

Envasos i recipients



Pla Marshal a les Borges Blanques. Foto: Antonio Vilches

Matemàtiques. 2n ESO



Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 3.0 España

Usted es libre de:



copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra



hacer obras derivadas

Bajo las condiciones siguientes:



Reconocimiento. You must attribute this work to [Departament de Matemàtiques de l'IE&S el SUI](http://www.xtec.cat/es/eisui/) (with link).

Attribute this work:

```
<div xmlns:cc="http://creativecommons.org/ns#" about="http://www.xtec.cat/es/eisui/" data-bbox="254 522 730 536">
```



No comercial. No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



Compartir bajo la misma licencia. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta.

- Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- Alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Advertencia

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por ley no se ven afectados por lo anterior.

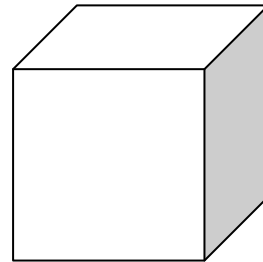
A. EL CUB

A.1 Els alumnes de 2n d'ESO ja sabeu què és un **cub**, però els de 4t de primària encara no ho tenen gaire clar. Imagina que tens un cosí de 9 anys i has d'enviar-li un correu electrònic explicant-li què és un cub. Explica-li de la manera més clara que puguis.

A.2 Per analitzar bé tots els components del cub estaria bé tenir-ne un al davant. Seguint les instruccions del professor construïu el vostre propi cub.

A.3 Observa el teu cub i contesta:

- a) Quantes **cares** té?
- b) Quantes **arestes** té?
- c) Quants **vèrtex** té?



A.4 Explica com podem calcular la superfície total (àrea) d'un cub.

A.5 Mesura el cub que has construït i calcula la seva superfície

A.6 Calcula, indicant en cada cas les operacions que fas:

- a) L'àrea total d'un cub d'aresta 5 cm.
- b) L'àrea d'un cub d'aresta 10 cm .
- c) L'àrea d'un cub d'aresta 12,5 cm.

A.7 Quan volem dibuixar un cub fem una representació plana (en el paper) d'un cos de l'espai. La nostra imaginació és la que ens fa veure un objecte tridimensional en comptes d'un de pla i la percepció de la perspectiva ens permet dibuixar el cub des de diferents punts de vista.

Agafeu el vostre cub i, tot observant-lo, dibuixeu-lo de totes les maneres possibles, és a dir des de diferents punts de vista.

B. LES UNITATS DE MESURA DE VOLUMS.

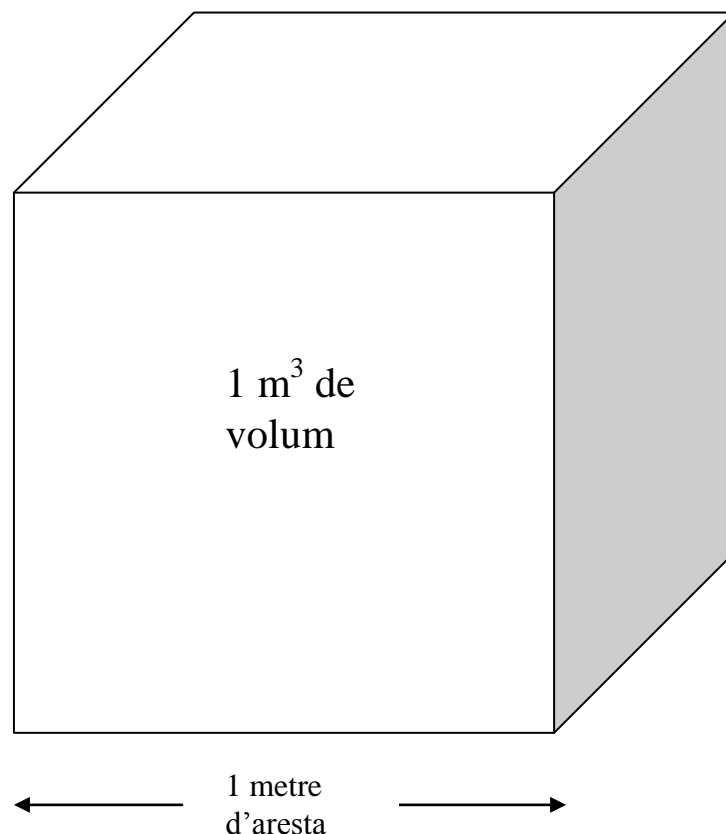
Les sis cares d'un cub limiten una part de l'espai que té un cert **volum**. Aquest volum el podrem mesurar si convenim en agafar un cert cos com a **unitat de mesura de volum**.

El mateix cub ens permet tenir una bona unitat de mesura: el fet que amb cubs podem anar "recobrint" tot l'espai sense deixar intersticis (és a dir, espais buits), fa que el cub sigui una unitat de mesura adient per a mesurar volums.

Ens cal, però, decidir quin cub agafarem com a unitat. Ja hem vist al Full de Treball 1 que un cub queda determinat per la longitud de la seva aresta; per tant hem de decidir quina serà l'aresta del cub que agafarem com a unitat.

Si volem que el cub unitat s'integri dins del Sistema Mètric Decimal (fonamentat en el metre, la unitat principal de mesura de longituds), el que farem serà escollir com unitat de volum el cub que tingui d'aresta 1 metre de longitud.

Segons això, direm que **el volum d'un cub d'1 metre d'aresta és d'1 metre cúbic** (que s'escriu m^3), i aquesta serà la unitat principal de volum.



Hem vist que la unitat principal de volum és el metre cúbic (m^3):

el m^3 és el volum d'un cub d'1 metre d'aresta.

De manera semblant es defineixen els seus múltiples:

el km^3 és el volum d'un cub d'1 km d'aresta

el hm^3 és el volum d'un cub d'1 hm d'aresta

el dam^3 és el volum d'un cub d'1 dam d'aresta

i els seus submúltiples:

el dm^3 és el volum d'un cub d'1 dm d'aresta

el cm^3 és el volum d'un cub d'1 cm d'aresta

el mm^3 és el volum d'un cub d'1 mm d'aresta

B.1 Per tenir una idea exacta de quin volum és 1 cm^3 , 1 dm^3 i 1 m^3 , et proposem que construeixis cubs que tinguin aquest volum per a què els puguis observar de prop i també comparar-los. Seguiu les indicacions del professor per construir:

- a) Construcció d'un m^3 : (La construcció per part dels alumnes serà un treball voluntari per pujar nota, en qualsevol cas el professor en construirà un a classe)
- b) Construcció d'un dm^3 : (es poden fer amb cartolina i celo, també es poden utilitzar palets de "pintxo" i plastilina o canyetes de refresc i neteja-pipes).
- c) Construcció d'un cm^3 : (Amb plastilina, fang o guix feu un cub que faci 1 cm d'aresta. Si us atreviu, ja que és una mica difícil, també podeu fer-lo retallant el desenvolupament d'un cub d'1 cm d'aresta dibuixat sobre el paper).
- d) Construcció d'un mm^3 : (La plastilina pot ser una opció, però és difícil. Utilitza el teu enginy)

B.2 En principi, no construirem més unitats però imagina que volem construir el dam^3 . Explica detalladament com ho podríem fer .

Abans de continuar, farem algunes activitats encaminades a tenir una idea intuïtiva de quin volum és 1 mm^3 , 1 cm^3 , 1 dm^3 i 1 m^3 , les unitats de volum que més sovint hem d'utilitzar a la pràctica.

B.3 Comencem amb el metre cúbic. Una manera força divertida de tenir una idea de què és exactament un metre cúbic, és intentar batre el rècord del IES El Sui d'alumnes dins un metre cúbic. Seguint les indicacions del professor intenteu entrar la màxima quantitat de companys. Quants hi heu entrat?. Com ho heu fet?

B.4 Dels següents cossos, digueu quin o quins podrien tenir aproximadament un volum d'un m^3 : un llibre, un televisor, una nevera, un armari, una habitació.

B.5

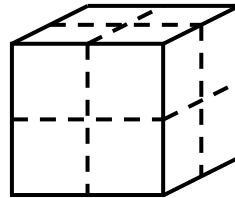
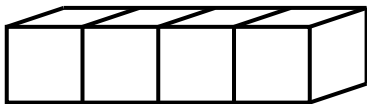
- a) Escriviu el nom d'alguns objectes el volum dels quals estigui al voltant d' 1 m^3 .
- b) Escriviu el nom d'alguns objectes el volum dels quals estigui al voltant d' 1 dm^3 .
- c) Escriviu el nom d'alguns objectes el volum dels quals estigui al voltant d' 1 cm^3 .

B.6 Digues quins dels objectes següents poden tenir un volum d'uns quants cm^3 (per exemple entre 1 i 10 cm^3): una agulla, una cirera, una cigarreta, un bolígraf, un martell, una barreta de pa, una goma d'esborrar.
Amplieu vosaltres mateixos la llista.

Deixeu a la classe, en un lloc ben visible, alguns models de cubs de diferents grandàries que heu construït. Observar-los ens ajudarà a entendre millor les activitats que anirem fent.

