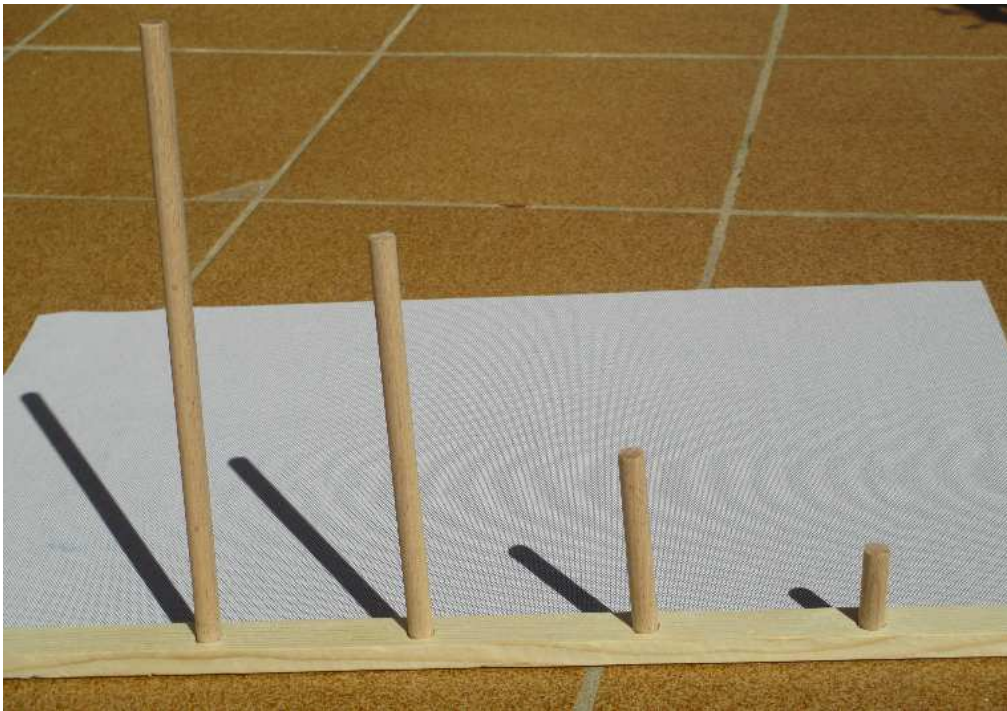


Ombres de Sol i proporcionalitat



Matemàtiques. 1r ESO



Reconocimiento- No comercial-Compartir bajo la misma licencia 3.0 España

Usted es libre de:



copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra



hacer obras derivadas

Bajo las condiciones siguientes:



Reconocimiento. You must attribute this work to [Departament de Matemàtiques de l'IES el SUI](#) (with link).

Attribute this work:

```
<div xmlns:cc="http://creativecommons.org/ns#" about="http://www.xtec.cat/ieselsui" data-bbox="260 374 737 387">
```



No comercial. No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



Compartir bajo la misma licencia. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta.

- Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- Alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor.
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Avisencia

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por ley no se ven afectados por lo anterior.

OMBRES DE SOL I PROPORCIONALITAT

A. Observació de les ombres de Sol

L'estudi del moviment de les ombres del Sol al llarg del dia ens pot donar una gran quantitat d'informació pel que fa als moviments relatius del Sol i la Terra. Ens pot ajudar a determinar la posició en el que ens trobem en el globus i fins i tot ens dona informació de les estacions climàtiques.

A.1 Identifica els punts cardinals al pati. Escribeu a la llibreta una referència per cadascun d'ells.



A.2 Observa on és el Sol ara i després contesta. Per on surt el Sol? Per on es pon el Sol?

L'aparell astronòmic més senzill que existeix no és més que un bastó clavat al terra verticalment per tal d'observar les seves ombres durant el dia. A aquest *aparell* se l'anomena **meridiana** o **gnòmon**.

