

PROBABILITAT



Matemàtiques. 2n d'ESO



Reconocimiento- No comercial- Compartir bajo la misma licencia 3.0 España

Usted es libre de:



copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra



hacer obras derivadas

Bajo las condiciones siguientes:



Reconocimiento. You must attribute this work to [Departament de Matemàtiques de l'IES el SUI](#) (with link).

Attribute this work:

```
<div xmlns:cc="http://creativecommons.org/ns#" about="http://www.xtec.cat/ieselsui" data-bbox="261 403 741 418">
```



No comercial. No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



Compartir bajo la misma licencia. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta.

- Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- Alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor.
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Azerencia

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por ley no se ven afectados por lo anterior.

PROBABILITAT

A La probabilitat en el llenguatge col·loquial

- A.1 Escriu 5 frases que tinguin un significat semblant a la frase següent: *demà és difícil que plogui*
- A.2 Escriu 5 frases més que tinguin un significat semblant a la frase següent: *demà és fàcil que plogui*
- A.3 Amb ajut del professor llegiu algunes de les frases dels exercicis anteriors amb veu alta i escriviu paraules o grups de paraules que indiquin poc probable i molt probable. (intenta ordenar-les de menys a més probable)



Poc Probable

Molt probable

- A.4 La nostra amiga Mònica ens ha escrit un mail que diu: *El meu pare ha comprat un mòbil d'última generació i ha decidit sortejar-lo entre tots els germans. Crec que tinc al voltant d'un 30% de probabilitat que em toqui.*
- Quants germans creus que són, inclosa la Mònica?. Per què?
 - Què significa: *tinc al voltant d'un 30% de probabilitat?*
 - Quina probabilitat té exactament? Per què?
 - El pare no sap ben bé com fer el sorteig de manera que tots els germans tinguin les mateixes probabilitats de guanyar. Explica tu una manera de fer-ho.

- A.5 Discutiu amb els companys el significat dels següents mots i inventeu una definició que us sembli correcta: esdeveniment, atzar, aleatori, sort, segur, impossible, probabilitat, ludòpata

- A.6 L'Òscar ha oblidat avui el seu boli de la bona sort i ,té un examen!. Ha trucat per telèfon al seu pare i li ha demanat que l'hi porti urgentment a l'institut. Per sort, el seu pare ha pogut passar un moment per casa i li ha dut el boli. Creus que l'examen li sortirà millor? Per què?

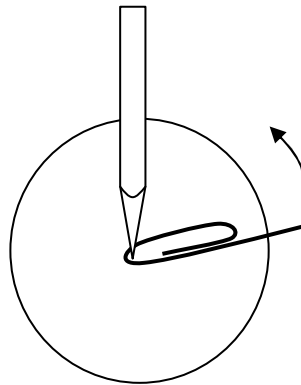


- A.7 Les persones que acostumen a jugar-se els diners en jocs d'atzar (en els casinos, el bingo, etc.) diuen que un joc és *calent* si han estat perdent molta estona perquè pensen que, com que no poden estar sempre perdent, molt aviat començaran a guanyar. Suposem que una persona té una màquina escurabutxaques *molt calenta* però se li ha fet hora d'anar a sopar amb la seva família. Què li recomanaries que fes?

