



Perímetres i àrees



Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 3.0 España

Usted es libre de:



copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra



hacer obras derivadas

Bajo las condiciones siguientes:



Reconocimiento. You must attribute this work to [Departament de Matemàtiques de l'IES el SUI](http://www.xtec.cat/ieselsui/) (with link).

Attribute this work:

```
<div xmlns:cc="http://creativecommons.org/ns#" about="http://www.xtec.cat/ieselsui/"
```



No comercial. No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



Compartir bajo la misma licencia. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta.

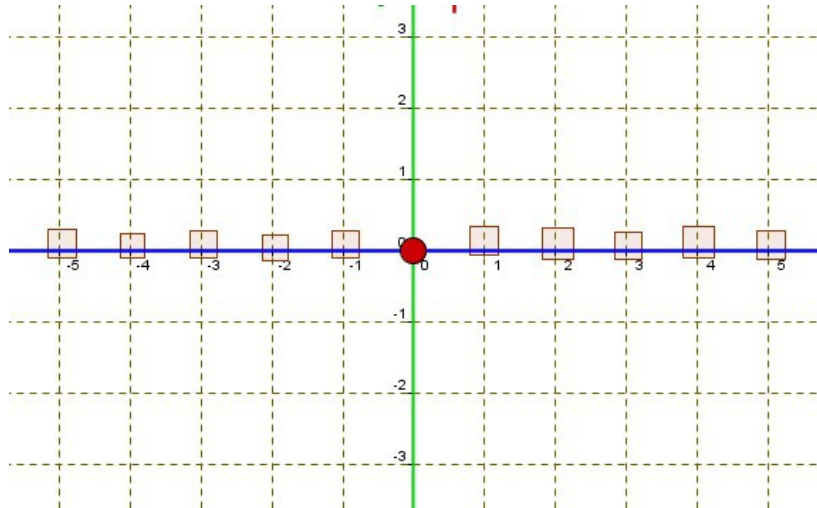
- Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- Alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Advertencia

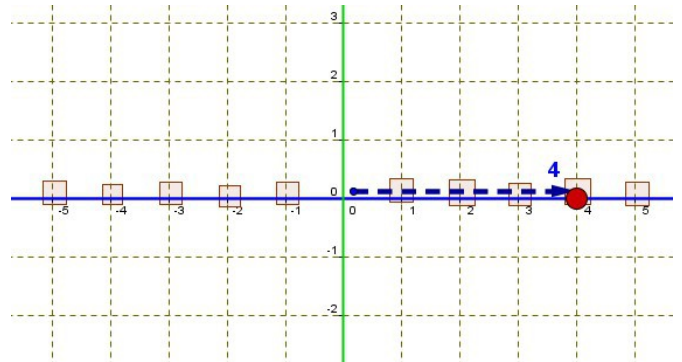
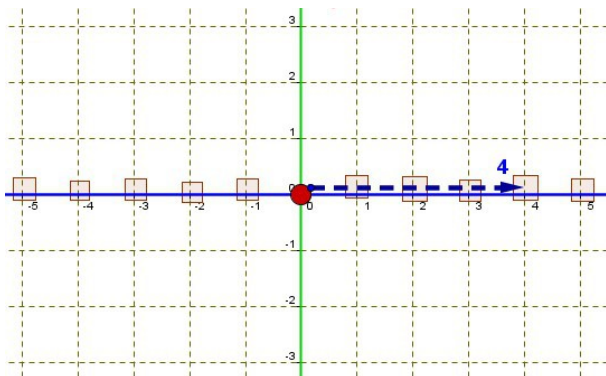
Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por ley no se ven afectados por lo anterior.

A. Introducció: Coordenades

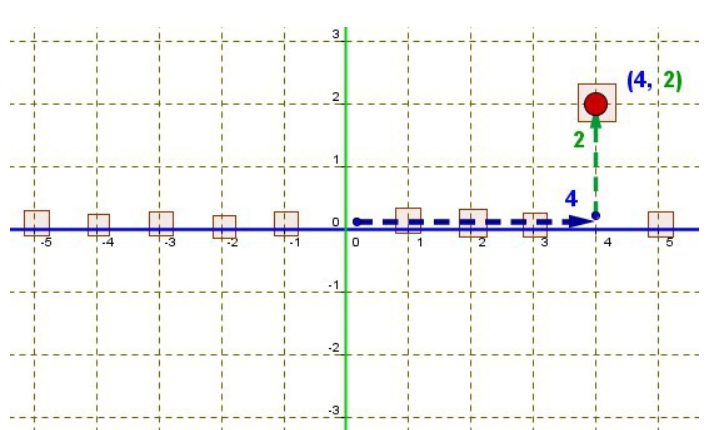
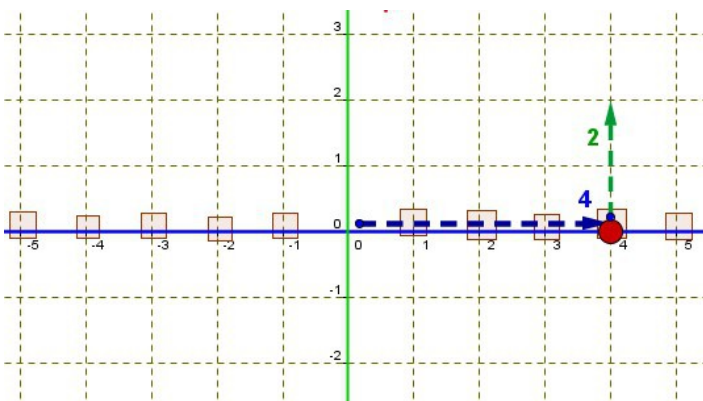
El senyor boleta vermella viu en una ciutat en la que només es pot moure de dues maneres diferents: pot **caminar horitzontalment** a l'esquerra i la dreta i pot agafar un **ascensor** i moure's **amunt i avall verticalment**:



Per exemple, imagina que el senyor boleta vol anar des del punt $(0,0)$ al punt $(4, 2)$.
Primer **caminarà horitzontalment** fins el **4**:



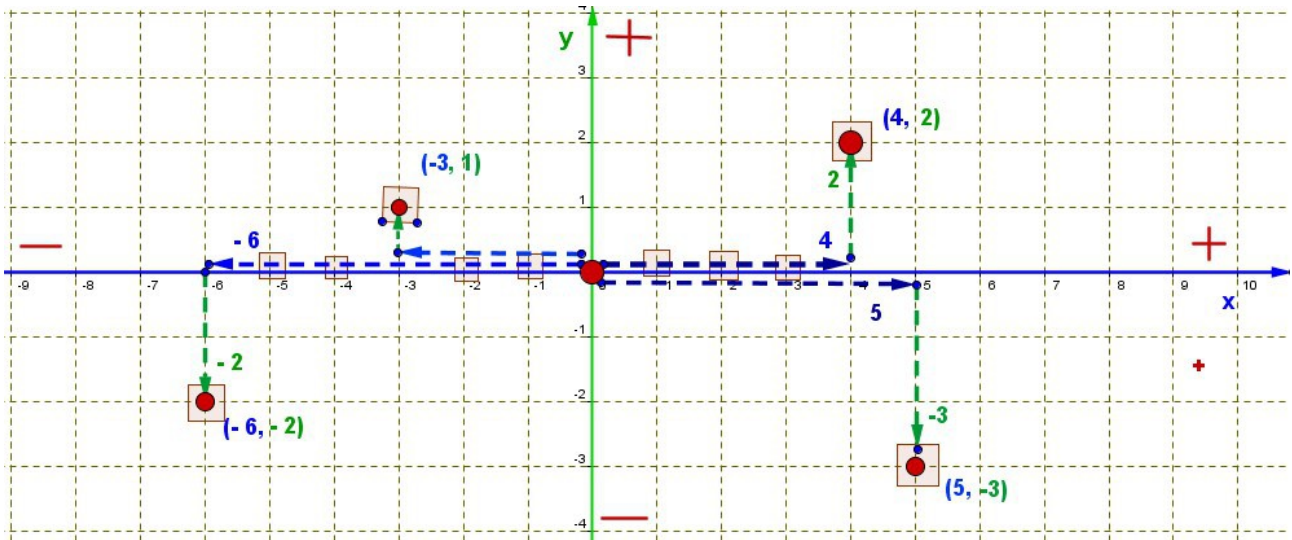
i després **pujarà en un ascensor** fins el **2**



D'una manera semblant si des del punt (0,0) :


- camina fins el -3 i puja en ascensor fins l'1 arriba al (,):
- camina fins el -6 i baixa en ascensor fins el -2 arriba al (,):
- camina fins el 5 i baixa en ascensor fins el -3 arriba al (,):

observa el dibuix per veure si ho has fet bé:

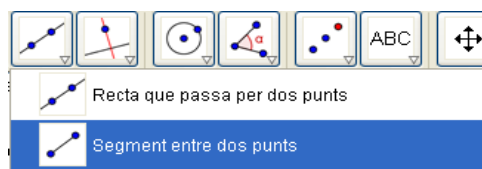


- A.1. En un full quadriculat fes uns eixos de coordenades amb valors positius i negatius i dibuixa els següents punts: $(-2, 2)$, $(0, 2)$, $(0, 0)$, $(2, -2)$, $(0, -2)$, $(-1, -1)$, $(-2, -2)$, $(-2,0)$ i $(-1,1)$. Després de dibuixar-los pensa com es podrien ajuntar per formar un dibuix. Quin dibuix representen?
- A.2. Inventa un dibuix sobre uns eixos de coordenades i escriu, després, les coordenades dels punts (cal que utilitzis alguna coordenada negativa). Dóna-li al teu company les coordenades per tal que ell realitzi el teu dibuix; seguidament el teu company et donarà les seves coordenades i tu hauràs de realitzar el seu dibuix.
- A.3. Utilitzant el Geogebra introdueix els punts d'un dels exercicis anteriors:



- Obre el menú visualitza i assegura't que siguin seleccionats eixos i graella.
- Selecciona la icona de dibuixar un punt  i dibuixa tots els punts de la taula de valors
- Els punts també els pots introduir a la part de sota (línia d'entrada) posant-los entre parèntesis, per exemple $(-6, -1)$

b) Tria ara la icona dibuixar un segment i ajunta tots els punts amb segments de línia recta.



A.4. Representa els punts següents i uneix-los per segments ordenadament . Quina figura representen?

(1,0), (1,2),(2'5,4), (4,2), (4,0), (3,0), (3,0'5), (2,0'5), (2,0)

B. Figures del pla

B.1. Dibuixa a la llibreta els punts $A = (2, 2)$, $B = (5,2)$, $C = (2,-1)$ i $D = (5, -1)$ en uns eixos de coordenades . Uneix-los amb segments.

a) Quines característiques té? Quina figura és?

b) Quina és la longitud del seu costat? Quants quadrats hi ha en el seu interior (això és la seva àrea) ? Hi ha alguna relació entre la longitud del seu costat i la seva àrea?



c) Fes l'activitat en el GeoGebra. Primer dibuixa els punts i seguidament utilitza l'eina polígon per dibuixar el quadrat.

Observa en la finestra esquerra (algebraica) que han aparegut quatre segments **a,b,c,d** de longitud 3 i també l'àrea del quadrat : **polígon1=9**.



B.1. Utilitzant el GeoGebra anterior, amb l'eina punter, mou els vèrtexs del quadrat fins aconseguir altres quadrats i omple la taula següent:

Punt A	Punt B	Punt C	Punt D	Longitud del costat	Àrea de la figura.

Observant la relació entre la longitud del costat i l'àrea, escriu la fórmula del càlcul de l'àrea d'un quadrat.

B.2. Dibuixa a la teva llibreta els punts $A = (2, 3)$, $B = (8,3)$, $C = (2,-1)$ i $D = (8, -1)$ en uns eixos de coordenades . Uneix-los amb segments.

a) Quines característiques té? Quina figura és?

b) Quina és la longitud de la seva base? I l'altura? Quants quadrats hi ha en el seu interior (això és la seva àrea) ? Hi ha alguna relació entre la longitud dels seus costats i la seva àrea?

c) Fes l'activitat en el GeoGebra i una vegada tinguis els punts, utilitza l'eina polígon per dibuixar el rectangle. Observa en la finestra esquerra (algebraica) que han aparegut quatre segments **a,b,c,d** de longitud 4 i 6 i també l'àrea del rectangle : **polígon1=24**.

B.3. Utilitzant el GeoGebra anterior, mou els vèrtexs del rectangle fins aconseguir-ne d'altres i omple la taula següent:

Punt A	Punt B	Punt C	Punt D	Longitud de la base	Longitud de l'altura	Àrea de la figura.

Observant la relació entre la longitud dels costats i l'àrea, escriu la fórmula del càlcul de l'àrea d'un rectangle.

B.4. Dibuixa a la teva llibreta els punts $A = (-2, -1)$, $B = (-1, 2)$, $C = (4, 2)$ i $D = (3, -1)$ en uns eixos de coordenades. Uneix-los amb segments.

a) Quines característiques té? Quina figura és?

b) Quina és la longitud de la seva base? i l'altura?

c) Troba un mètode per comptar quants quadrats hi ha en el seu interior (això és la seva àrea). Quina és la seva àrea?

