

FUNCIIONS DE PRIMER GRAU



Matemàtiques 3r ESO



Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 3.0 España

Usted es libre de:



copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra



hacer obras derivadas

Bajo las condiciones siguientes:



Reconocimiento. You must attribute this work to [Departament de Matemàtiques de l'IES el SUI](http://www.xtec.cat/ieselsui/) (with link).

Attribute this work:

```
<div xmlns:cc="http://creativecommons.org/ns#" about="http://www.xtec.cat/ieselsui/">
```



No comercial. No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



Compartir bajo la misma licencia. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta.

- Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Advertencia

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por ley no se ven afectados por lo anterior.

FUNCIONS DE PRIMER GRAU

A. Introducció

A.1

En algunes ciutats com Barcelona cada cop és més difícil aparcar. La compra o lloguer d'una plaça de pàrquing es converteix en una despesa prohibitiva. Hi ha molta gent que ha optat per no tenir cotxe, utilitzar transport públic i llogar-ne un, puntualment, el dia que el necessita. El Carles, per exemple, acostuma a fer això. Li hem preguntat quin el preu del lloguer del cotxe i ens ha dit que no ho sap, però que en una llibreteta apunta els quilòmetres que fa i el que li han cobrat.

Quilòmetres fets durant un dia	Quantitat total a pagar
40 Km	37 €
60 Km	42 €
100 Km	52 €
140 Km	62 €

- Dibuixa en uns eixos de coordenades els punts de la taula anterior.
- Ajunta els punts. Amb línies. Es poden ajuntar amb una recta?
- Si et veus capaç, digues quina és la equació de la recta que ha sortit, si creus que no ho saps fer no passa res, fes el següent apartat
- Dibuixa els punts en el Geogebra. Dibuixa la recta que passa per tots els punts (especifica a la llibreta quina eina utilitzes)
- A la finestra algebraica et sortirà la fórmula. Amb botó dret propietats obliga a que la recta tingui la forma $y = mx + n$. Escriu-la a la llibreta
- Quin és el valor de m i què significa en el context?
- Quin és el valor de n i què representa en aquest context?
- Explica quin és el preu de cotxe de lloguer

A.2 La funció de primer grau o funció lineal, és sempre de la forma $y = mx + n$ Al valor m l'anomenem **pendent** i a n l'anomenem **ordenada a l'origen**

- A partir de l'observació del que ha passat en els dos exercicis anteriors intenta explicar quin es el significat general del **pendent** m en una funció de primer grau
- Intenta explicar també quin és el significat general de l'**ordenada a l'origen** n

A.3

Utilitzant el GeoGebra, dibuixa els gràfics de les següents funcions reals de variable real en les que totes les funcions tenen el mateix pendent i diferent "ordenada a l'origen" (Pots utilitzar el fitxer primer_grau.ggb que hi ha al moodle). **Utilitza un mateix sistema de referència cartesià.**

$$f: x \rightarrow 2x$$

$$h: x \rightarrow 2x + 5$$

$$l: x \rightarrow 2x - 4$$

$$g: x \rightarrow 2x + 1$$

$$k: x \rightarrow 2x - 3$$

$$m: x \rightarrow 2x + 3$$

- Què tenen en comú aquests gràfics ?
- En què es diferencien ?
- Quin és el significat matemàtic de l'ordenada a l'origen?

A.4

a) Representa en un mateix sistema de referència els gràfics de les funcions utilitzant el geogebra. Ara tindrem la mateixa ordenada a l'origen i anirem canviant el pendent m .

$$y = x + 3$$

$$y = -2x + 3$$

$$y = 2x + 3$$

$$y = -x/2 + 3$$

$$y = -x + 3$$

$$y = x/2 + 3$$

b) Per quin punt passen totes? A quin punt les rectes anteriors tallen l'eix d'ordenades? De quin nombre depèn la inclinació de les rectes?. Explica el significat matemàtic del pendent m

A.5

Dibuixa els gràfics de les funcions:

$$x \rightarrow 3$$

$$x \rightarrow -2.5$$

$$x \rightarrow 0$$

Què hi observes? Quin és el pendent d'aquestes rectes? A quin punt talla cada recta l'eix d'ordenades?

A.6

a) Fes una explicació clara de com ho pots fer per tal de dibuixar una funció del tipus $y = mx + n$ en uns pocs segons. Inclou a l'explicació el cas particular $m = 0$?

b) Discutiu les diferents propostes en grup i consensueu-ne una. Feu una posta en comú tota la classe i copia a la teva llibreta el millor mètode de tot.

