



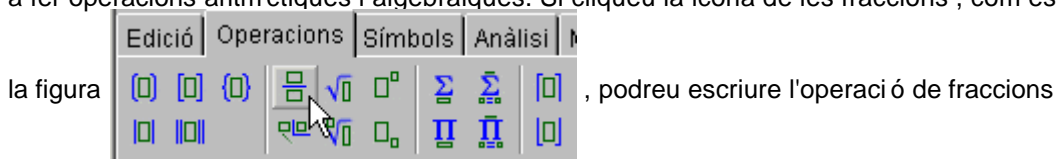
1 Aritmètica i àlgebra elemental

Per entrar a la calculadora podeu fer-ho de dues maneres :

- Aneu al portal edu365 (<http://www.edu365.com>), cliqueu a escriptori i després cliqueu sobre la icona de la calculadora que apareix dins del dibuix del monitor.
- També podeu anar directament a la calculadora (<http://calculadora.edu365.com>).

Explorarem ara algunes operacions aritmètiques:


- Si teniu activa la pestanya **Operacions**, teniu accessibles la majoria d'icones que us ajudaran a fer operacions aritmètiques i algebraiques. Si cliqueu la icona de les fraccions, com es veu a




següent:

$$\left[\frac{3}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \right]$$


A continuació, feu clic a la fletxa vermella  que veieu a la dreta de la pantalla o bé feu *Ctrl + Retorn* i apareixerà el resultat de l'operació. Proveu-ne més.



- Fent servir la icona , podeu proposar una divisió com aquesta:




$$\left[234 \overline{) 21} \right]$$


Feu clic a la fletxa vermella  que veieu a la dreta de la pantalla o bé feu *Ctrl + Retorn* i apareixerà:

$$\left[234 \overline{) 21} \rightarrow \begin{array}{r} 234 \overline{) 21} \\ \underline{3} \\ 11 \end{array} \right]$$

- D'una manera similar, fent servir les icones de parèntesi i arrels podeu fer càlculs més complicats.
- Per factoritzar un nombre natural, escriviu directament al teclat **factoritza(2004)** i prement, com sempre, la fletxa  veureu la factorització. Podeu fer més descomposicions, canviant directament 2004 per altres nombres.

Aquestes i d'altres operacions aritmètiques, es poden repetir algebraicament, amb el benentès que per escriure una potència heu d'escriure la base, fer clic a la icona , situar-se en el quadratet de l'exponent i escriure'l. Per continuar escrivint en la línia de l'equació, no a l'exponent, heu de prémer la fletxa cap a la dreta  al teclat.

Com que la potenciació és una operació que es fa moltes vegades, Wiris disposa d'una combinació de tecles que permet fer-la: si feu *Control + fletxa amunt*  al teclat obtindreu el mateix resultat que clicant sobre la icona . En un altre context, *Control + fletxa avall*  al teclat, equival a clicar sobre

 per posar subíndexs.

A les [propostes de treball](#) podreu practicar aquestes operacions.



2

Geometria elemental

L'objectiu d'aquesta pràctica és dibuixar un triangle, el seu circumcentre, la circumferència circumscriu i finalment aconseguir interactivitat (moure els vèrtexs i que es mogui tota la construcció). Deixem com a proposta de treball un exemple per obtenir un gràfic amb resposta.

- Per definir els tres vèrtexs **A**, **B** i **C** del triangle s'han d'escriure tres instruccions a la Wiris. Abans de començar a escriure, tingueu en compte dues coses:
 - Heu de passar d'una línia a l'altra fent *Return*. Vigileu que us quedi tot dins del mateix bloc [ja que són tres instruccions d'un mateix problema.
 - Podeu escriure **punt**(... , ...) lletra a lletra, o bé fer servir el **botó punt** de la **pestanya Geometria** de la Wiris:



Ara sí que podeu escriure aquestes tres instruccions:

```
A=punt(1,0)
B=punt(5,6)
C=punt(0,4)
```

- Un cop escrit l'últim punt, feu *Return* i definiu el triangle **T** de vèrtexs **A**, **B** i **C**, escrivint:

```
T=triangle(A,B,C)
```

Vigileu que us quedi dins el mateix bloc [. També podeu escriure **triangle**(... , ... , ...) o bé fer servir el **botó triangle** de la pestanya **Geometria**.