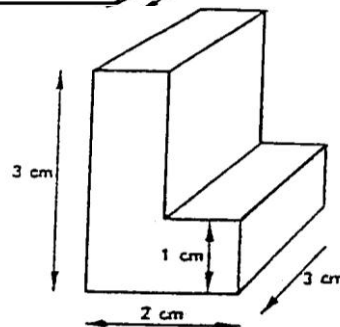
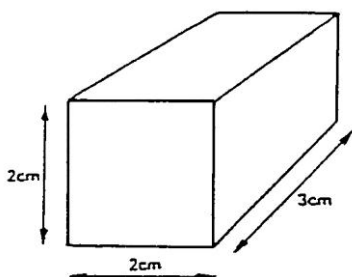
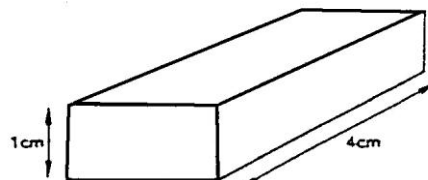
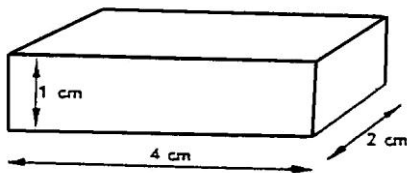
C. CÀLCUL DE VOLUMS PER RECOMPTE ELEMENTAL

C.1 Imagineu que tenim a la nostra disposició cubs d' 1 cm^3 . Quants centímetres cúbics d'espai ocupen els blocs de la figura?.

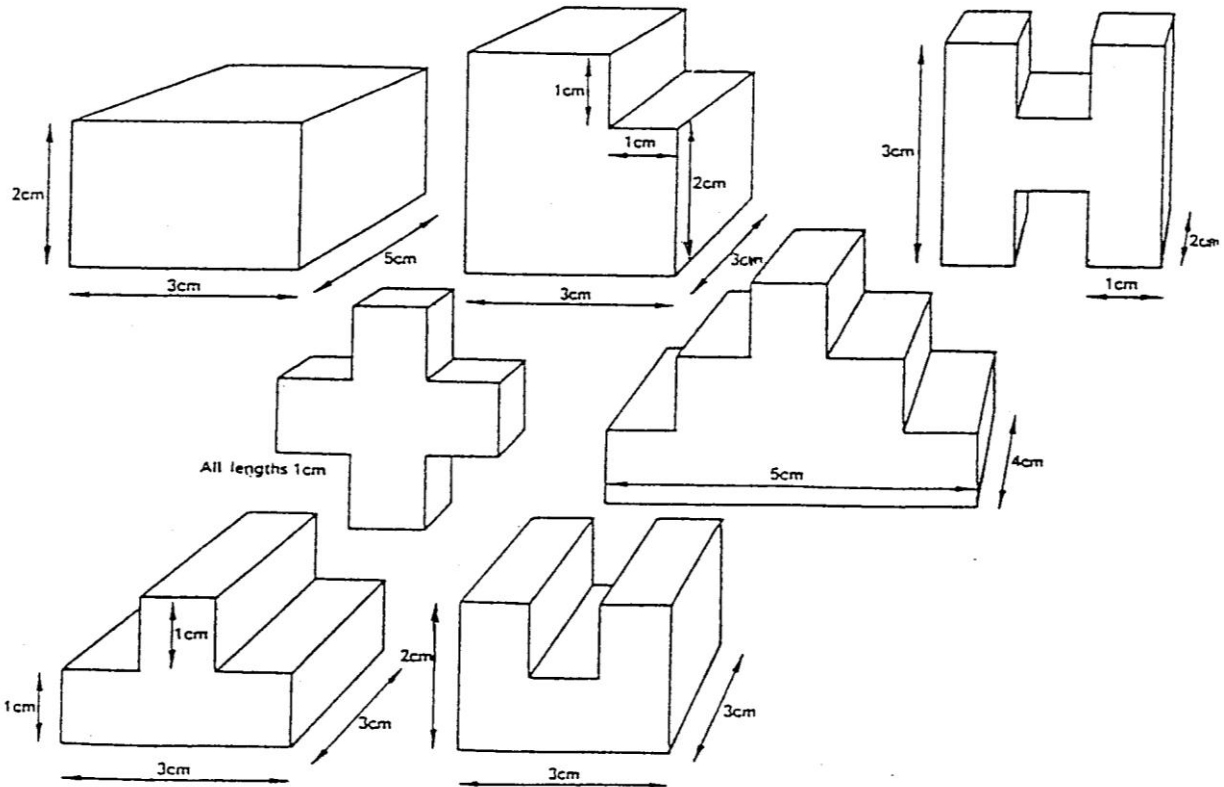


C.2 Dibuixeu diferents blocs, construïts amb cubs d' 1 cm^3 , que ocupin 8 cm^3 de volum.

C.3 Trobeu el volum dels blocs de les figures. El professorat us facilitarà, si cal, uns jocs de cubs per entendre'ls millor



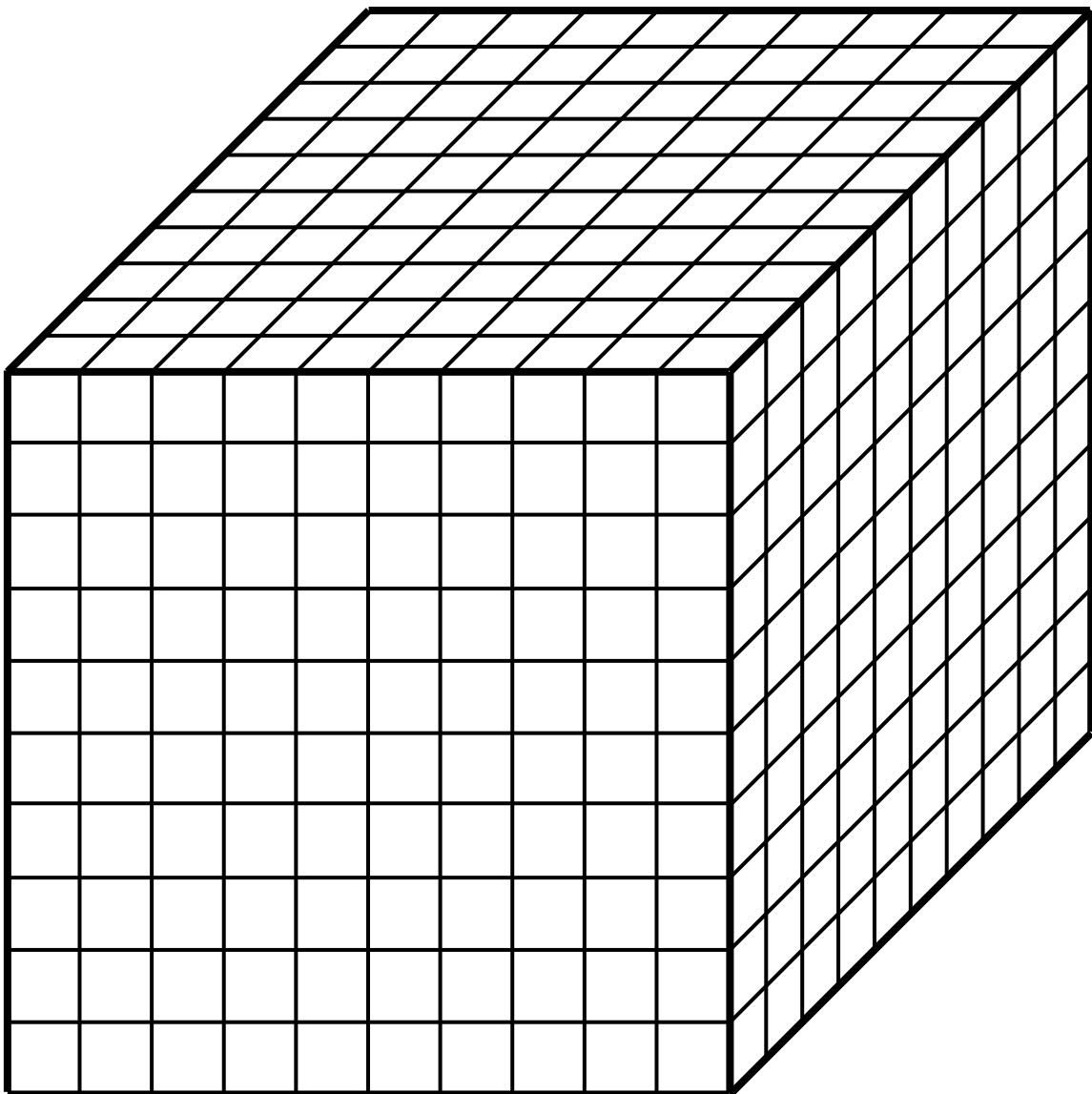
C.4 Calculeu el volum en cm^3 dels set cossos següents:



D. Les unitats de volums

D.1 Observa bé els cubs que heu construït i contesta a la pregunta:

- Quants cubs d'un centímetre cúbic hi caben dins un cub d'un decímetre cúbic?. Explica bé com ho has fet per arribar a aquesta conclusió.
- Quants cubs d'un decímetre cúbic hi caben dins un cub d'un metre cúbic?
- Quants cubs d'un centímetre cúbic hi caben dins un cub d'un metre cúbic?
- Quants cubs d'un mil·límetre cúbic hi caben dins un cub d'un metre cúbic?



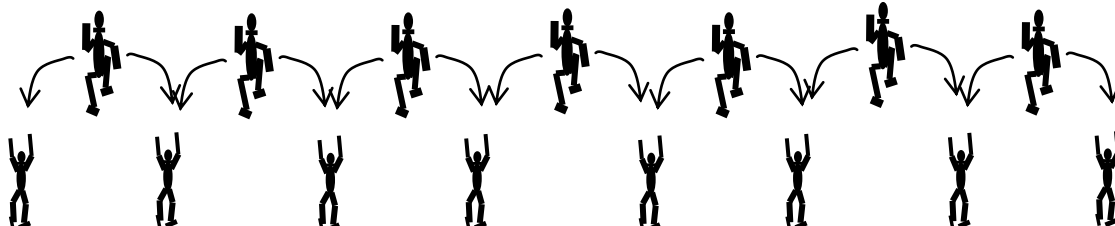
D.2 Completa la següent taula:

- $1 \text{ km}^3 =$ hm^3
- $1 \text{ hm}^3 =$ dam^3
- $1 \text{ dam}^3 =$ m^3

- $1 \text{ m}^3 = \text{dm}^3$
- $1 \text{ dm}^3 = \text{cm}^3$
- $1 \text{ cm}^3 = \text{mm}^3$

Segons això, per a expressar un volum amb una altra unitat diferent a la inicial (és a dir, per a canviar d'unitat), haurem de multiplicar o dividir per 1000 un cert nombre de vegades adient.

