



Seguint les petjades còsmiques

Laura Latorre Garcia
Tutor: Anicet Cosialls
Curs: 2n de Batxillerat A-C

Treball de Recerca
Curs 2008/09
- IES Guindàvols -

*“Si he sigut capaç de veure més lluny, es degut a que estava encimbellat a
muscles de gegants”.*

Isaac Newton

*“Restringir l'accés al camp del coneixement a un petit grup, mata l'esperit
filosòfic de la gent i condueix a la pobresa espiritual”.*

Albert Einstein

Índex

1. Introducció	pàg. 6-7
➤ <i>Abstract</i>	pàg. 6
2. Fent una mica d'història	pàg. 8-9
3. Objectius generals	pàg. 10
4. Determinacions de magnituds astronòmiques.	
4.1 Pràctica 1.- Determinació experimental del radi de la Terra tot seguint a Erastòtenes	pàg. 11-23
1. Objectius.....	pàg. 12
2. Fent una mica d'història.....	pàg. 12-15
3. Disseny experimental.....	pàg. 15-20
3.1 Descripció de l'experiment.....	pàg. 15-17
3.2 Procediments.....	pàg. 17
3.3 Utilatge.....	pàg. 18
3.4 Esquema del muntatge.....	pàg. 19-20
4. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.....	pàg. 21-22
5. Conclusions.....	pàg. 23
4.2 Pràctica 2.- Determinació experimental de la distància de la Terra al Sol	pàg. 24-31
1. Objectiu.....	pàg. 25
2. Fent una mica d'història.....	pàg. 25
3. Disseny experimental.....	pàg. 25-29
3.1 Descripció de l'experiment.....	pàg. 25-27
3.2 Procediments.....	pàg. 27
3.3 Utilatge.....	pàg. 28
3.4 Esquema del muntatge.....	pàg. 28-29
4. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.....	pàg. 29-31
5. Conclusions.....	pàg. 31
4.3 Pràctica 3.- Determinació experimental de la distància de la Terra a la Lluna	pàg. 32-39
1. Objectiu.....	pàg. 33
2. Disseny experimental.....	pàg. 33-38
2.1 Descripció de l'experiment.....	pàg. 33-37
2.2 Procediments.....	pàg. 37
2.3 Utilatge.....	pàg. 37
2.4 Esquema del muntatge.....	pàg. 38
3. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.....	pàg. 38-39
4. Conclusions.....	pàg. 39

4.4 Pràctica 4.- Determinació experimental del diàmetre de la Lluna.....	pàg. 40-46
1. Objectiu.....	pàg. 41
2. Disseny experimental.....	pàg. 41-44
2.1 Descripció de l'experiment.....	pàg. 41 i 42
2.2 Procediments.....	pàg. 41 i 43
2.3 Utilitatge.....	pàg. 43
2.4 Esquema del muntatge.....	pàg. 44
3. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.....	pàg. 44-45
4. Conclusions.....	pàg. 46
4.5 Pràctica 5.- Determinació experimental del radi d'alguns cràters lunars.....	pàg. 47-56
1. Objectius.....	pàg. 48
2. Fonaments teòrics.....	pàg. 48
3. Disseny experimental.....	pàg. 48-51
3.1 Descripció de l'experiment.....	pàg. 48-49
3.2 Procediments.....	pàg. 49
3.3 Utilitatge.....	pàg. 50-51
3.4 Esquema del muntatge.....	pàg. 51
4. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.....	pàg. 52-55
5. Conclusions.....	pàg. 56
4.6 Pràctica 6.- Determinació experimental del període de rotació de la Lluna.....	pàg. 57-64
1. Objectiu.....	pàg. 58
2. Fonaments teòrics.....	pàg. 58
3. Disseny experimental.....	pàg. 59-60
3.1 Descripció de l'experiment.....	pàg. 59
3.2 Procediments.....	pàg. 59-60
3.3 Utilitatge.....	pàg. 60
3.4 Esquema del muntatge.....	pàg. 60
4. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.....	pàg. 61-64
5. Conclusions.....	pàg. 61
4.7 Pràctica 7.- Determinació experimental de l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna.....	pàg. 65-71
1. Objectiu.....	pàg. 66
2. Disseny experimental.....	pàg. 66-68
2.1 Descripció de l'experiment.....	pàg. 66-67
2.2 Procediments.....	pàg. 67
2.3 Utilitatge.....	pàg. 68
2.4 Esquema del muntatge.....	pàg. 68
3. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.....	pàg. 69-71
4. Conclusions.....	pàg. 71

4.8 Pràctica 8.-	Determinació experimental de la
massa de la Lluna.....	pàg. 72-75
1. Objectius.....	pàg. 73
2. Disseny experimental.....	pàg. 73-74
2.1 Descripció de l'experiment.....	pàg. 73-74
2.2 Procediments.....	pàg. 74
3. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.....	pàg. 74-75
4. Conclusions.....	pàg. 75
4.9 Pràctica 9.-	Determinació experimental de la
massa de la Terra.....	pàg. 76-81
1. Objectius.....	pàg. 77
2. Disseny experimental.....	pàg. 77-80
2.1 Descripció de l'experiment.....	pàg. 77-80
2.2 Procediments.....	pàg. 80
3. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.....	pàg. 80-81
4. Conclusions.....	pàg. 81
4.10 Pràctica 10.-	Determinació experimental del radi mitjà
de les orbites dels satèl·lits galileians i del se període de revolució.....	pàg. 82-101
1. Objectius.....	pàg. 83
2. Fent una mica d'història.....	pàg. 83-84
3. Identificació dels satèl·lits galileians.....	pàg. 84
4. Moviment dels satèl·lits galileians.....	pàg. 85
5. Disseny experimental.....	pàg. 85-90
5.1 Descripció de l'experiment.....	pàg. 85-87
5.2 Procediments.....	pàg. 87-88
5.3 Utilitatge.....	pàg. 89-90
5.4 Esquema del muntatge.....	pàg. 90
6. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.....	pàg. 91-101
5. Conclusions.....	pàg. 101
4.11 Pràctica 11.-	Determinació experimental de la
massa de Júpiter.....	pàg. 102-109
1. Objectius.....	pàg. 103
2. Fent una mica d'història.....	pàg. 103
3. Disseny experimental.....	pàg. 104-107
3.1 Descripció de l'experiment.....	pàg. 104-106
3.2 Procediments.....	pàg. 107
4. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.....	pàg. 107-109
5. Conclusions.....	pàg. 109
5. Conclusions generals.....	pàg. 110-112
6. Agraïments.....	pàg. 113
7. Bibliografia.....	pàg. 114-115

8. Annexes.....	pàg. 116-127
- Annex I.- Muntatge d'una cambra fosca.....	pàg. 116-119
- Annex II.- Configuració i ús del programari <i>Stellarium</i>	pàg. 120-121
- Annex III.- Mesura de la posició relativa dels satèl·lits Galileians respecte el centre de Júpiter mitjançant el programari AUTOCAD 2007.....	pàg. 122-123
- Annex IV.- Astrofotografia de la Lluna.....	pàg. 124-127

1. Introducció

➤ **Abstract**

Since I was a child I had already had fascination to explore our world since the perspective of an astronomer. When my tutor proposed me to study our planet and the Solar System using simple methods' which are in my hands, I thought that this work would mean restarting my activity more carefully.

The study of the universe started long time ago. The formulated theories and the experiments done have led human existence to progress go further in the knowledge of our cosmos. My proposal is to follow the astronomer's footsteps to discover the wonderful hidden secrets.

So, my research essay is a compilation of various experimental practices each one of which allows me to reach some resolutions.

The calculations of these astronomical magnitudes have showed me the way, which includes other paths, of the continuous discovery about creation, formation and evolution of our cosmos.

As Isaac Newton declared: "If I have been able to see more over there is because I was raised on the top of giants shoulders".

This research essay tries to be one way to understand one part of the complex universe from a closer pint of view, joining the use of mathematics and physics.

Come on! Let's follow the cosmic footsteps!

La meua atracció per les estrelles es remunta des de que era petitona. Una de les coses que esperava amb il·lusió dels "Reis Mags" era un telescopi, de plàstic, però un telescopi.

Quan va ser l'hora de decidir el tema d'investigació del meu treball de recerca, després d'haver consultat molts llibres i haver-me fet múltiples propostes ninguna m'acabava de fer el pes.

Quan vaig parlar-li a l'Anicet, el que poc després seria el meu tutor del treball, de la meua desorientació, de seguida va fer més extens el meu ventall de possibilitats ja que em va comentar que era possible mesurar el radi de la Terra tot seguint a Erastòtenes.

Jo que em vaig parar a pensar-ho detingudament uns instants, vaig veure que això anava més enllà. No solament significava una simple determinació sinó que simbolitzava un progrés en la concepció del món, un progrés per la humanitat. Això suposava la possibilitat de dur a terme experimentacions astronòmiques amb un utilatge al nostre abast i indirectament, em suscitava la possibilitat de dur a terme moltes més pràctiques que permetrien fomentar el meu aprenentatge en aquest àmbit.