B.5. Obre l'enllaç www.geogebra.org/material/simple/id/5931

Observa i explica com es calcula l'àrea del romboide tot movent v1. Aplica la fórmula per calcular l'àrea de la figura de l'exercici anterior.

B.6. Dibuixa a la teva llibreta els punts $A = (-1, -2)$, $B = (-1, 1)$ i $C = (4, -2)$ en uns eixos de coordenades. Uneix-los amb segments.

a) Quines característiques té? Quina figura és?

b) Quina és la longitud de la seva base? I l'altura?

c) Troba un mètode per comptar quants quadrats hi ha en el seu interior (això és la seva àrea). Quina és la seva àrea?

B.7. Obre l'enllaç www.geogebra.org/material/simple/id/5931

Observa i explica com es calcula l'àrea del triangle tot movent h. Aplica la fórmula per calcular l'àrea de la figura de l'exercici anterior.

B.8. Ves al Moodle i baixa't el fitxer **triangle_altura**. Obre'l i mou els vèrtexs del triangle. Observa què passa amb l'altura del triangle i la seva base. Fes un resum del que has observat. Quina és la definició de l'altura d'un triangle?

B.9. Fes l'activitat B6 en el GeoGebra i una vegada tinguis els punts, utilitza l'eina polígon per dibuixar el triangle. Observa en la finestra esquerra (algebraica) que han aparegut tres segments a,b,c i també l'àrea del triangle : polígon1=7.5.

a) Escriu a la barra d'entrada (part inferior) $B = (0, 1)$ per tal de moure el punt B fins el punt (0,1). Quant val la nova altura? I la base? I l'àrea del nou triangle?

b) Mou ara el punt B fins el punt (6,1). Quina és la altura del triangle? I la base? I la seva àrea?

c) Creus que triangles de formes diferents poden tenir la mateixa àrea? Raona la resposta i posa un exemple.

B.10. Amb l'ajuda del GeoGebra inventat diferents triangles que compleixin que la seva àrea sigui 8. Omple la taula següent amb els resultats:

	Vèrtex A	Vèrtex B	Vèrtex C
triangle1			
triangle2			
triangle3			

B.11. Dibuixa a la teva llibreta els punts $A = (-2, -1)$, $B = (-1, 2)$, $C = (4, 2)$ i $D = (6, -1)$ en uns eixos de coordenades. Uneix-los amb segments

- Quines característiques té? Quina figura és?
- Quina és la longitud de la seves bases? I l'altura?
- Troba un mètode per comptar quants quadrats hi ha en el seu interior (això és la seva àrea) . Quina és la seva àrea?

B.12. Obre l'enllaç <https://www.geogebra.org/m/14599>

Observa i explica com es calcula l'àrea del trapezi tot movent a. Aplica la fórmula per calcular l'àrea de la figura de l'exercici anterior.

B.13. Dibuixa a la teva llibreta els punts $A = (2, -1)$, $B = (0, 2)$, $C = (2, 5)$ i $D = (4, 2)$ en uns eixos de coordenades. Uneix-los amb segments.

- Quines característiques té? Quina figura és?
- Quina és la longitud de les seves diagonals?
- Troba un mètode per comptar quants quadrats hi ha en el seu interior (això és la seva àrea) . Quina és la seva àrea?

B.14. Obre l'enllaç <http://tube.geogebra.org/m/140627>

Observa i explica com es calcula l'àrea del rombe tot iniciant l'animació. Aplica la fórmula per calcular l'àrea de la figura de l'exercici anterior.

B.15. Amb l'ajuda del següent enllaç www.geogebra.org/material/simple/id/85201

fes la classificació dels triangles tot omplint les taules següents:

Classificació segons els costats:

Nom	Dibuix	Característiques
Equilàter		
Isòsceles		
Escalè		

--	--	--

Classificació segons els angles:

Nom	Dibuix	Característiques
Acutangle		
Rectangle		
Obtusangle		

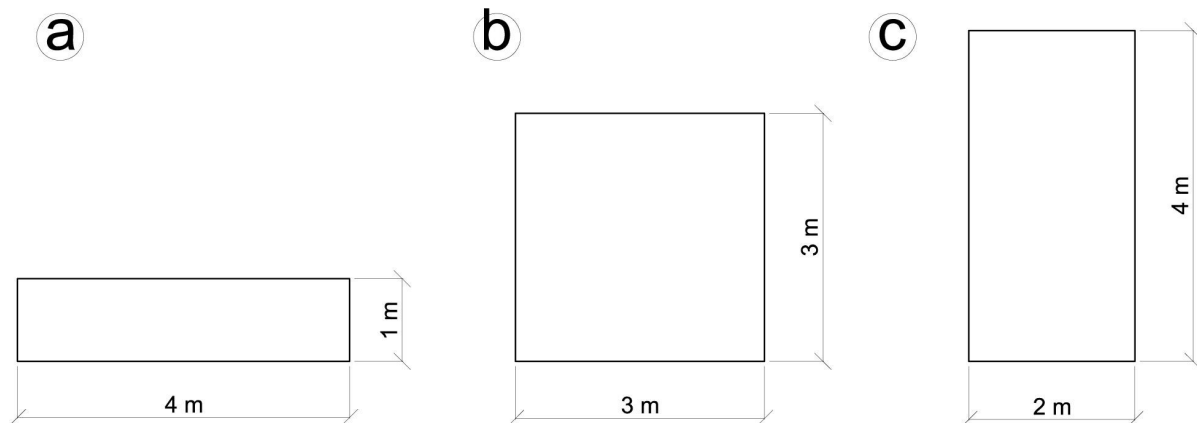
B.16. Amb l'ajuda del següent enllaç www.geogebra.org/material/simple/id/85204 fes la classificació dels quadrilàters tot omplint les taules següents:

Figura	Nom	Dibuix	Característiques
Paral·lelogram	Quadrat		
	Rectangle		
	Romboide		
	Rombe		

Trapezi	Rectangle		
	Isòsceles		
Trapezoide			

C. Exercicis de consolidació

Calcula l'àrea i el perímetre de les següents figures:



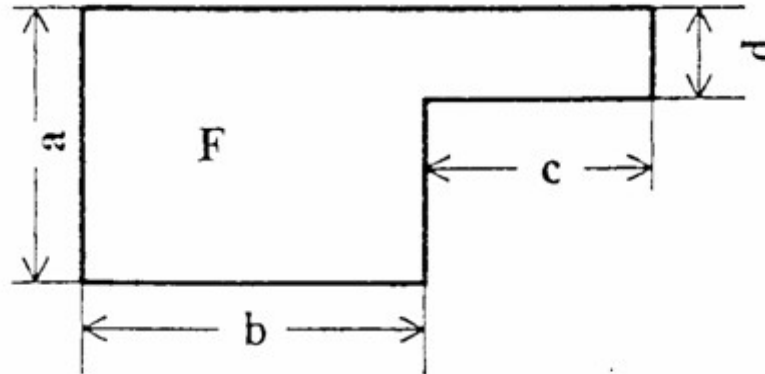
C1. Volem pintar el sostre d'una habitació fa 3 metres de llarg per 2,5 metres d'ample.

a) Quina és la superfície que pintarem?

b) Si el metre quadrat de pintura costa 12 € quan costarà pintar el sostre?

