

# Teorema de Tales



Foto: "El teorema de Tales a la ciutat de París, Autora: Tamara Victoria Fernández

Matemàtiques. 1r ESO



Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 3.0 España

### Usted es libre de:



copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra



hacer obras derivadas

### Bajo las condiciones siguientes:



**Reconocimiento.** You must attribute this work to [Departament de Matemàtiques de l'IES el SUI](#) (with link).

Attribute this work:

```
<div xmlns:cc="http://creativecommons.org/ns#" about="http://www.xtec.cat/ieselsui/">
```



**No comercial.** No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



**Compartir bajo la misma licencia.** Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta.

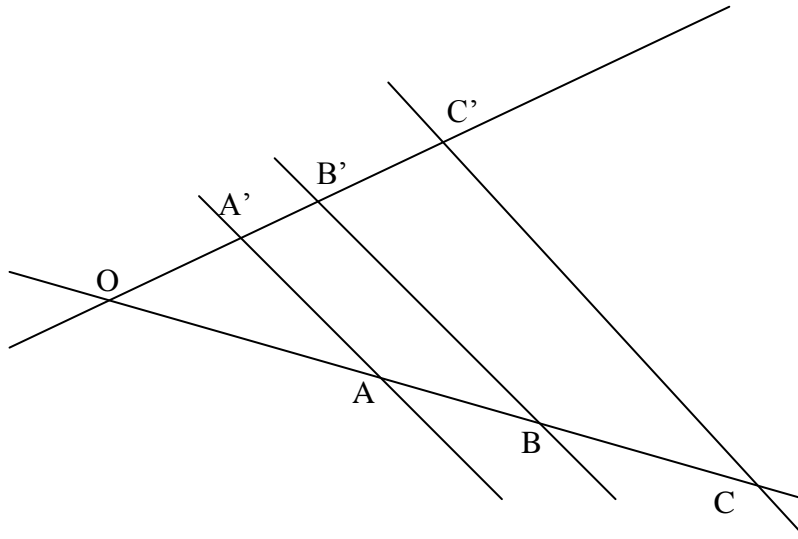
- Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- Alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor.
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Advertencia

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por ley no se ven afectados por lo anterior.

## Teorema de Tales

**A.1** Utilitzant tota la plana apaïxada d'un full i fent el dibuix el més gran possible dibuixeu dues rectes que es tallin (rectes secants) i després rectes que les tallin seguint l'esquema següent:



- Mesureu els segments  $OA$ ,  $OA'$ ,  $AB$ ,  $A'B'$ ,  $BC$ ,  $B'C'$ .
- Dividiu la longitud de  $OA$  entre  $OA'$ ,  $AB$  entre  $A'B'$ ,  $BC$  entre  $B'C'$ .  
Expresseu els resultats arrodonits amb una xifra decimal.  
Quina conclusió podeu treure?

**A.2** Repetiu l'exercici anterior però feu que les rectes no siguin paral·leles.

**A.3** Obriu el fitxer thales.ggb facilitat pel professor. Seguint les instruccions moveu els diferents punts i observeu:

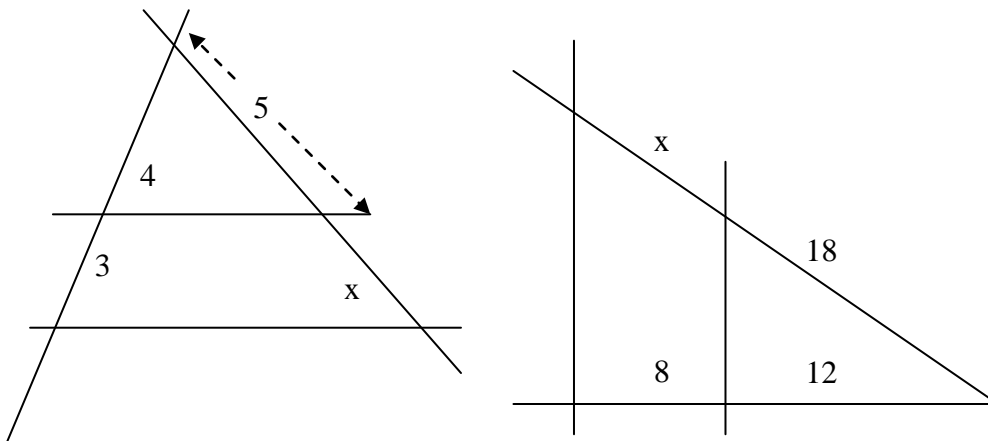
- Es compleix sempre que  $\frac{OA}{OA'} = \frac{AB}{A'B'}$  ?
- Es compleix sempre que  $\frac{OA}{AA'} = \frac{OB}{BB'}$  ?
- Si tenim les mesures  $OA$ ,  $AA'$  i  $BB'$  com podem trobar  $OB$ ? (Observeu que si anomenem  $x = OB$  tenim  $\frac{OA}{AA'} = \frac{x}{BB'}$  )
- Moveu de nou els punts i apunteu a la llibreta les mesures  $OA$ ,  $AA'$  i  $BB'$ .
- Calculeu ara  $OB$ . Recordeu que ja hem vist que  $\frac{OA}{AA'} = \frac{OB}{BB'}$  i per tant tenim  $\frac{OA}{AA'} = \frac{x}{BB'}$  que podem resoldre per productes encreuats.
- Comproveu si ho heu fet bé amb el GeoGebra. Aneu a *visualitza* i activeu la *finestra algebraica*, després buscar el valor  $OB$ . Coincideix amb el valor trobat a l'apartat anterior?

Tot el que hem vist als exercicis anteriors es corresponen al que s'anomena teorema de Tales, l'enunciat del qual és :

### Teorema de Tales

Els segments determinats per rectes paral·leles sobre dues rectes secants són proporcionals.

**A.4** Trobeu la longitud del segment  $x$  en les figures següents:



Quan dos triangles tenen un vèrtex comú i els costats oposats a aquests vèrtex paral·lels, hom diu que estan en “**posició de Tales**”.

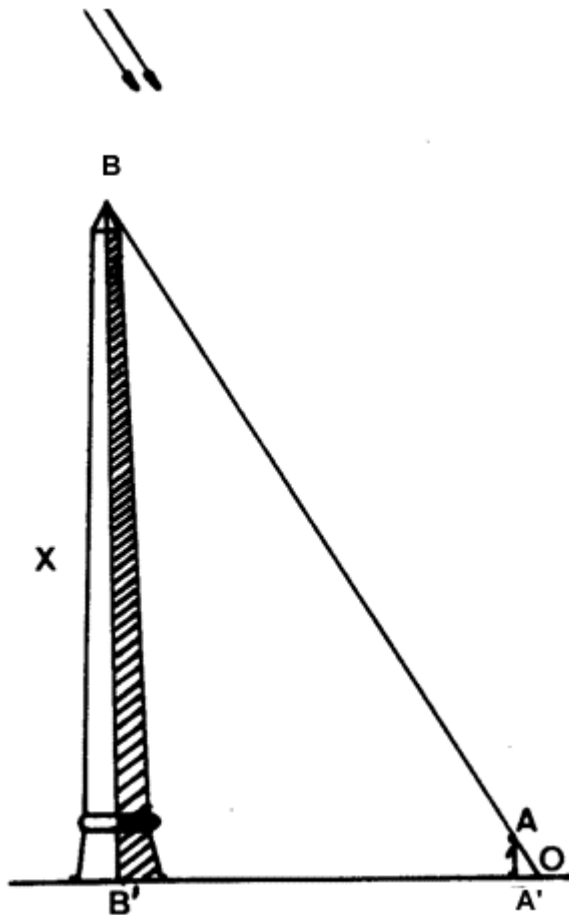
Si dos triangles estan en posició de Tales els **costats homòlegs** (corresponents) són **proporcionals**.

Observeu també que si dos **triangles** estan en **posició de Tales**, tenen els **angles iguals**.