A la pràctica sols cal moure la coma decimal **3 llocs** a la dreta o a l'esquerra segons volem multiplicar o dividir per 1000: Observa la següent taula que ens ajuda a fer els exemples de sota:



km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0
		0 0 0	0 0 0	0 0 4	0 0 0	0 0 0
				0 2 1	0 0 0	0 0 0
			0 6 5	0 0 0	0 0 0	0 0 0
	0 0 2	4 3 6	5 0 0			
			0 0 0	0 6 7	5 0 0	
				0 0 0	0 2 5	
0 0 0	0 0 0	0 0 1				
				0 0 0	0 0 3	7 8 0

Així tenim que si movem la coma fins al final de la cel·la de les unitats que volem tenir obtenim el canvi d'unitats desitjat (cada columna de la taula es correspon amb un dels exemples següents):

$$4 \text{ dm}^3 = 4000 \text{ cm}^3 = 0,004 \text{ m}^3 = 4000000 \text{ mm}^3 = 0,000004 \text{ dam}^3$$

$$21 \text{ dm}^3 = 21000 \text{ cm}^3 = 21000000 \text{ mm}^3$$

$$65 \text{ m}^3 = 65000000000 \text{ mm}^3$$

$$2436'5 \text{ hm}^3 = 2436500 \text{ dam}^3$$

$$0'0675 \text{ m}^3 = 67'5 \text{ dm}^3 = 67500 \text{ cm}^3$$

$$25 \text{ cm}^3 = 0'025 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ dam}^3 = 0'001 \text{ hm}^3 = 0'000001 \text{ km}^3$$

$$3780 \text{ mm}^3 = 3'78 \text{ cm}^3 = 0'00378 \text{ dm}^3$$

D.3 Completeu els següents canvis d'unitats:

$$1 \text{ dm}^3 = \quad \text{cm}^3$$

$$3 \text{ dm}^3 = \quad \text{cm}^3$$

$$5 \text{ dm}^3 = \quad \text{cm}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = \quad \text{dm}^3$$

$$5200 \text{ cm}^3 = \quad \text{dm}^3$$

$$600 \text{ cm}^3 = \quad \text{dm}^3$$

D.4 Feu els següents canvis d'unitat:

$$1 \text{ m}^3 = \quad \text{dm}^3$$

$$0,5 \text{ m}^3 = \quad \text{dm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = \quad \text{cm}^3$$

$$50 \text{ dm}^3 = \quad \text{cm}^3$$

$$500 \text{ m}^3 = \quad \text{dm}^3$$

D.5 Feu els canvis d'unitats següents:

$$500 \text{ cm}^3 = \quad \text{dm}^3$$

$$2345 \text{ dm}^3 = \quad \text{m}^3$$

$$25 \text{ m}^3 = \quad \text{dm}^3$$

$$138,2 \text{ cm}^3 = \quad \text{dm}^3$$

D.6 Digueu quin és el major dels següents volums:

$$3 \text{ m}^3 \quad 0,005 \text{ dam}^3 \quad 8000000 \text{ cm}^3 \quad 6000 \text{ dm}^3$$

D.7 Ordeneu de menor a major els següents volums:

$$0,0056 \text{ dm}^3 \quad 4,56 \text{ m}^3 \quad 7345 \text{ dm}^3 \quad 6,9 \text{ m}^3$$

D.8 Expressen en cm^3 els següents volums:

$$15,55 \text{ m}^3 =$$

$$20007 \text{ mm}^3 =$$

$$786,25 \text{ dm}^3 =$$

D.9 Efectueu les operacions següents:

a) $8475 \text{ dm}^3 + 465 \text{ cm}^3 + 0,075 \text{ m}^3 =$

b) $17765 \text{ cm}^3 - 9,25 \text{ dm}^3 =$

E. RELACIÓ ENTRE EL VOLUM I LA CAPACITAT

Des de sempre, les persones han necessitat mesurar volums; allò important, però, no era conèixer l'espai que ocupava un cos, sinó la quantitat de líquid o de gra que podia contenir un recipient, és a dir, la seva capacitat.

La capacitat d'un recipient és el volum del seu interior.

Si bé, la capacitat es podria mesurar amb les mateixes unitats amb que mesurem volums, la pràctica ha fet que s'utilitzessin unitats diferents.

La unitat de capacitat del Sistema Mètric Decimal és el litre, que equival a la capacitat d'un recipient que té 1 dm^3 de volum. Així, si aboqueu 1 litre d'aigua, o de qualsevol altre líquid, en un recipient de forma cúbica d'1 dm d'aresta, l'omplirà completament. Per això diem que

1 litre és la capacitat d'1 dm³

El professor durà a classe un litre d'algun producte i podreu comprovar que, efectivament el seu volum és **d'1 dm³**

A més del litre, existeixen altres unitats de capacitats que són múltiples o submúltiples d'ell. Aquests múltiples i submúltiples, d'acord amb el Sistema Mètric Decimal, s'obtenen fent subdivisions de 10 en 10. Ordenats de més gran a més petit són:

kl hl dal l dl cl ml

Evidentment, aquestes unitats de capacitat es poden relacionar amb les unitats de volum ja estudiades i establir-ne equivalències. Així, per exemple, tenim que:

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ l} = 1 \text{ kl}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 0,001 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ l} = 1 \text{ ml}$$

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ ml} = 100 \text{ cl}$$

Nota: Tot i que és incorrecte, ja que no respecta les normes, de vegades, en lloc d'escriure cm^3 s'escriu cc (per exemple, a moltes provetes graduades

$$48 \text{ l} = \text{cm}^3$$

$$758 \text{ cc} = \text{l}$$

$$4278 \text{ l} = \text{m}^3$$

E.2 Fes els següents canvis d'unitats:

- Una tassa de cafè $0,000075 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{l} = \dots\dots\dots \text{cm}^3$
- La sang del nostre cos $0,0048 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{l}$
- Una galleda $1.200 \text{ cl} = \dots\dots\dots \text{l} = \dots\dots\dots \text{dm}^3$
- Una bombona de butà $13,1 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{l}$
- Una piscina olímpica $2000000000 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \text{m}^3 = \dots\dots\dots \text{l}$

E.3 Una ampolla de vi de 72 cl de capacitat costa 1,08 €. Una altra, de 75 cl de capacitat costa 1,09 €.

Quina és la més econòmica? Expliqueu com ho feu per respondre.

E.4 Per fer un cert color un pintor barreja 38 dl de vermell amb 45 cl de blau.

Quanta aigua ha d'afegir per arribar a tenir 5 litres del nou color?

E.5 D'un recipient de 150 litres d'aigua se n'han tret 45 cl 150 vegades.

- Quanta aigua queda encara?.
- Quantes ampolles de 0,75 l es podran omplir encara amb l'aigua que queda?.

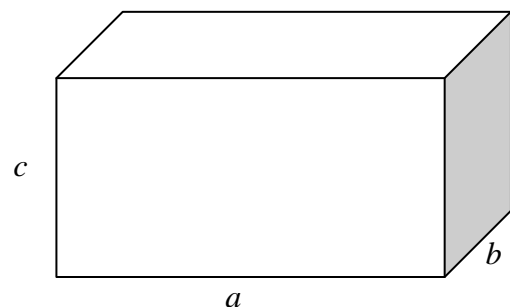
F. El volum dels ortoedres i els cilindres

F.1 Busca en un diccionari la paraula **ortoedre**.

- Escriu la seva definició
- Fes un dibuix.
- Escriu, almenys, 3 noms d'objectes quotidians que tinguin forma d'ortoedre.

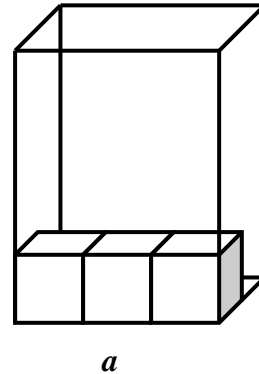
Les longituds de les seves arestes s'anomenen dimensions de l'ortòedre. Segons els casos o les situacions, les dimensions reben noms diferents:

- | | |
|-------------------|--------------------------|
| <i>a</i> llargada | <i>a</i> amplada |
| <i>b</i> amplada | <i>b</i> fondària |
| <i>c</i> alçada | <i>c</i> alçada o altura |

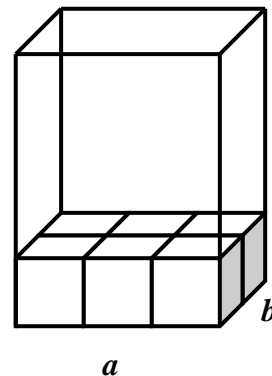


Per a calcular la mesura del volum d'un ortoedre de dimensions a , b i c , podem imaginar l'espai limitat per les seves cares omplert de cubs d' 1 m^3 (o de cubs de qualsevol altre volum: 1 dm^3 , 1 cm^3 , ...). Aquests cubs els podem anar disposant de manera ordenada segons indiquen les figures següents:

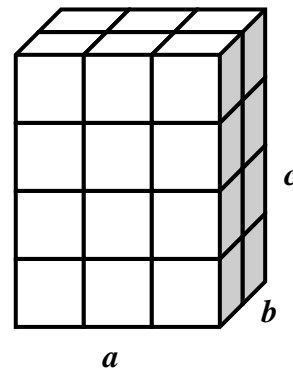
- Al llarg d'una de les arestes de longitud a hi podem posar a cubs.



