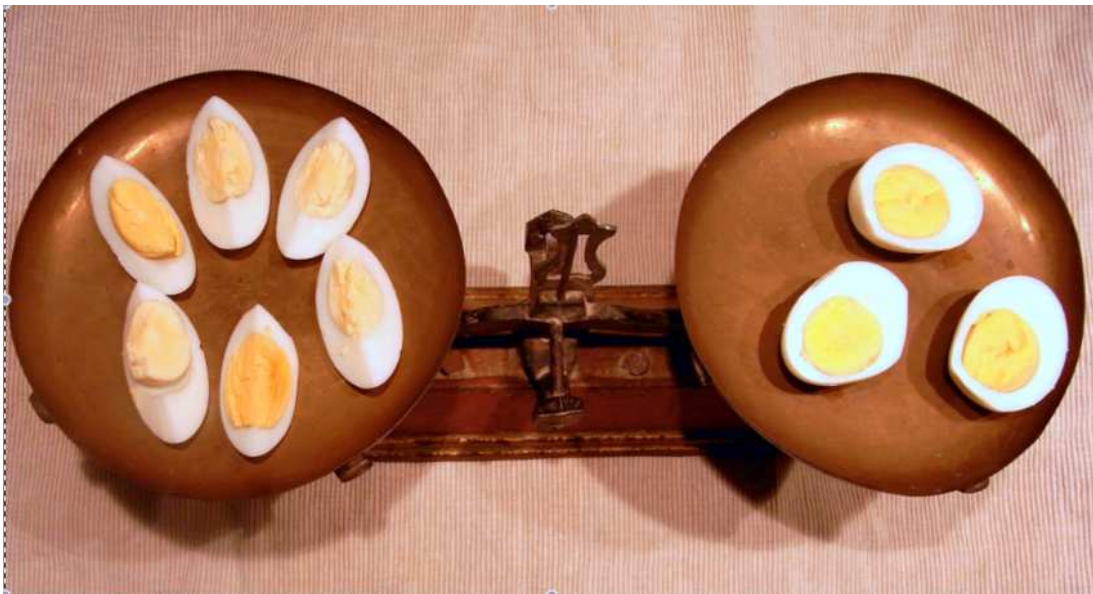


FRACCIONS



Autora: Ona Aguilera

Matemàtiques 1r ESO



Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 3.0 España

Usted es libre de:



copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra



hacer obras derivadas

Bajo las condiciones siguientes:



Reconocimiento. You must attribute this work to [Departament de Matemàtiques de l'IES el SUI](#) (with link).

Attribute this work:

```
<div xmlns:cc="http://creativecommons.org/ns#" about="http://www.xtec.cat/ieselsui" data-bbox="252 358 732 372">
```



No comercial. No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



Compartir bajo la misma licencia. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta.

- Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- Alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Advertencia

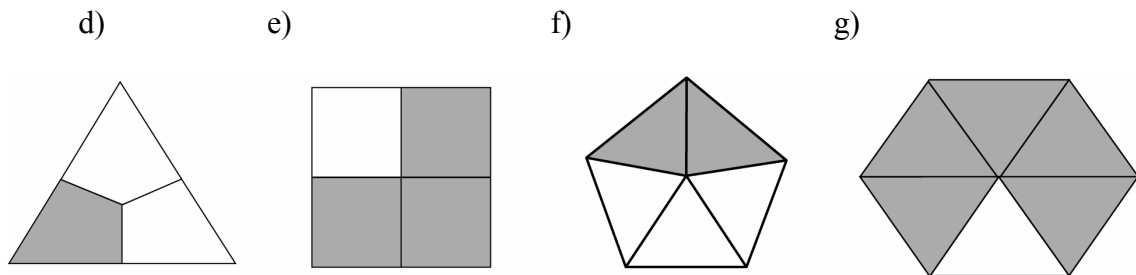
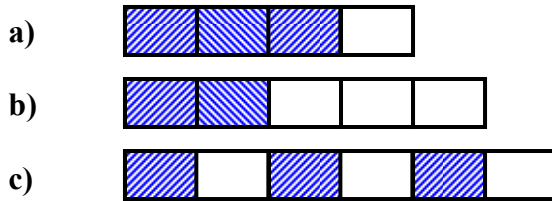
Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por ley no se ven afectados por lo anterior.

A. LES FRACCIONS

A.1 En la vida de cada dia utilitzem freqüentment les fraccions. Escriu cinc frases del llenguatge habitual on apareguin les fraccions, com per exemple “*El seu fill ha de beure un quart de litre de llet cada matí*”

A.2 Escriu les fraccions que segons tu són més utilitzades, i explica en quin context o situació s’usen.