- Feu *Return*, i per obtenir el circumcentre **M** del triangle **T**, escriviu:

```
M=circumcentre(T)
```

no hi ha cap botó a la pestanya Geometria que escrigui **circumcentre**(...).


- Feu *Return*, i per obtenir la circumferència **C** circumscriu al triangle **T**, circumferència que passa pels tres vèrtexs **A**, **B** i **C**, escriviu:

```
N=circumferència(A,B,C)
```

Ara sí que podeu fer servir un botó de la pestanya **Geometria**, el botó **circumferència per tres punts** (aquest botó escriu **crf** en comptes de **circumferència**, és una abreviatura que la Wiris admet).

- Feu *Return*, i finalment, per dibuixar-ho tot, escriviu:

```
dibuixa({A,B,C,T,M,N})
```

- Si ara feu clic sobre la fletxa vermella , o feu *Control + Return*, veureu com s'obre una finestra gràfica amb tot dibuixat.
- Per afegir interactivitat al gràfic, simplement heu de posar tres **:** davant de tres signes **=**, el del triangle, el del circumcentre i el de la circumferència circumscriu. Situeu-vos davant d'aquests tres signes **=** i poseu-hi els **:**. L'aspecte final de la pantalla haurà de ser:

```

A=punt(1,0)
B=punt(5,6)
C=punt(0,4)
T:=triangle(A,B,C)
M:=circumcentre(T)
N:=circumferència(A,B,C)
dibuixa({A,B,C,T,M,N})

```

- Cliqueu sobre la fletxa vermella , o feu *Control + Return*. Ara, clicant a la finestra gràfica sobre algun dels vèrtexs del triangle i arrossegant-lo, veureu com es mou tota la construcció.

A les [propostes de treball](#), trobareu un exercici per dibuixar l'ortocentre d'un triangle i un altre on la wiris reconeixrà si un angle és recte o no (gràfics amb resposta).



3 Representació gràfica de funcions


La calculadora Wiris permet representar gràficament funcions. Veiem un primer exemple.










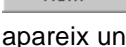

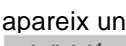
- Escriu a la calculadora les instruccions següents:

```

f(x)=x3-9x
dibuixa(f)

```

La instrucció **dibuixa** es pot entrar directament pel teclat o bé clicant la icona corresponent de la pestanya **Operacions**. Si feu clic a la fletxa vermella , apareixerà a la dreta de la pantalla un tauler gràfic amb la gràfica de la funció. A la part superior del tauler teniu uns botons per accedir a diferents opcions. En aquest context, els més significatius són:

	Prepara el dibuix per a guardar-lo en un arxiu PDF o PS.
	Afegeix o elimina els eixos de coordenades.
	Afegeix o elimina la malla.
	Augmenta el 'zoom' de zona visible en el tauler, mantenint el centre fixat.
	Disminueix el 'zoom' de zona visible en el tauler, mantenint el centre fixat.
	La proporció entre els eixos serà de 1 a 1.
	Dibuix en blanc i negre o en color.
	Permet moure el gràfic dins de la finestra gràfica.
	Refresca la vista del gràfic, en cas d'haver fet algun canvi.
	Si està seleccionat, quan es passa per damunt de la corba amb el ratolí apareix una etiqueta que mostra el seu nom.
	Si està seleccionat, quan es passa per damunt de la corba amb el ratolí apareix una etiqueta que mostra la fórmula de la funció.
	En aquest context, té un comportament similar a nom .

Proveu alguns d'aquests botons per comprovar els efectes que provoquen.

A més de la instrucció **dibuixa**, podeu fer servir una altra per representar gràficament un funció. S'anomena **representa**.

- Canvieu la instrucció **dibuixa(f)** per **representa(f(x))** en les instruccions anteriors i executeu-les (no us deixeu f(x)!).

```
f(x)=x3-9x
representa(f(x))
```

Observeu que el traç és diferent, ha canviat l'escala i han aparegut uns punts amb diferents colors. Si cliqueu alternativament els botons **nom**, **valor** i **definició** i apropau el punter del cursor, als diferents punts, veureu la informació que presenta.