A.7

Intenta ara sistematitzar i **resumir** tots els conceptes introduïts en aquest apartat, relacionant-los amb el que coneixes de la funció de proporcionalitat. Per fer-ho, digues:

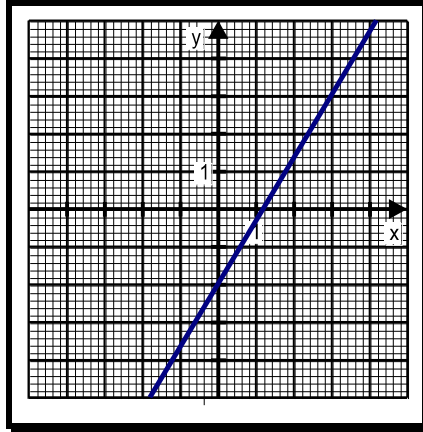
- Quin és el gràfic de les funcions aparegudes en aquest apartat.
- Quina és la fórmula tipus d'aquestes funcions i quina interpretació geomètrica al gràfic tenen els dos paràmetres que hi apareixen?
- Com són entre elles, dues rectes d'igual pendent? Com són les rectes de pendent $m=0$? Quina fórmula tenen? Aquestes funcions s'anomenen **funcions constants**. Per què?
- Recíprocament, si el gràfic d'una funció és una recta: quina fórmula tindrà? Si aquesta recta és paral·lela a l'eix OX : com serà la fórmula? Com es diu la funció que representa? Si dues rectes són paral·leles: quina relació hi ha entre les seves fórmules?
- Les funcions polinòmiques de primer grau en les quals $n \neq 0$, són de proporcionalitat? Les funcions de proporcionalitat, ¿són un cas particular de les funcions polinòmiques de primer grau?

A.8

Prepara uns eixos de coordenades grans en un full quadriculat de la teva llibreta i dibuixa les rectes següents sense taula de valors i amb poc temps. Comprova després si ho has fet bé amb ajut d'un ordinador. Si no coincideix analitza el motiu del teu error.

- a) $y = 3x + 1$ b) $y = -2x + 3$ c) $y = x - 3$ d) $y = -3x + 4$
 e) $y = x - 1$ f) $y = 2x$ g) $y = -x + 2$ h) $y = -5$