A.3 Indica en cada cas la fracció que representa la part acolorida



En una fracció el **denominador** representa les parts en que dividim la unitat i el **numerador** és el total de parts que agafem.

A.4 Reflexiona sobre el significat de la paraula NUMERAR i DENOMINAR i explica per que les parts d’una fracció tenen per nom numerador i denominador.

A.5 Escriu i representa amb un dibuix la fracció que s’indica en cada cas.

- a) Han aprovat els set vuitens dels alumnes de l’escola.
- b) A la festa s’han consumit els cinc setens dels entrepans que hi havia.
- c) Els dos terços dels ordinadors d’aquesta empresa utilitzen el sistema operatiu Windows i la resta Linux.

A.6 Representa i explica que vol dir la fracció $\frac{4}{4}$.

A.7 Si d’un grup de 24 alumnes una tercera part porten ulleres, quants alumnes són?

A.8 Si en el mateix grup tres quartes parts fan sempre els deures, quants alumnes porten sempre els deures?. Quina fracció representen els alumnes que no els porten?.

A.9 Quan són $\frac{7}{9}$ de 45? i $\frac{6}{8}$ de 24?

A.10 Els dos terços d'una classe de 33 alumnes han decidit participar en el concurs de fotografia matemàtica. Quantes persones l'han decidit participar?.

A.11 Un formatge gruyère de 20 kg de pes s'ha de repartir entre 3 xarcuteries A,B i C. La xarcuteria A ha de rebre $\frac{1}{4}$ del formatge, la xarcuteria B ha de rebre $\frac{3}{5}$ del formatge i la xarcuteria C ha de rebre els $\frac{3}{20}$ del formatge. Quants kg de formatge rebrà cada xarcuteria?. Resol el problema explicant tots els raonaments que fas.

B. Els nombres mixtos

B.1 Joan ha anat a la plaça a comprar un quilo i mig de patates. Quants mitjos quilos ha comprat?. Escribeu una fracció que representi la quantitat de patates que s'ha endut.

B.2 Una hora i tres quarts, quants quarts són?. Escribeu una fracció que representi el total de quarts que té.

B.3 Dibuixa dos rectangles iguals. Ara divideix cada rectangle en quatre parts iguals entre elles. Cada tros representa una quarta part del rectangle. Pinta de color un total de 7 trossos. Escribeu una fracció que representi la part pintada. Quantes unitats enteres hem agafat?. I quina part ha quedat?.



Com pots veure hem dividit en quatre parts cada unitat i en total hem agafat $4+3=7$ parts que representen un quart cada una . Per això la podem escriure

$$1 + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

A les fraccions que representen menys d'una unitat s'anomenen **pròpies** i les que representen més d'una unitat s'anomenen **impròpies**, en aquest cas si escrivim el nombre amb la part entera i la fraccionària l'anomenem **nombre mixt**.

B.4 Al bar de l'institut han de preparar 47 entrepans. De cada barra que compren en fan 3 entrepans. Quantes barres de pa necessitaran?. Quantes de senceres i quina part d'una barra sobrarà?. Escribeu el resultat en un nombre mixt i en una fracció impròpia.

B.5 Passa a fracció impròpia els següents nombres mixtos:

a) $2\frac{1}{2} =$

b) $5\frac{3}{4} =$

c) $3\frac{1}{4} =$

d) $4\frac{3}{4} =$

B.6 Indica d'aquestes fraccions quines són pròpies i quines impròpies. Després expressa les fraccions impròpies com a nombre mixt.

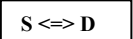
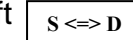

- a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{8}{3}$ d) $\frac{13}{4}$ e) $\frac{17}{5}$

B.7 Representa gràficament les fraccions següents:

- a) $\frac{12}{5}$ b) $\frac{11}{4}$ c) $\frac{13}{3}$

B.8 Passa a nombre mixt les fraccions impròpies i els nombres mixtos a fraccions:

- a) $\frac{25}{4}$ b) $\frac{27}{7}$ c) $1\frac{1}{3}$ d) $2\frac{3}{7}$

Ja saps que la teva calculadora treballa molt bé les fraccions utilitzant la tecla . Introdueix, per exemple la fracció impròpia $\frac{7}{3}$ i prem =. Observaràs com el resultat queda expressat en forma de fracció impròpia. Prem la tecla  i la calculadora convertirà la fracció en nombre decimal. Prem ara Shift  i observa com ara la converteix en nombre mixt.