Des d'aquell moment, la bombeta se'm va il·luminar, vaig saber que aquell havia de ser el meu camp d'investigació. Res més bonic que observar el cel i descobrir què s'hi amaga.

Així va ser com vaig decidir reprendre el meu interès per l'observació astronòmica, però llavors, a més, adquiria significat per a mi ja que podia tractar-ho des d'un punt de vista científic, el qual mai hagués pogut assolir quan era petita.

Vaig pensar que aquella era una bona ocasió per endinsar-me en aquest món ja que els coneixements adquirits fins aquell moment, serien els que em permetrien donar un pas més enllà per dur a terme un aprenentatge més profund d'aquest món misteriós en el que vivim i per fi, tot això estava a l'abast de les meves mans.

Així doncs, vaig arribar a trobar el camí que havia de seguir en el meu estudi. El camí de l'astronomia, el qual ja havia set traçat per múltiples savis des de l'existència de la humanitat.

El meu objectiu estava clar, seguir les seves petjades, dur a terme un seguit de determinacions experimentals de magnituds astronòmiques. Duria a la pràctica les seves teories o plantejaments científics emprant un utilitatge senzill. I així, veure que a través d'aquesta sendera, se'n deriven altres viaranyes. Que a través d'una determinació, puc arribar a fer-ne una altra i així tot plegat, veure construïdes un conjunt de rutes traçades i vinculades al progressiu avenç de la humanitat.

Aquest treball, centrat en determinacions experimentals al voltant del nostre sistema solar, està estructurat en un conjunt de pràctiques interrelacionades entre si, és a dir, partint d'unes estimacions en podem extreure la realització d'unes altres. Es plantegen una sèrie d'objectius que es van ampliant al llarg de tot el treball i es duen a la pràctica a través de diferents mètodes.

Aquestes experiències, que no es basen en res més que en seguir els passos realitzats per els nostres magnífics descobridors i que han marcat la història de la humanitat en cada segle, s'han dut a terme amb un utilitatge no massa complex com és un telescopi d'afecionat (tipus F/10) i alguns instruments que poden ser realitzats per un mateix, com un gnòmon i una cambra fosca.

També he treballat molt amb l'ordinador i amb programaris com el Multilab, l'AUTOCAD 2007, l'*Stellarium*..., els quals m'han servit de base per a realitzar els meus càlculs.

Com tot treball laboriós, també ha requerit molt d'esforç i dedicació.

A pesar de les dificultats, mai em vaig deixar vèncer gràcies a que la passió per el meu treball sempre ha passat per davant. Aquest s'ha dut a terme amb el mateix deler que va impregnar i conduir els nostres històrics astrònoms a elaborar totes unes elaborades teories, per tal de dur-les a la pràctica i amb la finalitat de descobrir i mitigar el desig de conèixer el cosmos.

A través del meu treball, pretenc transferir i despertar en vosaltres l'afany de conèixer una part del univers de més a prop. Guiar-vos per els camins, ja traçats, que oculten misteris i satisfaccions per al nou aventurer.

Vull donar la possibilitat de ficar-vos en la pell d'aquests navegants que solquen el cel i compartir amb tots vosaltres molt més que un simple viatge.

Així que, atreviu-vos a ser captivats pels celats secrets del cosmos i resseguiu les seves petjades! Darrere d'una immensitat hi ha ocultes meravelloses trivialitats...

2. Fent una mica d'història

L'astronomia ja es va obrir camí des de l'antiguitat. Els nostres avantpassats prehistòrics, encuriosits per el que observaven, ja van saber interpretar el moviment estel·lar i planetari, amb la mescla d'entitats màgiques, mitològiques i religioses. Van concebre les regularitats de la nit i el dia. El transcorregut cíclic del Sol i la Lluna, per elaborar els seus propis calendaris lunars, per orientar-se en la navegació, per establir les èpoques i el fenomen estacionari que tant els influïa en la seva vida diària.

En l'astronomia clàssica, situada a Grècia i més endavant a Alexandria, van començar a mesclar-se diversos mètodes d'interpretació del firmament.

Alguns teòrics defensaven que la Terra era plana, mentre que Tales de Milet (s. VII aC), ja concebia l'esfericitat de la Terra.

La defensa no va ser prou contundent, fins que Erastòtenes (276 aC al 194 aC) ho va demostrar tot calculant el radi de la Terra.

Aristòtil (384 aC al 322 aC) considerava que la Terra era immòbil i va formular la teoria geocèntrica, situant la Terra al centre de l'univers i al voltant de la qual giraven tots els astres. Claudi Ptolomeu (100 -170) va ampliar aquesta teoria, mitjançant l'aplicació d'estudis matemàtics al comportament dels astres.

Per altra banda, Aristarc de Samos (310 aC al 230 aC) va concebre els primers principis de la teoria heliocèntrica, model en que es situa la Terra orbitant al voltant del Sol (com a centre de l'univers), a partir dels càlculs de la distància de la Terra a la Lluna i de la Terra al Sol. Tot hi això, la teoria errònia geocentrista, va ser la que es va acceptar i la que va persistir durant aproximadament 2000 anys més.

A l'Edat Mitjana, aquesta teoria es va posar en dubte per Nicolau Copèrnic (1477-1543). Amb fonaments convincents que donaven suport a la teoria heliocèntrica mitjançant l'aplicació d'uns principis matemàtics.

Galileu Galilei (1564-1642), amb el recurs del seu propi telescopi, va observar i descriure l'òrbita que seguien les llunes de Júpiter al voltant d'aquest planeta i va ser el primer en utilitzar la mesura d'una forma sistemàtica, en realitzar experiments cronometrats.

Johanes Kepler (1571-1630), a partir de l'estudi dels documents que va heretar de Tycho Brahe i les seves pròpies observacions, va suggerir que els planetes no seguien òrbites circulars, sinó el·líptiques. Les aportacions de tots dos, van ser molt significatives en la corroboració i ampliació d'aquesta teoria heliocèntrica. Van fer que es replanteges la teoria establerta i van impulsar la recerca del coneixement verdader del univers. Tota una revolució científica.

En l'astronomia moderna, Isaac Newton (1642-1727) va vincular les teories de Galilei, Kepler i Brahe amb l'estudi de la gravetat i la conformació de la *Llei de la Gravitació Universal* a partir de càlculs matemàtics. Així, va tenir inici la unificació de l'astronomia i la física (l'astrofísica).

A partir dels telescopis reflectors newtonians i aquest seguit de descobriments, es va profunditzar l'expedició, sorgint nombroses troballes rellevants.

També cal destacar, el inici de la creació de mapes i planisferis basats en la interpretació de l'estructura del univers i en els càlculs de latituds i longituds; així com la introducció del

sistema de la paral·laxi, per mesurar la distància a una estrella des d'ubicacions diferents. La qual cosa requereix una mesura precisa del temps i de la distància geogràfica.

Al 1785 Herschel (1738-1822) va fer un mapa de la nostra galàxia com una estructura aplatada, fent l'estimació d'unes 100 milions d'estrelles en ella, tot determinant el seu diàmetre.

Així doncs, per fer-se una idea de l'estructura de l'univers, es fonamental mesurar les distàncies als astres.

Fins als inicis del segle XX, sobre el 1924, es pensava que tot l'univers estava format per tot el que es podia observar quan es mirava el cel a ull nu. Però, va ser gràcies a les mesures astronòmiques de Edwin Hubble (1889-1953) que es va poder determinar la distància fins a la galàxia Andròmeda, abans considerada una nebulosa de la Via Lactea, i així demostrar que múltiples cossos celests no formen part de la nostra galàxia.

De manera que es van trencar les expectatives que es tenien de l'univers, ja que, juntament amb Albert Einstein (1879-1955) i la seva Teoria de la Relativitat, també es va demostrar que l'univers es trobava en expansió. Tot això ha significat un important avenç en la concepció del món per l'ésser humà, vist que ha contribuït a fer-nos adonar que ens trobem en un punt no privilegiat del immens univers.

Des del segle XIX la tècnica instrumental i els mètodes de mesura van avançant a ritme continu, es fan investigacions amb els espectres que emeten els cossos (radioastronomia), s'introdueixen els fotòmetres, s'avança en la fotografia...

Actualment, sabem que vivim en un sistema solar localitzat a la perifèria de la via Lactea, composta per milers de milions de sols. La qual pertany a un conjunt galàctic, que a la vegada es situa en un supercúmulo de galàxies distribuïdes en un univers isotròpic i en expansió accelerada, del qual sol en coneixem un 5% (el que s'anomena matèria ordinària).