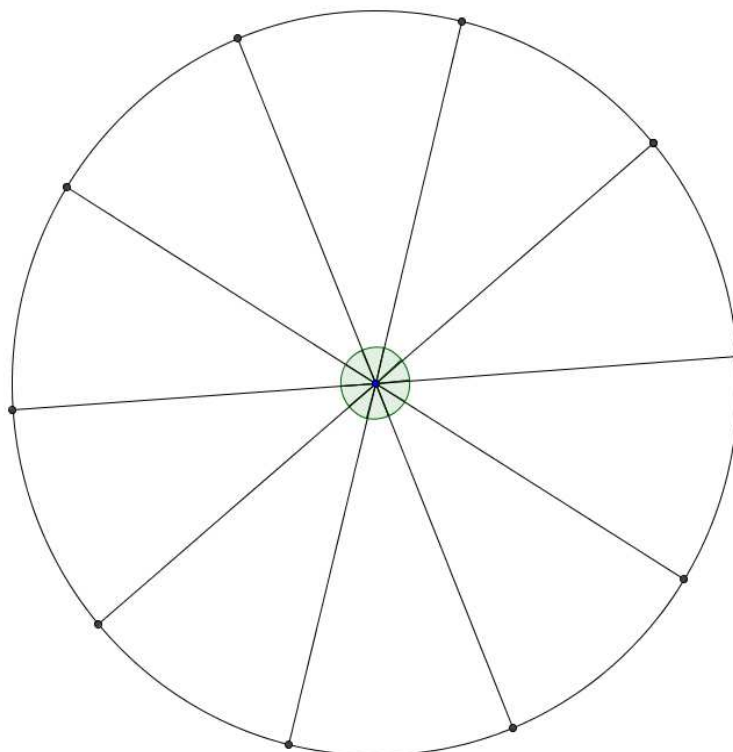
B Una aproximació a la probabilitat

Treball introductori : construïm una ruleta

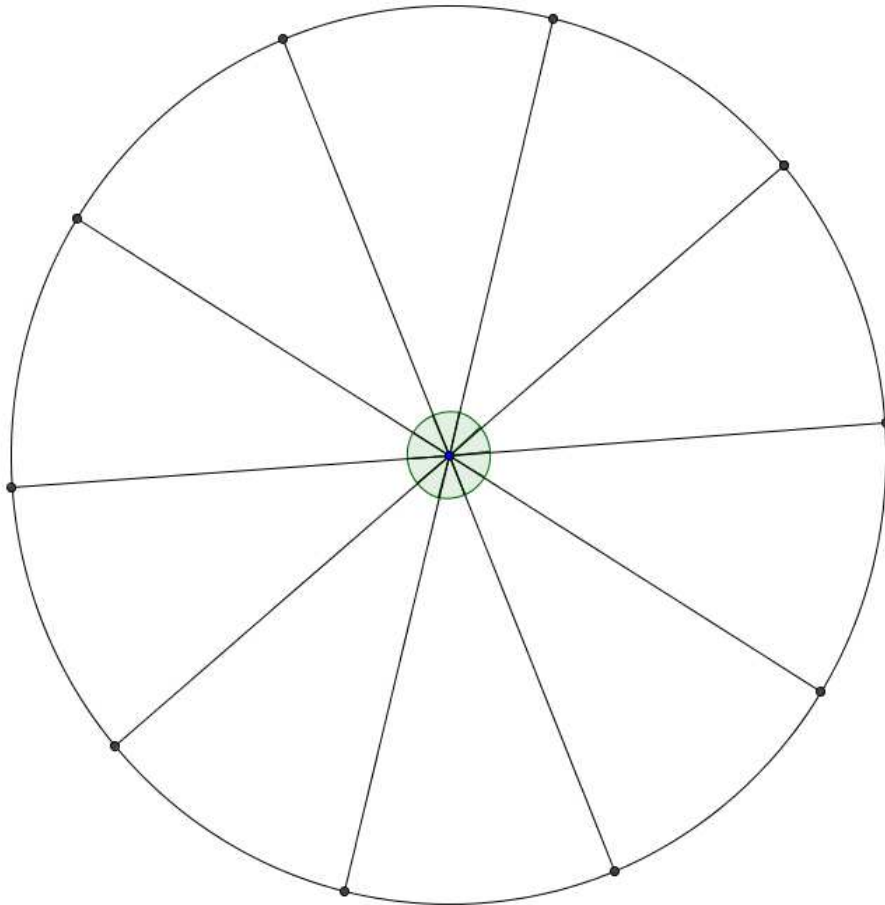
B.1 Per començar a analitzar els jocs d'atzar construïrem una ruleta molt senzilla:
Només necessites un bolígraf, un clip parcialment desdobleгат i un cercle:



La teva ruleta té 10 sectors iguals que has de pintar amb dos colors. Pots pintar la quantitat de sectors que vulguis amb cada color. Els sectors pintats del mateix color poden estar junts o no. Un company haurà d'endevinar com has pintat la teva ruleta, per tant procura que els teus companys no vegin com la pintes. **NO PROVIS ENCARA LA TEVA RULETA.**



- B.4** Fes una predicció de com creus que pot ser la ruleta del teu company, dibuixa-la i pinta-la. Recorda que només ens interessa endevinar quants sectors hi ha de cada color, no quins sectors concretament.



Creus que has encertat la ruleta del teu company? I ell la teva?