B.9 Repeteix l'exercici F8 però ara fes-lo amb la calculadora.

B.10 Amb els nombres 12, 5, 8, 9, 3, 4 forma les fraccions indicades:

- a) Tres fraccions més grans que la unitat:
b) Tres fraccions més petites que la unitat:

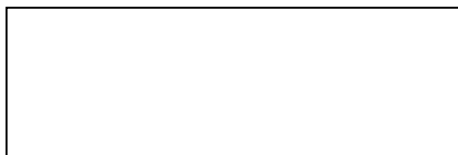


C. Fraccions equivalents

C.1 En Jaume i la Mireia discuteixen per veure qui és el més ràpid. La Mireia diu: “he fet $\frac{3}{4}$ del circuit en 50 segons”. Això no és res, diu en Jaume, “jo he fet les 6 vuitenes parts en 50 segons”. Quin creus que és més ràpid?. Raona la resposta.

C.2 En un dels rectangles de 2×6 cm divideix-lo en tres parts iguals i pinta'n una. Quina fracció has representat?.

En l' altre rectangle igual que l'anterior, en fas 6 parts i en pintes 2. Quina fracció representem? Són iguals les dues fraccions?. Representen el mateix tros ?.



Quan dues fraccions representen el mateix tros, direm que són **equivalents**. Així en el nostre cas les fraccions $\frac{1}{3}$ i $\frac{2}{6}$ són equivalents. Per aconseguir fraccions equivalents, es multiplica (o divideix) el numerador i el denominador pel mateix nombre.

C.3 Troba tres fraccions equivalents a les donades:

a) $\frac{4}{6} =$

b) $\frac{5}{25} =$

c) $\frac{3}{5} =$

d) $\frac{12}{20} =$

Una manera ràpida de saber si dues fraccions són equivalents és multiplicant en aspa i comprovar que dona el mateix. És a dir $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ ja que $1 \times 6 = 3 \times 2$

C.4 Comprova quines de les fraccions següents són equivalents entre elles.

$$\frac{3}{2} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{6}{4} \quad \frac{10}{5} \quad \frac{10}{6} \quad \frac{4}{2} \quad \frac{6}{3}$$

Simplificar una fracció és trobar una fracció equivalent amb nombres més petits. Per simplificar una fracció es pot dividir numerador i denominador pel mateix nombre. Quan una fracció ja no es pot simplificar més es diu que és **irreductible**. Per exemple si simplifico la fracció $\frac{6}{4}$ dividint per 2 obtinc $\frac{3}{2}$ que és irreductible ja que no la puc simplificar més.

C.5 Troba la fracció irreductible de cadascuna d'aquestes fraccions:

a) $\frac{8}{6}$

b) $\frac{64}{18}$

c) $\frac{81}{54}$

d) $\frac{100}{250}$

Una manera de facilitar la simplificació d'una fracció i, al mateix temps assegurar-se que el resultat obtingut és la fracció irreductible és descomposar amb factors numerador i denominador i dividir numerador i denominador pels factors comuns. Observa:

$$\frac{2548}{3822} = \frac{2^2 \cdot 7^2 \cdot 13}{2 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 13} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{7}^2 \cdot 13}{\cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{7}^2 \cdot 13} = \frac{2}{3}$$

C.6 Troba la fracció irreductible:

a) $\frac{639}{495} =$

b) $\frac{504}{792} =$

c) $\frac{11025}{2205} =$

C.7 Explica en cada cas quina creus que és la fracció més gran.

- a) $\frac{4}{5}$ i $\frac{3}{5}$
- b) $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{7}$ i $\frac{5}{7}$
- c) $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{4}$

C.8 Fes el mateix amb les fraccions $\frac{4}{5}$ i $\frac{2}{3}$. Quina dificultat tens? Com puc arreglar el problema?

Com has vist, al tenir els denominadors diferents, és difícil poder comparar-los. Per aquesta raó hem hagut de buscar unes fraccions equivalents amb el mateix denominador.

Una vegada més la descomposició en factors és una eina molt potent per aconseguir trobar fraccions equivalents amb igual denominador. Observa: volem saber quina fracció és més gran $\frac{11}{84}$, o $\frac{13}{140}$. Per a veure-ho descomposem primer amb factors els denominadors:

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 140 & 2 \\ 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

Ara, per aconseguir que les fraccions tinguin el mateix denominador sols cal afegir els factors que hi ha en una fracció i falta a l'altra (subratllat)

$$\frac{11}{84} = \frac{11}{2^2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{11 \cdot \underline{5}}{2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \underline{5}} = \frac{55}{2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5}$$

$$\frac{13}{140} = \frac{13}{2^2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{13 \cdot \underline{3}}{2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \underline{3}} = \frac{39}{2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3}$$

Per tant podem afirmar que $\frac{11}{84} > \frac{13}{140}$

Observa que no és necessari multiplicar els factors dels denominador, tot i que es pot fer.