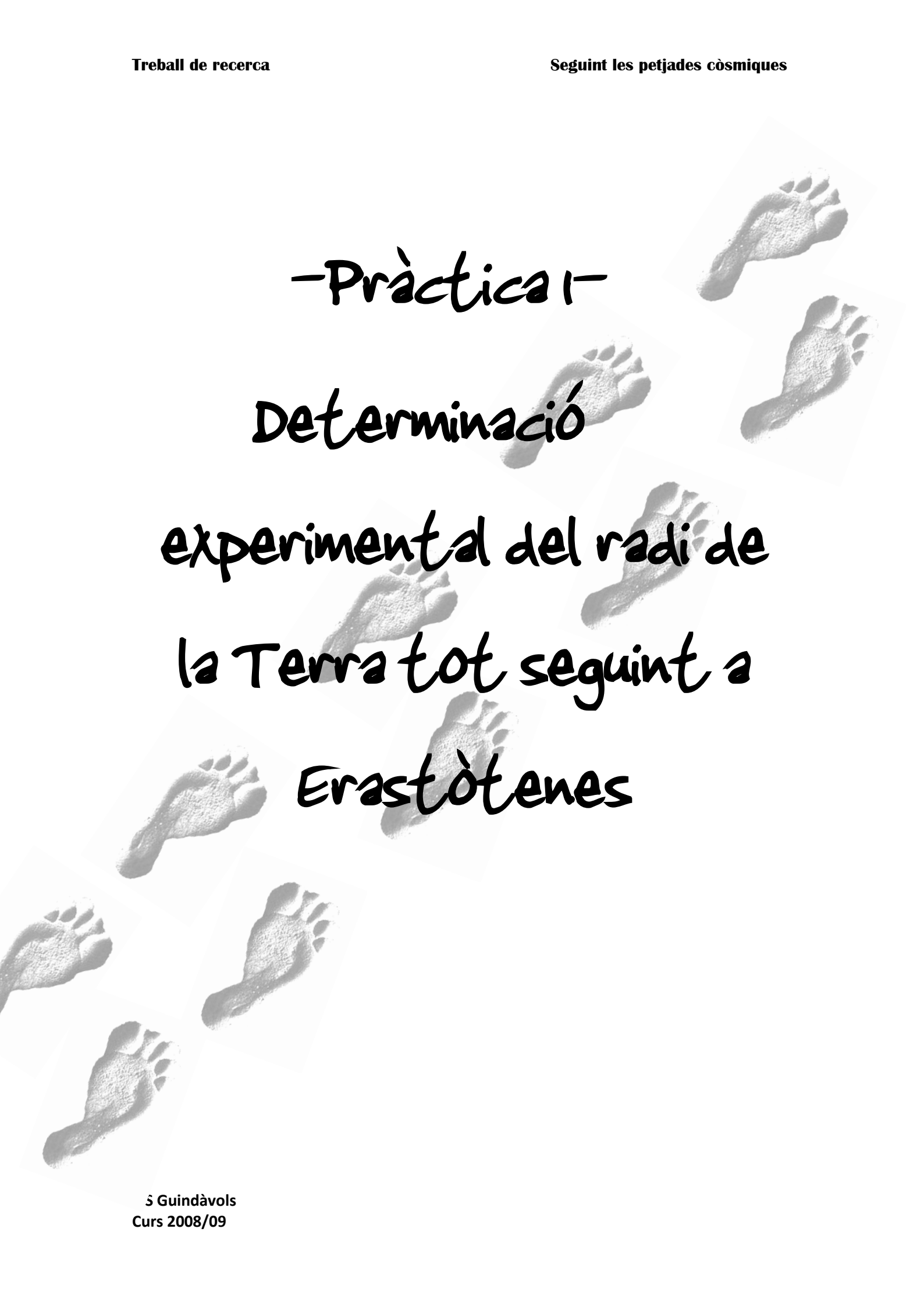
Podem observar doncs, gràcies a l'aplicació pràctica de diferents teories basades en sistemes matemàtics i físics, que es poden revelar l'existència de múltiples fenòmens i efectes que, sense models numèrics no podríem.

En conclusió, les mesures astronòmiques han set i seran molt importants per conceptualitzar la formació, l'evolució i la fi del univers.

3. Objectius generals

En aquest recull d'onze pràctiques experimentals basades en la determinació d'un seguit de magnituds astronòmiques ens hem proposat assolir els següents objectius:

- 3.1** Conèixer l'evolució de l'astronomia al llarg del temps.
- 3.2** Determinar experimentalment el radi de la Terra.
- 3.3** Determinar experimentalment la distància de la Terra al Sol.
- 3.4** Determinar experimentalment la distància compresa entre la Terra i la Lluna.
- 3.5** Determinar experimentalment el diàmetre de la Lluna.
- 3.6** Determinar experimentalment el radi d'alguns cràters lunars.
- 3.7** Determinar experimentalment el període de rotació sideral de la Lluna.
- 3.8** Determinar experimentalment l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna.
- 3.9** Determinar experimentalment la massa i la densitat de la Lluna.
- 3.10** Determinar experimentalment la massa i la densitat de la Terra.
- 3.11** Determinar experimentalment el radi mitjà de les orbites dels satèl·lits galileians i del seu període de revolució.
- 3.12** Determinar experimentalment la massa i la densitat de Júpiter.

The background of the page is a light gray with a pattern of footprints. The footprints are arranged in a way that suggests a path or journey, with some footprints appearing to lead towards the center of the page where the title is located. The footprints are in various shades of gray and are scattered across the entire page.

-Pràctica I-

Determinació

experimental del radi de

la Terra tot seguint a

Erastòtenes

- Pràctica 1 -

Estimació experimental del radi de la Terra tot seguint a Erastòtenes

1. Objectius

- Dissenyar i construir un gnòmon.
- Fer una estimació experimental del radi de la Terra tot seguint a Erastòtenes.

2. Fent una mica d'història

- **Procediment d'investigació que va seguir Erastòtenes**

Durant molt de temps, en l'època antiga, es va creure que la Terra era plana, sense arguments raonables ni fets que donessin suport a aquesta teoria. Però, perquè actualment no seguim creient aquesta idea dels nostres avantpassats? Per què o què a canviat el pensament de la gent? Com podem creure que realment és esfèrica?

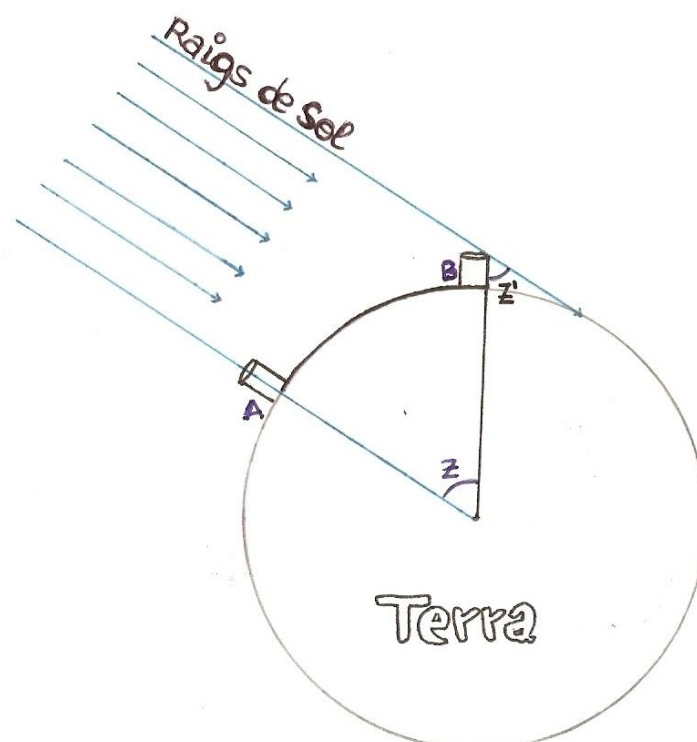
Doncs bé, totes aquestes preguntes tenen la seva resposta i em conduirà a contestar-les a través de fets demostrables. Ho experimentaré de primera mà a través del mètode de mesura del radi de la Terra que va utilitzar Eratóstenes, el primer home que ho va verificar i així va reconduir el pensament de la gent de l'època en quant a la forma de la Terra.

Eratóstenes; astrònom, poeta, filòsof, historiador, geògraf, crític teatral i matemàtic; va néixer a Cyrene (Llívia) l'any 276 aC i va morir a Alexandria al 194 aC. Va treballar com a tercer director a la Biblioteca d'Alexandria (*Allskandariyah*), on va descobrir uns papirs d'observacions fetes a Siena (A)-actual *Assuan*-, en els quals s'exposava que els rajos de sol del migdia del 21 de juny, al incidir sobre un pou ho feien verticalment, sense provocar-li cap ombra. Ell, que ja sospitava que la Terra no era plana, va realitzar les mateixes observacions a Alexandria (B) el mateix dia i al mateix moment, descobrint que, en aquest pou sí que s'hi dibuixava una ombra.