A.9 Escriu la fórmula del gràfic següent



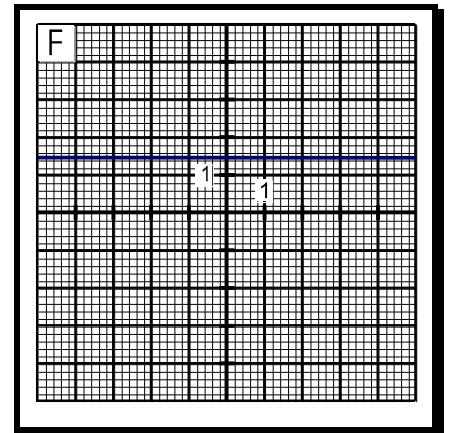
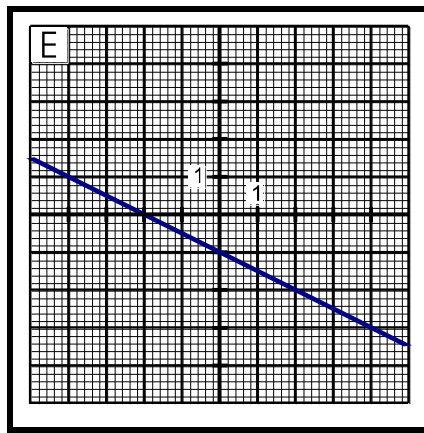
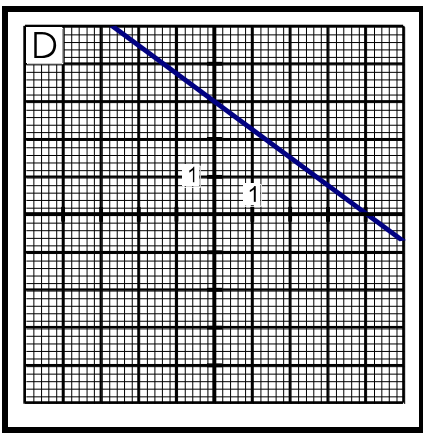
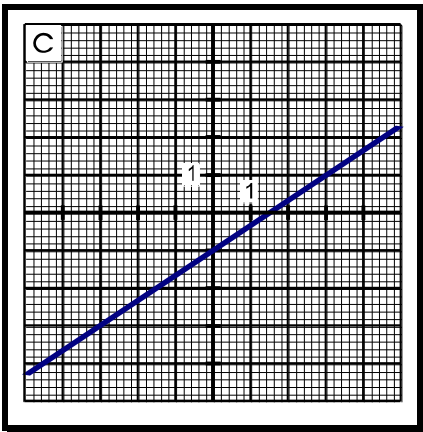
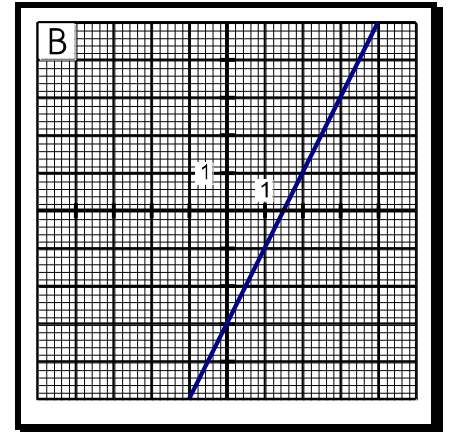
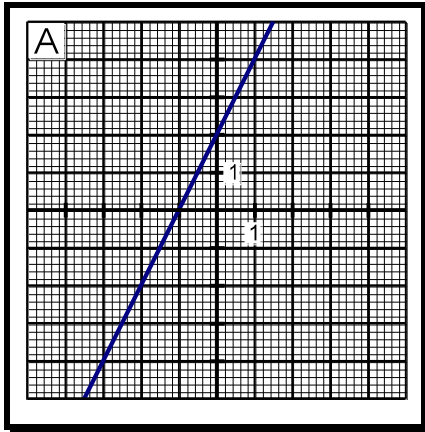
A.10

Dibuixa les rectes i escriu les fórmules corresponents en cadascun del casos següents:

	Pendent	Ordenada a l'origen
a)	5	-3
b)	5	2
c)	-2	2
d)	-2	0
e)	0	0
f)	0	-3
g)	2/3	2
h)	-1/5	1

A.11

Determina el pendent i l'ordenada a l'origen de cadascuna de les rectes dels gràfics següents. Escriu, a més, les fórmules corresponents.



B. PROBLEMES D'APLICACIÓ

B.1

La tarifa dels taxis a una ciutat és de 2 euros per baixada de bandera i 0.20 euros per quilòmetre recorregut. Fes una taula de valors que indiqui el preu del viatge segons els quilòmetres recorreguts i representa-ho en una gràfica.

B.2

En el contracte de treball d'un venedor se li ofereixen dues alternatives :

- Sou fix de 600 euros/mes.
- Sou de 300 euros/mes + 20% de les vendes realitzades.

Construeix la gràfica on es vegi el que guanya segons les vendes realitzades en les dues modalitats de contracte (pots calcular el sou mensual si les vendes són de 200 euros, 400 euros, etc..). Quan ha de vendre per guanyar el mateix en les dues formes? Quan és millor la primera? Quan és millor la segona?

B.3

Suposem, ara que un corredor surt del quilòmetre 3 d'una carretera amb velocitat constant de 8 km/h. Escriu la funció f que indiqui com depèn del temps t el lloc de la carretera on el corredor es troba a cada moment. A més, construeix el gràfic de la funció.

B.4

Dues agències que es dediquen al llogament de pisos tenen diferents sistemes de cobrament d'honoraris: l'agència A cobra 75 euros per servei i l'agència B el 80 per cent d'una mensualitat de les fixades al contracte de lloguer.

- Quant cobraria cadascuna de les agències si el lloguer mensual fos de 60 euros? I si fos de 96 euros? I si fos de 150 euros?
- Anomenem x la quantitat que els llogaters paguen per mes de lloguer i y el que paguen en total (lloguer + agència) el primer mes. Escriu, en tots dos casos, les funcions $x \rightarrow y$ i dibuixa els seus gràfics en un mateix sistema de referència.
- A quina agència t'interessa més anar? A partir de quin lloguer és més avantatjosa una agència que l'altra?

