



FUNCIÓ DE PROPORCIONALITAT

3r ESO



Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 3.0 España

Usted es libre de:



copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra



hacer obras derivadas

Bajo las condiciones siguientes:



Reconocimiento. You must attribute this work to [Departament de Matemàtiques de l'IES el SUI](#) (with link).

Attribute this work:

`<div xmlns:cc="http://creativecommons.org/ns#" about="http://www.xtec.cat/ieselsui/"`



No comercial. No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



Compartir bajo la misma licencia. Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta.

- Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- Alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

Advertencia

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por ley no se ven afectados por lo anterior.

Funció de proporcionalitat .

Objectius :

L'alumne al terminar el tema ha de ser capaç de :

- 1) Reconèixer dependències on hi hagi proporcionalitat o variació proporcional, que vinguin donades per la descripció del fenomen o situació, per una taula, per una fórmula o per un gràfic.
- 2) Donada una funció de proporcionalitat passar d'una forma de representació a un altra (descripció, taula, fórmula o gràfic).
- 3) Reconèixer i explicar les característiques de la fórmula i el gràfic de les funcions de proporcionalitat..
- 4) Explicar el significa en general i en cada cas en particular del factor de proporcionalitat o pendent.
- 5) Representar rectes a partir del pendent
- 6) Identificar el pendent a partir del gràfic.

A. APROXIMACIÓ AL CONCEPTE DE FUNCIÓ

En els problemes del tema "Taules gràfics i fórmules", apareixia informació parcial sobre certs fenòmens en forma de taules, gràfics, regles, etc. Són problemes de naturalesa ben diversa, però tots tenen en comú la noció de **dependència** entre els elements d'un conjunt, **conjunt de sortida**, i els d'un altre conjunt, **conjunt d'arribada**. Agafem, per exemple, el problema del franqueig de les cartes (A.9). La informació que porta la podríem esquematitzar:



El pes de la carta pot agafar **qualsevol** valor dins el conjunt de sortida, per això l'anomenem **variable independent**. El franqueig de la carta **depèn** o és **funció** del seu pes; disposem d'una regla que ens permet, donat el pes de la carta, determinar el valor del franqueig. A més, la regla assigna a cada pes **un i només un valor** del franqueig.

Direm que el franqueig de la carta és la **variable dependent** i el conjunt on pren valors la variable dependent, conjunt d'arribada.

A.1 Fes un esquema semblant per als problemes A.2, A.6 i A.8 de "Taules gràfics i fórmules"

Resumint: una **funció** o aplicació està formada per:

- a) Un conjunt A de valors que pot agafar la variable independent, conjunt anomenat **conjunt de sortida** o **domini de la funció**
- b) Un conjunt B de valors que pot agafar la variable dependent, conjunt anomenat **conjunt d'arribada**
- c) Una regla que designa a cada element del conjunt de sortida **un i només un** element del conjunt d'arribada.

SIMBOLITZACIÓ:

Per indicar una funció f que relaciona elements del conjunt **A** amb elements del conjunt **B** escriurem:

$$f: A \longrightarrow B$$

En l'exemple del franqueig, per simbolitzar que al pes 57 gr. li corresponen 0,54 € escriurem:

$$f(57)=0,54$$

I direm que **0,54 és la imatge de 57 mitjançant la funció f**

B. FUNCIO DE PROPORCIONALITAT

*En aquest tema estudiarem un dels tipus de funció més importants, tant per la seva utilitat com per la seva senzillesa. La funció anomenada **funció de proporcionalitat**.*

Intenta utilitzar en els següents exercicis la notació i vocabulari adient.

B.1 Un alumne de 6 anys pesa 25 kg. Quant pesarà als 12 anys? I als 48? El pes és proporcional a l'edat?. Explica raonadament la resposta i fes un esbós d'un possible gràfic que relacioni l'edat amb el pes.

B.2

- La recepta per fer un flam indica que per 6 persones es necessiten $\frac{3}{4}$ de litre de llet. Quina quantitat necessitariem per fer flam per a 24 persones? I per 1 persona?
- El preu de 15 Kg de taronges és de 12.75 €. ¿quin és el preu d'un Kg? ¿I de 23 Kg?