A partir d'aquí, va decidir realitzar l'experiència, que posteriorment seria tan significativa per la humanitat; va calcular l'angle format entre els rajos del sol i la direcció del pou mesurant la longitud de l'ombra projectada. Aquest angle (Z') fou d'uns 7,2º aproximadament i coincideix amb la diferència de la latituds entre les ciutats de Siena i Alexandria (Z) [vegeu imatge 0.1 i 0.2].

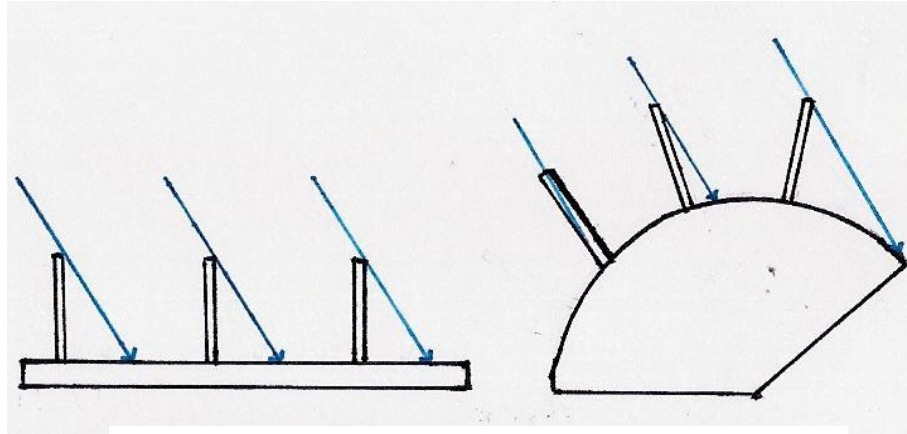


Imatge 0.1.- Distància AB compresa entre Siena (A) -actual Assuan- i Alexandria (B).
Font: <http://maps.google.es>



Imatge0.2- Diferència de latituds, Z, entre Siena (A) i Alexandria (B).

A partir d'aquests estudis, va deduir que la Terra no podia ser plana perquè si així fos, les dues ombres projectades a la mateixa hora del mateix dia, haurien de mesurar el mateix, ja que els rajos solars que incideixen paral·lelament sobre la Terra es distribuïrien uniformement per tota la superfície (vegeu imatge 0.3).



Imatge 0.3- Incidència paral·lela dels rajos solars sobre la superfície.

A partir d'aquí, es pot mesurar el radi de la Terra, sabent que la longitud d'una circumferència, L , és igual a 2π multiplicat per el seu radi (R) :

$$\boxed{L = 2\pi \times R} \quad \left\{ \begin{array}{l} \cdot L = \text{longitud de la circumferència terrestre (km)} \\ \cdot R = \text{radi de la Terra (km)} \end{array} \right.$$

Imatge 0.4.- Equació 1

La longitud L de la circumferència es equivalent a un desplaçament angular de 360° (una volta). Aquesta longitud L es pot determinar si es sap la distància $\overline{AB}$ entre Alexandria i Siena, i si es coneix la diferència de latituds (Z) –calculada anteriorment–.

Només li faltava calcular la distància $\overline{AB}$, que ho va fer tot sabent l'espai que recorria un camell en un dia, multiplicat per 50 dies (el període de temps d'anar d'una localitat a l'altra), i van resultar uns 925 km.

Calculant L va trobar que:

$$L = 925 \text{ km} \times \frac{360^\circ}{7,2^\circ} = 46.250 \text{ km}$$

I que el radi de la Terra (R) era, aïllant-lo de l'equació de la imatge 0.4:

$$R = \frac{L}{2\pi} = \frac{46.250 \text{ km}}{2\pi} = \boxed{7.361 \text{ km}}$$

Així va ser com Erastòtenes va poder fer un càlcul aproximatiu del radi de la Terra.

Cal tenir en compte que, per els recursos dels que es disposaven en aquella època, va cometre un error molt baix (del 15%), ja que el radi de la Terra realment es de 6.378 km.

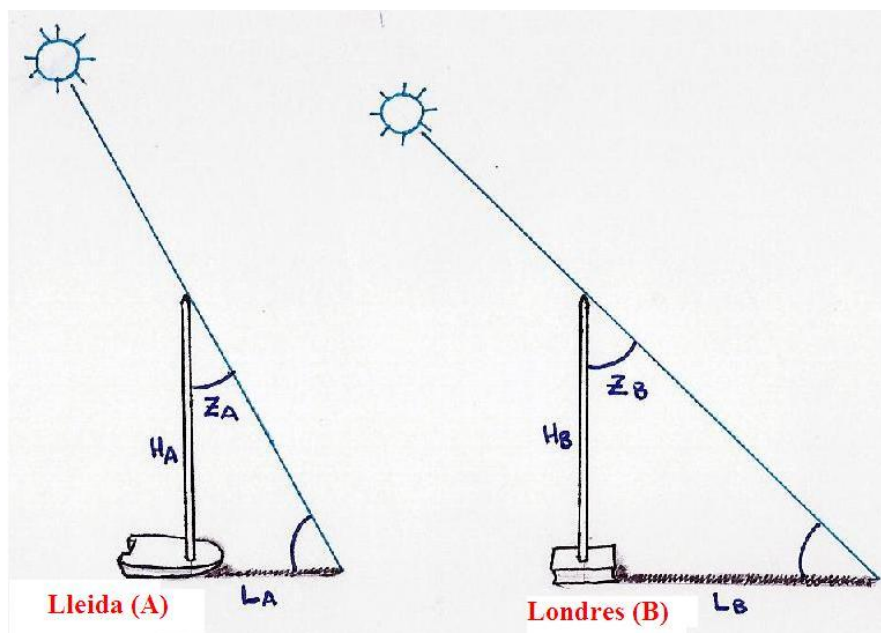
Aquest esdeveniment tan representatiu em desperta la curiositat, així que em sento disposada a estudiar-ho i comprovar-ho amb els meus propis ulls.

3. Disseny experimental

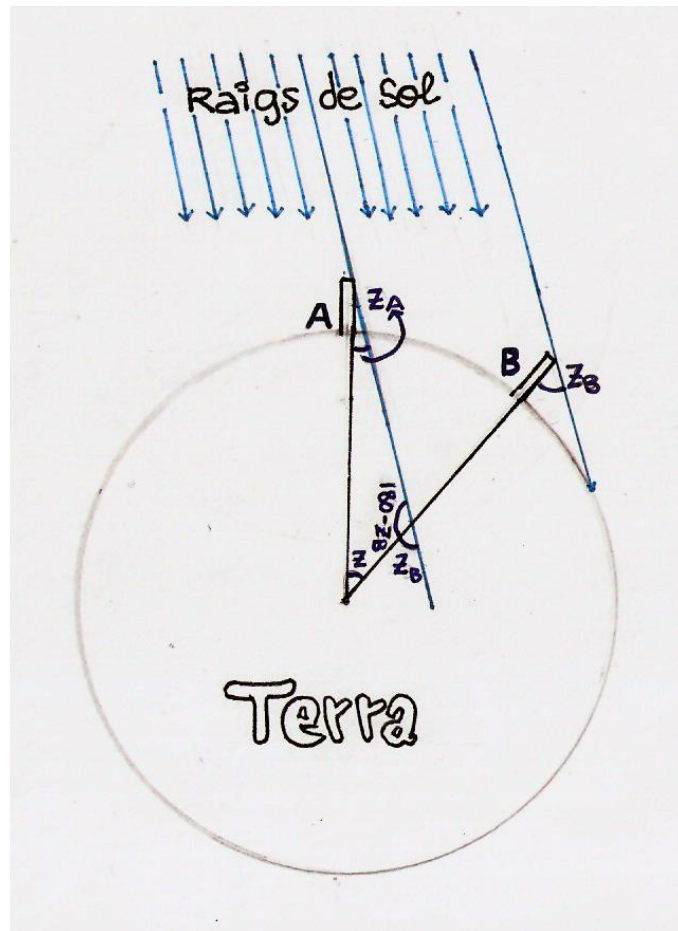
3.1 Descripció de l'experiment.

- Estimació del radi de la Terra mesurant la longitud de l'ombra d'un gnòmon a Londres i a Lleida.

El mètode d'Erastòtenes es basa en el fet que, degut a la creença de l'esfericitat de la Terra, en un mateix moment, les ombres de dos pals situats a dues poblacions distants tenen longitud diferent. Si observem la imatge 0.5, veiem que el gnòmon situat a la localitat A (Lleida) projecta una ombra més curta que el que es troba en la localitat B (Londres) ja que es la mateixa hora i es troben en el mateix meridià 0° i les seves longituds terrestres gairebé són idèntiques. En el primer cas el Sol es troba més elevat sobre l'horitzó que en el segon cas.