Per tant : **els triangles en posició de Tales tenen els angles iguals i els costats proporcionals**. Diem que **són semblants**, i a la raó de proporcionalitat dels costats l'anomenarem **raó de semblança**.

**A.5** L'obelisc, monument religiós propi de l'Egipte faraònic, representa per a uns la imatge estilitzada d'un raig de sol, i per altres el dit de Déu. Les altures varien entre els 19 i els 17 m. Veurem ara com col·locant de manera adequada la nostra ombra respecte de la seva, podem calcular-ne l'altura.

Tal com ve indicat a la figura, cal que avancem o reculem en la direcció de l'ombra **OB'** de l'obelisc fins que l'extrem de la seva ombra i la nostra coincideixin punt **O**.



Així tenim dos triangles en posició de Tales:

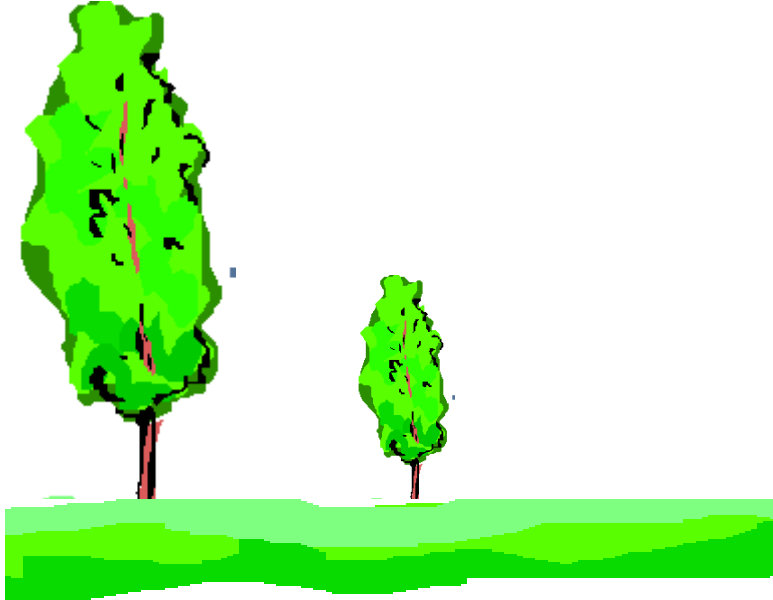
OAA' i OBB'.

Es verifica doncs  $\frac{BB'}{AA'} = \frac{OB'}{OA'}$

Relació que permet calcular BB' tot coneixent la nostra altura (AA') i mesurant les ombres OB' i OA'.

- Fes els càlculs si l'observador amida 1,60 m. I ha efectuat les mesures d'11 i 1 metre de les ombres.
- Pots repetir l'experiència per a mesurar l'altura d'arbres i d'edificis.

**A.6** Al nostre jardí temin dos arbres separats per 2 metres, el petit mesura 80 cm i l'altre és molt alt i no podem mesurar-lo directament. Avui quan hem sortit al jardí hem observat que les ombres dels dos arbres acabaven en el mateix punt alineat amb els dos arbres. La distància des del final de l'ombra fins l'arbre més petit era de mig metre. Quant mesura l'arbre més alt?



**A.7 El problema del faraó**

Quan el savi Tales de Milet, cap a l'any 600 aC., es trobava a Egipte, un enviat del faraó li va demanar, en nom del sobirà, que calculés l'altura de la gran piràmide de Keops. Efectivament, corria la veu que el savi sabia calcular l'altura de construccions elevades per mitjà de mètodes geomètrics sense necessitat de pujar-hi. Tales es va recolzar en un bastó i va esperar fins que, a mig matí, l'ombra del bastó, mantingut en posició vertical, va tenir una longitud igual a la del bastó. Aleshores va dir a l'enviat: "Ves i mesura ràpidament la longitud de l'ombra de la Gran Piràmide; en aquest moment és tan llarga com l'altura de la piràmide."

Explica raonadament la resposta de Tales a l'enviat del faraó.