B.3 Una biòloga està fent un estudi mediambiental en el Montseny i necessita saber l'alçada aproximada d'uns arbres. Per a fer-ho observa la seva ombra i veu que fa 75 cm. Ella sap que la seva alçada és de 1,77 m.

- Abans de res fa el pas a la unitat: quant mesuraria un objecte d'un metre d'ombra?
- Quant mesura un faig de 3,46 m. d'ombra?
- I un castany de 4,22 m d'ombra?

B.4 L'entrenador d'una corredora de fons li cronometra els temps. En els primers 16 segons els resultats són:

Temps (s)	Espai (m)
0	0
2	8
4	16
6	24
10	40
12	48
16	
22	

- Omple les dades que falten i explica com ho fas. Què és pot dir de la marxa de la corredora durant aquest temps? A quina velocitat ha anat durant aquests 22 segons?
- Dibuixa el gràfic d'aquesta funció.
- Explica quina relació hi ha entre l'espai i el temps. Busca la fórmula de la funció **f** que ens doni l'espai recorregut en funció del temps.

B.5 Descriu dues situacions, en una de les quals hi hagi una relació de proporcionalitat i en l'altra no. En cada un dels casos digues, abans de res, quina és la variable dependent i quina la independent. Justifica per què és o no de proporcionalitat amb paraules i ajudant-te d'un croquis del gràfic.

B.6 Un automòbil va a una velocitat de 90 Km/h. Si t és el temps (en minuts) transcorregut des de l'instant en què l'automòbil ha passat per davant nostre i e és l'espai recorregut (en km) des d'aquest instant:

- Quina distància haurà recorregut al cap de 3 minuts? I al cap de 15 minuts? I al cap de 7 minuts? I al cap de 3,5 minuts?
- Dibuixa el gràfic de la funció f : *TEMPS* \longrightarrow *ESPAI*, suposant que se segueix la marxa de l'automòbil durant 15 minuts.
- Quant de temps tarda a recórrer 12 km? I 15 km?
- Quina és la fórmula de la funció?

B.7 Compara els gràfics dels problemes B.4. i B.6.

- Quines característiques tenen en comú?
- Escriu les fórmules corresponents a les funcions d'aquests problemes. Què tenen en comú? Què podem dir del quocient entre l'ordenada i l'abscissa de qualsevol dels punts del gràfic d'una d'elles?
- Intenta donar un model de funció (fórmula general) que generalitzi, almenys, els dos casos anteriors.

*En aquest tema s'han presentat situacions en les que la funció matemàtica que les descriu correspon amb un model matemàtic molt senzill anomenat **funció de proporcionalitat**.*

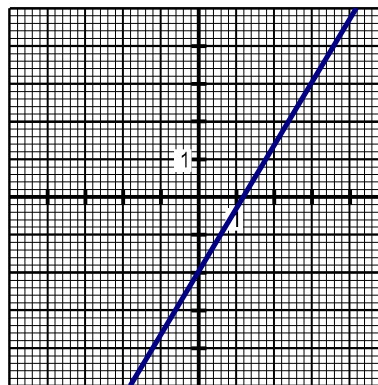
B.8 Perquè una funció sigui de **proporcionalitat** les següents afirmacions s'han de complir: (Completa, en cada cas la frase amb el que creguis més adient:)

- Per a cada unitat de la variable independent, la variable dependent varia (augmenta o disminueix) _____
 - el doble
 - sempre la mateixa quantitat
 - cada vegada menys
 - cada vegada més
- A doble valor de la variable independent li correspon _____ valor de la variable dependent
 - mig
 - quàdruple
 - doble

- c) Al zero li correspon _____
- (1) qualsevol valor
 - (2) el zero
 - (3) el 1
- d) Si coneixem la imatge d'un valor qualsevol i volem saber la imatge de més valors _____
- (1) no ho podem saber si no ens donen més informació
 - (2) ho podem fer passant a la unitat.
 - (3) necessitem la fórmula.
- e) Al dividir qualsevol valor de la variable dependent entre el valor corresponent de la variable independent _____
- (1) Ens dona cada vegada un valor més alt
 - (2) Ens dona sempre el mateix nombre
 - (3) Ens dona sempre valors diferents
 - (4) Ens pot donar el mateix valor o no, depèn.