Imatge 0.5.- Ombra projectada per un gnòmon d'altura coneguda (dreta) i un gnòmon d'altura variable (esquerra) en dues localitats diferents.



Imatge 0.6.- Mesura del radi de la Terra a partir de l'ombra projectada en dues localitats diferents, Lleida (A) i Londres(B). Basada en el mètode d'Erastòtenes.

A partir d'aquestes representacions (imatge 0.5 i 0.6), deduirem les expressions matemàtiques adients, que ens permetran calcular el radi de la Terra, al qual anomenarem R.

Sabent que els angles Z_A i Z_B que es formen entre el gnòmon i els raigs de Sol són:

$$\triangleright Z_A = \arctg\left(\frac{L_A}{H_A}\right) \qquad \triangleright Z_B = \arctg\left(\frac{L_B}{H_B}\right)$$

On L_A i L_B corresponen a les longituds respectives de les ombres projectades; H_A i H_B a les altures dels gnòmons.

Si ara ens fixem en el triangle obtingut en la imatge 0.6, veiem que:

$$\boxed{Z = Z_B - Z_A} \text{ ja que: } Z + Z_A + (180 - Z_B) = 180^\circ$$

Aquest angle Z (en radiants) es pot relacionar amb el radi de la Terra i amb la distància $\overline{AB}$ que separa ambdues localitats:

$$\boxed{\overline{AB} = Z(\text{rad}) \times R}$$

Imatge 0.7- Equació 2

- $\overline{AB}$ = distància entre Lleida i Londres (km) *
- Z = diferència de latituds entre les dues localitats (rad)
- R = radi de la Terra (km)

i per tant:

$$\boxed{R = \frac{\overline{AB}}{Z(\text{rad})}}$$

Imatge 0.8- Equació 3

* La qual es pot mesurar a partir d'un atlas.

3.2 Procediments.

- Prèviament cal tenir feta una taula com aquesta (veure imatge 0.9) en ambdues localitats per tal d'apuntar els resultats obtinguts.

N°	<i>Dia / Hora</i>	<i>H (cm)</i>	<i>L (cm)</i>	<i>Z(rad)</i>	<i>Observacions</i>

Imatge0.9- Taula de dades

- Un cop situat al lloc de mesura amb els instruments necessaris, tot llest per realitzar la pràctica, contactar amb la persona situada a l'altra localitat perquè estigui preparada per dur a terme les mesures i el procés convenient. [Cal que la mesura sigui feta el mateix dia a la mateixa hora perquè les longituds de Lleida i Londres gairebé són idèntiques (meridià 0º)]
- En haver confirmat la seva posició i predisposició a fer la mesura, col·locar el gnòmon (objecte de mesura) de forma perpendicular al terra, subjectar-lo i mesurar l'ombra projectada.
- Anotar els resultats, analitzar-los i investigar-los per arribar a una conclusió.

3.3 Utilitatge

· Gnòmon d'altura coneguda (instrument utilitzat a Lleida)



Imatge 10.- Gnòmon d'altura coneguda (100cm)

· Gnòmon d'altura variable (instrument utilitzat a Londres).



Imatge 11.- Gnòmon d'altura variable.

3.4 Esquema del muntatge.

- Lleida (localitat A)



Imatge 12.- Ombra projectada pel gnòmon a Lleida.



Imatge 13.- Mesura de l'ombra projectada pel gnòmon a Lleida.

- Londres (localitat B)



Imatge 14.- Mesura de l'ombra projectada pel gnòmon a Londres.



Imatge 15.- Mesura de l'ombra projectada pel gnòmon a Londres

4. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.

- Taula de dades obtingudes a Lleida (localitat A)

<i>Nº</i>	<i>Dia / Hora (UT)</i>	<i>H_A (cm)</i>	<i>L_A (cm)</i>	<i>Z_A (rad)</i>	<i>Observacions</i>
Gnòmon d'altura coneguda	12:12 del 5 de Juliol del 2008	100	40	0,381	

Imatge 16.- Taula de dades obtingudes a Lleida.

- Taula de dades obtingudes a Londres (localitat B)

<i>Nº</i>	<i>Dia / Hora (UT)</i>	<i>H_B(cm)</i>	<i>L_B(cm)</i>	<i>Z_B (rad)</i>	<i>Observacions</i>
Gnòmon d'altura variable	12:12 del 5 de Juliol del 2008	88,5	48,7	0,550	

Imatge 17.- Taula de dades obtingudes a Londres

- Amb les dades obtingudes es pot calcular Z_A i Z_B :

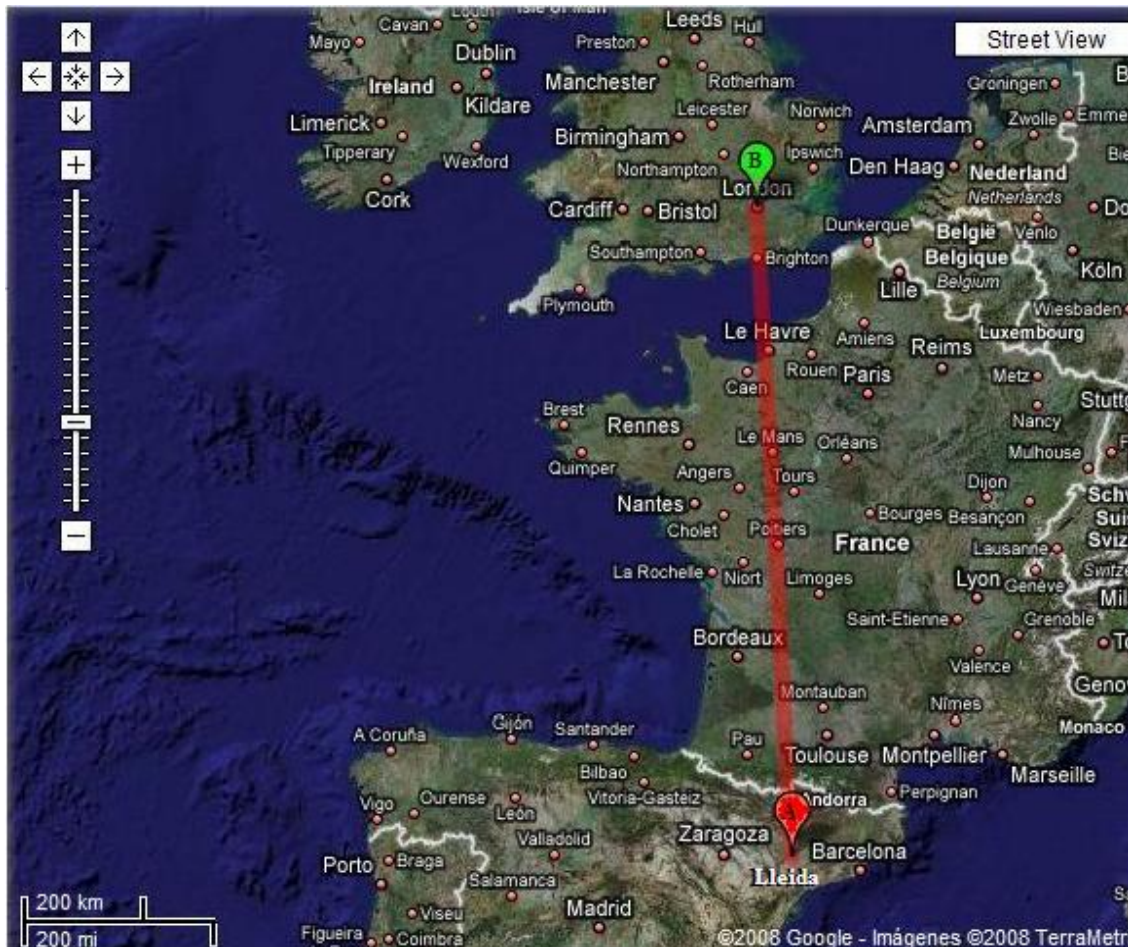
$$\triangleright Z_A = \arctg\left(\frac{L_A}{H_A}\right) = \arctg\left(\frac{40}{100}\right) = 0,381 \text{ rad}$$

$$\triangleright Z_B = \arctg\left(\frac{L_B}{H_B}\right) = \arctg\left(\frac{48,7}{88,5}\right) = 0,550 \text{ rad}$$

La diferència de latituds, Z, entre Lleida i Londres és:

$$Z = |Z_B - Z_A| \rightarrow Z = |0,550 - 0,381| = \boxed{0.169 \text{ rad}}$$

- Aquest angle Z es pot relacionar amb la distància $\overline{AB}$ que separa les dues localitats, la qual és de 1102,26 km aproximadament, mesurada partir d'un atlas (veure imatge 18) :



Imatge 18.- Mesura de la distància compresa entre la localitat A (Lleida) i la B (Londres) a partir d'un atlas.
Font: <http://maps.google.es>

- Un cop obtingudes aquestes mesures, podem calcular el radi de la Terra a partir de l'equació 3 (imatge 0.8):

$$R = \frac{AB(km)}{Z(rad)} = \frac{1102,26}{0,169} = \boxed{6522 km}$$

- Sabent que el valor real del radi de la Terra és de 6.378 km, podem calcular l'error relatiu comés en la determinació:

$$E_r = \frac{|R - R_{real}|}{R_{real}} \times 100 = \frac{|6522 - 6378|}{6378} \times 100 = \boxed{2,26\%}$$

L'error relatiu comés és al voltant del 2%.