- B.5** Acceptarem que un alumne ha encertat la ruleta del company si compleix les següents condicions:
- No s'ha fet trampa en donar impuls a la ruleta, és a dir, s'ha intentat que cada cop al clip sigui diferent (en intensitat, direcció i punt d'inici).
 - S'han fet, al menys, 100 tirades.
 - No hi ha cap error de càlcul
 - Ha encertat la quantitat de sectors que hi ha de cada color sense importar el lloc.

Segons aquest criteri, quants alumnes de la classe han encertat la ruleta del company?

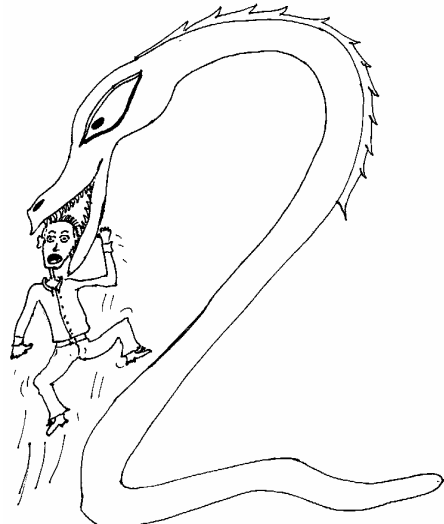
- B.6** Cada alumne haurà de dir, en veu alta, si ho ha encertat o no.
- a. Quants alumnes han encertat i quants s'han equivocat?

- b. Mira ara atentament la ruleta del teu company, compta quants sectors hi ha de cada color i pensa una manera de calcular la probabilitat que surti cada un dels colors sense necessitat de provar la ruleta. Fes els càlculs i explica què fas.
- c. Hi ha molta diferència amb el resultat que havies obtingut provant la ruleta?
- d. Imagina que tens temps per provar la ruleta més d'un milió de vegades. Coincidiria el resultat amb la probabilitat obtinguda

La probabilitat no és més que la proporció de resultats favorables. Hi ha dues maneres de calcular-la:

La llei dels grans nombres:

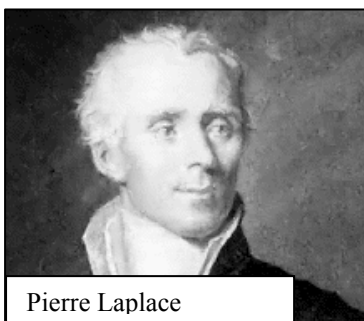
Provant una quantitat suficient de vegades, contar els resultats favorables, els totals i calcular la proporció en tant per u o en percentatge:



$$\text{Probabilitat} = \frac{\text{Nombre de resultats favorables}}{\text{Nombre de resultats totals}}$$

La llei de Laplace

En els casos que sabem a priori quins són cada un dels casos possibles i sabem que tots ells són igual de probables, no cal provar moltes vegades per què ja podem preveure que el resultat serà la proporció dels casos favorables entre els possibles:



$$\text{Probabilitat} = \frac{\text{Nombre de casos favorables}}{\text{Nombre de casos possibles}}$$

Notació:

Recordeu que sempre cal donar la resposta amb una frase. En el cas de la probabilitat, podem simplificar l'escriptura i posar una P majúscula per dir probabilitat i, entre parèntesi, l'esdeveniment del qual es vol calcular la probabilitat. Per exemple, per dir

La probabilitat que surti blau a la ruleta és del 20%

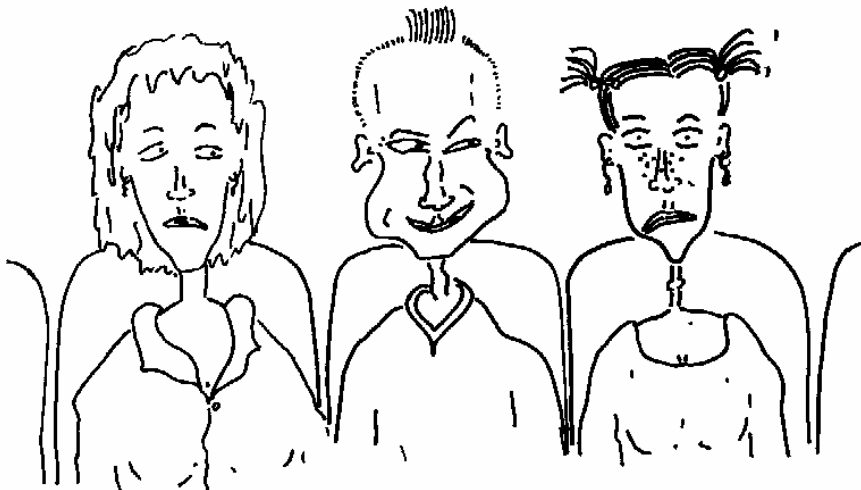
podem escriure:

P(Blau) = 20 %

O fins i tot:

P(B) = 20 %

B.7 L'Abdul ha quedat per anar al cinema amb la Berta i la Carla però ell està secretament enamorat de la Carla. Han comprat tres entrades numerades i les han repartit sense mirar-les



- Escriu totes les possibilitats que tenen de seure els tres junts (pots utilitzar les inicials per exemple ABC vol dir que la Berta és entre l'Abdul i la Carla)
- Quantes maneres possibles de seure hi ha?
- Quantes maneres hi ha de seure en què l'Abdul és al costat de la Carla?
- Quina és la probabilitat que l'Abdul sigui al costat de la Carla?
- Quina llei has utilitzat per resoldre el problema?

Cal que vigilis molt quan utilitzis la llei de Laplace. Observa, per exemple, el problema anterior. Una anàlisi superficial ens podria fer pensar que hi ha 2 casos possibles (seure junts, no seure junts) i només un favorable (seure junts) això ens donaria un resultat d'un 50% de probabilitat de seure junts. Però això és fals perquè aquests dos casos no són igualment probables ja que, en realitat, hi ha 6 maneres igualment probables de seure i, d'aquestes 6 maneres, en 4 seuen junts.

Recorda sempre que abans d'utilitzar Laplace cal estar molt segur que cada un dels casos possibles són igualment probables.

B.8 La fàbrica de videoconsoles *Cutremax S.A.* ha triat a l'atzar 3250 de les seves videoconsoles i les ha provat detectant que 429 no funcionen correctament. Per reduir costos el propietari, el senyor Pastany, ha acomiadat tots els treballadors de la secció de control de qualitat encarregada de provar les videoconsoles abans de posar-les a la venda.

- Si et regalen una videoconsola *Cutremax*, quina probabilitat tens que no et funcioni correctament?
- Quina de les lleis has utilitzat per calcular-ho? Per què?

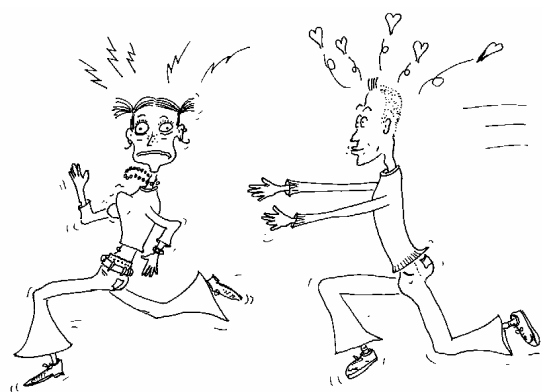


B.9 Amb ajut del professor que preguntarà amb veu alta perquè alceu la mà i comptarà, ompliu la taula següent

Color dels ulls:	Nois	Noies
Marró		
Verd		
Blau		
Gris		

Nombre de Germans	Nois	Noies
0		
1		
2		
3		
4		
5 o més		

La bruixa Amorga ha posat elixir Amorex a l'esmorzar de cada un dels alumnes de la classe aquest matí. Ara cada noi s'ha enamorat perdudament d'una noia i cada noia d'un noi