B.9 Digues en quins dels casos següents creus que hi ha proporcionalitat i en quins no. Per això determina en primer lloc quina és la funció tractada, indicant la variable dependent i la independent, i raona la resposta.

- a) La relació entre els quilòmetres reals i la distància mesurada en un mapa a escala.
- b) La relació entre el preu en euros i el preu en pessetes.
- c) La quantitat d'unitats d'un producte i el preu que ens costi comprar-los si hi ha una oferta amb la que et pots endur 3 unitats pel preu de dues.
- d) La fórmula següent: $y = 5x + 3$
- e) El gràfic següent:



B.10 Dibuixa el gràfic de la funció $y = 2x$ per a valors de x compresos entre -4 i +4. Assenyala sobre el gràfic l'ordenada y i abscissa x per a valors enters de x . Calcula en cada cas el quocient y/x . Són iguals? Quina propietat geomètrica et recorda aquest fet?

B.11 En un mateix sistema de coordenades cartesianes, dibuixa els gràfics de les funcions següents utilitzant un programa del tipus GeoGebra o Graphmatica. (Pots utilitzar el fitxer proporcionalitat.ggb del moodle, si vols) Fes cada gràfic en un color diferent i etiqueta adequadament cada gràfic.

a) $y = 3x$

b) $y = x$

c) $y = -2x$

d) $y = -x$

e) $y = 0.5x$

f) $y = 4x$

- a) Quines coses tenen en comú aquests gràfics i quines coses els diferencien.
- b) Es compleix a cada funció la propietat observada a l'exercici anterior.
- c) Intenta inventar-te un mètode que et permeti dibuixar les següents funcions **¡sense taula de valors!** i utilitzant poc temps. Fes primer el dibuix i comprova després amb l'ordinador si ho has fet bé. Si no ho fas bé millora el mètode fins aconseguir-ho

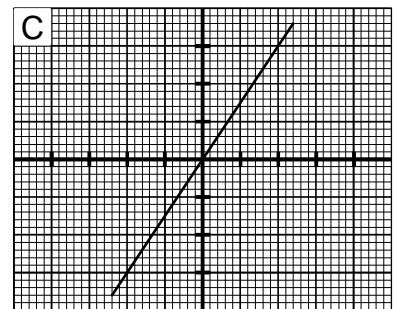
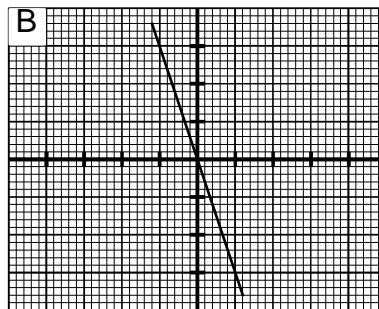
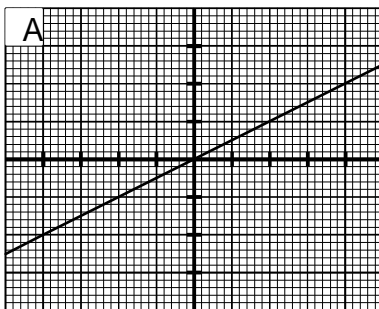
a) $y = 5x$

b) $y = -3x$

c) $y = \frac{1}{2}x$

d) $y = -1,5x$

- d) Explica el mètode que t'has inventat i que t'ha permès dibuixar funcions del tipus $y = ax$
- e) Intenta inventar-te, ara, un mètode que et permeti trobar les fórmules que corresponguin als gràfics següents:



- f) Explica el mètode que t'ha permès calcular fórmules del tipus $y = ax$ a partir dels gràfics

El nombre a de la funció $y = ax$ hom l'anomena **coeficient angular** o **pendent** de la recta. Segons els exercicis anteriors, aquest nombre dona informació sobre l'angle que la recta forma amb l'eix d'abscisses.