Nosaltres voldríem saber com canvien les ombres de Sol al llarg d'un dia, per això baixarem al pati a fer una observació. Per tal de facilitar l'observació de les ombres hem construït un aparell on es poden col·locar fins a 6 gnòmons de fusta.

A.3 Un cop al pati col·locarem l'aparell a la línia Est-Oest i tots vosaltres us haureu de situar davant de l'aparell. Escollirem l'ordre de muntatge de les meridians i les instal·larem. A més marcarem el final de l'ombra de cadascuna de les meridians amb un punt al terra i apuntarem a la llibreta l'hora d'observació.

- Fes un dibuix esquemàtic de les meridians i numera-les d'esquerra a dreta.
- Quina meridiana té l'ombra més curta? I més llarga? Què passaria si canviéssim l'ordre de les meridians?
- Mesurarem cadascuna de les meridians i després cadascú de vosaltres ha d'omplir una taula com la següent:

Nº meridiana	Mesura en cm
1	
2	
3	

- d) Observant la taula anterior escriu per cada meridiana una frase comparant-la amb altra meridiana, segueix el model següent: “ la longitud de la meridiana número 7 és el *quàdruple* de la longitud de la meridiana número 4”
- e) Observem que totes les meridians són paral·leles. Com són les seves ombres? Fes un dibuix esquemàtic de les meridians i les ombres referenciant també els punts cardinals.
- f) Recordeu que quan hem començat l’observació hem assenyalat el final de les ombres al terra i apuntat l’hora. Utilitzant les marques mesurarem ara la longitud de les ombres de cadascuna de les meridians. Després cadascú de vosaltres ha d’omplir una taula com la següent:

Hora 1 ^a observació:	
Nº meridiana	Mesura de la seva ombra en cm en començar l’observació
1	
2	
3	

- g) Comprova si les ombres compleixen les afirmacions que has fet a l’apartat d), pensa que pot haver un petit error de mesura. En cas afirmatiu escriu la frase corresponent.
- h) Ens fixarem ara en les ombres de cada meridiana. Cap a on s’han desplaçat les ombres respecte l’observació inicial?
- i) Marcarem de nou el final de cada ombra. Després cadascú ha d’omplir una taula com la següent:

Hora 2 ^a observació:	
Nº meridiana	Mesura de la seva ombra en cm en la segona observació
1	
2	
3	

- j) Comprova si aquestes ombres compleixen les afirmacions que has fet a l’apartat d). En cas afirmatiu escriu la frase corresponent.
- k) Comenta breument les coses més importants que has observat:
- Cap on es desplacen les ombres.
 - Quines diferències hi ha entre les ombres d’unes meridians i unes altres.
 - Altres coses que hakis observat.
- l) Per concloure, observa els apartats d), g) i j). Escriu ara una frase que relacioni dues meridians amb les seves respectives ombres, pots seguir el model següent:

Si la longitud d'una meridiana és que una altra, la longitud de la seva ombra també és

- m) Amb totes les observacions fetes, podríem saber quina seria la longitud de l'ombra d'una meridiana de 2 cm en començar l'observació? En cas afirmatiu intenta calcular-la.

B. Magnituds directament proporcionals

Sovint escoltem afirmacions com la següent: "He comprat 2 quilos de taronges i he pagat 5 euros"

Aquesta és una situació de proporcionalitat ja que: "Si compro el doble de quilos pago el doble d'euros"

Podem organitzar les dades en una taula:

Quilos	Euros
2	5

Si es compleix la relació: 2 kg valen 5 €, vol dir que també es compleix:

4 kg valen 10 €
8 kg valen 20 €
1 kg valen 2'5 €

Quan dues magnituds són proporcionals (com ara els quilos de taronges i el seu preu) aleshores es compleix:

Al doble de quilos li correspon el doble del preu.
Al triple de quilos li correspon el triple del preu.
Si quadrupliquem el pes es quadruplica el seu preu.
Si agafem la meitat de pes pagarem la meitat de preu.

Reconèixer la proporcionalitat entre dues magnituds ens permetrà resoldre situacions del tipus: "Si compro 6 kg de taronges, quant pagaré?"