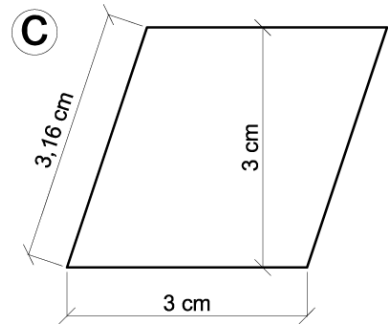
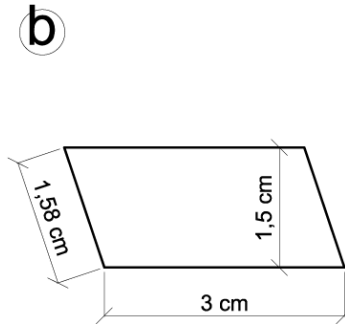
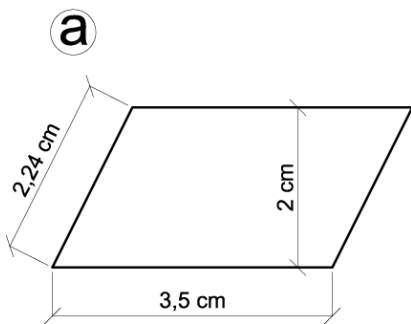
c) Hem decidit que volem pintar també les parets del voltant. L'habitació fa 2,6 m d'alçada, té una porta de 0,8 metres d'ample per 2,2 metres d'alçada i una finestra de 1,2 metres d'ample per 0,6 metres d'alçada. Calcula la superfície de les parets i el preu que costarà pintar-les si tenim en compte el preu anterior.

- C2. A la figura següent, les lletres minúscules indiquen les mesures dels costats. D'aquesta manera, podrem escriure una fórmula que ens permeti calcular l'àrea de la figura corresponent.

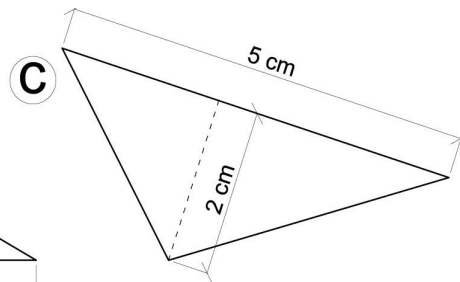
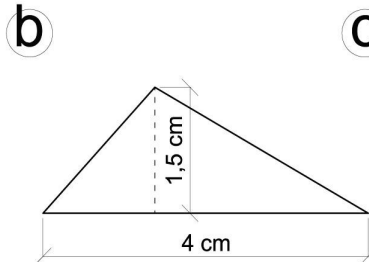
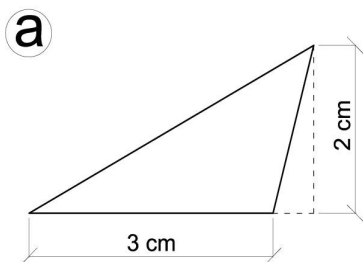


- Escriu una fórmula per a calcular l'àrea de la figura **F** utilitzant les lletres **a, b, c, d** que indiquen les longituds dels costats.
- Si les dimensions a la realitat de la figura fossin: $a=12$ m, $b=10$ m, $c=11$ m, i $d=5$ m, quina seria l'àrea de la figura **F**?
- Tenint en compte les dimensions anteriors, calcula també el perímetre de la figura.

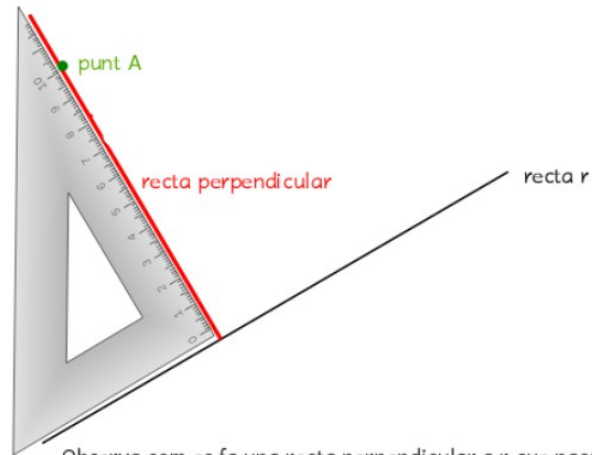
- C3. Calcula l'àrea i el perímetre dels següents romboïdes;



- C4. Calcula l'àrea dels següents triangles:

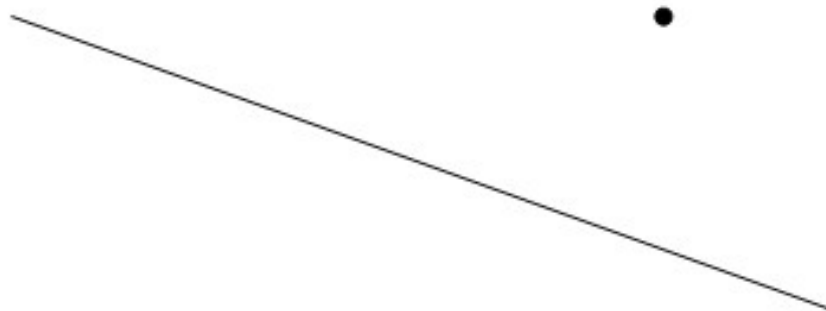


- C5. Hem decidit que volem construir un estel de forma triangular amb una base de 50 cm i una altura de 3 dm. Quina superfície de tela necessitarem? (expressa el resultat en cm^2)
- C6. Observa la següent fotografia i explica com es fa per dibuixar una recta **perpendicular** a un altra recta i que passi per un punt exterior:

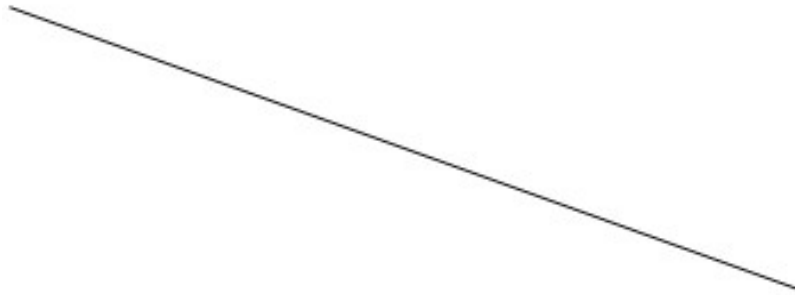


- C7. Dibuixa una recta perpendicular als segments següents i que passi pel punt. Després uneix els extrems dels segments amb el punt creant uns triangles. Les perpendiculars que has traçat al principi són una de les altures d'aquests triangles.

a)

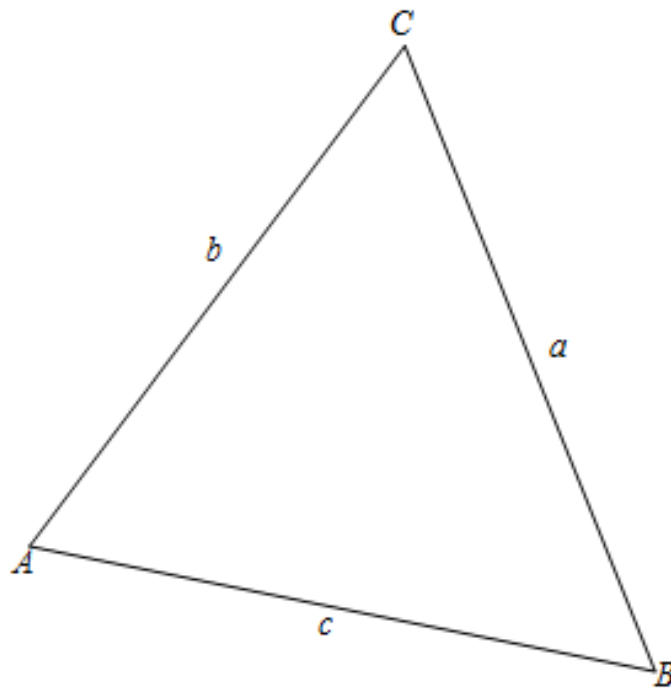


b)

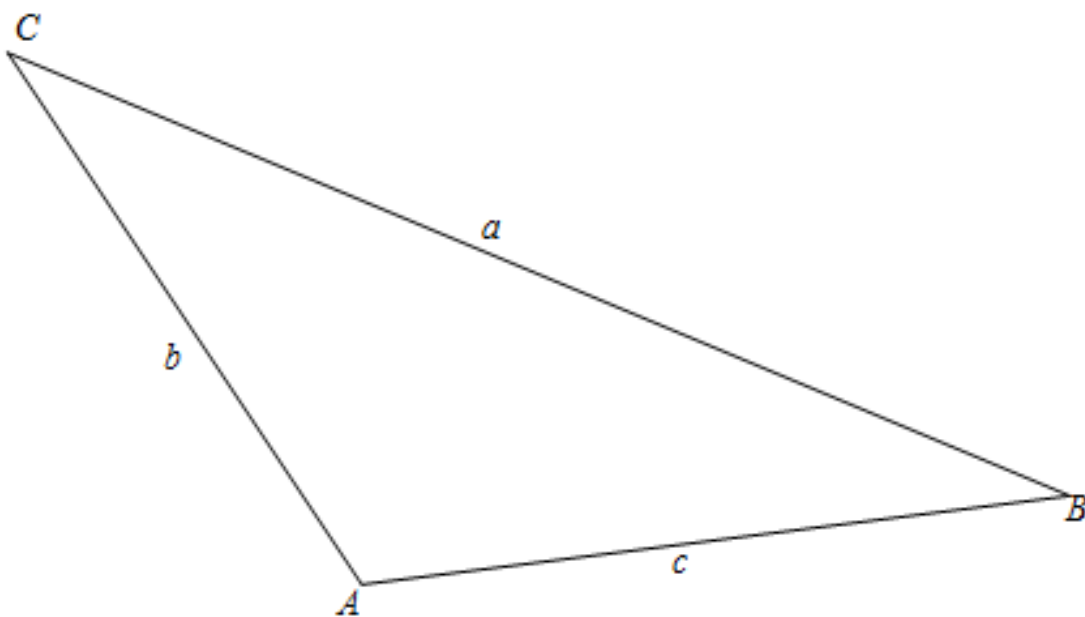


C8. Calcula l'àrea i el perímetre dels següents triangles. Primer hauràs de trobar l'altura traçant una línia perpendicular a un dels seus costats que passi pel vèrtex oposat tal i com hem fet a l'exercici anterior. Després cal mesurar la base i l'altura i escriure el resultat al dibuix. Finalment amb aquests valors ja podem calcular l'àrea.

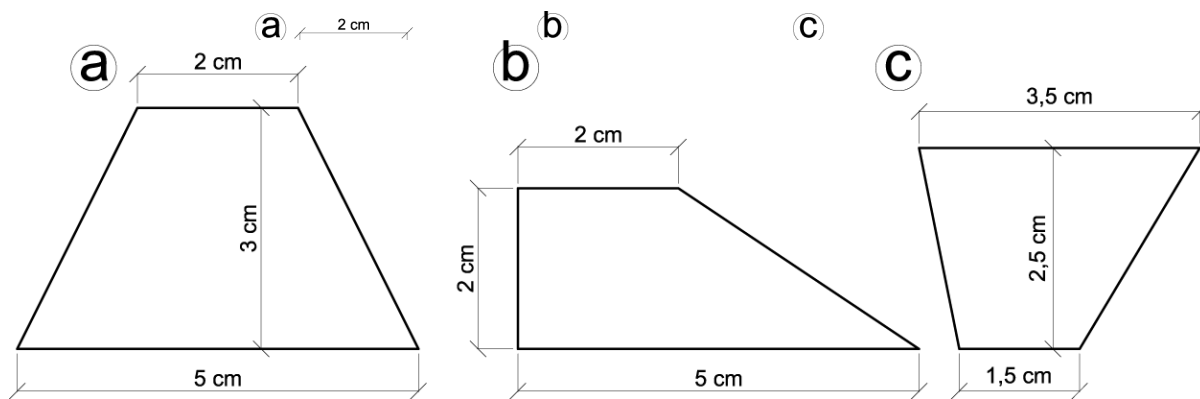
a)