- Podem cobrir tota la base amb b files com l'anterior. Formarem així una "llesca" de $a \cdot b$ cubs d' 1 m^3 . El volum d'aquesta "llesca" serà doncs de $a \cdot b \text{ m}^3$.



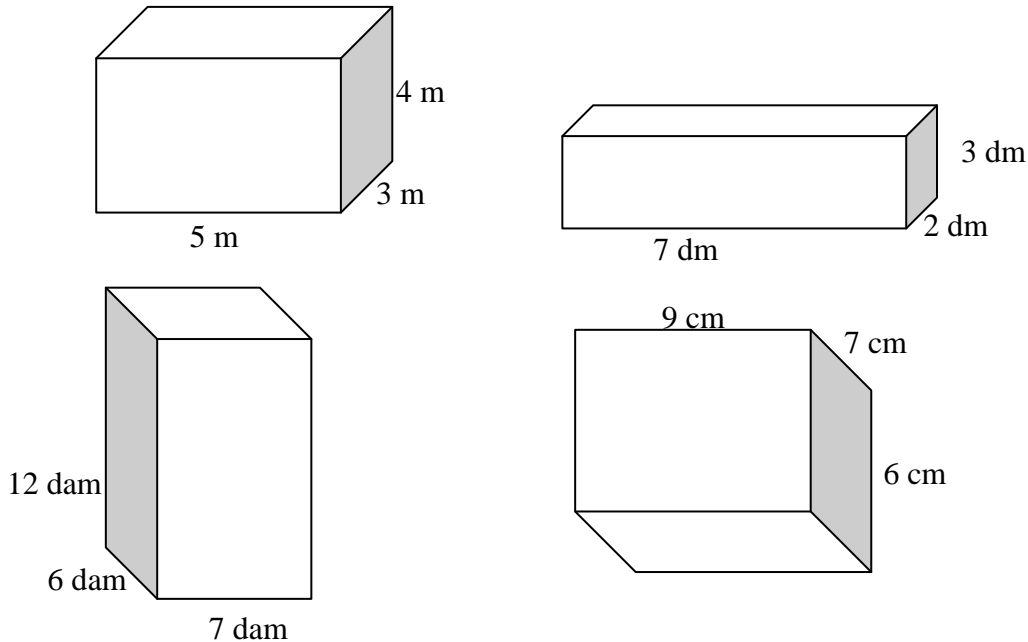
- Podem utilitzar c "llesques" com l'anterior per omplir tot l'ortòedre. En total haurem utilitzat un nombre de cubs igual a $(a \cdot b) \cdot c$.



Com conclusió podem dir que el volum en m^3 de l'ortòedre és de

$$V = (a \cdot b) \cdot c$$

F.2 Calculeu el volum dels següents ortoedres.



F.3 El cub és un cas particular d'ortoedre en el que totes les arestes mesuren el mateix. Calcula el volum d'un cub que fa 5 cm de aresta.

F.4 Ja sabeu que quan multipliquem un nombre per ell mateix podem escriure, per exemple, $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3$. Per llegir amb paraules 6^3 podem dir *6 elevat a tres* o millor **6 al cub**. ¿Per què creus que utilitzem la paraula **cub** quan multipliquem un nombre per ell mateix tres vegades?

F.5 Calculeu el volum d'un cub d'aresta 2 metres.

F.6 Calculeu el volum d'un cub d'aresta 3 metres.

F.7 Calculeu el volum d'un cub d'aresta 4,5 metres.

F.8 Busca en un diccionari la paraula **prisma**.

- Escriu la seva definició
- Explica la diferència entre prisma i ortoedre.
- Fes un dibuix.
- Escriu, almenys, 3 noms d'objectes quotidians que tinguin forma de prisma.

Segons el polígon que formi les bases, el prisma rep noms diferents:

- si les bases són triangles, s'anomena prisma triangular;
 - si les bases són pentàgons, s'anomena prisma pentagonal;
 - si les bases són hexàgons, s'anomena prisma hexagonal;
- i així successivament.

F.9 Busca en un diccionari la paraula **cilindre**.

- a) Escriu la seva definició
- b) Fes un dibuix.
- c) Escriu, almenys, 3 noms d'objectes quotidians que tinguin forma de cilindre.

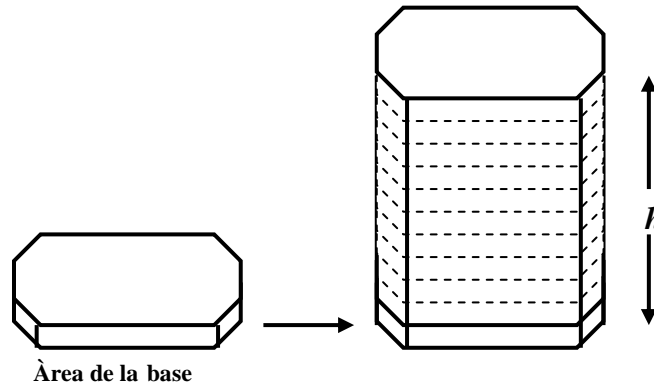
F.10 Observa coses de la classe o pensa en coses de fora que tinguin forma de **prisma o de cilindre**. Fes-ne una llista detallada.

En l'ortoedre hem vist que el volum era $V = (a \cdot b) \cdot c$. Observa que $(a \cdot b)$ és, de fet, l'àrea de la base. Així doncs el volum es pot escriure com:

$V = (\text{àrea de la base}) \times (\text{altura})$

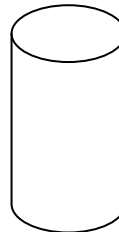
Aquesta fórmula també és vàlida per a qualsevol prisma. En efecte, un prisma el podem considerar format per "llesques" d'altura unitat (per exemple, d'1 metre). El nombre de m^3 de cada una d'aquestes "llesques" és igual precisament al nombre de m^2 de la base del prisma; per tant, el volum del prisma vindrà donat per

$V = \text{àrea de la base} \cdot h$

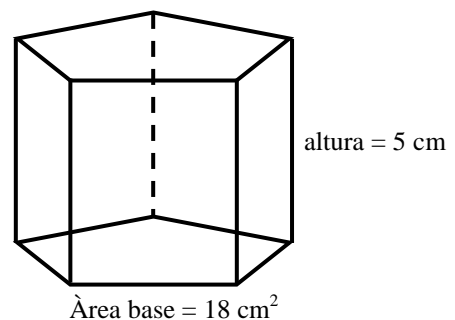
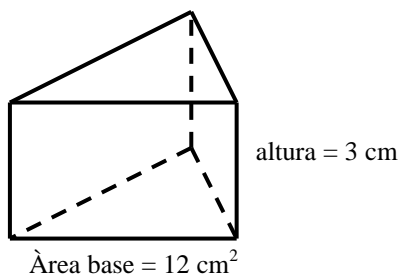


La mateixa fórmula funciona pels cilindres, però en aquest cas l'àrea de la base és l'àrea d'un cercle: $\text{àrea base} = \pi \cdot r^2$

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$



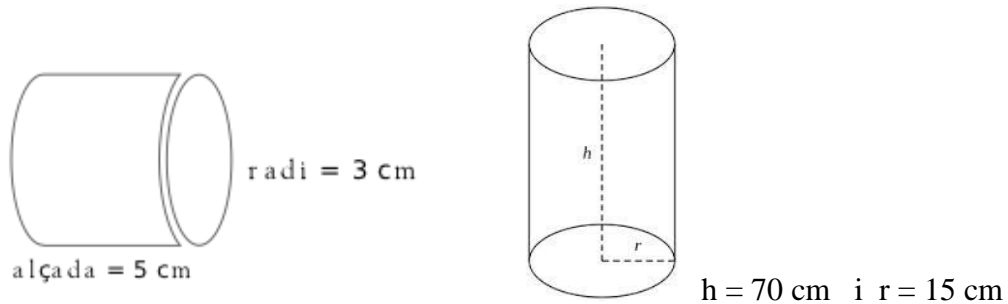
F.11 Calcula el volum dels prismes següents:



F.12 Recorda:

- a) Com es calcula l'àrea d'un triangle?.
- b) Com es calcula l'àrea d'una figura poligonal?.

F.13 Calcula el volum dels següents cilindres:



F.14 Ens diuen que el següent bidó té una alçada d'un metre i la superfície que toca al terra és de 0,5 metres quadrats. Quin és el seu volum?

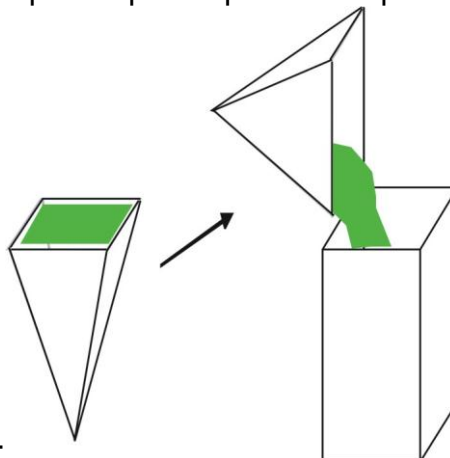


- F.15**
- Quants litres de petroli caben al bidó anterior?
 - Quants bidons necessitem per emmagatzemar 20000 litres de petroli?

G. El volum de les piràmides i els cons

- G.1** Busca en un diccionari la paraula **piràmide**
- Escriu la seva definició.
 - Fes un dibuix.
 - Escriu, almenys, 3 noms d'objectes quotidians que tinguin forma de piràmide.