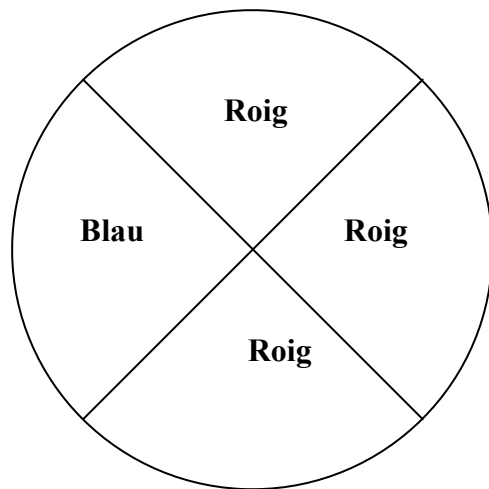
Total de tirades fetes =

$P(R) = \quad = \quad =$

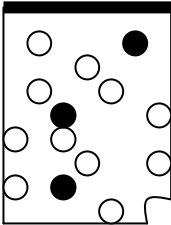
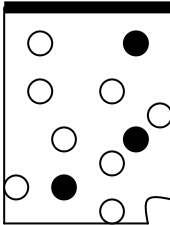
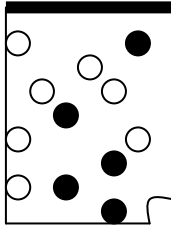
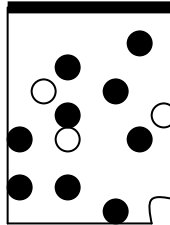
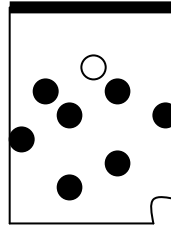
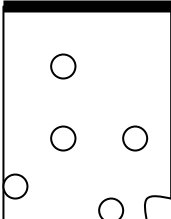
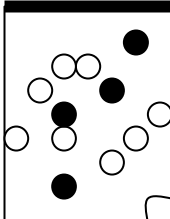
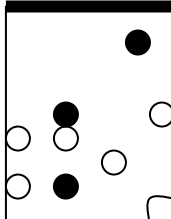
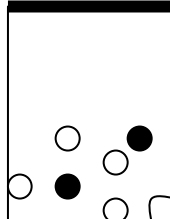
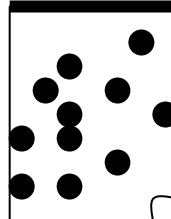
$P(B) = \quad = \quad =$

B.11 En Bartomeu ha tingut una idea i ha dividit tota la ruleta en 4 parts iguals i s'ha adonat que una d'elles coincideix exactament a sobre del blau:

- Torna a pintar la nova ruleta.
- Quants casos possibles hi ha ara?
- Són tots igualment probables?
- Quants d'ells són favorables a roig?
- Quina probabilitat té de guanyar en Manel?
- Coincideix amb el resultat anterior?



B.12 Observa els següents pots en els que hi ha boles blanques i negres, Es tracta de treure una bola sense mirar i tornar-la a posar dins del pot. Calcula, per a cada pot, la probabilitat que surti la bola **negra** i ordena els pots de més a menys probabilitat que surti negra.

	A	B	C	D	E
					
	F	G	H	I	J
					

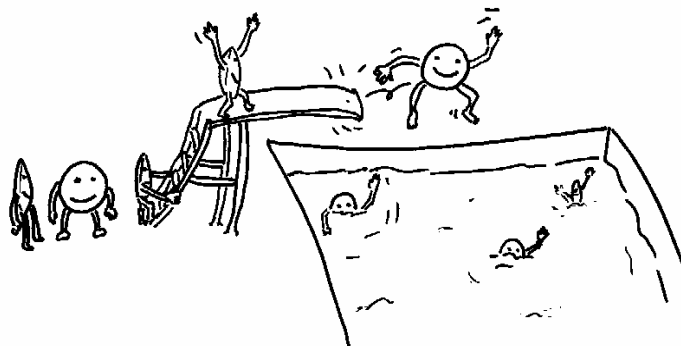
B.13 Omple el quadre següent. Cal que el completis amb ajuda del professor que farà la correcció a la pissarra de la classe

Llei dels grans nombres	Llei de Laplace
Explica què és amb les teves paraules:	Explica què és amb les teves paraules:
Avantatges	Avantatges
Inconvenients	Inconvenients