En el cas que tenim, 6 kg són el triple de 2 kg i per tant el seu preu també ha de ser el triple. Per tant com 2 kg costen 5€, 6 kg costaran $5 \cdot 3 = 15$ €.

B.1 Donades les situacions següents, digues si hi ha proporcionalitat o no entre les dues magnituds, a més escriu en cada cas una frase que justifiqui si hi ha proporcionalitat o no entre les dues magnituds:

a)

Litres d'aigua	Garrafes
10	2
20	4

b)

Edat	Pes
2 anys	15 kg
10 anys	25 kg

c)

Benzina gastada	Quilòmetres fets
10 litres	120 km
20 litres	240 km

d)

Edat	Alçada
10 anys	1,20m
30 anys	1,70m

e)

Dibuix a escala	Realitat
5 cm	100 m
15 cm	300 m

f)

Espai recorregut	Temps invertit
10 km	15min
40 km	60min

g)

Hores de feina	Àrea pintada
2 hores	30 m ²
6 hores	90 m ²

h)

Temps per pintar una paret	Treballadors
4 hores	2
2 hores	4



Problemes de proporcionalitat directa

A continuació et proposem dues maneres diferents de resoldre els problemes de proporcionalitat.

Problema: Si sabem que 2 Kg de taronges valen 5 €, quant valdran 6 kg?

I MÈTODE DEL PAS A LA UNITAT

Organitzem les dades en una taula:

	PES	PREU
	2	5
PAS A LA UNITAT →	1	

Si 2 Kg valen 5 € aleshores de 1 Kg valdrà:

$$\frac{5}{2} = \text{€}$$

Completa la frase: cada kg val

Per tant el pes de 6 Kg valdrà: $x = 6 \cdot 2,5 = \text{€}$

II PRODUCTES ENCREUATS

Un cop organitzades les dades en la taula

Pes	Preu

Escrivim una proporció: 2 és a 5 com 6 és a x: $\frac{2}{5} = \frac{6}{x}$

Per la propietat dels productes encreuats tenim: $2 \cdot x = 5 \cdot 6$

La primera multiplicació no la podem fer però la segona sí,

busquem un nombre x que multiplicat per 2 doni 30: $x = \frac{5 \cdot 6}{2} = \text{€}$

En els següents problemes fes els següents passos:

- 1) Organitza sempre les dades en una taula i posa una x a la dada que has de buscar.
- 2) Digues si les magnituds del problema són o no proporcionals i justifica-ho amb una frase com per exemple:
"són proporcionals perquè al doble de..... li correspon....."
"no són proporcionals perquè al doble de.....no li correspon"
- 3) Si les magnituds són proporcionals, calcula la incògnita per un dels dos mètodes:
 - PAS A LA UNITAT
 - PRODUCTES ENCREUATSindicant quin dels mètodes utilitzes. (ves intercalant els dos mètodes)
- 4) Si les magnituds no són proporcionals i creus que el problema té solució, intenta també resoldre'l a la "teva manera". Dóna la solució explicant bé com l'has obtingut.

B.2 En una recepta per fer una paella per 4 persones diu que calen 260 grams d'arròs. Si volem una paella per a 7 persones, quina quantitat d'arròs necessitem?

B.3 En una cadena de muntatge cada 2 hores es fabriquen 300 peces. Quantes peces faran en 5 hores?

B.4 Una noia mesura 1,20 m als 5 anys, quina serà la seva alçada als 10 anys?

B.5 Si el preu de 3 kg de taronges és de 2,70 euros. Què valen 8 Kg?

B.6 Per preparar l'esmorzar per 5 persones necessitem 3 llaunes de tonyina, i per 10 persones?

B.7 Un tren triga 6 h en fer un recorregut de 300 km. Quants quilòmetres farà en 4,5h?

B.8 Per fer melmelada de maduixa hem de posar 75 g de sucre per cada 100 g de maduixes. Quant sucre necessitem si tenim 750 g de maduixes?