5. Conclusions:

- 5.1 Podem fer una estimació del radi de la Terra tot seguint el mètode d'Erastòtenes.
- 5.2 L'estimació del radi de la Terra resulta d'uns 6522 km.
- 5.3 El percentatge d'error relatiu comés en la determinació del radi de la Terra és d'un 2% aproximadament.

The background of the page is a light gray grid of squares. Each square contains a black footprint, creating a path of footprints that leads from the top left towards the bottom right. The text is centered over this background.

-Pràctica 2-
Determinació
experimental de
la distància de
la Terra al sol

- Pràctica 2 -**Determinació experimental de la distància de la Terra al Sol****1. Objectiu**

1.1 Fer una estimació experimental de la distància de la Terra al Sol amb la utilització d'una cambra fosca.

2. Fent una mica d'història

Aristarc de Samos (310 aC - 230 aC) va ser el primer que va proposar el model heliocèntric del Sistema Solar, situant el Sol al centre de l'univers i no la Terra.

Va argumentar que el Sol, la Lluna i la Terra formen un triangle rectangle en el moment del quart creixent o minvant. Estimava que l'angle (oposat al catet major) era de 87° . Va usar una geometria correcta però unes observacions inexactes. Aristarc conclouia erròniament que el Sol estava 20 vegades més lluny de la Terra que la Lluna, quan aquest està, realment, 390 vegades més lluny. Va precisar que donat que la Lluna i el Sol tenen casi igual tamany angular aparent, els seus diàmetres deuen estar en proporció a les seves distàncies a la Terra.

Actualment, encara que no sigui precisa del tot a la òrbita real de la Terra, som coneixedors d'una excel·lent aproximació d'aquesta distància mitjana Terra – Sol (valor real): 149.600.000Km ($\approx 1,50 \cdot 10^8$ km).

3. Disseny experimental**3.1 Descripció de l'experiment**

Tenint en compte que la llum del Sol es propaga en línia recta, es pot realitzar una estimació de la distància de la Terra al Sol mesurant el diàmetre de la imatge projectada d'aquest astre sobre la pantalla d'una cambra fosca (vegeu pàg.26)

– Siguin:

$D_1 \rightarrow$ Diàmetre del Sol

$L_1 \rightarrow$ Distància entre la Terra i el Sol

$D_2 \rightarrow$ Diàmetre de la projecció del Sol en la pantalla

$L_2 \rightarrow$ Longitud de la cambra fosca a la qual es projecta la imatge.

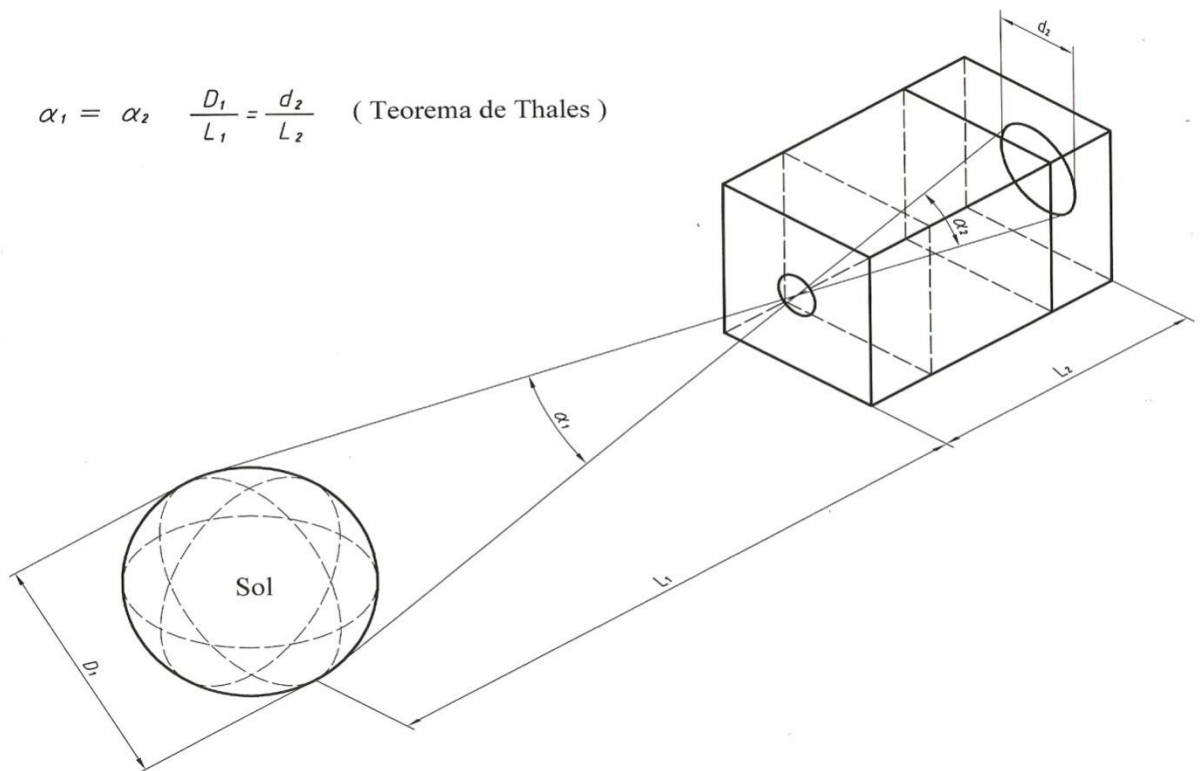
– Mesurant D_2 i L_2 , i sabent que el diàmetre del Sol (D_1) és de $1,50 \cdot 10^8$ Km podem fer una estimació de la distància de la Terra al Sol (L_1) aplicant el teorema de Thales:

$$\text{si } \boxed{\alpha_1 = \alpha_2} \rightarrow \boxed{\frac{D_1}{L_1} = \frac{D_2}{L_2}}$$

amb la qual cosa:

DETERMINACIÓ DE LA DISTÀNCIA TERRA-SOL AMB UNA CAMBRA FOSCA

En ser $\alpha_1 = \alpha_2$ $\frac{D_1}{L_1} = \frac{d_2}{L_2}$ (Teorema de Thales)

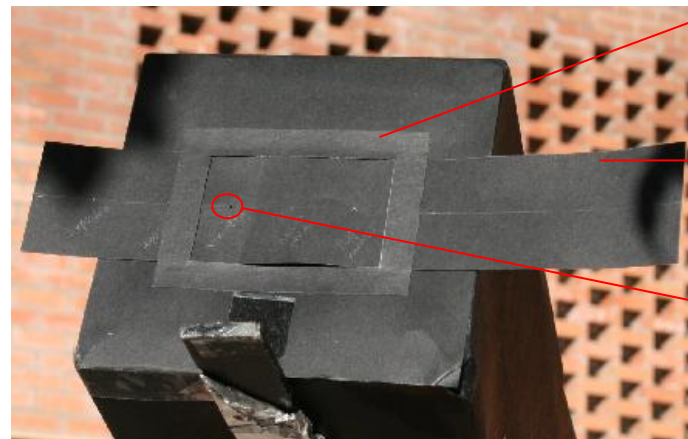


$$L_1 = \frac{D_1 \times L_2}{D_2}$$

Imatge 19.- Equació 1 deduïda a partir del

3.2 Procediment

- Desplaçar-nos, amb la cambra fosca, cap un espai obert que estigui il·luminat pel Sol. Muntar la cambra fosca sobre una muntura (veure imatge 28 de l'esquema del muntatge)
- Col·locar la cambra fosca en una direcció que apunti al Sol, per tal que els raigs solars incideixin perpendicularment sobre l'orifici d'entrada. Cal que la imatge del Sol projectada sobre la pantalla sigui el més nítida possible. Això s'aconsegueix regulant el diàmetre de l'orifici d'entrada.



Obertura rectangular
subjectada pels extrems
superior-inferior.

Tira de cartolina
amb orificis de
diferents

Orifici

Imatge 20.- Obertura rectangular de la cambra amb tira d'orificis de diferents diàmetres.

- Durant la realització, haurem d'anar omplint aquesta taula (vegeu imatge 21) per tal de fer un seguiment i una comparació de les diferents mesures obtingudes.

