

DIVISIBILITAT



Matemàtiques 1r ESO



Reconocimiento- No comercial- Compartir bajo la misma licencia 3.0 España

Usted es libre de:



copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra



hacer obras derivadas

Bajo las condiciones siguientes:



Reconocimiento. You must attribute this work to [Departament de Matemàtiques de l'IES el SUI](#) (with link).

Attribute this work:

```
<div xmlns:cc="http://creativecommons.org/ns#" about="http://www.xtec.cat/ieselsui" data-bbox="301 373 776 387">
```



No comercial. No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



Compartir bajo la misma licencia. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta.

- Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- Alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor.
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Advertencia

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por ley no se ven afectados por lo anterior.

DIVISIBILITAT

A. El significat de les paraules.

Amb els nombres 5, 7 i 35 podem escriure diverses expressions matemàtiques:

- $5 \times 7 = 35$
- $\frac{35}{5} = 7$
- $\frac{35}{7} = 5$

•

$$\begin{array}{r} 35 \\ 0 \end{array} \begin{array}{l} | 7 \\ \hline 5 \end{array}$$

•

$$\begin{array}{r} 35 \\ 0 \end{array} \begin{array}{l} | 5 \\ \hline 7 \end{array}$$

Gràficament veiem com podem dividir, partir o tallar el 35 fent:

- 7 munts de 5 fan 35
 ||||| ||||| ||||| ||||| ||||| ||||| |||||
- o bé 5 munts de 7 també són 35:
 ||||| ||||| ||||| ||||| |||||

Hi ha diverses frases que podem fer per expressar pràcticament el mateix:

- *El 35 es pot **dividir per 5** i per 7*
- *El 5 i el 7 poden **dividir al 35**.*
- *El 5 i el 7 són **divisors** de 35 (Un divisor és aquell que pot fer l'acció de dividir)*
- *El 35 és un **múltiple** del 7 (es a dir es pot aconseguir fent munts amb el 7)*
- *El 35 també és un **múltiple** del 5 (també es pot aconseguir fent munts amb el 5)*
- *Com que el 35 es pot dividir entre 5 podem dir també que **el 35 és divisible per 5**.*
- *Evidentment també podem dir que **el 35 és divisible per 7**.*

A.1 Escriu una frase utilitzant només els nombres i les paraules en negreta

- Amb els nombres **5** i **10** i les paraules **dividir per**
- Amb els nombres **4** i **24** i les paraules **dividir al**
- Amb els nombres **3** i **18** i les paraules **divisor de**
- Amb els nombres **25** i **50** i les paraules **múltiple de**
- Amb els nombres **7** i **14** i les paraules **divisible per**
- Amb els nombres **18** i **6** i les paraules **divisor de**
- Amb els nombres **12** i **4** i les paraules **múltiple de**
- Amb els nombres **3** i **6** i les paraules **divisible per**

A.2 Pensa quina de les frases següents és incorrecta i explica per què:

- a) El 4 és múltiple de 12.
- b) El 15 és múltiple de 7.
- c) El 16 és divisor del 4.
- d) El 7 és divisible per 14.
- e) El 9 és divisible per 6.
- f) El 5 és divisor del 14.

- A.3 Intenta explicar amb paraules què significa la paraula **divisor**.
- A.4 Intenta explicar amb paraules què significa la paraula **múltiple**.
- A.5 Encercla els nombres que siguin divisors de 18

50, 6, 3, 4, 15, 9, 2, 24, 180, 18, 1, 36

- A.6 Encercla els nombres que són múltiples de 18

50, 6, 3, 4, 15, 9, 2, 24, 180, 18, 1, 36

- A.7 Fes una taula a la llibreta i omple-la amb els nombres següents

20, 60, 1, 36, 5, 26, 4, 48, 6, 24, 3, 2

Múltiples de 12	Divisors de 12	Ni múltiples ni divisors de 12

NOTACIÓ

- Per indicar **múltiples** del nombre 6, per exemple, farem servir la notació $M(6)$.

Així,

$$M(6) = \{6, 12, 18, 60, 600, \dots\}$$

indicarà que els nombres entre claus són múltiples de 6.