B.5

En calcular el cost d'impressió C d'un cert fullet, es va trobar que variava segons el nombre n d'exemplars publicats d'acord amb la taula següent:

n	C
100	9
200	13
300	17
500	25

on C ve donat en euros.

- Troba una funció que ens doni el cost C de n exemplars

$$f: n \rightarrow C$$

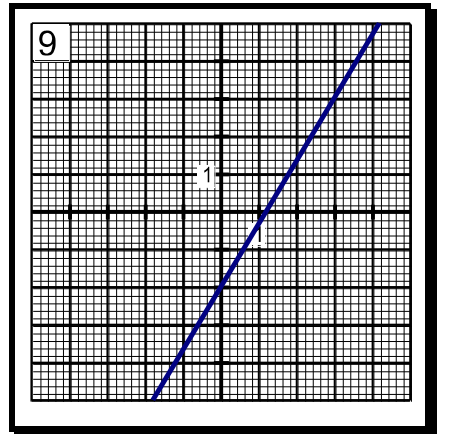
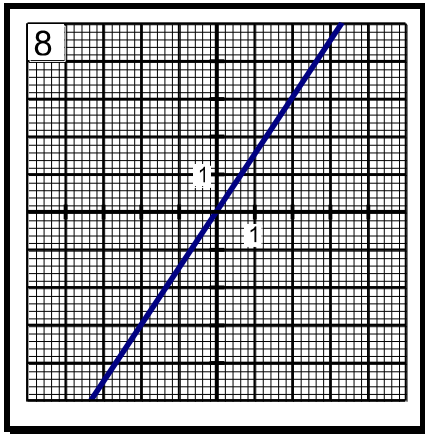
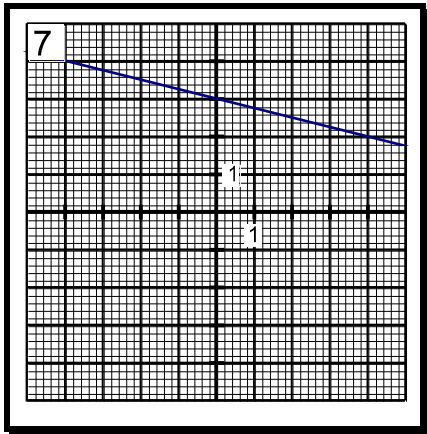
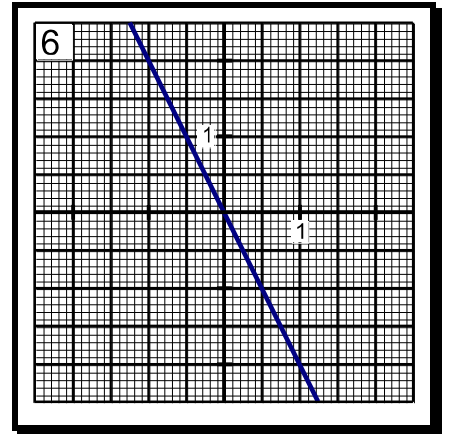
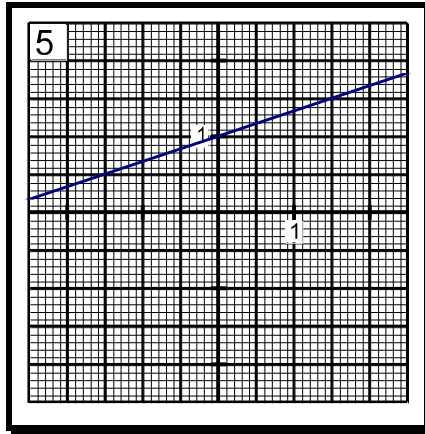
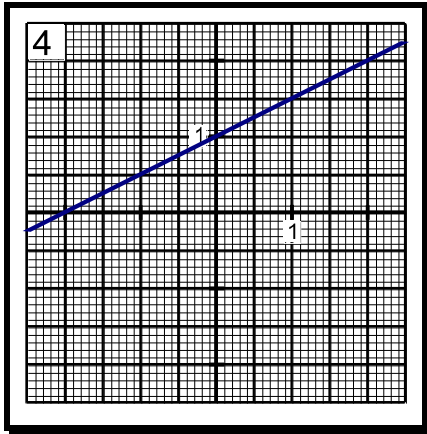
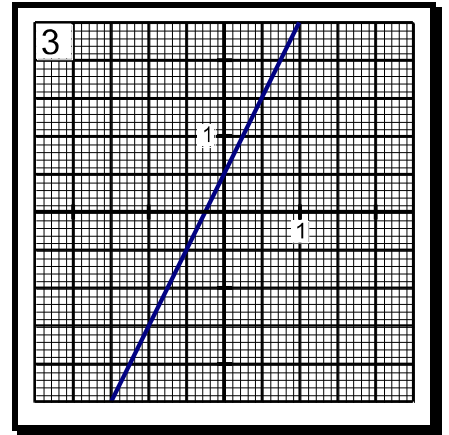
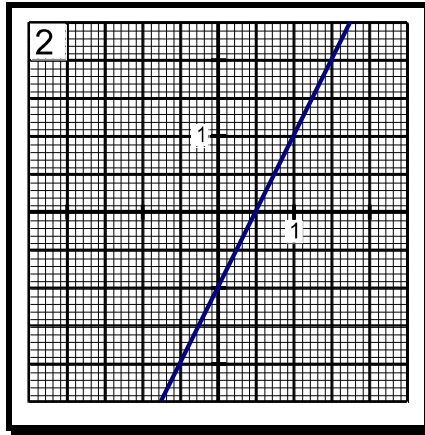
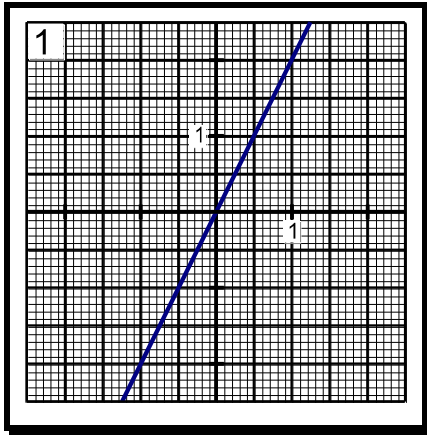
Calcula el cost d'impressió de 8.500 exemplars. Quina interpretació tenen en aquest problema l'ordenada a l'origen i el pendent de la recta? Quin és el domini de la funció?