Mesura	L_2 (mm)	D_2 (mm)	$L_1 = \frac{D_1 \times L_2}{D_2}$ (Km)
1			
2			
3			
4			

Imatge 21.- Taula de seguiment i resultats obtinguts

- Per acabar, per tal d'establir el resultat final, haurem de calcular la mitjana aritmètica de les mesures obtingudes i calcular l'error de mesura.

3.3 Utilitatge

Treball de recerca

- Cambra fosca (vegeu Annex 1)



Imatge22.-Cambra fosca

- Peu de rei o regle.



Imatge 24.-Peu de rei

Imatge 25.-Regle

Seguint les petjades còsmiques

- Tira de cartolina amb orificis de diferents diàmetres.



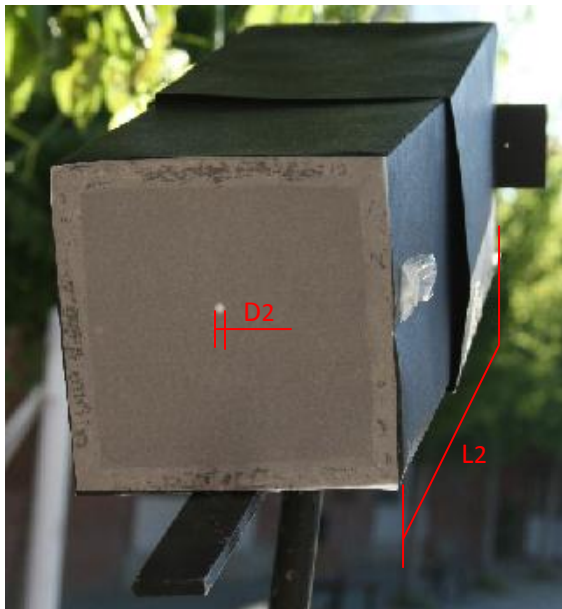
Imatge 23.-Cartolina amb orificis de diferents diàmetres.

- Cinta mètrica.



Imatge 26.-Cinta mètrica

3.4 Esquema del muntatge.



Imatge 27.- Diàmetre de la imatge projectada, D_2 , i longitud a la que es projecta la imatge, L_2 , en la cambra



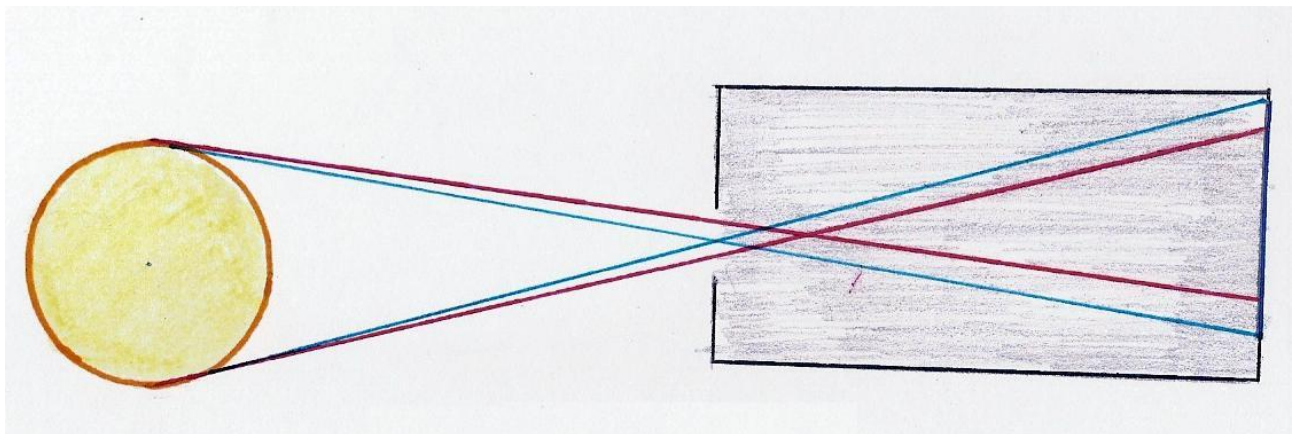
Imatge 28.- Muntura com a suport de la cambra fosca.



Imatge 29.- Realització de mesures de la imatge projectada D_2

4. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.

- Varem poder observar que només s'aconseguien imatges nítides si l'orifici d'entrada era petit. Això es degut a que, com més gran es l'obertura per la qual incideix la llum que dibuixa la imatge en la pantalla de la cambra fosca, més possibilitats hi ha que es propagui i es dupliqui sense deixar clar la seva delimitació. (veure imatge 30)



Imatge 30.- Projecció errònia del diàmetre del Sol (D_2) en la pantalla de la cambra fosca.

- Taula de dades obtinguda utilitzant com a diafragma l'orifici creat clavant una xinxeta.

Utilitzant com a orifici d'entrada el que crea una xinxeta, s'han recollit les següents dades experimentals:



Imatge 31.- Imatge obtinguda utilitzant com a diafragma l'orifici creat clavant una xinxeta.

Mesura	L_2 (mm)	D_2 (mm)	$L_1 = \frac{D_1 \times L_2}{D_2}$ (km)
1	381	3,3	$1,6 \cdot 10^8$
2	351	3,0	$1,6 \cdot 10^8$
3	302	2,4	$1,8 \cdot 10^8$
4	26	21,0	$1,7 \cdot 10^8$

Imatge 32.- Taula de seguiment i resultats obtinguts.

On obtenim una mitjana de:

$$\bar{L}_i = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n} = \frac{6,75 \cdot 10^8}{4} = \boxed{1,7 \cdot 10^8 \text{ km}}$$

- Ara cal determinar la desviació mitjana (d):

$$\left. \begin{array}{l} d_1 = |L_1 - \bar{L}_i| = 0,1 \cdot 10^8 \text{ km} \quad d_3 = |L_3 - \bar{L}_i| = 0,1 \cdot 10^8 \text{ km} \\ d_2 = |L_2 - \bar{L}_i| = 0,1 \cdot 10^8 \text{ km} \quad d_4 = |L_4 - \bar{L}_i| = 0 \text{ km} \end{array} \right\} \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{0,3 \cdot 10^8}{4} = 0,075 \cdot 10^8 \text{ km} \cong \boxed{0,1 \cdot 10^8 \text{ km}}$$

Amb un error del:

$$E_r = \frac{\bar{d}}{\bar{L}_i} \times 100 = \frac{0,075 \cdot 10^8}{1,7 \cdot 10^8} \times 100 = \boxed{4,4\%}$$

L'error relatiu referent a la desviació mitjana és al voltant d'un 4%.

- Que per tant el resultat s'expressa com:

$$(\bar{L}_i \pm \bar{d}) km = \boxed{(1,7 \cdot 10^8 \pm 0,1 \cdot 10^8) km}$$

- Sabent que el valor real d'aquesta distància Terra – Sol és de $1,50 \cdot 10^8$ Km, podem calcular l'error relatiu comés en la determinació:

$$E_r = \frac{|\bar{L}_i - L_{real}|}{L_{real}} \times 100 = \frac{1,7 \cdot 10^8 - 1,5 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^8} \times 100 = \boxed{13,3\%}$$

- L'error relatiu comés és al voltant d'un 13%.

5. Conclusions

- 5.1** Es pot fer una estimació de la distància Terra-Sol mitjançant l'ús d'un utilatge senzill i al nostre abast, una cambra fosca.
- 5.2** La distància de la Terra al Sol obtinguda a partir de la utilització d'una cambra fosca és d'uns $(1,7 \cdot 10^8 \pm 0,1 \cdot 10^8) km$.
- 5.3** El percentatge d'error relatiu comés en la determinació de la distància Terra-Sol és d'un 13% aproximadament.

The background of the page is decorated with several faint, grey footprints of varying sizes and orientations, scattered across the white space. The title text is centered and written in a large, black, handwritten-style font.