Experimentalment es comprova que un prisma es pot descompondre



en tres piràmides iguals:

I per tant:

$$\text{Volum de la piràmide} = \frac{\text{Volum del prisma}}{3}$$

Es a dir: $\text{Volum de la piràmide} = \frac{1}{3} \cdot \text{àrea de la base} \cdot \text{altura}$

G.2 Una piràmide triangular fa 45 cm^2 d'àrea de la base. Calcula els seu volum si l'altura és de 15 cm.

G.3 Una piràmide quadrangular regular fa 10 cm de costat. Calcula el seu volum si l'altura és el doble del costat de la base.

G.4 Busca en un diccionari la paraula **con**

- Escriu la seva definició.
- Fes un dibuix.
- Escriu, almenys, 3 noms d'objectes quotidians que tinguin forma de con

Un con es pot considerar com una piràmide la base de la qual és un polígon d' *infinit*s costats. Per això sembla raonable admetre que el volum d'un con es calcula de la mateixa forma que el volum de la piràmide

$$\text{Volum del con} = \frac{1}{3} \cdot \text{àrea de la base} \cdot \text{altura} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \text{altura}$$

G.5 La galeta on es posa un gelat té forma cònica. Si l'altura del con és de 6 cm i el diàmetre de la base 3 cm. Quina és la seva capacitat?



G.6 Quin volum ocupa una tenda dels apatxes americans amb base circular de radi 3 m i altura 2 m?

H. Àrea i volum de l'esfera

H.1 Busca en un diccionari la paraula **esfera**

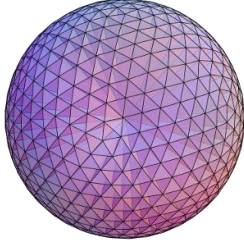
- Escriu la seva definició.
- Fes un dibuix.
- Escriu, almenys, 3 noms d'objectes quotidians que tinguin forma d'esfera

Mentre les superfícies de prismes ,cilindres, piràmides i cons es poden desenvolupar en el pla, la superfície d'una esfera no es pot desenvolupar totalment en un pla.

L'àrea de la superfície esfèrica de radi r és igual al quàdruple de l'àrea del seu cercle màxim, és a dir:

$$\text{Àrea de l'esfera} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

H.2 Quants m^2 de tela són necessaris per construir un globus esfèric de 3 metres de radi?



Una esfera es pot considerar formada per moltes piràmides petites de vèrtex el centre de l'esfera i de manera que totes les bases cobreixin la superfície esfèrica. La suma dels volums de totes aquestes piràmides serà el volum de l'esfera.

El volum de cada piràmide és $1/3 \cdot \text{àrea base} \cdot \text{altura}$

Però totes les piràmides tenen la mateixa altura que coincideix amb el radi de l'esfera. Per altra banda la suma de totes les bases de les piràmides coincideix amb la superfície de l'esfera. Per tant:

$$\begin{aligned} \text{Volum de l'esfera} &= 1/3 \cdot \text{superfície de l'esfera} \cdot \text{radi} = 1/3 \cdot (4 \cdot \pi \cdot r^2) \cdot r = \\ &= \mathbf{4/3 \cdot \pi \cdot r^3} \end{aligned}$$

H.3 Es pot considerar la Terra com una esfera, sabent que el radi és de 6375 km.

- Quina és la superfície terrestre?
- Quin és el volum de la Terra?
- Quants litres d'aigua cabrien dins d'una esfera de radi igual al de la Terra?

H.4 Quant aire es necessita per inflar una pilota de platja que un cop inflada al màxim té un diàmetre de 20 cm?

I. Envasos i recipients

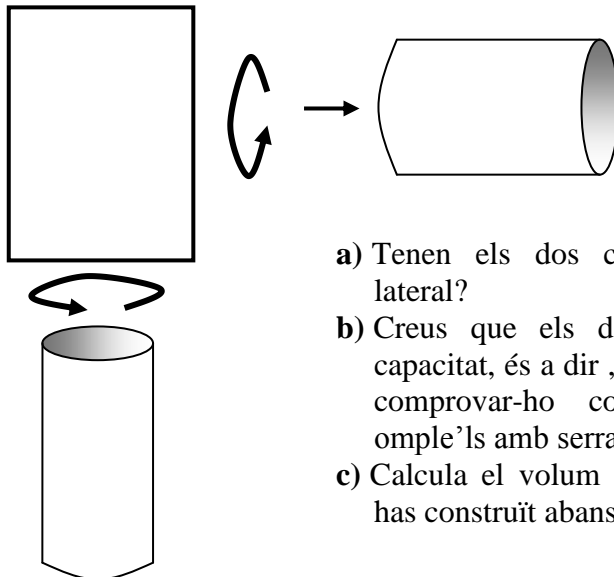
Per desenvolupar aquesta activitat pràctica necessitarem diversos envasos comercials, algun aparell de mesura de capacitat, cartolina, tisores, pega, folis i serradures.

Porteu de casa envasos de diferents formes i grandàries.



I.1 QÜESTIÓ PRÈVIA. Hi cap el mateix?

Amb un foli es poden construir dos tipus de cilindres: Un fent el rotllo per la part llarga i l'altre per la part ampla.



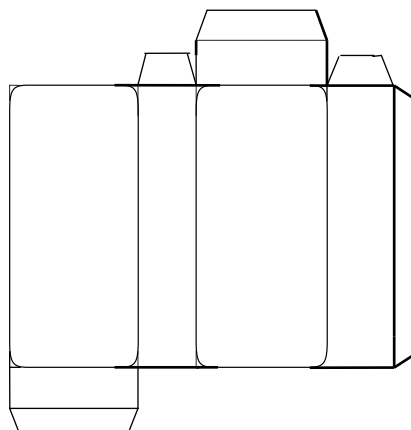
- Tenen els dos cilindres la mateixa superfície lateral?
- Creus que els dos cilindres tenen la mateixa capacitat, és a dir, hi cap el mateix a dintre?. Per a comprovar-ho construeix aquests cilindres i omple'ls amb serradures.
- Calcula el volum per cadascun dels cilindres que has construït abans.

I.2 Compartiu els envasos amb els companys i calculeu el seu volum. Organitza la informació amb una taula amb les següents entrades:

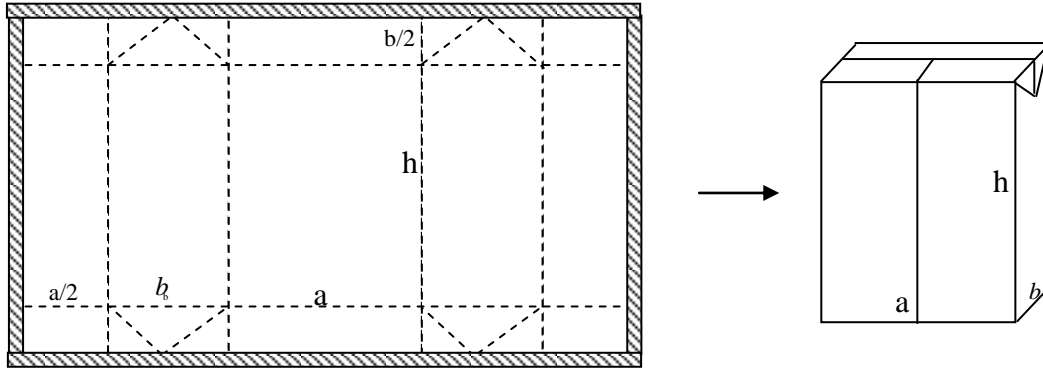
producte	forma	àrea base	altura	volum	volum etiqueta
					...

Les possibilitats en la construcció d'envasos són molt diverses. Investigueu observant alguns dels que hi ha a les botigues. Aquí us mostrem alguns exemples:

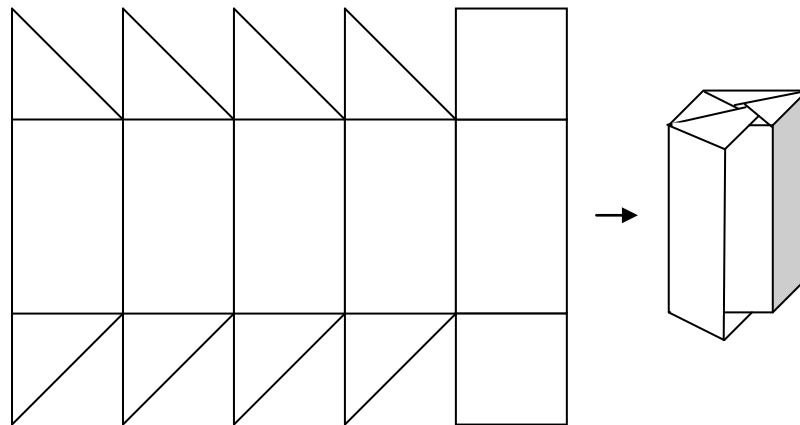
Caixa de cartró



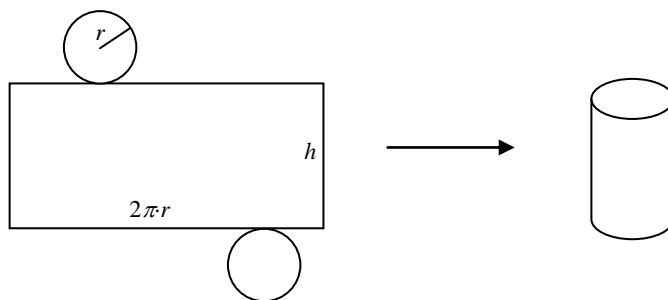
Tetrabriks:



Un altra caixa:

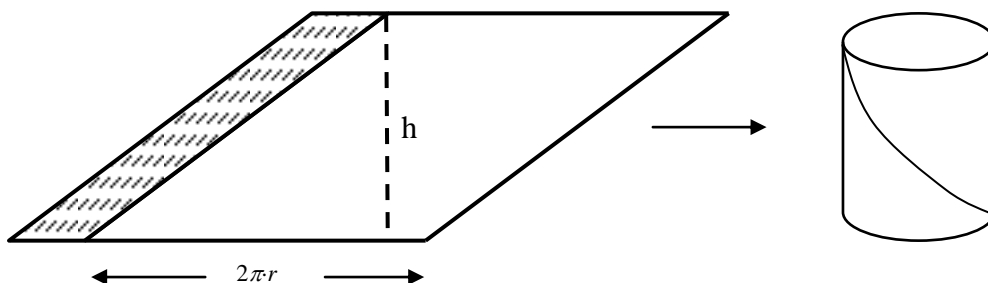


Cilindres



Un altra manera de fer un cilindre

Si construïu un cilindre de la forma anterior, el resultat és bastant inestable, observeu com la majoria de cilindres comercials (per exemple el cartró d'un rotllo de paper del wc) són fabricats de la manera següent:



I.3 Busca un envàs, caixa o recipient qualsevol. Desmunta'l (si és metàl·lic no cal desmuntar-lo sols cal que l'observis) i fes una descripció de com està ideat. Fes un petit dibuix que ajudi a l'explicació. Trieu el que us sembli més imaginatiu del teu grup i que el portaveu l'expliqui a la resta de la classe. Trieu entre tota la classe el millor i feu tots una explicació i un dibuix d'aquest envàs a la vostra llibreta

J. Modifiquem envasos



La marca Toblerone ha decidit treure al mercat un nou producte '*xocolata blanca desfeta*'.