B.12 Fes els gràfics següents utilitzant el mètode anterior.

a) $y = 2x$

b) $y = -2.5 x$

c) $y = 6x$

d) $y = -4x$

e) $y = -3x$

f) $y = 1.5 x$

g) $y = -5x$

h) $y = 2.5x$

B.13 Fes els gràfics següents, comprova, després amb ordinador si ho has fet bé

a) $y = \frac{1}{4} x$

b) $y = \frac{2}{3} x$

c) $y = -\frac{3}{5} x$

d) $y = -\frac{1}{2} x$

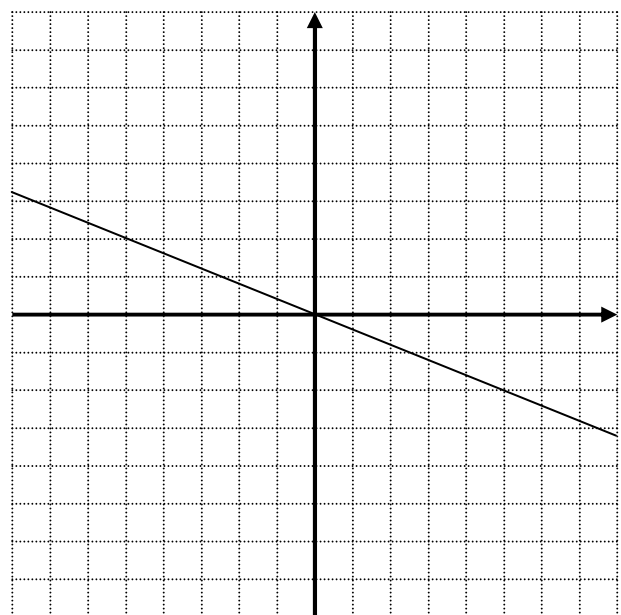
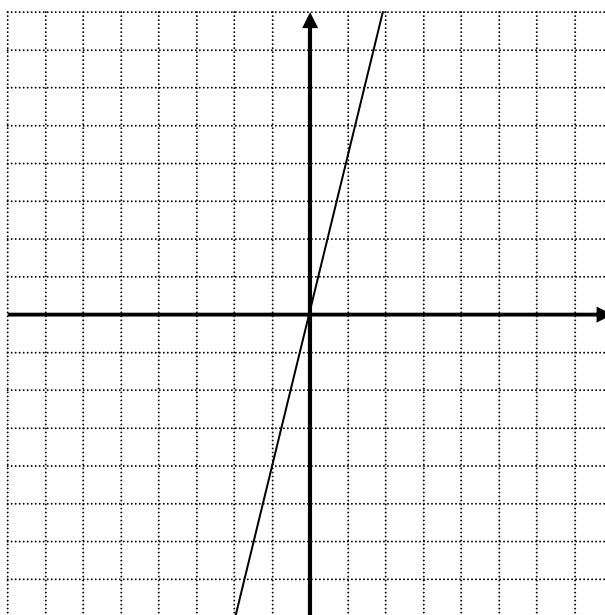
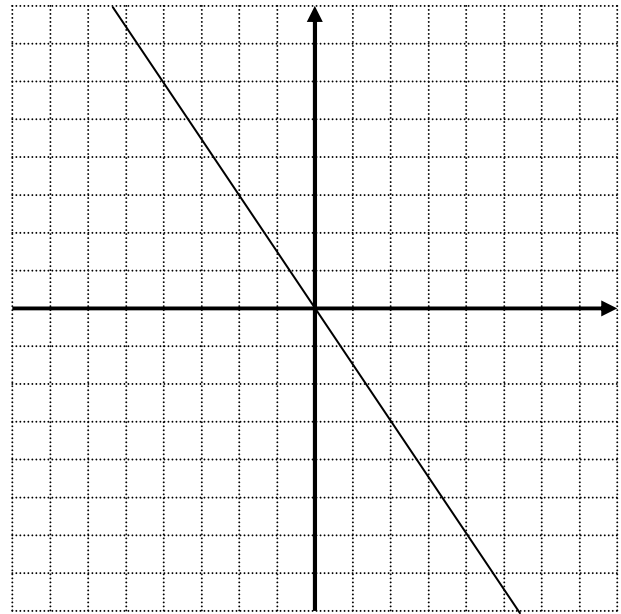
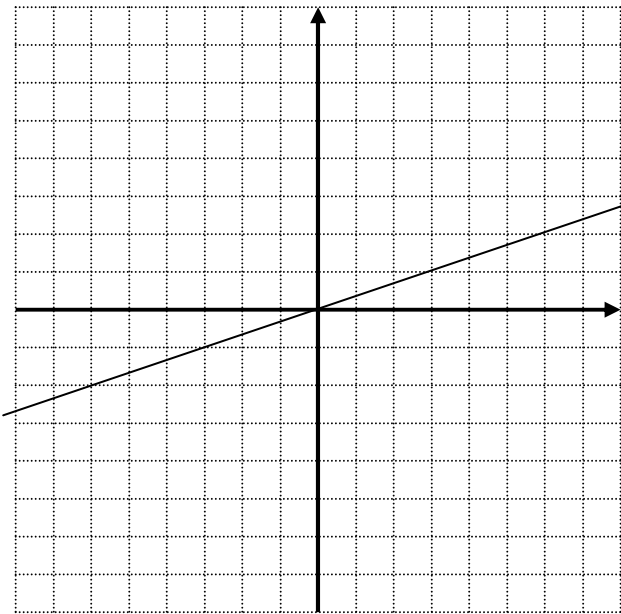
e) $y = \frac{5}{3} x$