A continuació representareu simultàniament una funció i la seva derivada.

- Escriviu les instruccions següents:

```
f(x)=x3-9x
f'
dibuixa(f, {gruix_línia=2})
dibuixa(f' , {gruix_línia=2, color=vermell})
```

El guió que apareix a **gruix_línia** és l'anomenat **guió a baix** i s'aconsegueix prement *Majúscula + guió*.

Si les executeu, la calculadora mostra l'expressió de la derivada i les gràfiques de funció i derivada, amb un gruix més gran i amb diferent color.

A les [propostes de treball](#) veureu més opcions de la instrucció **representa(...)**.



4 Resolució d'equacions i sistemes

L'objectiu d'aquesta pràctica és resoldre algunes equacions i sistemes d'equacions.

- Quan s'hagi engegat la calculadora (<http://calculadora.edu365.com>) feu clic a la icona **resol equació** de la pestanya **Operacions** que teniu a la barra d'eines. Veureu que surt una instrucció preparatòria per plantejar una equació:


```
resol(□=□)
```

Dues observacions:

- Malgrat que la icona de la barra d'eines indica **resol equació**, la comanda que apareix a la pantalla és **resol**; cap problema, la Wiris també ho entén.
- El **signe igual** que apareix és més llarg que els que has utilitzat fins ara. Aquest signe igual més llarg l'utilitza la Wiris per escriure equacions o igualtats que volem comprovar si són certes. A vegades veuràs escrit aquest igual llarg com a dos iguals seguits, **==**. És una forma equivalent d'escriure'l.

- A la caixa que representa el primer terme escriviu-hi, per exemple, **3x + 2**, tot seguit feu clic a la caixa que representa el segon terme i escriviu-hi, per exemple, **4x - 3**. Us ha de quedar:

```
resol(3x+2=4x-3)
```

Tot seguit feu clic a la fletxa vermella , o bé feu **Ctrl + Return**, i ja tindreu a la vista la solució de l'equació.


- Veureu que en la zona de càlculs apareix una nova línia que comença amb **[**, la Wiris queda preparada per fer un nou exercici. Us proposem que en una nova línia escriviu

```
resol( (3x+2)/4 + 1 = 4x - (12-x)/2 )
```

Recordeu fer servir la icona  per escriure fraccions de forma presentable.

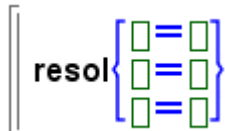
- És clar que també es poden resoldre equacions de segon grau i de qualsevol altre tipus. Proveu amb l'equació


$$x^2 + 2x - 5 = 0$$

Recordeu que per escriure la potència heu d'usar la icona , o bé *Control + Fletxa amunt*.

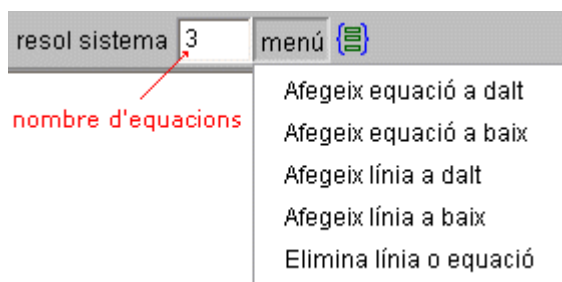
I si volguéssim les solucions com a nombres decimals? Aneu a la línia on teniu escrita l'equació i, enlloc del **5** escriviu-hi **5.0**, o simplement **5.**. Si torneu a fer que es calculi ja veureu les solucions com s'ha indicat. Adoneu-vos, doncs, que perquè WIRIS treballi amb decimals cal escriure com a tal algun dels nombres que apareixen i que per escriure els decimals la separació és el punt decimal, com a les calculadores.

- I sistemes d'equacions? Ara que ja sabeu la mecànica per a resoldre equacions, podeu tractar de resoldre un sistema. Feu clic a la icona **resol sistema** de la pestanya Operacions i us sortirà una instrucció preparatòria per plantejar un sistema



Ompliu els dos membres d'aquestes tres equacions amb expressions amb tres incògnites i resolcu el sistema clicant a la fletxa vermella , o fent *Ctrl + Return*.