C.9 Troba fraccions equivalents a les donades, però que tinguin el mateix denominador i digues quina és la més petita en cada cas.

- a) $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{4}$
- b) $\frac{3}{5}$ i $\frac{2}{3}$
- c) $\frac{19}{18}$ i $\frac{29}{27}$
- d) $\frac{7}{150}$ i $\frac{9}{200}$

C.10 L'Anna i la Maria són germanes. L'Anna té els $\frac{11}{24}$ de l'edat de la seva mare i la Maria té $\frac{1}{3}$ de l'edat de la seva mare. Quina de les dues germanes és més gran? Quina és l'edat de cadascuna d'elles, sabent que la mare té 48 anys?

C.11 Ordena les següents fraccions de més petita a més gran:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}$$

D. Suma i resta de fraccions

D.1 En Pep i en Lluís són molt golafres i es reparteixen un pastís. En Pep es menja $\frac{3}{8}$ de pastís i en Lluís $\frac{2}{8}$. Quant pastís han menjat en total?. Quina part de pastís queda pel seu amic Pere?. (Indicació: Fes-ho gràficament)

D.2 Calcula les operacions següents:

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} =$

b) $\frac{7}{3} - \frac{1}{3} =$

c) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} =$

d) $\frac{4}{7} - \frac{3}{7} =$

D.3 Fes les operacions següents:

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$

b) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7} =$

c) $\frac{5}{6} + \frac{2}{6} =$

d) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} =$

e) $\frac{6}{3} - \frac{2}{3} =$

f) $\frac{10}{7} - \frac{5}{7} =$

g) $\frac{5}{6} - \frac{2}{6} =$

h) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} =$

i) $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} =$

D.4 La Laura ha tardat $\frac{1}{4}$ d'hora per anar a l'estació i $\frac{1}{2}$ hora per arribar a Moncada. Quant de temps ha tardat des que ha sortit fins que ha arribat a Moncada?.

D.5 Avui en Pep i en Lluís han decidit menjar-se $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{4}$ de pastís respectivament. Quant tros de pastís hauran menjat entre els dos?.

Explica amb detall els problemes que has trobat i com els has solucionat.

Per sumar (o restar) fraccions necessitem tenir el mateix denominador. Recorda que podem trobar fraccions equivalents amb el mateix denominador descomposant amb factors els denominadors i afegint a dalt i a baix de cada fracció els factors que facin falta fins que totes les fraccions tinguin el mateix denominador. Veiem un exemple (els factors afegits els subratllarem):

$$\frac{7}{18} + \frac{11}{12} = \frac{7}{2 \cdot 3^2} + \frac{11}{3 \cdot 2^2} = \frac{7 \cdot \underline{2}}{2 \cdot 3^2 \cdot \underline{2}} + \frac{11 \cdot \underline{3}}{3 \cdot 2^2 \cdot \underline{3}} = \frac{14}{2 \cdot 3^2 \cdot 2} + \frac{33}{3 \cdot 2^2 \cdot 3} = \frac{47}{2^2 \cdot 3^2} (*) = \frac{47}{36}$$

D.6 Fes les operacions següents:

a) $\frac{7}{6} + \frac{4}{5} = \frac{7 \cdot \quad}{2 \cdot 3 \cdot \quad} + \frac{4 \cdot \quad}{5 \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{5}{7} + \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot \quad}{7 \cdot \quad} + \frac{2 \cdot \quad}{3 \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{5}{12} + \frac{7}{30} = \frac{5 \cdot \quad}{2^2 \cdot 3 \cdot \quad} + \frac{7 \cdot \quad}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