- Per indicar **divisors** del nombre 6, per exemple, farem servir la notació $D(6)$.

Així,

$$D(6) = \{1, 2, 3, 6\}$$

indicarà que els nombres entre claus són divisors de 6.

- A.8 És possible escriure tots els múltiples d'un nombre? Per què?
- A.9 Dona 7 múltiples de 3. Recorda que cal utilitzar la notació $M(3) = \{ \dots, \dots, \dots \}$
- A.10 És possible escriure tots els divisors d'un nombre? Per què?
- A.11 Escriu els divisors de 12. No oblidis utilitzar la notació $D(12) = \{ \dots, \dots, \dots \}$

A.12 Escribe 5 múltiplos y todos los divisores de 1, 2, 3, 5, 10, 12, 17, y 25. Es importante que utilices siempre la notación $M(3) = \{ \dots \}$ para los múltiplos y $D(12) = \{ \dots \}$ para los divisores

A.13 Contesta a la libreta

- ¿Cuál es el múltiplo más grande que tiene un número?
- ¿Los múltiplos de un número pueden ser más pequeños que él?
- ¿Cuál es el divisor que tienen todos los números?
- ¿Los divisores de un número pueden ser más grandes que él?

B. CRITERIS DE DIVISIBILITAT

Si ens donen un nombre, ens pot interessar saber si és divisible per un altre sense haver de fer la divisió. Ara mirarem d'establir criteris per saber si un nombre és divisible per 2, 3, 5, 6, 9, 10 i 11.

B.1 Fes una taula a la libreta que et permeti classificar els nombres:

24, 56, 188, 210, 104, 225, 300, 540, 308, 420, 393, 534, 732, 66, 132, 171, Pots seguir aquest model:

Divisibles per 2	Divisibles per 3	Divisibles per 4	Divisibles per 5	Divisibles per 6	Divisibles per 9	Divisibles per 10	Divisibles per 11

B.2 Mira d'establir una regla per saber si un nombre és

- | | |
|---------------------|----------------------|
| a) Divisible per 2: | e) Divisible per 6: |
| b) Divisible per 3: | f) Divisible per 9: |
| c) Divisible per 4: | g) Divisible per 10: |
| d) Divisible per 5: | h) Divisible per 11: |

B.3 Quina és la xifra que falta per tal que:

- | | |
|---|--|
| a) $6\square 8$ sigui divisible per 3 | d) $83\square$ no sigui divisible per 9: |
| b) $6\square 8$ no sigui divisible per 3: | e) $83\square$ no sigui divisible per 6: |
| c) $83\square$ sigui divisible per 9: | f) $6\square 8$ sigui divisible per 11: |

B.4 Escribe un número de cuatro cifras que:

a) Sigui divisible per 3 però no per 9

b) Sigui divisible per 3 però no per 5:

B.5 Escriu un nombre de 4 xifres que sigui múltiple de 6 però no d' 11.

C. NOMBRES PRIMERS

C.1 Escriu tots els divisors dels següents nombres: 3, 7, 11, 17, 23. No deixis d'utilitzar la notació $D(3) = \{ \dots, \dots, \dots \}$

C.2 Què tenen en comú tots els nombres anteriors ?

Definició: un nombre és **primer** si només té dos divisors diferents: l' 1 i el nombre mateix.

Un nombre és **compost** si té més de dos divisors diferents.

C.3 Escriu a la llibreta els nombres següents i encercla els que siguin nombres **primers**:

17, 9, 4, 19, 5, 6, 7, 12, 15, 11, 2, 13, 20, 3, 8, 1, 18, 16, 10

GARBELL D'ERATÒSTENES

Saber si un nombre és primer no és fàcil si el nombre és gran.