Vol crear un nou envàs que contingui mig litre, però vol mantenir el disseny dels seus envasos doncs són el senyal d'identitat de la marca.

H.1 Dissenya un envàs que faci aproximadament mig litre:

- a) Per començar relaciona capacitat i volum. Quants centímetres cúbics són necessaris per poder contenir mig litre?
- b) Dibuixa la base de l'envàs (triangle equilàter) a mida real i amb precisió. Recorda que per trobar l'àrea d'un triangle necessitem tenir una de les altures, dibuixa per tant una de les altures amb l'escaire i el cartabó.
- c) Calcula quina és l'àrea del triangle que has triat.
- d) Quina alçada ha de tenir l'envàs per tal que el volum sigui el corresponent a l'apartat a). Quina alçada tries tu ? Calcula quina és la capacitat real de l'envàs.
- e) Dibuixa el desplegable de l'envàs indicant les cotes de les mides reals. Recorda que haurà de tenir pestanyes per poder enganxar (indica també les mides).
- f) Calcula quant cartó serà necessari per construir l'envàs, primer calcula el cartó necessari per la part visible de l'envàs i després el necessari per les pestanyes.

K. Inventem-nos un nou refresc. (Treball per lliurar)

Cada grup haurà d'inventar-se una nova empresa de begudes. Penseu un nom i una tipologia de beguda. Dins d'aquesta tipologia penseu 4 begudes diferents. Cada alumne del grup es responsabilitza de dissenyar l'envàs del seu producte. (Per exemple l'Empresa Coca Cola fa begudes gasificades ensucrades i té diversos productes. La Coca Cola, la Fanta de taronja la Fanta de llimona, la Coca cola light...). Si algun grup està més interessat en fer una empresa d'altres tipus de productes líquids (xampú, gel,...) consulteu al professor.



K.1 Inventar i construeix un envàs per al nou refresc que faci aproximadament 1/3 de litre. L'envàs no té per què ser cilíndric. Ha de tenir qualsevol forma (pots utilitzar, si vols, algun dels dissenys explicats amb anterioritat). Confecciona una **fitxa tècnica** en la que has d'incloure:

- El nom de la empresa a la que pertany. Una breu descripció de la tipologia de productes que fabriqueu. (aquesta part cal que la feu igual tots els membres el grup)
- El nom del teu refresc i una breu descripció de com és el seu sabor i característiques.
- El nom de la figura geomètrica o figures del teu envàs.
- El dibuix a mida real d'una plantilla que permeti construir el teu envàs indicant totes les mides.
- Una explicació dels càlculs que justifiquen que fa uns 330 cm^3 .
- Quantitat de material utilitzat (càlcul de la superfície)

K.2 Pinta una etiqueta i enganxa-la a l'envàs

K.3 Un portaveu de cada grup farà una breu exposició al grup classe en que explicarà quina mena d'empresa han pensat, dient el nom, i el tipus de productes que fabrica

K.4 Cada alumne haurà d'exposar la seva fitxa tècnica a la resta del grup classe explicant quina mena de producte conté l'envàs donant clarament totes les seves mides.

Després de cada exposició tots els alumnes de la classe hauran de calcular a la seva llibreta el volum del recipient que acaba d'exposar el company i comprovar si efectivament fa 330 cm^3

A la llibreta cal que, per cada envàs dels vostres companys, feu una anotació en la que incloureu:

- Nom de l'alumne
- Nom del producte
- Forma de l'envàs (cal que utilitzeu la paraula correcta: cilindre, prisma,...)
- Mides.
- Càlcul del volum

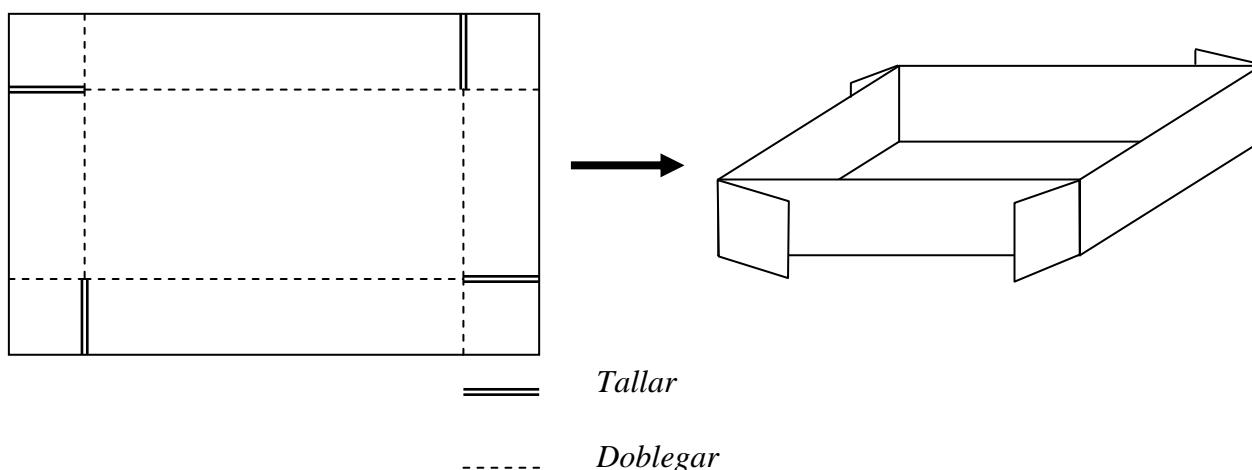
K.5 Finalment, l'autor de l'envàs posarà a la pissarra els seus càlculs i discutirem tots plegats si són correctes. Això ens ajudarà a corregir els càlculs.

K.6 Tria l'envàs que més t'agradi i explica per què creus que és el millor.

El professor avaluarà tot el procés: la creativitat, els càlculs, l'informe... També avaluarà la capacitat que teniu tots els alumnes d'anar calculant correctament l'envàs dels vostres companys.

L. Estalvi de Materials. Envasos ecològics.

L.1 A continuació veurem una nova manera de fer un recipient. Agafa un full de paper i dibuixa 4 quadrats a les cantonades. El professor us dirà a cada alumne quina amplada han de tenir els quadrats, de manera que cadascú de vosaltres tindrà una mida diferent. Seguint l'esquema, talla un costat de cada quadrat i doblega l'altre per construir un *calaix* de paper.



- a) Calcula el volum del teu calaix.
- b) Coincideix el volum del teu calaix amb el del teus companys? Per què creus que passa això?
- c) Escribeu el nom de l'alumne de la classe que hagi fet un calaix amb major volum. Posa les dimensions d'aquest calaix

L.2 Esbrina quin dels envasos que heu creat (a l'apartat K) és el més ecològic. Es a dir el que utilitza menys material (superfície mínima). Escribeu les seves mides i el nom de l'alumne que l'ha fet. Observa aquest envàs i compara'l amb els que existeixen als supermercats. Creus que els fabricants d'envasos els dissenyen intentant utilitzar la mínima quantitat de material?

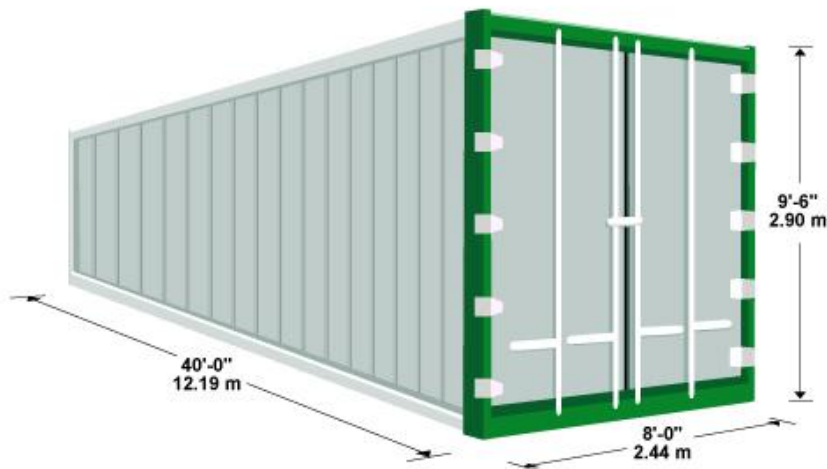
M. El transport

M.1 Antigament els pots de sabó de rentadora eren cilíndrics i actualment tenen forma de prisma de base rectangular. Discutiïu en grup per què penseu que es va canviar la forma del pot. Consensueu la resposta i escriviu-la a la teva llibreta.