D.7 Fes aquestes sumes i restes:

a) $\frac{4}{5} + \frac{3}{7} =$

b) $\frac{1}{6} + \frac{2}{9} =$

c) $\frac{4}{9} - \frac{2}{5} =$

d) $\frac{2}{3} + \frac{4}{6} =$

e) $\frac{9}{11} + \frac{1}{2} =$

f) $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} =$

g) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$

h) $\frac{5}{7} - \frac{2}{6} =$

D.8

a) $\frac{14}{15} + \frac{3}{25} =$

b) $\frac{1}{36} + \frac{2}{30} =$

c) $\frac{7}{180} - \frac{2}{150} =$

d) $\frac{2}{15} + \frac{4}{42} =$

e) $\frac{7}{110} + \frac{3}{25} =$

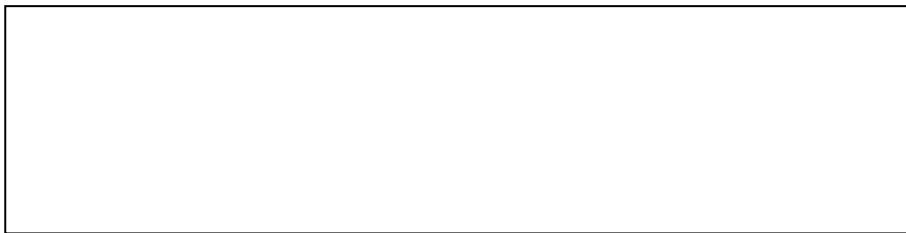
f) $\frac{13}{24} - \frac{1}{36} =$

g) $\frac{12}{35} + \frac{3}{10} =$

h) $\frac{9}{49} - \frac{2}{42} =$

E. Multiplicació i divisió de fraccions

E.1 Dibuixa un rectangle de 12 cm de llarg per 3cm d'ample. Divideix el rectangle en tres parts iguals. Pinta 2 parts. Divideix ara les dues parts que tens pintades en quatre parts i ratlla'n tres. Quina és la part ratllada respecte del total del rectangle?.



En aquest exercici has representat primer $\frac{2}{3}$ parts del rectangle i després les $\frac{3}{4}$ parts del tros anterior. Per calcular directament el resultat total, només cal multiplicar les dues fraccions:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

E.2 Fes les operacions següents i simplifica el resultat si cal:

a) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} =$

b) $\frac{1}{5} \times \frac{5}{6} =$

c) $\frac{8}{3} \times \frac{6}{10} =$

d) $\frac{11}{4} \times \frac{5}{7} =$

E.3 Dels $\frac{3}{4}$ de pastís que quedaven, me'n vaig menjar $\frac{1}{3}$. Quina part del pastís em vaig menjar?. Quant en queda?

E.4 L'Anna s'ha menjat $\frac{2}{9}$ de les 36 galetes que ha fet la seva àvia. Quantes galetes s'ha menjat?. Quina fracció n'ha quedat?.

F. La divisió.

F.1 Observa l'exemple i fes les operacions següents:

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

a) $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} =$

b) $\frac{1}{5} : \frac{5}{6} =$

c) $\frac{8}{3} : \frac{6}{10} =$

d) $\frac{11}{4} : \frac{5}{7} =$

e) $\frac{2}{3} : 5 =$

Si tinc la fracció $\frac{2}{3}$, la fracció inversa d'aquesta és la $\frac{3}{2}$. Per tant és el mateix dividir dues fraccions que multiplicar l'una per la inversa de l'altra.

F.2 Troba les fraccions inverses de:

a) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{1}{7}$

b) $\frac{7}{2}$

e) 5

c) $\frac{5}{9}$

f) $\frac{3}{4}$

F.3 Completa les taules:

+	$\frac{1}{2}$	3		$\frac{5}{4}$
$\frac{1}{2}$				
$\frac{3}{4}$				
$\frac{5}{4}$			2	
$\frac{7}{2}$				

+	$\frac{1}{2}$	3		$\frac{5}{4}$
---	---------------	---	--	---------------

$\frac{1}{2}$				
$\frac{3}{4}$				
$\frac{5}{4}$			2	
$\frac{7}{2}$				

:	$\frac{1}{2}$	3		$\frac{3}{4}$
$\frac{5}{4}$				
3				
$\frac{1}{4}$			2	
$\frac{7}{2}$				

F.4 Joc del domino. Amb les fitxes que et donarà el teu professor, pots jugar al domino amb les regles habituals, només que en aquest cas pots unir dues peces sempre que les fraccions encarades siguin equivalents. Guanya el primer que es queda sense peces. Abans de posar una fitxa cal que calculeu la fracció irreductible a la vostra libreta