B.9 En una font, omple 4 garrafes en 5 minuts. Quant trigarà a omplir 12 garrafes?

C. Utilitzem les ombres per coses útils

Recordem ara l'observació de les ombres de Sol que vam fer al pati. A l'exercici A.3 apartat l) vam fer afirmacions del tipus: *Si la longitud d'una meridiana és el doble que una altra, la longitud de l'ombra de la primera meridiana també és el doble que la longitud de l'ombra de la segona.*

C.1 Escribeu una frase que resumeixi les afirmacions de l'apartat l) de l'exercici A3 en termes de proporcionalitat.

C.2 Calcula l'ombra inicial de la meridiana de 2 cm, utilitzant els valors de l'exercici A3 apartat f). Coincideix aquest valor amb el que havies trobat a l'apartat m)?

A Arquímedes, un matemàtic grec de fa més de 2000 anys, un dia li van dir - A que no ets capaç de calcular l'alçada d'aquest obelisc tan gran?-. Ell va mesurar l'ombra de l'obelisc, va agafar un bastó, el va mesurar, el va clavar a terra i va mesurar l'ombra del bastó. Al cap d'uns segons tenia calculada l'altura de l'obelisc.

Ara, nosaltres tenim un problema semblant. Resulta que s'han fos les bombetes del focus que il·lumina les pistes al mig del pati. La directora ha trucat a l'empresa Llums d'altura S.A però l'empresa exigeix saber l'alçada a la que estan les llums per tal de dur l'escala de longitud correcta. El professor d' Educació física proposava que un alumne de 1r d'ESO pugés trepant fins dalt de tot i mesurés la torre, però la professora de Matemàtiques diu que els seus alumnes de 1r ho poden calcular i no cal arriscar el crani de ningú.

Anem per feina:



C.3 Recordareu que al pati vam mesurar cadascuna de les meridians i les seves respectives ombres en el moment inicial de l'observació. La professora de matemàtiques que sabia que s'havia fos la bombeta, va mesurar en el mateix moment l'ombra de la farola. Si l'ombra de la farola en aquell moment era de 12 m. Quina és l'alçada de la farola? (Agafa les dades necessàries de l'exercici A3 apartat f)

C.4 La Susanna Faig és una biòloga que estudia la influència del canvi climàtic en el creixement dels arbres en els boscos del Montseny. Cada any al juliol, ha de mesurar 100 arbres que té marcats.

Avui ha de mesurar 5 arbres. Per fer-ho puja al Montseny amb 5 ajudants i mesuren l'ombra dels 5 arbres simultàniament. En el mateix moment la Susanna mesura l'ombra d'un bastó de 1,40 m i fa 2,20 m. Calcula l'alçada dels 5 arbres:

Hora de la mesura 11 h	
Ombra bastó = 2,20 m	longitud bastó = 1,40 m
Ombres arbres	Longitud arbres
5,60 m	
7,30 m	
6,40 m	
3,20 m	
4,70 m	

D. Magnituds inversament proporcionals

Un pastís costa 24 € i el volem pagar entre un grup de 6 persones. Veiem què han de pagar cadascú si ho reparteixen entre 1, 2, 3, 4 o 6 persones.

Fàcil, oi? Només cal dividir en cada cas el preu del pastís pel nombre de persones que paguen.

Nombre de persones	1	2	3	4	6
Euros	24	12	8	6	4

Observem que com més persones es reparteixen l'import del pastís, menys toca pagar a cadascú.

Podem dir que a doble quantitat de persones correspon la meitat d'euros, i que a meitat de persones correspon el doble d'euros que ha de pagar cada una.

Les magnituds nombre de persones i euros que ha de pagar cada una són **magnituds inversament proporcionals**.

Si et fixes a la taula en els parells de valors situats l'un sobre l'altre, pots comprovar que el seu producte sempre és 24.

$$\begin{array}{ll}
 1 \cdot 24 = 24 & 4 \cdot 6 = 24 \\
 2 \cdot 12 = 24 & 6 \cdot 4 = 24 \\
 3 \cdot 8 = 24 &
 \end{array}$$

Podríem dir que dos magnituds són inversament proporcionals si el producte de parells de valors corresponents és constant.