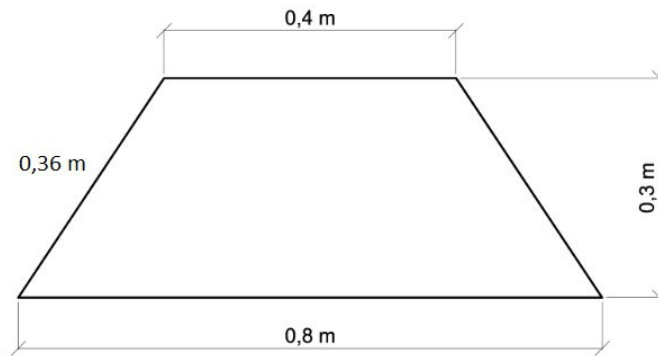
b)



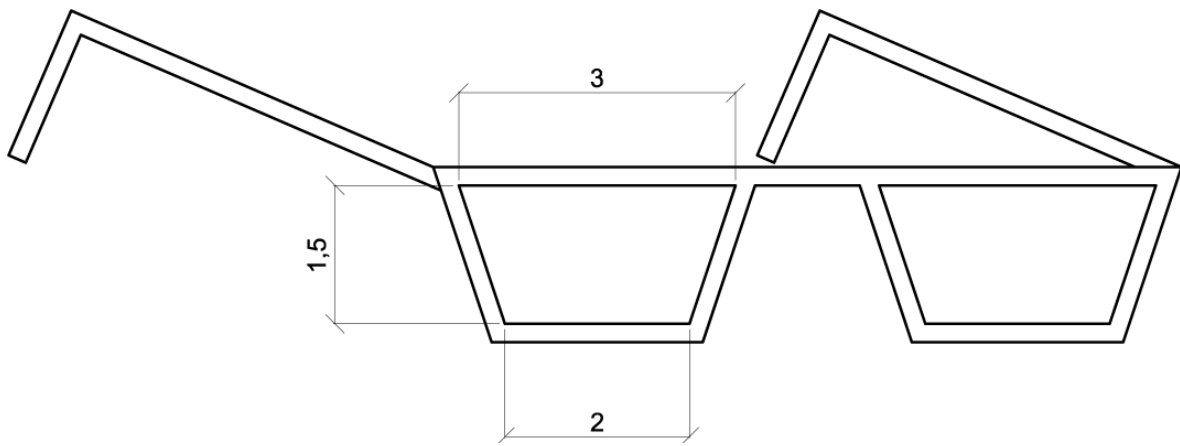
C9. Escriu quin tipus de trapezi és cadascun dels següents polígons i calcula'n l'àrea.



C10. Vull construir una capsa de cartró amb base en forma de trapezi. Tenint en compte que les dimensions de la base són les de l'esquema següent i que l'altura de la capsa és de 0,5 metres, calcula la superfície de cartró que necessitaré per a fer-la.

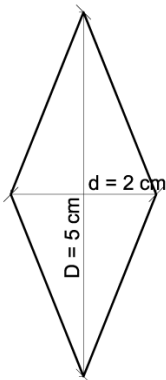


C11. Una empresa ens ha encarregat dissenyar unes ulleres de sol amb els vidres en forma de trapezi. Hem fet l'esquema següent on hi ha la mida dels vidres. Quina superfície total de vidre necessitem per a fabricar unes ulleres?

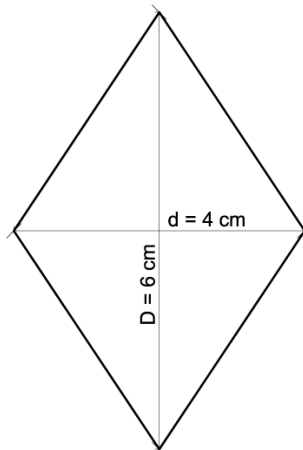


C12. Calcula l'àrea dels següents rombes:

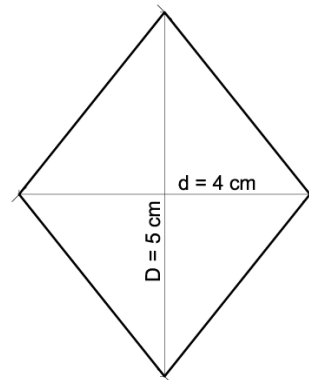
a



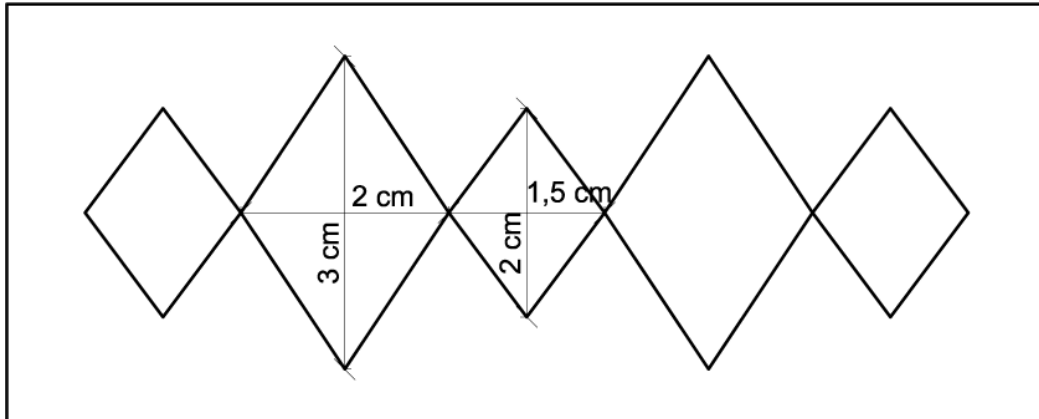
b



c



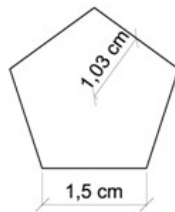
C13. Hem retallat la següent figura en un paper:



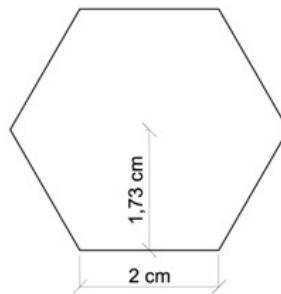
- Calcula quina és la superfície de paper que hem retallat.
- Calcula quina és la superfície de paper que queda si s'ha retallat sobre un paper de 10cm x 4 cm.