G. Per practicar més

G.1 Fes les operacions següents:

a) $\frac{5}{4} + \frac{3}{7} =$

b) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} =$

c) $\frac{3}{9} - \frac{1}{5} =$

d) $\frac{2}{9} + \frac{5}{6} =$

e) $\frac{7}{11} - \frac{1}{2} =$

f) $\frac{5}{8} - \frac{3}{4} =$

g) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$

h) $\frac{35}{36} - \frac{5}{42} =$

i) $\frac{11}{40} + \frac{3}{100} =$

j) $\frac{13}{6} + \frac{2}{9} =$

k) $\frac{7}{180} - \frac{2}{60} =$

l) $\frac{2}{21} + \frac{4}{42} =$

m) $\frac{7}{22} + \frac{1}{20} =$

n) $\frac{6}{25} - \frac{1}{20} =$

o) $\frac{8}{75} + \frac{1}{30} =$

p) $\frac{3}{28} - \frac{2}{42} =$

G.2 Fes les operacions següents:

a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{7} - \frac{2}{3} =$

b) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{1}{9} =$

c) $\frac{2}{9} - \frac{1}{5} + \frac{4}{15} =$

d) $\frac{1}{9} + \frac{7}{6} - \frac{3}{4} =$

$$\text{e) } \frac{5}{11} - \frac{1}{2} - \frac{3}{5} =$$

$$\text{f) } \frac{5}{8} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$$

$$\text{g) } \frac{8}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{4} =$$

$$\text{h) } \frac{7}{36} - \frac{5}{42} + \frac{3}{14} =$$

$$\text{i) } \frac{11}{40} + \frac{3}{100} - \frac{3}{10} =$$

$$\text{j) } \frac{5}{6} + \frac{2}{9} + \frac{1}{3} =$$

$$\text{k) } \frac{5}{18} - \frac{2}{60} + \frac{5}{9} =$$

$$\text{l) } \frac{1}{21} - \frac{3}{42} =$$

$$\text{m) } \frac{5}{22} + \frac{1}{20} + \frac{3}{25} =$$

$$\text{n) } \frac{4}{25} - \frac{1}{20} + \frac{3}{50} =$$

$$\text{o) } \frac{7}{75} + \frac{3}{30} - \frac{1}{15} =$$

$$\text{p) } \frac{5}{28} - \frac{7}{42} - \frac{1}{36} + 2 =$$

H. CÀLCUL DEL MÍNIM COMÚ MÚLTIPLE DE DOS NOMBRES.

Observa la següent suma de fraccions:

$$\frac{7}{18} + \frac{11}{12} = \frac{7}{2 \cdot 3^2} + \frac{11}{3 \cdot 2^2} = \frac{7 \cdot \underline{2}}{2 \cdot 3^2 \cdot \underline{2}} + \frac{11 \cdot \underline{3}}{3 \cdot 2^2 \cdot \underline{3}} = \frac{14}{36} + \frac{33}{36} = \frac{47}{36}$$

Per a poder sumar hem hagut de buscar fraccions equivalents amb el mateix denominador

$$\frac{7}{18} = \frac{7}{2 \cdot 3^2} = \frac{7 \cdot \underline{2}}{2 \cdot 3^2 \cdot \underline{2}} = \frac{14}{36}$$

$$\frac{11}{12} = \frac{11}{3 \cdot 2^2} = \frac{11 \cdot \underline{3}}{3 \cdot 2^2 \cdot \underline{3}} = \frac{33}{36}$$

$\left. \begin{array}{l} 36 \text{ és un múltiple de } 18 \\ 36 \text{ és un múltiple de } 12 \end{array} \right\} \rightarrow 36 \text{ és un múltiple comú de } 12 \text{ i de } 18$

La tècnica que utilitzem per trobar el menor múltiple comú als dos denominadors s'anomena càlcul de **mínim comú múltiple** i resumidament s'escriu

$$\mathbf{m.c.m.(18,12) = 36}$$

H.1 Calcula el m.c.m.(35, 100).

SOLUCIÓ: càlcul el mínim comú múltiple de dos nombres.

- Primer fem la descomposició factorial dels nombres:

$$\begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$35 = 5 \cdot 7$$

$$100 = 2^2 \cdot 5^2$$

- Per calcular el mínim comú múltiple, sols caldrà agafar la descomposició factorial de qualsevol dels dos nombres i afegir els factors que hi ha a l'altre nombre però que no té el que havíem agafat

$$\mathbf{m.c.m.(35, 100) = 5 \cdot 7 \cdot 2^2 \cdot 5 = 700}$$

(En negreta podem observar els factors de 100 que no tenia el 35)

H.2 Calcula:

- a) m.c.m.(36,82).
- b) m.c.m.(30,40).
- c) m.c.m.(48,102).