Com podríem saber quants euros haurien de pagar si ho reparteixen entre 5 persones.

Anomenem x a la quantitat que pagarien 5 persones. Hem vist abans que tots els productes han de donar 24, per tant s'ha de complir:

$$5 \cdot x = 24 \quad \text{es a dir} \quad x = 24 : 5 = 4,8 \text{ euros}$$

En els següents problemes fes els següents passos:

1) Organitza sempre les dades en una taula i posa una x a la dada que has de buscar.

2) Digues si les magnituds del problema són o no inversament proporcionals i justifica-ho amb una frase com per exemple:

"són inversament proporcionals perquè al doble de..... li correspon....."

"no són inversament proporcionals perquè al doble de.....no li correspon"

3) Si les magnituds són inversament proporcionals, calcula la incògnita plantejant l'equació corresponent.

D.1 Tres pintors triguen 20 hores a enllestir un pis. Quantes hores trigaran a pintar el mateix pis 5 pintors?

D.2 Dos germans han de netejar el jardí. L'última vegada que van fer aquesta tasca van dedicar 5 hores. Per tal de passar-hi menys temps, demanen ajut a les dues cosines. Quant temps trigaran ara?

D.3 Tres màquines imprimeixen 2500 llibres cada una. Si funcionen 5 màquines per imprimir el mateixos llibres en total, quants llibres imprimirà cada una?

D.4 Per omplir la bassa per regar l'hort, en Pep ha fet servir dues mànegues que ragen amb la mateixa intensitat durant 8 hores. Si fes servir 4 mànegues iguals que les anteriors, quantes hores trigaria a omplir la bassa?

E. Problemes de proporcionalitat directa i inversa

De cadascun dels següents problemes digués si es tracta de proporcionalitat directa o inversa i després resol pel mètode que vulguis.

E.1 En la construcció d'un edifici, 2 paletes triguen 8 hores en fer una paret. Quant haurien trigat 4 paletes?

E.2 Per treballar 30 dies un obrer cobra 841 €. Quant cobrarà en total si treballa 22 dies més?

E.3 La Maria ha convidat a 15 amics a la festa d'aniversari. La seva mare ha preparat xocolata desfeta calculant que cada convidat prendrà dos gots. A darrera hora només s'han presentat 10 convidats. Quants gots podran prendre cadascun? I si haguessin anat 6? I 20?

E.4 Una piscina amb una capacitat de 5000 litres d'aigua triga 5 hores a omplir-se. Quants litres hi haurà a la piscina quan hagin passat 3 hores?

E.5 Una colla de 4 amics formen un grup de rock. Volen llogar els instruments i els toca pagar a cada un 90 €. Ho troben una mica car i demanen la col·laboració de dos amics més. Quant pagarà cada un dels 6 amics, ara?

E.6 En 8 hores una màquina d'envasar arròs ha envasat 1120 paquets. Si funciona durant 25 hores, quants paquets envasarà?

E.7 Per carnestoltes 6 alumnes de 1r C han decidit disfressar-se de bruixes. Per a fer-se les disfresses han hagut de comprar 15 metres de roba negra. A última hora hi ha 14 alumnes més que es volen disfressar de bruixa.

quants metres de roba negra hauran de comprar pels 14 alumnes que no en tenen?

E.8 Un granger compta que té prou pinso per alimentar 2500 pollastres durant 10 dies. Quants pollastres ha de vendre per tenir pinso durant 20 dies?

E.9 Tres amics lloguen un local i cadascun ha de pagar 600 euros anuals de lloguer. Si el grup es duplica, quant pagarà cada un? I si es triplica?

E.10 Un constructor ha necessitat uns 36 800 totxos per fer 2 pisos i encara li falten per fer 13 pisos més quants totxos més necessitarà?