C14. Calcula l'àrea i el perímetre dels següents polígons regulars;

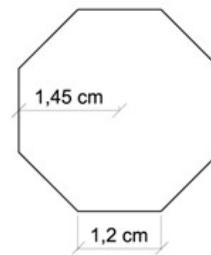
a



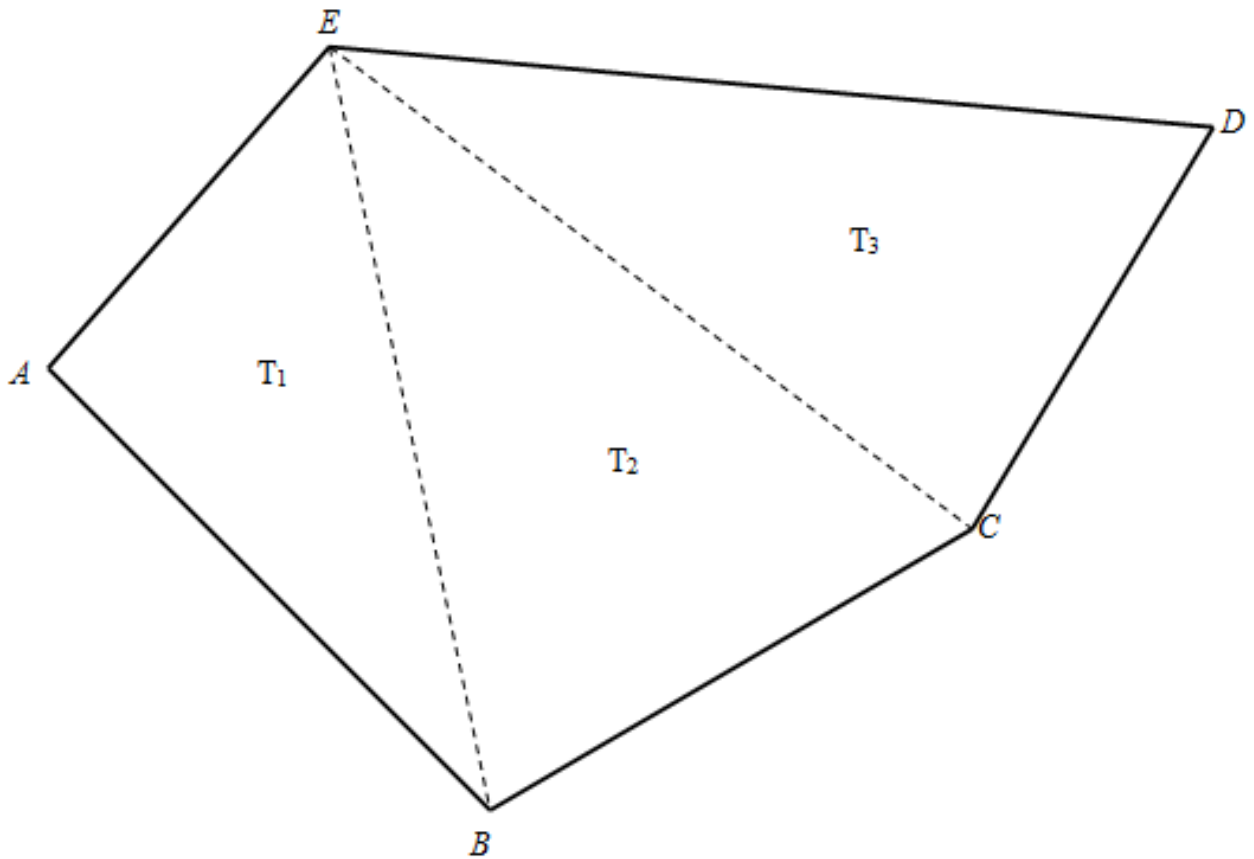
b



c



C15. Considerem la figura poligonal dibuixada a continuació: la podem subdividir (amb les línies discontinües) en tres triangles; per calcular l'àrea de la figura podem, per tant, calcular l'àrea de cadascun dels tres triangles i després sumar-les.



- Per cada triangle T_1 , T_2 , T_3 , tria la base que prefereixis i dibuixa l'altura corresponent.
- Mesura les tres bases i les corresponents altures i anota-ho al full, al seu costat.
- Calcula l'àrea dels tres triangles T_1 , T_2 , T_3 .
- Suma les tres àrees i digues quina és l'àrea total de la figura ABCDE.
- Calcula també el perímetre del polígon ABCDE.

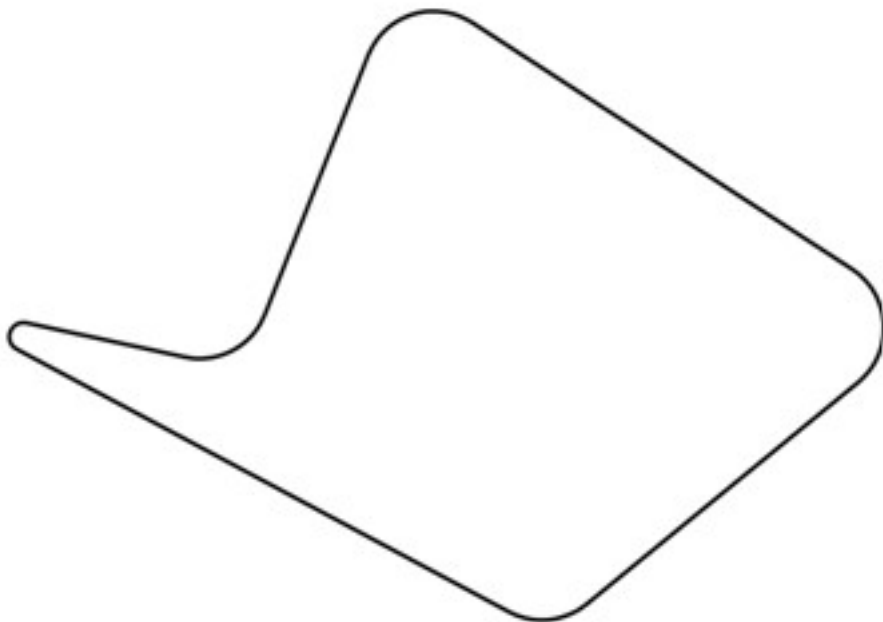
C16. Calcula la pintura que es necessita per pintar la paret de la casa de l'exercici A.4, si sabem que l'escala és 1:200.