- Wiris planteja per defecte sistemes de tres equacions. Això es pot canviar de dues formes:
 - canviant el nombre d'equacions abans de clicar sobre **resol sistema** (el número que hi ha al costat del botó **resol sistema**)
 - si ja s'ha clicat sobre **resol sistema**, es pot utilitzar alguna de les opcions de menú que es desplega a la dreta (aquesta opció és molt pràctica si ja s'ha començat a escriure el sistema)



- Inventeu-vos un sistema d'equacions amb un nombre d'equacions diferent a 3, planegeu-lo i resolcu-lo amb la Wiris.
- Wiris també permet aïllar incògnites en funció d'altres incògnites, és a dir resoldre equacions del tipus $x^2 + ax + 6 = 0$ aïllant **x** en funció de **a**, i també **a** en funció de **x**. Per fer això, se li ha d'especificar quina és la incògnita que volem aïllar separant-la de l'equació amb una coma. Proveu-ho amb:

resol ($x^2 + a \cdot x + 6 = 0, x$)
resol ($x^2 + a \cdot x + 6 = 0, a$)

Observeu que a la instrucció **resol** hem escrit **a·x** en comptes de **ax**. Si haguéssim posat **ax** la Wiris ho hagués interpretat com a una nova variable i nosaltres volem que ho interpreti com a un producte.

A les [proposades de treball](#) podreu resoldre més equacions i un sistema amb la seva representació gràfica inclosa.



5

Propostes de treball


Operacions amb expressions algebraiques

Feu les operacions següents:


$$\left[\begin{array}{l} \frac{2x}{x+1} - \frac{3x-2}{x-1} \\ 3x^3 - 2x^2 + 4x + 12 \quad | \quad x+3 \\ (x-3)^2 \\ (x-1)^2 \cdot (x+2) \cdot (x-3) \\ \text{factoritza}(x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6) \end{array} \right]$$

Un triangle, les seves tres altures i el seu ortocentre

Doneu instruccions a la Wiris, tot dins d'un mateix [, per:

- Definir tres punts **A**, **B** i **C**, i el triangle **T** de vèrtexs els punts **A**, **B** i **C**.
- Definir les tres altures **r**, **s** i **t** del triangle:
 - Utilitzeu el botó **perpendicular**  de la pestanya **Geometria**, que escriu:

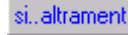

```
perpendicular( recta, punt )
```
 - Si **r** és l'altura perpendicular al costat **AB** per **C**, completeu la instrucció anterior així:


```
r := perpendicular( recta(A,B), C )
```
 - De forma similar per a les altres dues altures **s** i **t**
- Definiu l'**ortocentre** **O** del triangle com a intersecció de dues de les tres altures utilitzant el botó **intersecció**  de la pestanya **Geometria**
- Escriviu una sentència a la Wiris que ho dibuixi tot (**A**, **B**, **C**, **T**, **r**, **s**, **t** i **O**)

Un gràfic amb resposta: triangles rectangles

- Assegureu-vos que teniu definits a la Wiris els punts **A**, **B** i **C** i el triangle **T** com a l'exercici anterior, així com la instrucció per dibuixar-los.
- Tanqueu el tauler gràfic, si és obert, situeu el cursor al final del **dibuixa(...)** anterior, feu *Return* i escriviu:

```
missatge := |
```

- Deixant el cursor a continuació del signe **=**, cliqueu sobre el botó **si..altrament**  de la pestanya **Programació**. S'escriurà una sentència preparatòria perquè feu una petita programació:

```
missatge := si [condició] aleshores
               altrament
               fi
```

- Completeu-la de la següent forma:

```
missatge := si vector(A,B)·vector(A,C)==0 aleshores
    "triangle rectangle al vèrtex A"
altrament
    "triangle no rectangle al vèrtex A"
fi ;
escriu(missatge, punt(1,8))
```

Observacions:

- per escriure el punt de producte, podeu fer *Majúscula* + 3 , o bé *Majúscula* + *
- s'ha de posar el doble signe igual == perquè la Wiris ho interpreti com a una condició
- no us oblideu les dobles cometes
- recordeu finalitzar amb la instrucció **escriu**
- Cliqueu sobre la fletxa vermella ➡, o feu *Control* + *Return*. Moveu els vèrtexs **A**, **B** i **C** del triangle intentant aconseguir que sigui rectangle al vèrtex **A** i observeu la resposta escrita al tauler gràfic.

