisos d'alçada, quants cubs es necessitarien?

**PROBLEMA 3.**

El passat dimecres dia 12 de maig, Dia Escolar de les Matemàtiques, al cel podíem veure la Lluna plena. Deu dies abans, al vespre, en Pol estava contemplant el cel. Es preguntava mentre observava la Lluna en quants trossos la podria dividir si la tallava amb només dues línies rectes.



Pots dividir aquesta lluna en cinc trossos dibuixant nom´es dues l´ýnies rectes? I en sis? I en set?

**Any 2005. Barcelona**

**Problema 1**

La Marta, la Beatriu i la Concepció són tres amigues molt amigues. Un dia que la Marta i la Beatriu s'han trobat per estudiar i berenar observen que totes dues han comprat el mateix tipus de coques rodones i ensucrades que venen al forn de *ca la Sila* però la Marta n'ha comprat 4 i la Beatriu 5 (i les han pagat, es clar!).

Quan porten una estona estudiant, arriba la Concepció que estava ajudant al seu germà a fer els deures i no ha pogut arribar abans. En anar a berenar la Concepció diu que ella no ha pogut comprar res perquè se li ha fet tard i posa sobre la taula 6 € que és el que li toca pagar per tal que cadascuna de les altres (la Marta i la Beatriu) cobri la part que li correspon, i aleshores totes tres es posen a menjar les delicioses coques.

**Explica com s'han de repartir els 6€ de la Concepció entre la Marta i la Beatriu tenint en compte que totes tres mengen la mateixa quantitat de coca i, al final, totes tres han pagat la part de coca que s'han menjat. Quant valia cada coca?**

**Problema 2**

El passeig de la vila de Vallrumí té plantats a banda i banda, cada 13 m., arbres. La filera d'arbres de la dreta del passeig és així:
Pi – plataner – teix – til·ler – acàcia – pi – plataner – teix – til·ler – acàcia – pi – etc.
la filera de l'esquerra, en canvi, és així:
Pi – plataner – til·ler - pi – plataner – til·ler – pi – etc.
i això es repeteix fins al final del passeig.

**El passeig que té una longitud aproximada d'uns 200 m. Comença amb un pi a la dreta i un pi a l'esquerra i també acaba amb un pi a la dreta i un pi a l'esquerra. Quina és la longitud exacta del passeig?**

**Problema 3.**

Com molt bé ja deus saber, hi ha missatges que s'escriuen encriptats (ocults) per tal que, si algú que no n'ha de fer res els llegeix, no pugui saber el què hi diu.
Aquí tens un missatge amb una salutació per a tu i amb una referència a l'acte que estem fent. Diu així:
VZJ YNSLZNX ZS INF LJSNFQ! KJR RFYJRFYNVZJX 2005
Ara, amb una mica d'imaginació i sabent de què va el missatge, cal que el desxifris i escriguis en català el què hi diu.
A més, escriu-nos un petit missatge xifrat fent servir el mateix mètode d'encriptació del missatge de dalt.

**Any 2006. Reus**

**PROBLEMA 1**

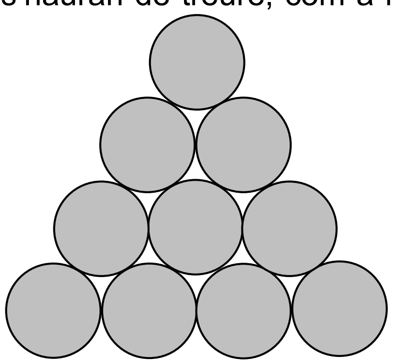
Elimineu 13 xifres del nombre 2468246824682468 2468 de manera que el nombre que quedi sigui el més gran possible, però sense canviar l'ordre de cap xifra. Raoneu que el nombre és efectivament el major possible.

**PROBLEMA 2**

Amb 10 monedes iguals formem un triangle posant primer una moneda, a sota dues, a sota tres i finalment quatre com veieu al dibuix. Suposant que el centre de cada moneda és un vèrtex d'un triangle, cada tres monedes no alineades determinen un triangle equilàter.

a)Quants d'aquests triangles es poden formar amb aquesta disposició de les monedes?

b)Quantes, i quines, monedes s'hauran de treure, com a mínim, per tal que no es pugui formar cap triangle equilàter?



**PROBLEMA 3**

Quatre dels nostres companys d'escola se n'han anat a viure per motiu de feina dels seus pares a una ciutat del sud-est asiàtic.

Quan venien a l'escola, les seves alçades eren de:

| | |
|---|---|
| Jana | 115 cm |
| Ismael | 130 cm |
| Carla | 135 cm |
| Sergi | 145 cm |

Ara han passat uns anys i ens han escrit. A més d'explicar-nos moltes coses de com es allà la seva vida, ens diuen el que ha crescut cadascú. Però la unitat de longitud que allà es fa servir és el "yali".

Jana ha crescut 7 yalis, Ismael ha crescut 6 yalis, i la Carla i el Sergi cada un 3 yalis.

A més ens diuen que ara dos d'ells tenen la mateixa alçada, i el altres dos també, no com abans, que tenien quatre alçades diferents.

Amb aquestes dades has de trobar l'alçada actual de cada noi o noia, indicant a quants cm equival el "yali". Explica com ho fas.