Ara que ja tenim els nostres envasos hem d'analitzar la nostra capacitat de transportar-los.

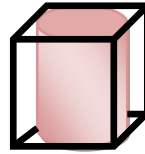
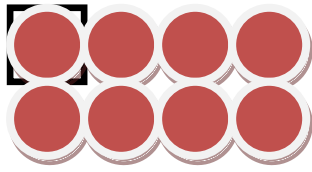
M.2 A la següent imatge tens les mides màximes d'un remolc de camió. Calcula el volum en metres cúbics i en litres del remolc.



M.3 Agafeu un tetrabrick de suc petit i mesureu-lo.

- Quina capacitat posa a l'etiqueta?
- Quin volum ocupa (observa que el tetrabrick ocupa una mica més volum que el que diu l'etiqueta)
- Quants tetrabricks caben en el remolc anterior?
- Quants litres de suc pot transportar el camió?

M.4 Si volem transportar llaunes de refresc de 330 cm^3 ocuparan un espai més gran, ja que no podem posar refresc en els espais que queden entre les llaunes:



- a) Calcula el volum que ocuparà una llauna de refresc (agafeu les mides d'una llauna real)
- b) Quantes llaunes de refresc caben en el remolc del camió?



- c) Quants litres de refresc pot transportar el camió?

M.5 Quin percentatge de volum es perd si triem per a la nostra empresa una llauna en comptes d'un tetrabrick en un camió com els dels exercicis anteriors?

N. El pluviòmetre. Un tipus de recipient molt particular.



Moltes vegades en els diaris podem llegir notícies referents a la quantitat de pluja que ha caigut en determinats llocs durant un cert interval de temps que han estat mesurades amb un aparell anomenat **pluviòmetre**. Sobretot aquestes notícies apareixen quan hi ha hagut pluges intenses que han produït inundacions.

Observar detingudament un pluviòmetre i contestar. Què són els nombres que apareixen?

Veurem ara el significat d'aquests nombres:

1. Aboquem aigua dins del pluviòmetre fins arribar al 30.
2. Amb una proveta o gerra graduada comprovem quants litres hem abocat.
3. Calcular l'àrea de la boca del pluviòmetre en m^2 .
4. Quantes circumferències com les de la boca del pluviòmetre caben en un metre quadrat?
5. Si a cada circumferència li correspon els litres que hem posat inicialment en el nostre pluviòmetre, quants litres corresponen a un metre quadrat?
6. A què correspon el nombre anterior?

Analitzarem ara una notícia:

VAN CAURE QUASI DOS-CENTS LITRES DE PLUJA EN UN PARELL D'HORES

Ahir, a Sabadell, van caure quasi dos-cents litres de pluja en un parell d'hores: concretament, entre les 16h i les 18h de la tarda, es van recollir 188,6 litres de pluja a l'observatori Meteorològic de Can Llonch.

La pluja fou molt intensa, sobretot a la part nord de la ciutat, on alguns carrers van quedar inundats a causa de l'aigua que les clavegueres no podien engolir.

En canvi, a altres parts de la ciutat la pluja fou menys intensa. Així, a l'observatori del camp d'aviació, al sud de la ciutat, només es van recollir 96 litres de pluja en el mateix interval de temps.

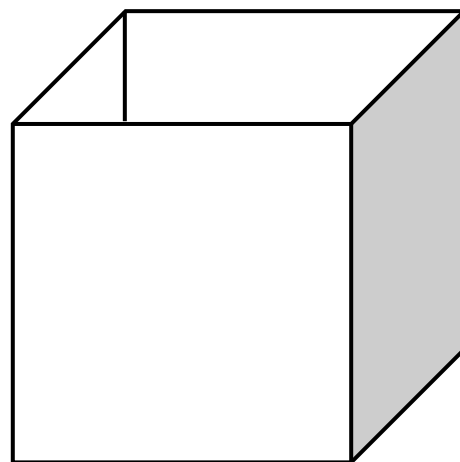
Què vol dir que "van caure quasi dos-cents litres de pluja"? Es tracta d'una mesura que indica els litres d'aigua caiguda per metre quadrat.

Per a què aquesta dada tingui sentit cal relacionar-la amb una altra: el temps. De fet en el títol ja es llegeix que la pluja ha caigut en "un parell d'hores". La informació seria poc precisa si no es relacionessin aquestes dues dades: no costa d'entendre que si l'aigua caiguda és en un parell d'hores el nivell que assoleixi (amb els problemes que això comporta de desguàs d'aquesta aigua) serà molt més alt que si aquesta mateixa quantitat d'aigua cau en vint-i-quatre hores, per exemple.

En els exercicis que segueixen relacionarem l'alçada que assoleix el nivell de l'aigua amb la quantitat d'aigua que ha plogut expressada en litres.

N.1 Suposem que tenim un dipòsit cúbic sense tapa d'aresta igual a 1 metre

- a) Quina és l'àrea del seu fons?
- b) Si han caigut 200 litres per metre quadrat de pluja, quants litres d'aigua s'hauran recollit dins del dipòsit?
- c) Quina alçada assoleix l'aigua dins del dipòsit?



N.2 Sabem que la part nord de Sabadell és una zona que té una extensió de 6 km^2 . Suposem que la pluja a la qual fa referència la notícia anterior ha estat per un igual a tota aquesta zona.

Calculeu el volum d'aigua que ha caigut en dues hores sobre la zona nord de Sabadell.

N.3 Ha plogut durant tota la nit i en Ramon vol saber quants litres per metre quadrat han caigut però a casa seva no té cap pluviòmetre instal·lat. S'adona que ahir a la tarda va deixar un cubell al jardí. Molt decidit ha mesurat el diàmetre del cubell (27 cm) i l'altura a la que ha arribat l'aigua (9 cm).

- Explica detalladament com pot saber els litres per m^2 que han caigut durant la nit.
- Fes els càlculs.
- Et sembla que ha plogut molt fort durant la nit?

N.4 La casa on viu Lluís Rapini és una casa envoltada per un pati, una part del qual està dedicada a hort. L'aigua que cau sobre la teulada quan plou es recull (a través d'una canalització adequada) en un dipòsit en forma d'ortocedre i que té 4 m de llarg, 3 m d'ampla i 2,5 m d'alt.

- Quants litres pot contenir com a màxim el dipòsit?
- En una nit el nivell de l'aigua del dipòsit ha pujat un metre. Si sabem que la teulada de la casa té en total una superfície de 120 metres quadrats, podem saber quants litres per metre quadrat de pluja han caigut durant la nit?

O. La piscina

- O.1** Estaria molt bé tenir una piscina al pati de l'institut.
- a) Decideix quin lloc del pati seria el millor per posar la piscina. Explica raonadament per què.
- b) Pensa una forma i unes dimensions per a la piscina. Vigila no dissenyis una piscina de la que no siguis capaç de calcular-ne el volum. Fes un dibuix esquemàtic de la piscina posant les dades.
- c) El professor haurà de dir si cadascú fa els exercicis amb la seva piscina o si trieu la que més us agradi de totes i treballeu tots amb les mateixes dades.
- d) Ara hauràs de fer un pressupost real sencer del cost de la piscina. Per a que el pressupost sigui veritablement real he preguntat els preus a un directiu de l'empresa OBREMO. Els preus que l'hi he demanat inclouen el material i la mà d'obra per a fer la feina:
- L'excavadora costa 10 € el m³ excavat.
 - La sorra, quan es remou, pateix un esponjament d'un 20 % (és a dir augmenta el seu volum en un 20 %)
 - La banyera d'un camió té una capacitat de 10 m³
 - Cada viatge del camió costa 80 € (si a l'últim viatge el camió no és ple, el seu preu també és de 80 €)
 - La sorra cal dur-la a una planta de residus on es recicla. Aquesta planta cobra un cànon per camió que és de 50 €
 - Al terra i a les parets de la piscina caldrà posar una malla de ferro que costa 12 € en el metre quadrat
 - Al terra es pot tirar el formigó sense problema però per a les parets cal posar un encofrat de fusta que costa 13 € el m²
 - El formigó per les parets i el terra d'una piscina ha de tenir 25 cm de gruix.
 - El formigó per la base de la piscina costa 80 € el m³
 - El formigó per les parets és més car i costa 180 € el m³
 - L'enrajolat del terra i les patets pot costar uns 20 € el m²
 - La comesa d'aigua, l'aviador i la bomba d'aigua consten uns 3000 €
 - El preu de la depuradora depèn de la quantitat d'aigua però podem posar uns 1800 €
 - Les escales d'acer poden costar 900 € cadascuna.
- e) Elabora un full de càlcul, de manera que pugem saber immediatament el pressupost de totes les piscines dissenyades.

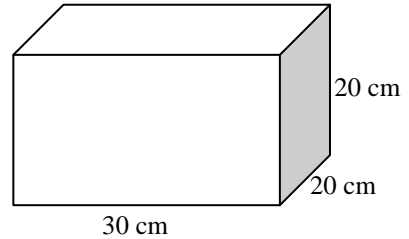
P. EXERCICIS COMPLEMENTARIS.

P.1 Calcula el volum de la caixa representada a l'esquema del costat.

a) Calcula la seva capacitat en litres.