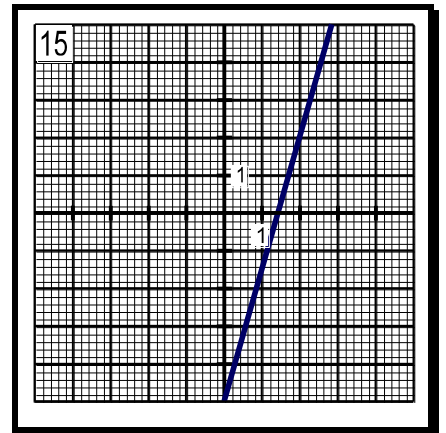
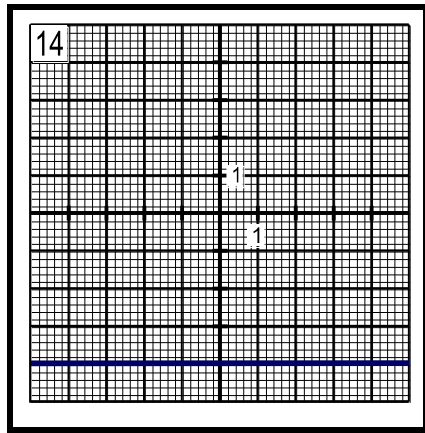
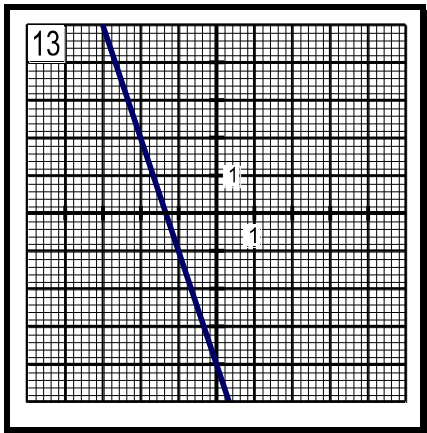
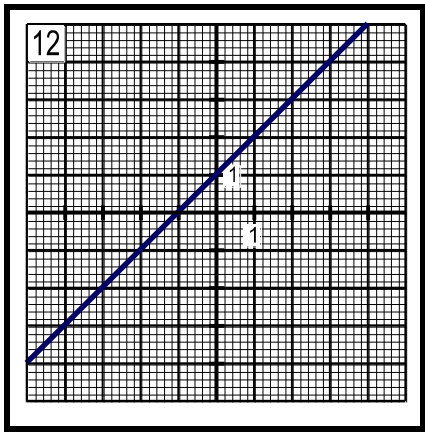
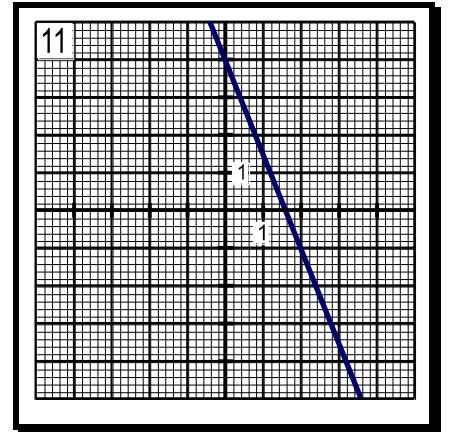
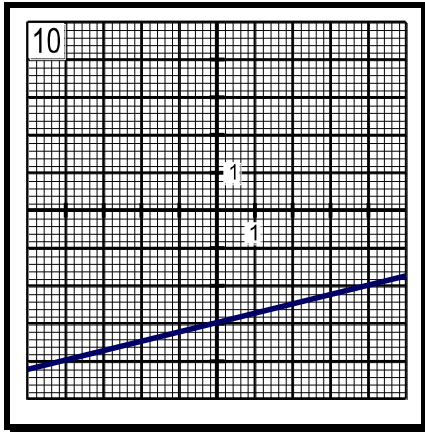
- Quin és el cost mitjà per exemplar si se n'editen 100, 200, 1.000? I si se n'editen n ? Representa aquesta nova funció