C El joc de saltar a l'aigua

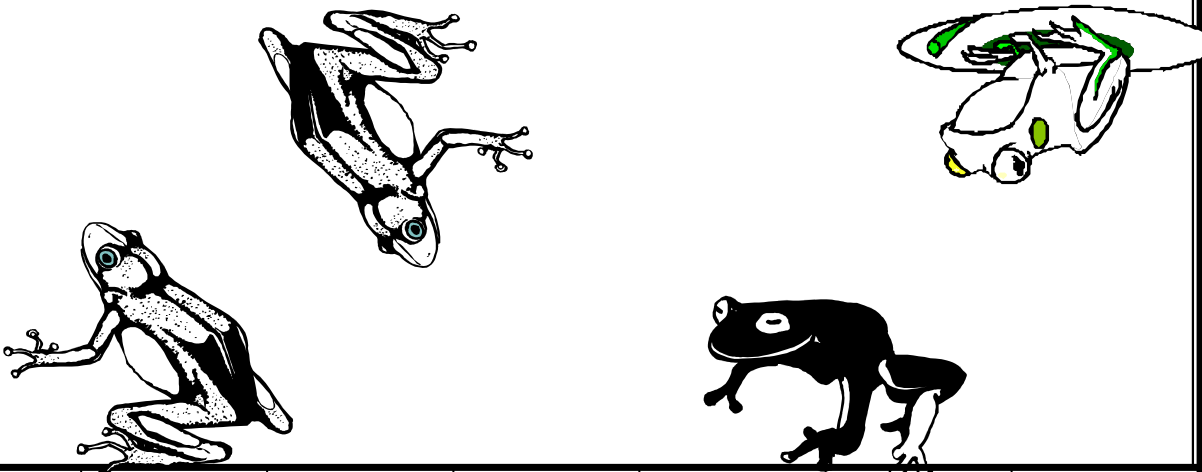
Regles del joc

En el Joc de Saltar a l'aigua cadascú de vosaltres disposa de 18 llenties que podrà posar a les caselles del taulell tal com vulgui. Es tirarà un dau alternativament i si surt, per exemple un 5, una de les llenties del 5 saltarà a l'aigua. Guanyarà el primer jugador que tingui totes les llenties a l'aigua.



El tauler del joc

SALTAR A L'AIGUA

6	5	4	3	2	1	0
						
0	1	2	3	4	5	6

C.1 AMB UN DAU NORMAL

- Abans de jugar calcula les probabilitats, en percentatge, que surti cada un dels números que hi ha en el dau. Explica com ho fas
- Digues quantes lleties cal posar a cada casella per tal de tenir la màxima probabilitat de guanyar (No ensenyis aquesta informació al teu contrincant)
- Juga una partida amb el teu contrincant.
- Després de jugar ensenya els teus càlculs al teu contrincant i discuteix amb ell si a l'hora de guanyar ha influït la manera en que el guanyador ha posat les lleties. Explica per escrit el resultat dels vostres raonaments i discussions

C.2 AMB UN DAU DEFORME.

- En aquest cas el professor us donarà un dau diferent a cada jugador que podreu analitzar en solitari. El contrincant no podrà veure el teu dau ni tu el seu. Només tu el podràs analitzar i estudiar. Abans de jugar calcula les probabilitats, en percentatge, que surti cada un dels números que hi ha en el teu dau. Explica com ho fas
- Digues quantes lleties cal posar a cada casella per tal de tenir la màxima probabilitat de guanyar (No ensenyis aquesta informació al teu contrincant)
- Juga una partida amb el teu contrincant.
- Després de jugar ensenya els teus càlculs al teu contrincant i discuteix amb ell si a l'hora de guanyar ha influït la manera en què el guanyador ha posat les lleties a cada casella. Explica per escrit el resultat dels vostres raonaments i discussions.

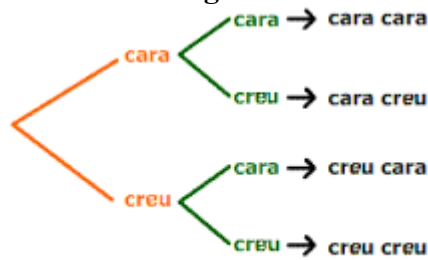
**D Problemes d'ampliació i consolidació**

- D.1** En l'experiència de treure una carta d'un joc de 48, calcula la probabilitat d'obtenir: (Escriu les probabilitats en forma de fracció, de nombre decimal i de percentatge)
- Una carta de copes.
 - Un as.
 - L'as d'oros.
 - Una carta d'oros que no sigui figura.
 - Una carta d'espases que no sigui l'as d'espases.



- D.2** Si tirem una moneda dues vegades, quants resultats possibles hi ha? Raona la teva resposta

D.3 Possiblement hauràs contestat que tres (cara-cara, creu-creu i cara-creu) però no és cert. Mira el **diagrama d'arbre** següent i comenta per què t'has equivocat.



Quatre esdeveniments elementals,
 $E = \{\text{cara cara, cara creu, creu cara, creu creu}\}$

D.4 Ara ja pots calcular la probabilitat de treure cara-cara al tirar dues monedes.

El **diagrama d'arbre** va molt bé sempre que juguis amb més d'una cosa a la vegada que facis més d'una acció, com per exemple treure dues boles d'una bossa. El teu professor t'explicarà com funciona.