H.3 Calcula:

- a) m.c.m.(36, 24)
- b) m.c.m.(25, 40)
- c) m.c.m.(220, 88)
- d) m.c.m.(45, 60)
- e) m.c.m.(84, 98)
- f) m.c.m.(60, 80)
- g) m.c.m.(48, 35)
- h) m.c.m.(60, 95)
- i) m.c.m.(60,18)
- j) m.c.m.(1764,2310)
- k) m.c.m.(660,385)
- l) m.c.m.(264,220)

I. CÀLCUL DEL MÀXIM COMÚ DIVISOR DE DOS NOMBRES.

De la mateixa manera que ens interessa trobar un múltiple comú a dos nombres ens pot interessar trobar també un divisor comú.

I.1 Determina $D(60) =$

$D(45) =$

- a) Escribe tots els divisors comuns a 60 i 45.
- b) Hi ha algun nombre que sempre és divisor de qualsevol nombre? Quin?
- c) Quin és el divisor comú més petit entre dos nombres qualsevol?
- d) Quin és el més gran dels divisors comuns de 60 i 45?

Aquest és el màxim comú divisor de 60 i 45. L'escriurem $m.c.d.(60,45)=15$

Veiem ara la manera de calcular el m.c.d. Fem-ho, per exemple amb m.c.d.(60,45)

Primer fem la descomposició factorial dels nombres 375 i 900:

$$\begin{array}{r|l} 375 & 3 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 900 & 2 \\ 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$375 = 3 \cdot 5^3$$

$$900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

- Qualsevol factor o combinació de factors coincidents serà un divisor comú, per exemple
 - el 3 és un divisor comú ja que és un factor de tots dos.
 - El 5 també és un divisor comú
 - $3 \cdot 5 = 15$ també és un divisor comú perquè el 3 i el 5 són factors tant del 375 com del 900
- Però si volem trobar el màxim comú divisor haurem de prendre tots els factors comuns a tots dos. (observa'ls en negreta)

$$375 = 3 \cdot 5^3 = \mathbf{3 \cdot 5^2} \cdot 5 \qquad 900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 2^2 \cdot \mathbf{3 \cdot 3 \cdot 5^2}$$

- Així doncs: $\text{m.c.d.}(900, 375) = 3 \cdot 5^2 = 75$.

I.2 Calcula:

- a) m.c.d.(36,82).
- b) m.c.d.(360,400).
- c) m.c.d.(480,102).
- d) m.c.d.(46,58).
- e) m.c.d.(20,33)
- f) Què passa en aquest últim cas?

Quant dos nombres tenen com a únic divisor comú l'1 es diu que són primers entre ells.

I.3 Calcula:

- a) m.c.d.(36, 24)
- b) m.c.d.(25, 40)

- c) m.c.d.(220, 88)
- d) m.c.d.(45, 60)
- e) m.c.d.(84, 98)
- f) m.c.d.(60, 80)
- g) m.c.d.(48, 35)
- h) m.c.d.(60, 95)
- i) m.c.d.(60,18)
- j) m.c.d.(1764,2310)
- k) m.c.d.(660,385)
- l) m.c.d.(264,220)

Propietat: Si tenim dos nombres a i b es compleix que el producte dels dos nombres és igual al resultat de multiplicar el m.c.m.(a,b) i el m.c.d. (a, b) és a dir

$$a \times b = m.c.m.(a,b) \times m.c.d. (a, b)$$

I.4

- a) Comprova la propietat anterior amb els nombres 50 i 12
- b) Comprova si passa el mateix amb 15 i 45.

I.5 Sé que $m.c.d. (22500, 23716) = 4$. Troba el m.c.m.

I.6 Conec el $m.c.m (a,b) = 8820$ i $m.c.d.(a,b) = 7$. Si sé que el nombre “a” és 245, quin és l’altre nombre?

I.7 Quants alumnes pot tenir una classe si sabem que:

- a) és possible formar grups de treball de 6 alumnes, de manera que no quedi cap alumne sense grup;
- b) és possible formar grups de 15 alumnes, sense que en quedi cap sense grup;
- c) és possible formar grups de 6 i 15 alumnes? Quin és el nombre més petit d’alumnes que pot tenir la classe en aquest cas?

I.8 Tinc 30 caramels de menta i 20 de maduixa. Quantes bosses puc fer, de manera que siguin totes iguals,

- a) amb els caramels de menta;
- b) amb els caramels de maduixa;
- c) amb els caramels de menta i els de maduixa? Quin és el nombre màxim de bosses que puc fer en aquest cas?

I.9 Hem de col·locar 354 botons en capsas de 6 unitats. És possible agrupar-los sense que ens en sobri cap? Per què?

I.10 Dos atletes corren per una pista d'atletisme. El primer triga 12 s a fer una volta i el segon 15 s. Si tots dos surten alhora i estan 4 minuts corrent continuadament, en quins segons es troben?