Més paràmetres de la instrucció representa(...)

- Entreu a la Wiris les instruccions següents i executeu-les amb la fletxa vermella ➡, o fent *Control* + *Return*:

```
f(x)=x3-9x
f'
representa(f(x))
representa(f'(x),{corba={color=vermell,gruix_linia=2}})
```

Si observeu la gràfica, veureu que amb una sintaxi específica s'aconsegueix que la gràfica de la derivada tingui un color diferent que la de la funció. En aquest cas, és interessant fer servir els botons

nom	valor	definició
-----	-------	-----------

 i apropar el punter del ratolí als diferents punts que queden assenyalats a les dues gràfiques.

Equacions i sistemes. Representació gràfica

Plantegeu i resoleu amb la Wiris les següents equacions i interpreteu els resultats:

$$\begin{aligned} &\text{resol}\left(\frac{3x-5}{4} - \frac{x-2}{3} = \frac{-7}{12}\right) \\ &\text{resol}\left(\frac{3x-5}{4} - \frac{x-2}{3} = \frac{5x-7}{12}\right) \\ &\text{resol}\left(\frac{3x-5}{4} - \frac{x-2}{3} = \frac{5x}{12} - 7\right) \\ &\text{resol}(5 \cdot (x+3) \cdot (x-5) - 4(x-2) = (x-1)^2) \end{aligned}$$

Resoleu el següent sistema junt amb la representació:

$$\left[\begin{array}{l} \text{resol} \begin{cases} x+y=-1 \\ y=x^2+2x-5 \end{cases} \\ \text{dibuixa}(\{x+y=-1, y=x^2+2x-5\}) \end{array} \right]$$



Enllaços recomanats

Estudi dels polinomis

Juli Jurado Llamas. IES Ribot i Serra, Sabadell.

<http://www.xtec.es/aulanet/ud/mates/polinomis/>

Es presenten els principals procediments relacionats amb l'estudi dels polinomis mitjançant activitats pràctiques d'aprenentatge i d'avaluació fetes amb Wiris. És una unitat didàctica seleccionada pel Departament d'Educació en el concurs de l'any 2002.

Geometria amb Wiris

Victòria Oliu Subiranes. IES de la Bisbal d'Empordà.

<http://www.xtec.es/aulanet/ud/mates/wiris/index.htm>.

Pàgines web amb continguts de geometria de l'àrea de matemàtiques de l'ESO, amb moltes finestres Wiris i taulers gràfics (interactius i amb respostes gràfiques). És una unitat didàctica seleccionada pel Departament d'Educació en el concurs de l'any 2002.

Estudi gràfic de les funcions elementals.

Misericòrdia Nomen IES Salvador Vilaseca. Reus.

<http://www.xtec.es/aulanet/ud/mates/funcionselemen/index.htm>

Conjunt d'activitats amb WIRIS per a estudiar les gràfiques de les funcions elementals i interpretar algunes de les seves característiques. És una unitat didàctica seleccionada pel Departament d'Educació en el concurs de l'any 2002.

Resolució de problemes algebraics amb la calculadora Wiris

Rafel Vázquez Torres. IES de Camarles (Baix Ebre)

<http://www.xtec.es/formaciotic/recursos/wiris/d112/vazquez/index.htm>.

És un treball final del curs telemàtic D112 sobre la calculadora Wiris (curs 2003/04). A partir d'una presentació en diverses pàgines web que incorporen pantalles actives de la Wiris, l'autor comenta la utilitat del planteig d'equacions per a la resolució de problemes i explica com podem fer la resolució d'equacions senzilles, amb parèntesis i amb fraccions amb la Wiris.

El racó de la Wiris

<http://www.xtec.es/formaciotic/recursos/wiris/>

Pàgina organitzada per Antoni Gomà, que recull una informació molt completa sobre la calculadora Wiris i que conté enllaços a aquestes i a altres activitats i treballs que la fan servir.