D.5 Si tirem tres monedes a la vegada, quina és la probabilitat de treure dues cares i una creu?

D.6 En una bossa amb tres boles vermelles i dues blanques quina és la probabilitat de treure primer una bola vermella i després una de blanca

D.7 Si tirem dos daus a la vegada i sumem els resultats, quina és la probabilitat de treure 3? I de treure 5? Per a contestar les preguntes fes el passos següents:

- Primer escriu tots els possibles resultats. Per tal de no fer-te un embolic ho pots fer amb un diagrama d'arbre o bé amb una taula de doble entrada.
- Ara compta quantes vegades surt cada resultat
- Finalment calcula la probabilitat .

D.8 En un restaurant et deixen triar entre dos primers, dos segons i tres postres. Quants menús diferents podem triar amb aquestes condicions?

D.9 Imagina't que al calaix dels mitjons hi tens tres parells. Un parell és de color blanc, un altre és negre i el tercer és de color marró. Com és habitual, tens els sis mitjons desordenats i barrejats. Al matí poses la mà al calaix per treure'n un parell. Mirem que et pot passar:

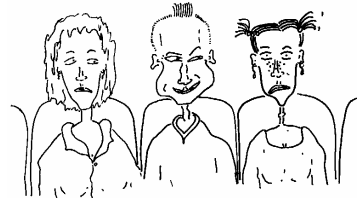
- Si representes el dos mitjons blancs per B1 i per B2 , els negres per N1 i N2 i els marrons per M1 i M2 , quin serà el conjunt de tots el resultats possibles?
- Quants d'aquests resultats són un parell de mitjons que et puguis posar sense fer el ridícul?
- Quina és la probabilitat de fer el ridícul si et poses dos mitjons sense mirar? (Expressa-ho com a fracció, com a decimal i com a percentatge)

D.10 A Catalunya hi ha diversos jocs d'atzar: el trio, la lotto 6/49, la loteria nacional, la primitiva, el sorteig de l'ONCE i alguns més. Intentem analitzar-ne alguns d'ells:

- EL TRIO: Juguem un número de tres xifres. Quina és la probabilitat que ens toqui?
- L'ONCE: Juguem un número de cinc xifres. Quina és ara la probabilitat que ens toqui el primer premi?
- LA LOTERIA NACIONAL: Si juguem un número la probabilitat que ens toqui "La grossa" és la mateixa que a l'ONCE, ja que també juguem un número de cinc xifres.
- LOTO 6/49: Juguem un combinació de sis números. Saps que n'hi ha 13.983.816 maneres diferents de marcar els 6 nombres? Quina serà, per tant, la probabilitat que ens toqui el premi màxim?

D.11 Recorda el problema de l'Abdul que volia seure al costat de la Carla al cinema. Imagina que a última hora també s'apunta en Ramon. (ara son 4 persones: Abdul Ramon, Berta i Carla)

- Escriu totes les possibilitats que tenen de seure els quatre junts (pots utilitzar les inicials)
- Quantes maneres possibles de seure hi ha?
- Quantes maneres hi ha de seure en què l'Abdul sigui al costat de la Carla?
- Quina és, ara la probabilitat que l'Abdul sigui al costat de la Carla?



E Jocs de consolidació i rapidesa

E.1

El professor explicarà el funcionament bàsic de la baralla de cartes espanyola. El joc consisteix en què cada alumne (sense que cap altre alumne ho vegi) ha de pensar, escriure i calcular una probabilitat del tipus: *Quina és la probabilitat que en treure una carta d'una baralla espanyola sigui.....?*

Aleatòriament el professor triarà un alumne que formularà la seva pregunta en veu alta. Tots els altres han de pensar la resposta i aixecar la mà quant la tinguin. Quan el professor ho digui, el primer alumne en aixecar la mà dirà la resposta, si aquesta és correcta guanyarà un punt i dirà en veu alta la seva pregunta. Si la resposta no és correcta perdrà un punt i el segon alumne en haver aixecat la mà dirà la seva resposta i així successivament.

Guanyarà l'alumne que un cop s'ha acabat el joc tingui més punts.

E.2

El professor explicarà el funcionament bàsic de les fitxes de domino. Es repetirà el joc anterior amb les frases del tipus: *Quina és la probabilitat que a l'agafar una fitxa de dominó sigui...?*