f) $y = -\frac{1}{6} x$

g) $y = \frac{5}{4} x$

h) $y = -\frac{7}{3} x$

B.14 Troba la fórmula dels gràfics següents, comprova amb ordinador si ho has encertat.



B.15 Dibuixa el gràfic de la funció $y = x$ Quin és el pendent d'aquesta recta? Quin angle forma aquesta recta amb l'eix d'abscisses? (Agafa la mateixa unitat per als dos eixos. Què passaria si no agafes la mateixa unitat per als dos eixos?)

B.16 Posem una olla amb aigua a 0° al foc i es calenta a raó de 10° per minut

- a) ¿quina temperatura tindrà al cap d'un minut?
- b) ¿quina temperatura tindrà al cap de 3 minuts?
- c) ¿quant temps trigarà en bullir?
- d) Fes un gràfic que representi la temperatura en funció del temps.
- e) ¿És de proporcionalitat? ¿Per què?

B.17 Construeix una taula de valors i representa gràficament les funcions donades per les relacions següents:

- a) El preu d'un habitatge i la seva superfície, si cada metre quadrat costa 1500 €.
- b) L'import de la gasolina que gasta un cotxe i els quilòmetres recorreguts, si cada 100 Km gasta 8 €.

B.18 Una botiga d'electrodomèstics indicava el preu de tots els seus productes sense incloure l'IVA (impost que augmenta un 16% els preus dels productes). Ara volen canviar les etiquetes per indicar el preu amb l'IVA inclòs. Ajuda'ls a fer els càlculs completant la taula següent:

Preu sense IVA	132,5	175	310	325	380
Preu amb IVA					

A continuació escriu la funció que els permetrà actualitzar la resta de preus.
Fes una gràfica de la funció.