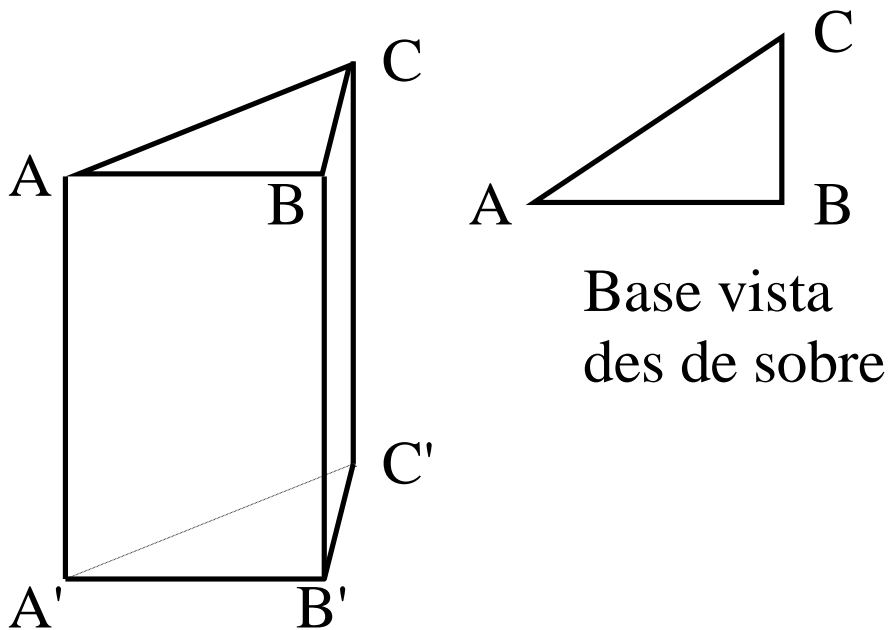
b) Quantes caixes com aquesta poden posar-se en un contenidor que té el doble de llarg (60 cm) i el doble d'ample (40 cm) però la mateixa alçada?.

c) I en un contenidor que té el doble de llarg (60 cm), el doble d'ample (40 cm) i el triple d'alçada (60 cm)?.

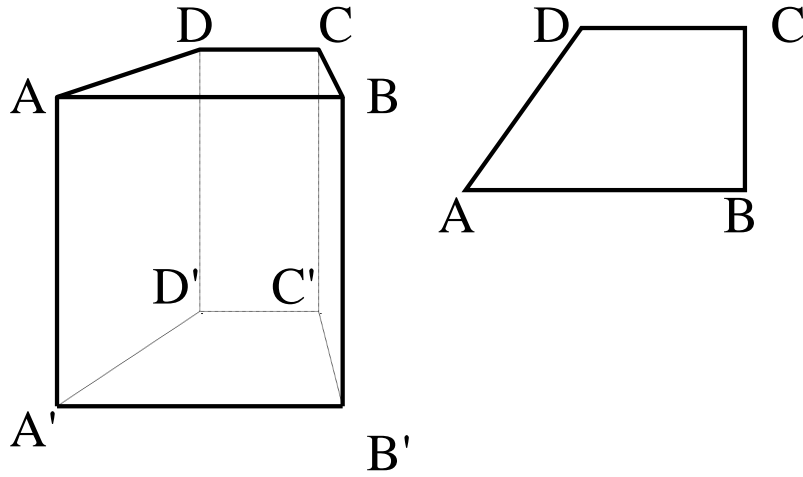


P.2 Calcula el volum de les següents figures:

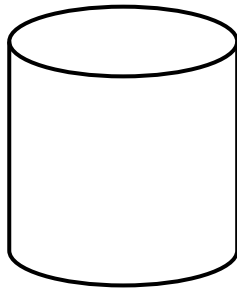
a)



b)

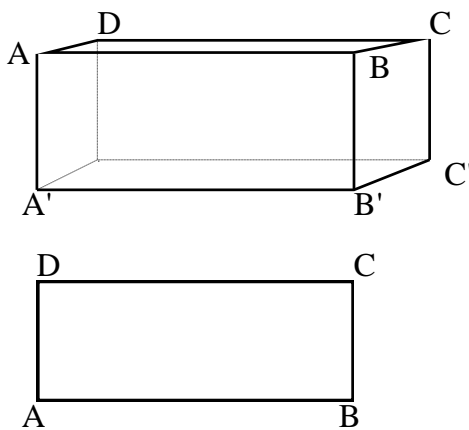


c)

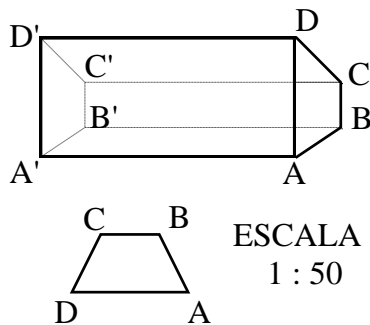


P.3 La figura següent representa un edifici de Barcelona. Trobeu el seu volum a la realitat.

ESCALA 1 :1000



P.4 El dibuix següent està a escala 1:50, trobeu el seu volum a la realitat explicant tots els raonaments que feu:



P.5 Un arquitecte vol fer una reproducció d'una de les piràmides d'Egipte. La piràmide és quadrangular regular, de 16 m^2 de base i 9 m d'alçada. Quants dm^3 de pedra necessitarà?

P.6 Al telenotícies d'ahir varen dir que sobre la ciutat de València va haver-hi fortes pluges durant tot el dia: en total van caure 120 litres per m^2 (la qual cosa va provocar inundacions, sobre tot en el moment de màxima intensitat

- Si l'aigua no s'hagués filtrat ni desplaçat, a quina altura hauria arribat?
- Quants m^3 d'aigua van caure en un pati d'una escola de 300 m^2 ?

P.7 Un embassament que serveix per a subministrar aigua tant per consum industrial com civil a una zona on hi viuen prop de mig milió de persones, conté 25 milions de m^3 quan està ple.

- Quants litres té cada habitant per terme mitjà a la seva disposició?.
- Imagineu-vos un dipòsit amb forma d'ortòedre amb una capacitat de 25 milions de m^3 . Quines dimensions pot tenir? (Suggeriment: proveu amb una altura de 10 m i busqueu possibles valors per la llargada i per l'amplada).

P.8 La radio ha dit que a Granollers, durant les últimes 24 hores, han caigut aproximadament 80 litres per metre quadrat de pluja. L'àrea del municipi de Granollers té uns 15 km^2 .

- Quants metres cúbics d'aigua han caigut sobre Granollers aproximadament?.
- Imagineu que omplim amb tota aquesta aigua un dipòsit ortòedric de 10 metres d'altura. Quina hauria de ser l'àrea de la seva base?.

P.9 Expressa en decímetres cúbics cadascun dels volums següents:

- 7 dam^3 165 m^3 213 dm^3
- 9 m^3 26 dm^3 914 cm^3
- 6 dm^3 400 cm^3 33 mm^3
- hm^3 5 dam^3 467 m^3
- 6 km^3 42 hm^3 3 dam^3

P.10 Quant valdrà transportar 450 m^3 de terra en vagonetes de 600 dm^3 si cada viatge val 2,5 euros?.

P.11 Completa les igualtats següents:

- | | |
|--------------------------|---------------|
| a) $8 \text{ m}^3 =$ | l |
| b) $10,5 \text{ dm}^3 =$ | ml |
| c) $955 \text{ cm}^3 =$ | cl |
| d) $78 \text{ kl} =$ | m^3 |
| e) $0,75 \text{ l} =$ | cm^3 |
| f) $671 \text{ hl} =$ | m^3 |

P.12 Un dipòsit d'aigua té una aixeta que aboca 3 450 litres cada hora i que triga 3 hores a omplir-lo. Calcula en m^3 el volum d'aquest dipòsit.

P.13 En una casa hi ha una piscina de 15 m de llargada, 5 m d'amplada i 1,5 m de profunditat. Quants litres d'aigua es necessiten per omplir-la?.

P.14 Una farmacèutica fa un preparat amb 500 cm^3 d'aigua, 250 cm^3 d'alcohol i 50 mm^3 d'iode. Expressa en decímetres cúbics el volum total del preparat.

P.15 En el celler d'una casa de pagès tenen una bóta de vi amb la qual han omplert 40 ampolles de 750 ml cada una. Quants litres de vi hi havia a la bóta?.

P.16 En una casa de pagès es construeix una bassa de 60 m^3 . Calcula quants litres d'aigua cabran en aquesta bassa?.

P.17 Suposem que tenim un prisma de base hexagonal. El costat de l'hexàgon base mesura 6 cm i l'apotema 5,2 cm. L'altura del prisma és de 12 cm. Quin és el seu volum?.

P.18 Troba el volum d'una habitació rectangular de 4m de llargada, 62 dm d'amplada i 3,2m d'altura.

P.19 Volem posar peixos de colors dins d'una peixera de 3 m x 2m x 1,5 m. Si saps que el nombre òptim són 20 peixos per metre cúbic, calcula quants n'hi cabran.

P.20 Un embassament conté 120 milions de metres cúbics d'aigua. Expressa en quilòmetres cúbics el volum d'un altre embassament que conté $\frac{1}{4}$ de la capacitat del primer.

P.21 Una caixa ocupa un volum de $0,95 \text{ m}^3$. Calcula el volum en metres cúbics que ocuparan 750 caixes iguals.

Q. Per pensar una mica més

Q.1 Dibuixa una esfera de radi r inscrita en un cilindre, observa que el cilindre tindrà radi r i altura $2r$. Compara la superfície de l'esfera i la del cilindre. Què observes?

Q.2 Les pilotes de ping-pong s'envasen en un tub de cinc en cinc. Una pilota té un diàmetre de 4 cm. Calcula:

- a) El radi del tub
- b) La longitud del tub
- c) El volum del tub
- d) El volum de la part del tub que no ocupen les pilotes

Q.3 Una pilota de futbol de cuir està formada per 20 hexàgons i 12 pentàgons regulars, de costats 43 mm. L'apotema del pentàgon mesura 2,96 cm.

- a) Quina superfície de cuir es necessita per fer una pilota com aquesta?
- b) Si considerem que aquesta pilota és una esfera. Quin és el seu radi?