D. TREBALL: La cursa de Klagenfurt



Cada any a Klagenfurt (Àustria) es celebra una cursa que consisteix en fer 3,8 Km nedant, 180 Km en bicicleta i 42 km corrent. L'equip de l'organització t'ha fet responsable de la cursa de bicicleta i et demanen el següent:

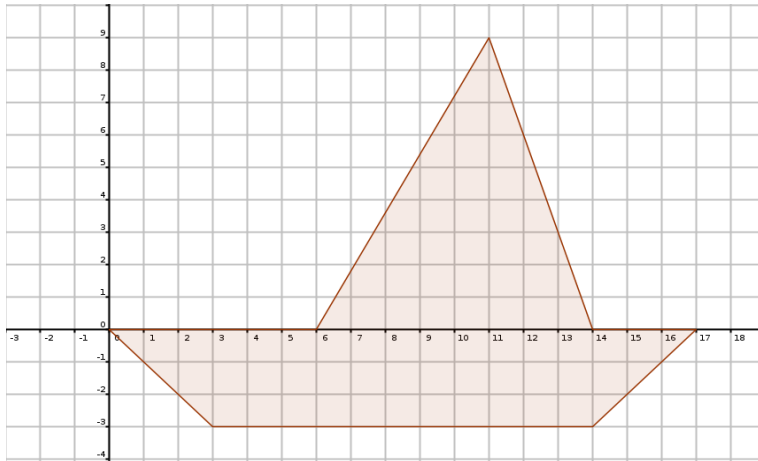
- Sobreposa una figura poligonal al recorregut
- Utilitza l'escala gràfica del plànol per a calcular la distància de la cursa i indica si és la correcta. En cas que no sigui la correcta indica quants Km falten per que sigui de 180 Km tal i com vol l'organització.
- Triangula la figura poligonal, calcula les distàncies reals i calcula l'àrea que ocupa el circuit.



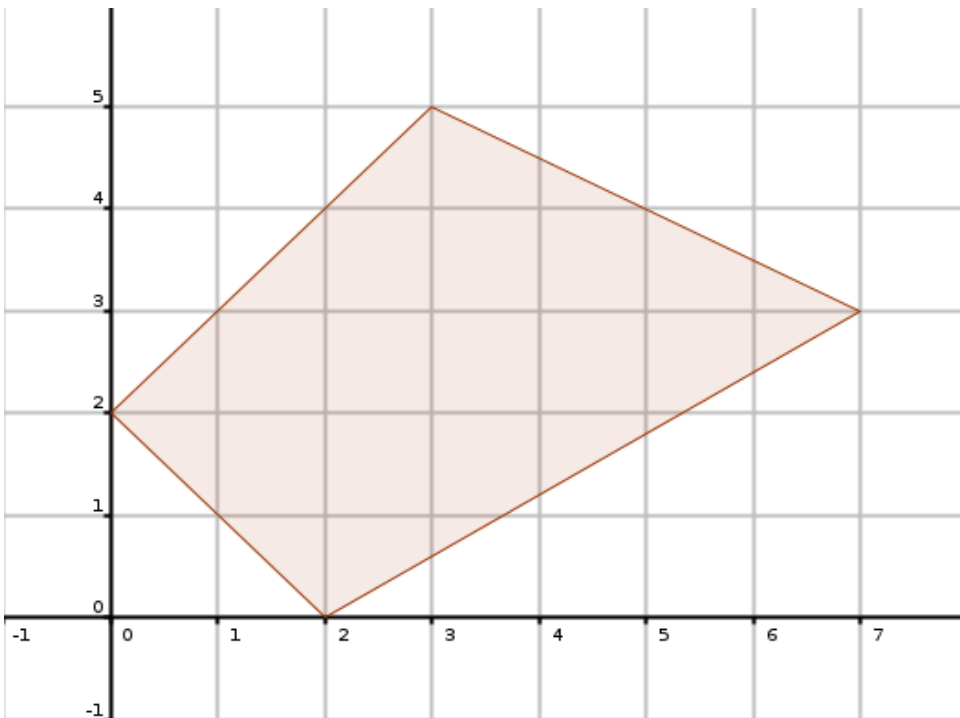
E. El teorema de Pick

1. Donades les figures següents:

a) Fes una estimació a ull de l'àrea que ocupa el vaixell, es a dir compta els quadrats que ocupa.



b) Sense utilitzar cap estri de mesura, calcula ara de manera exacta l'àrea. Per fer-ho fes una descomposició en figures més simples (de les que sàpigues calcular l'àrea).



c) Fes una estimació a ull de l'àrea.

d) Quina figura és? Hi ha una fórmula per calcular l'àrea?

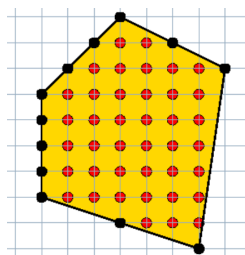
e) Subdivideix en figures més simples de les que sàpigues calcular l'àrea.

f) Pots calcular de manera exacta les àrees anteriors sense utilitzar cap estri de mesura? Per què?

- g) Calcula l'àrea de manera exacta utilitzant les eines que necessitis.
- h) Obre el Geogebra, dibuixa el polígon i digués quina és la seva àrea?
- i) Coincideixen els resultats dels apartats g) i h)? A què creus que es degut?

El teorema de Pick és un resultat geomètric curiós que ens permet calcular l'àrea d'un polígon de manera senzilla sempre que aquest compleixi uns requisits.

Suposem que tenim una quadricula i que cada vèrtex del polígon es situa a sobre un punt de coordenades enteres (es a dir a les cantonades dels quadrats que formen la quadricula) i a més el polígon no té forats.



Marquem tots els punts de coordenades enteres que queden dins del polígon o en la seva frontera.

Sigui i el número de punts interiors.

f el número de punts a la frontera.

$$\text{ÀREA} = i + \frac{f}{2} - 1$$

En aquest polígon $i = 40$, $f = 12$ i per tant la seva àrea és $40 + \frac{12}{2} - 1 = 45$ unitats quadrades

2. Calcula de nou les àrees de les figures de l'exercici 1 utilitzant ara el teorema de Pick.

3. Dibuixa uns eixos de coordenades i tot seguit marca els punts i uneix-los ordenadament (0,3) (1,4) (2, 3) (3, 3) (4, 4) (5, 3) (4, 2) (5, 1) (4, 0) (5, -1) (4, -2) (3, -1) (2, -1) (1, -2) (0, -1) (-1, -1) (-2, -2) (-3, -1) (-2, 0) (-3, 1) (-2, 2) (-3, 3) (-2, 4) (-1, 3)

- a) Calcula l'àrea directament comptant els quadrats.
- b) Calcula l'àrea utilitzant el teorema de Pick.

4. Dibuixa uns eixos de coordenades i a continuació marca els punts (2, 6) (0,0) (0, 6) (-1, 0) (3, 0) (4, -1) (-2, -1) (1, 1) (2, 2) (3, 3) (2, 4) (-1, -1) (3, 5) (-2, 0) (1, 2) (4, 0) (5, -1) (2, 1) (0, 2) (5, 0) (3, 1) (0, 3) (-1, 2) (4, 3) (0, 4) (3, 6) (-2, 3) (3, 2) (4, 2) (5, 3) (1, 3) (0, 1) (1,4) (3, 4) (-1, 3) (1, 6) (2, 3) (0, 5)

- a) Observa els punts i uneix-los formant una figura. Quina figura et queda?
- b) Calcula l'àrea de la figura a ull.
- c) Calcula l'àrea de manera exacta utilitzant el teorema de Pick.