B.19 Fent un experiment en un circuit elèctric la Mariona ha pres aquestes mesures de voltatge i intensitat del corrent elèctric:

I (ampers)	0,25	0,5	1	2	3
V (volts)	2,125	4,25	5,5	17	25,5

- a) Què pots dir de la relació que hi ha entre aquestes dues magnituds?.
- b) Ha intentat prendre les mesures amb la màxima cura i exactitud. Malgrat això, un company seu li diu ràpidament que té una d' equivocada. Quina ?
- c) Escriu l'equació de la funció que li permet calcular el voltatge coneguda la intensitat

B.20 Un grup d'amics volen comprar un regal que val 40 €.

a) Completa la taula següent:

Nombre d'amics	1	2	4	5	8	10	20
€ que paga cadascú			10				

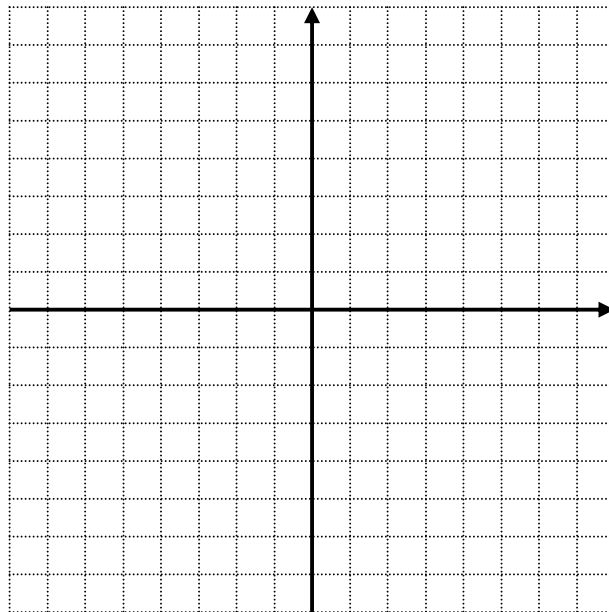
b) Representa aquests punts en un gràfic.

Fixeu-vos que en aquest cas es compleix que sempre la multiplicació del nombre d'amics pels euros que paguen és constant i val 40€. En conseqüència quan augmenta una variable, l'altra disminueix. També haureu observat que la seva representació no és una recta.

Si entre dues magnituds hi ha una relació inversa, és a dir, si quan una d'elles augmenta l'altra disminueix en la mateixa proporció, s'anomenen magnituds inversament proporcionals i la seva expressió és $y \cdot x = k$ (k és una constant) o el que és el mateix $y = k/x$ que és la funció inversament proporcional i té per gràfica una hipèrbola. La hipèrbola té dues asímptotes.

B.21 Representeu gràficament la funció $f(x) = 6/x$ omplint primer la taula següent:

X	-6	-4	-3	-2	-1,5	-1	-0,5	0,5	1	1,5	2	3	4	6	12
F(x)															



B.22 És l'aniversari de la meva germana que fa 3 anys i té una bossa de 30 caramels que vol repartir entre les seves amigues a la festa. Si vol que totes tinguin el mateix nombre de caramels, i diem y el nombre de caramels que rep cada amigueta i x el nombre d'amigues que van a la festa, escriu una fórmula i fes un gràfic que resol el problema.

B.23 Representa les funcions següents:

a) $y = 8 / x$

b) $y = 10 / x$

c) $y = - 8 / x$

Què cal saber	Què cal saber fer
<ol style="list-style-type: none"> 1. Aplicacions immediates de la proporcionalitat: percentatges, interessos, descomptes... 2. Variació de la variable dependent per cada unitat de la variable independent. 3. Variables en situació de proporcionalitat directa. 4. Expressió analítica de les funcions de Proporcionalitat directa. 5. Significat del factor de proporcionalitat. 6. Representació gràfica de les funcions de proporcionalitat directa en coordenades cartesianes. 7. El pendent de la recta. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconèixer dependències on hi hagi proporcionalitat o variació proporcional, que vinguin donades per la descripció del fenomen o situació, per una taula, per una fórmula o per un gràfic. 2. Donada una funció de proporcionalitat passar d'una forma de representació a un altra (descripció, taula, fórmula o gràfic). 3. Reconèixer i explicar les característiques de la fórmula i el gràfic de les funcions de proporcionalitat.. 4. Explicar el significa en general i en cada cas en particular del factor de proporcionalitat o pendent. 5. Representar rectes a partir del pendent. 6. Identificar el pendent a partir del gràfic.