E.11 Un motorista ha trigat 5 hores en fer un recorregut anant a 50 km/h. A quina velocitat hauria d'anar si vol trigar 3 hores? I 4 hores?

E.12 Un electricista va haver de posar l'any passat 23700 bombetes per adornar 4 km de carrers per les festes de Nadal. Enguany l'ajuntament ha decidit adornar un total de 6,5 quilometres carrer. Quantes bombetes creus que necessitarà l'electricista?

E.13 El contingut d'un barril s'ha de repartir en ampolles iguals. Si les ampolles són de 1,5 litres cada una, es necessiten 20. Si hem necessitat 10 ampolles iguals, quina és la capacitat de cada ampolla?

E.14 L'Arnau ha calculat que si posa al mòbil 20 € pot parlar un total de 70 minuts aproximadament.

a) Quant temps podrà parlar si hi posa 35 €?

b) Quants diners haurà de posar si sap que vol estar 45 minuts parlant?

E.15 Un granger va comprar 400 kg de pinso pels seus animals i se l'han cruspit tot en 14 dies. Una cadena de supermercats li compra tot el bestiar per la secció de carnisseria però l'aniran a buscar d'aquí a 9 dies.

a) Quina quantitat de pinso ha de comprar el granger per tal que els animals mengin els 9 dies que queden?

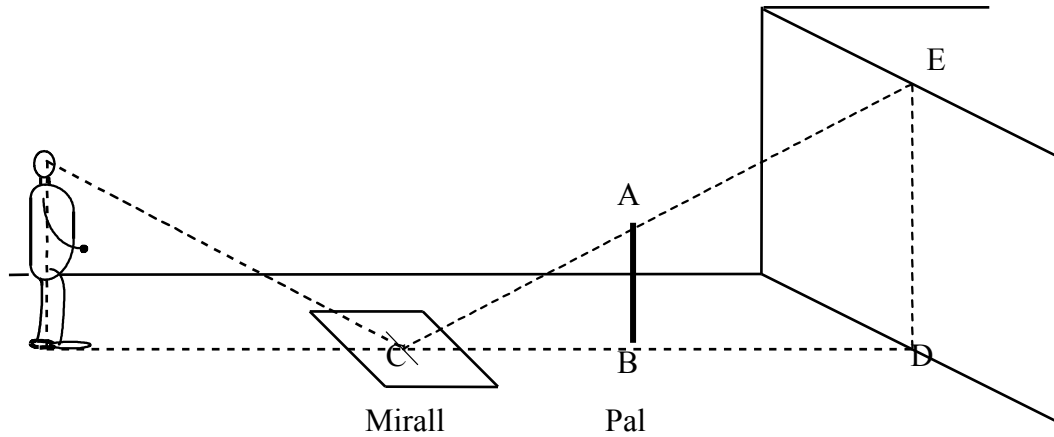
b) Perquè li surti el negoci rendible hauria de comprar sols 230 kg de pinso. Quants dies podria alimentar els animals amb aquest 230 kg?

E.16 Un ramader té farratge per alimentar 12 vaques durant 60 dies. Si compra 8 vaques més, quants dies li durarà el farratge?

E.17 En un parc d'atraccions l'entrada val 6 €. Un cop a dins cal pagar una quantitat per cada atracció que es puja. Totes les atraccions valen igual. Si sabem que la Rosa va anar al parc i en total li va costar 10 € i va anar a 4 atraccions, quant li va costar a en Joan que va anar a 8 atraccions?

F. Per pensar una mica més

F.1 Observa el següent esquema. Hem posat un mirall al terra i posem un pal de manera que veiem l'edifici alineat amb l'extrem del pal.



- Si la distància del mirall a l'edifici és el doble de la distància del mirall al pal, l'edifici també serà el doble d'alt que el pal? Intenta explicar per què. (Pots provar-ho amb un dibuix d'un triangle)
- És, per tant, una situació de proporcionalitat?
- Sortiu al pati amb un mirall i una cinta mètrica i calculeu l'alçada de l'edifici (o d'una farola) utilitzant la tècnica anterior.