I.11 Volem dividir dues peces de tela de 120 m i 132 m en trossos que tinguin la mateixa llargària. Quina és la llargària màxima que poden tenir els trossos? Quants trossos obtindrem de cada peça de tela?

I.12 Volem enrajolar una sala de 108 m de llargària i 10 m d'amplària amb rajoles QUADRADES de la major superfície possible. Quina serà la superfície d'una d'aquestes rajoles i quantes en necessitarem?

I.13 Una de les dues campanes d'una església toca cada 30 minuts, mentre que l'altra ho fa cada 45 minuts. Si totes dues toquen juntes a les 8 hores del matí, quant tornaran a tocar juntes?

I.14 En un club d'atletisme s'han inscrit 18 nois i 24 noies. Quants equips es poden fer si sabem que

- tots els grups han de tenir el mateix nombre de membres.
- hi ha d'haver com més equips millor.

I.15 L'Aleix és un alumne aplicat i quan comença el curs decideix repassar les matemàtiques cada dos dies, la física cada tres dies i la història cada cinc dies. Cada quantes dies ha de repassar les dues primeres assignatures alhora? I totes tres?

J. Més operacions amb fraccions:

1. Calcula :

a) $\frac{2}{105} + \frac{9}{140}$

b) $\frac{1}{3} \times \frac{12}{4}$

c) $\frac{151}{105} - \frac{5}{21}$

d) $\frac{1}{140} : \frac{7}{60}$

e) $\frac{1}{2} + \frac{13}{24}$

f) $\frac{29}{28} \times \frac{69}{20}$

g) $\frac{5}{6} - 1$

h) $\frac{32}{35} + \frac{32}{105}$

i) $\frac{4}{7} - \frac{9}{14}$

j) $\frac{9}{2} : \frac{13}{14}$

2. Calcula:

a) $\frac{2}{7} + \frac{103}{98}$

b) $\frac{6}{5} \times \frac{13}{60}$

c) $\frac{121}{126} - \frac{37}{70}$

d) $\frac{11}{14} + \frac{3}{70}$

e) $\frac{19}{28} - \frac{4}{21}$

f) $\frac{2}{3} : \frac{7}{8}$

g) $\frac{10}{7} - \frac{55}{49}$

h) $\frac{26}{5} - \frac{12}{35}$

i) $\frac{11}{5} \times \frac{15}{17}$

j) $\frac{29}{14} + \frac{17}{10}$

3. Calcula

a) $\frac{23}{150} - \frac{19}{42}$

b) $\frac{5}{7} : \frac{11}{3}$

c) $\frac{4}{7}x - \frac{3}{14}$

d) $\frac{1}{3} + \frac{137}{105}$

e) $\frac{5}{7} - \frac{19}{147}$

f) $\frac{23}{10}x - \frac{3}{40}$

g) $\frac{13}{35} + \frac{159}{70}$

h) $\frac{8}{3} : \frac{13}{21}$

i) $\frac{17}{30} - \frac{139}{60}$

j) $\frac{29}{126} + \frac{107}{42}$

4. Calcula les següents operacions de fraccions:

a) $\frac{17}{35}x - \frac{8}{5}$

b) $\frac{11}{20} - \frac{47}{70}$

c) $\frac{1}{35} + \frac{8}{63}$

d) $\frac{4}{15} : \frac{37}{75}$

e) $\frac{91}{45} + \frac{61}{90}$

f) $\frac{11}{35} - \frac{1}{7}$

g) $\frac{14}{15} + \frac{37}{60}$

h) $\frac{3}{20}x - \frac{17}{18}$

i) $\frac{19}{27} + \frac{1}{54}$

j) $\frac{2}{7} - \frac{15}{49}$

K. Operacions combinades amb fraccions.

1. Calcula les següents operacions combinades amb fraccions:

a) $\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{7} \right)$

b) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{7}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} - \frac{1}{8}$

d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{8} \right)$

e) $2 - \left[\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \left(\frac{4}{5} + 3 \right) \right]$

f) $3 - \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \right) - \left(\frac{2}{5} + 1 \right)$

g) $4 - \left\{ \frac{1}{3} - \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) \right] \right\}$

h) $\frac{1}{3} \times \frac{7}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{2} - \frac{11}{10}$

i) $\frac{2 + \frac{1}{3}}{2 - \frac{1}{3}}$

j) $\frac{\left(4 + \frac{2}{5} \right) \times 3}{3 \div \frac{1}{4}}$