Anem a veure ara un mètode per trobar els nombres primers que hi ha als 100 primers nombres naturals. Aquest mètode es diu **GARBELL D'ERATÒSTENES**, i el seu nom és degut al savi grec d'aquest nombre que el va idear.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

C.4 Segueix els següents passos:

- a) Sabem que el 2 és primer. En canvi, el 4, 6, 8,... són múltiples de 2, i per tant no són primers. Així, elimina de la llista aquests nombres comptant de 2 en 2.
- b) El següent nombre de la llista és el 3, que ha de ser primer perquè no és múltiple de 2. En canvi, el 6, 9, 12, ... són múltiples de 3 i per tant no són primers. Així, elimina de la llista aquests nombres comptant de 3 en 3.
- c) El següent nombre de la llista és el 5, que ha de ser primer perquè no és múltiple de 2 ni de 3. En canvi, el 10, 15, 20, ... són múltiples de 5 i per tant no són primers. Així, elimina de la llista aquests nombres comptant de 5 en 5.
- d) El següent nombre de la llista és el 7, que ha de ser primer perquè no és múltiple de 2 ni de 3, ni de 5. En canvi, el 14, 21, 28, ... són múltiples de 7 i per tant no són primers. Així, elimina de la llista aquests nombres comptant de 7 en 7.
- e) El següent nombre de la llista és l' 11, que ha de ser primer perquè no és múltiple de 2 ni de 3, ni de 5, ni de 7. En canvi, el 22, 33, 44, ... són múltiples d' 11 i per tant no són primers. Així, elimina de la llista aquests nombres comptant d' 11 en 11.
- f) Què observes ? Prova a fer el mateix amb el 13, 17, etc.

Els nombres que han sobreviscut són tots primers. Aquest són els nombres primers que hi ha en els 100 primers nombres naturals.

C.5 Completa els buits:

- a) Un nombre és d'un altre si s'obté multiplicant aquest darrer per un nombre natural.
- b) Un nombre és d'un altre si, en dividir el segon entre el primer, la divisió és exacta.
- c) Un nombre és..... si només té dos divisors diferents: la unitat i el nombre mateix.
- d) Un nombre és si té més de dos divisors diferents.

D. DESCOMPOSICIÓ D'UN NOMBRE EN FACTORS PRIMERS

Recordeu que un nombre compost és aquell que té més de dos divisors.

Anem a descompondre el nombre 30 com a producte de nombres més petits.

Per exemple

$$30 = 5 \cdot 6$$

Podem continuar descomposant algun dels factors ?

Com 5 és primer, ja no es pot descompondre més. Però el 6 sí que es pot:

$$6 = 2 \cdot 3$$

Per tant

$$30 = 5 \cdot 2 \cdot 3$$

Si us fixeu, cap dels factors es pot descomposar més, ja que tot són nombres primers. Això que hem fet és descomposar el nombre 30 en els seus factors primers.

D.1 Prova a descomposar en factors primers els següents nombres: 12, 13 i 650

Si el nombre és gran, és una mica complicat fer la descomposició "a pèl". Ara anem a veure una regla que us estalviarà feina i facilitarà la descomposició.

Anem a fer la descomposició en factors primers del nombre 90.

- Col·loqueu el 90 amb una línia al costat

90

|

- Comencem amb el nombre primer més petit: el 2. És divisible 90 per 2 ? Com 90 acaba en 0, sí que ho és. De fet:

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ \hline 0 & 45 \end{array}$$

- Ara col·loquem el 2 a la dreta del 90 i el 45 a sota:

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & \\ \hline \end{array}$$

- Amb 45 fem el mateix. És divisible per 2 ? Com acaba en 5, no ho és. Per tant, ara provem amb el següent nombre primer, el 3. Com la suma de les xifres de 45: $4+5=9$ és un múltiple de 3, 45 també ho és:

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ \hline 0 & 15 \end{array}$$

- Ara col·loquem el 3 a la dreta del 45 i el 15 a sota

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & \\ \hline \end{array}$$

- Continuem. És 15 divisible per 3. Evidentment sí:

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ \hline 0 & 5 \end{array}$$

- Seguim

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & \\ \hline \end{array}$$

- Ara ens queda el 5, que és ja un nombre primer. Per tant és divisible per 5:

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ \hline 0 & 1 \end{array}$$

- I com trobem un 1 a la columna de l'esquerra, acabem el procés:

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array}$$

- Acabem escrivint la descomposició factorial de 90:

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

D.2 Comproveu que, efectivament $90=2 \cdot 3^2 \cdot 5$

D.3 Descompon en factors primers els nombres següents: 40, 16, 25, 35, 100, 252, 288, 360, 540, 800