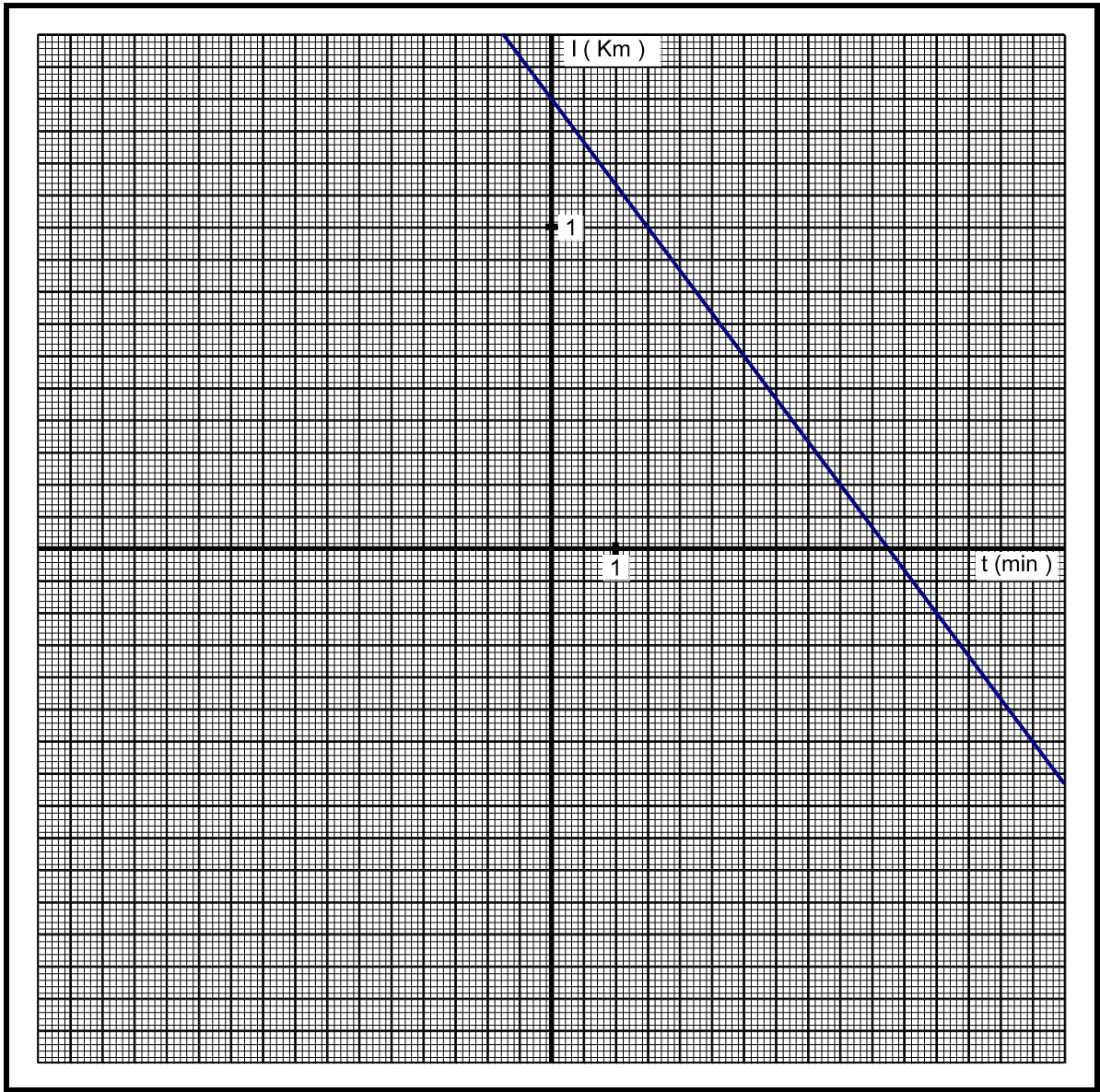
$$n \rightarrow \text{cost mitjà per exemplar}$$

B.6

Troba la fórmula de les funcions següents.






B.7

Un llogater vol aclarir quant paga de gas segons el consum, basant-se en les dades de quatre rebuts (en un període en què no hi ha hagut modificació de tarifes).

Factures corresponents als mesos de :	Consum de gas (m^3)	Import del rebut (euros)
Juny-Juliol 05	92	54,86
Agost-Setembre 05	20	20,30
Octubre-Novembre 05	48	33,74
Desembre 05 - Gener 06	140	77,90

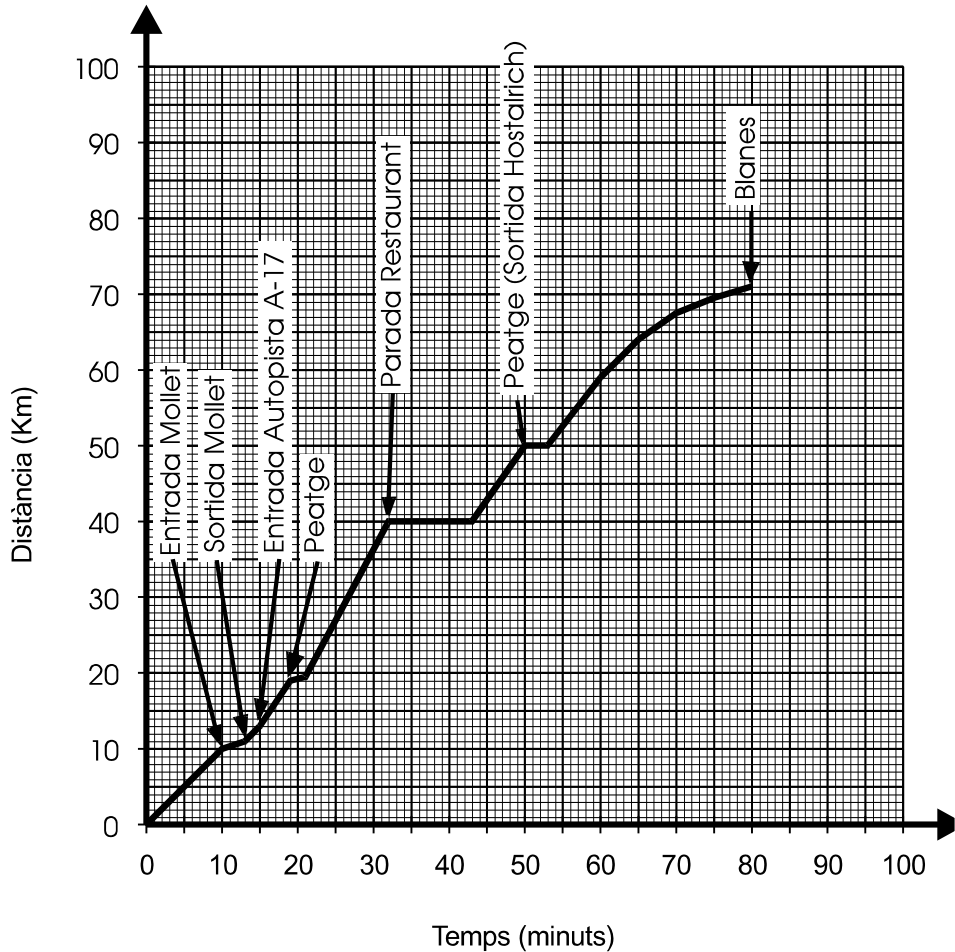
- a) Anomenarem x els m^3 de gas consumits durant els dos mesos d'una facturació, i y l'import del rebut, i estudiarem la funció $x \rightarrow y$. Representa en un gràfic els punts corresponents als quatre rebuts. Té sentit unir els punts amb una línia continua? Per què?
- b) Quin tipus de funció és? Per què? Troba'n l'equació. El preu, és proporcional al consum?
- c) Comprova que tots els rebuts es poden calcular amb la fórmula que has trobat.
- d) Si no hagués gastat gens de gas durant dos mesos, què hauria pagat? Fes una interpretació dels paràmetres de la funció.
- e) Si hi instal·lés calefacció de gas, ha calculat que consumiria $500 m^3$ més cada dos mesos. Què li costa cada m^3 de gas suplementari? Què li costaran els $500 m^3$ de calefacció?
- f) Un veí li diu que el seu rebut era de 49,10 €. Quants m^3 ha gastat?

C. Altres funcions

C.1

El gràfic següent representa la distància recorreguda per un automòbil en un viatge de Sabadell a Blanes:

Relació entre la distància recorreguda per un cotxe i el temps fet servir



- El gràfic anterior representa una **funció definida a trossos**. Perquè creus que té aquest nom?
- Omple la taula següent posant a cada tram si és una funció constant, de primer grau o altres.

temps	Nom funció
[0,10]	F. de primer grau
[10,13]	
[13,19]	
[19,21]	
[21,32]	
[32,43]	
[43,50]	
[50,54]	
[54,80]	

La funció que surt en el problema anterior s'anomena una **funció definida a trossos**, perquè està formada per diferents funcions. Aquestes funcions per representar-les gràficament cal representar per separat la funció en cadascun dels intervals on està definida

C.2

Donada la funció definida a trossos fes la seva representació gràfica:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < 0 \\ 2x & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ 3 + x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

C.3

Donada la funció definida a trossos fes la seva representació gràfica:

$$f(x) = \begin{cases} -2x & \text{si } x < 0 \\ 2x & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

C.4

Quines semblances i quines diferències hi veieu als dos gràfics anteriors?

La funció de l'exercici C.3 és **contínua** (ja que la podem dibuixar sense aixecar el llapis del paper), en canvi la de l'exercici C.2 és **discontínua**

C.5 La Societat General d' Aigües, a fi d'evitar un consum excessiu, ha establert que si el consum és inferior a 10 m³, es paguin a 0,32 €/m³; des de 10 m³ fins a un consum inferior a 37 m³ es pagaran 0,64 €/ m³; i a partir de 37 m³ a 0,96 €/ m³. Escriu l'expressió algebraica de la funció que relaciona el consum d'aigua i l'import i representa-la gràficament. Escriu també la seva fórmula

C.6 En una botiga de venda d'articles a l'engròs, el preu d'una camisa és de 18 € si la quantitat és inferior a 50 unitats. Si la quantitat està compresa entre 50 i 100 el preu és de 14 €. I per quantitats més grans, el preu és de 10 €. Escriu l'expressió algebraica i representa aquesta funció.

Què cal saber	Què cal saber fer
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconèixer els àmbits en què apareix. 2. Variació de la variable dependent per cada unitat de la variable independent: el pendent de la recta 3. Significat de l'ordenada en l'origen. 4. Expressió analítica de les funcions de primer grau. 5. Significat del factor de proporcionalitat o pendent. 6. Representació gràfica de les funcions de proporcionalitat directa en coordenades cartesianes. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconèixer dependències lineals que vinguin donades per la descripció del fenomen o situació, per una taula, per una fórmula o per un gràfic. 2. Donada una funció de primer grau passar d'una forma de representació a un altra (descripció, taula, fórmula o gràfic). 3. Reconèixer i explicar les característiques de la fórmula i el gràfic de les funcions de primer grau. 4. Explicar el significat en general i en cada cas en particular del factor de proporcionalitat o pendent i de l'ordenada en l'origen 5. Representar rectes a partir del pendent i de l'ordenada en l'origen. 6. Identificar el pendent i l'ordenada en l'origen a partir del gràfic.