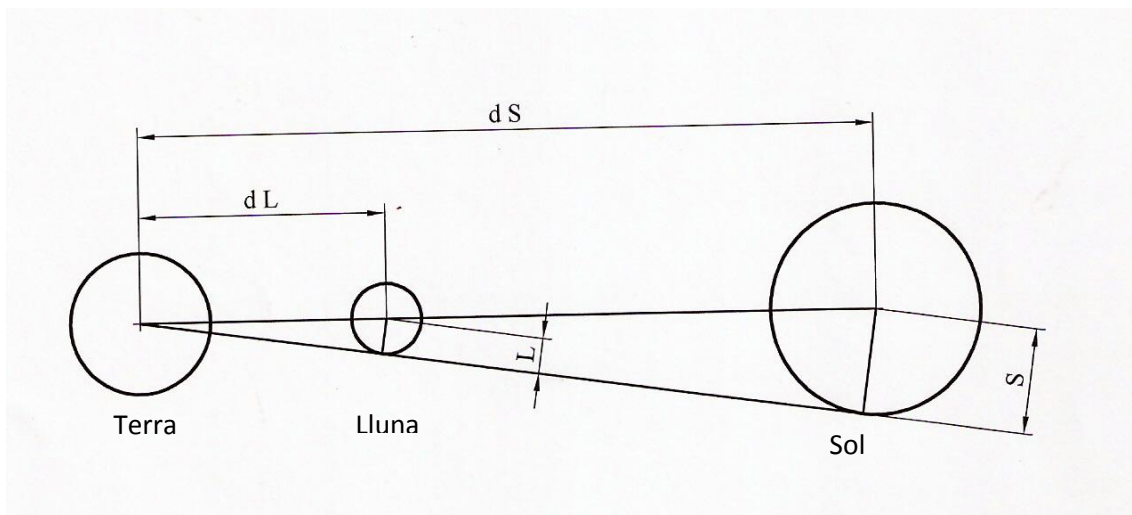
-Pràctica 3-
Determinació
experimental de la
distància de la Terra a la
Lluna

- Pràctica 3 -**Determinació experimental de la distància de la Terra a la Lluna.****1. Objectiu:**

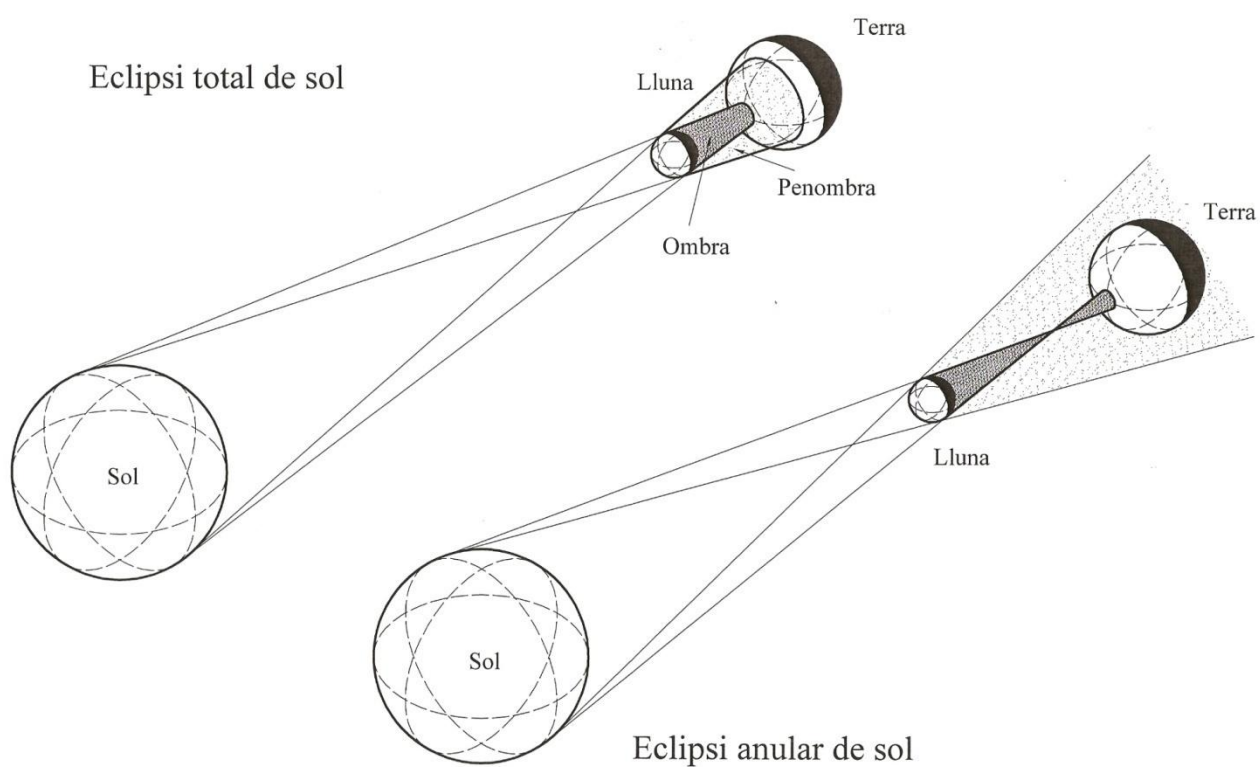
- Fer una estimació de la distància compresa entre la Terra i la Lluna a partir del tractament de la imatge d'un eclipsi anular de Sol.

2. Disseny experimental**2.1 Descripció de l'experiment**

- Un eclipsi anular es diferencia d'un eclipsi total en que la Lluna, tot hi estar situada entre la Terra i el Sol, no arriba a ocultar completament el disc solar, de manera que es forma un anell lluminós al voltant del fosc disc lunar (veure pàgina 34). Es pot fer una estimació de la distància aproximada de la Terra a la Lluna a partir del tractament d'una imatge d'un eclipsi anular i de la distància a la qual ha d'estar situada la Lluna respecte la Terra perquè es produeixi un eclipsi total de Sol.
- Primerament cal calcular a quina distància de la Terra ha d'estar la Lluna (d_L) perquè es produeixi un eclipsi total. Suposant que la llum del Sol es propaga per l'espai en línia recta, podem aplicar el teorema de Thales per calcular aquesta distància (d_L) (veure imatge 33):



Imatge 33.- Representació de la formació d'un eclipsi total de Sol.



$$\frac{S(km)}{dS(km)} = \frac{L(km)}{dL(km)}$$

Imatge 34.- Equació 1. Teorema de Thales.

Sent :

- el radi del Sol (S)= $6,96 \cdot 10^5$ km
- el radi de la Lluna (L) = 1,738 km
- la distància mitjana de la Terra al Sol (dS) = $149,6 \cdot 10^6$ km

S'obté que:

$$dL = dS \times \frac{L}{S} = 149,6 \cdot 10^6 \times \frac{1738}{6,96 \cdot 10^5} = \boxed{373.570 \text{ km}} *$$

Imatge 35.- Càlcul de dL en eclipsi total

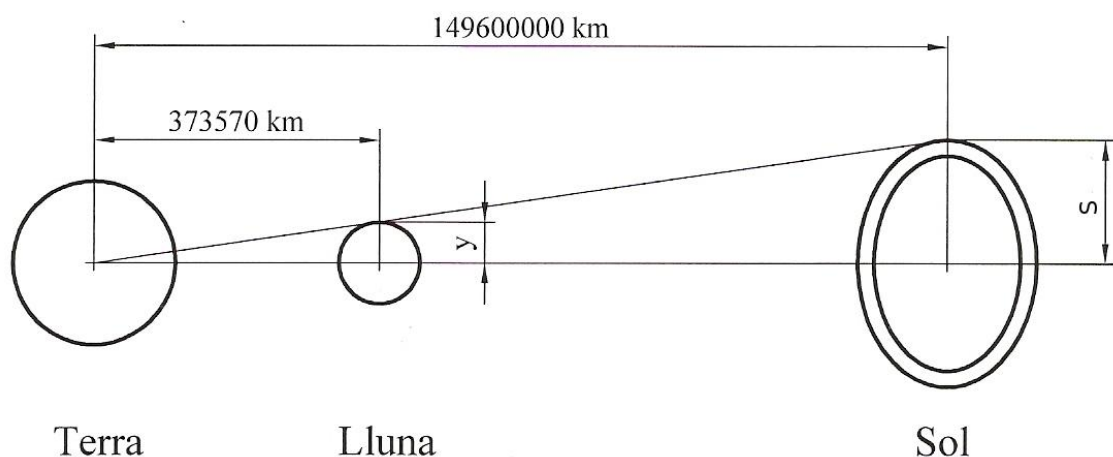
**Si la Lluna es troba a una distància pròxima al apogeu (405.500 km),
l'eclipsi serà anular*

- Per determinar experimentalment la distància de la Terra a la Lluna el dia de l'eclipsi anular de Sol, ens basarem en la fotografia realitzada per Josep Masalles el dia 3 d'octubre del 2005 des de Villagordo del Cabriel (39° 33' 10'' Nord - 1° 28' 26'' Oest) [veure imatge 40]. Aquesta imatge va ser enregistrada acoblant una càmera reflex a un telescopi Meade (D: 125mm, F: 1250mm).

Fent un tractament d'aquesta imatge amb el programa AUTOCAD 2007 es pot determinar el percentatge del diàmetre solar eclipsat per la Lluna (veure imatge 42).

Primerament, haurem de mesurar els radis aparents del Sol (S) i de la Lluna (L) en unitats de mesura a partir dels límits que marquen els discs, lunar i solar.

De tal manera que, podem establir la relació següent en la formació d'un eclipsi total de Sol (veure imatge 36)



Aplicant el teorema de Thales:

$$\frac{S(u)}{dS(km)} = \frac{Y(u)}{dL(km)}$$

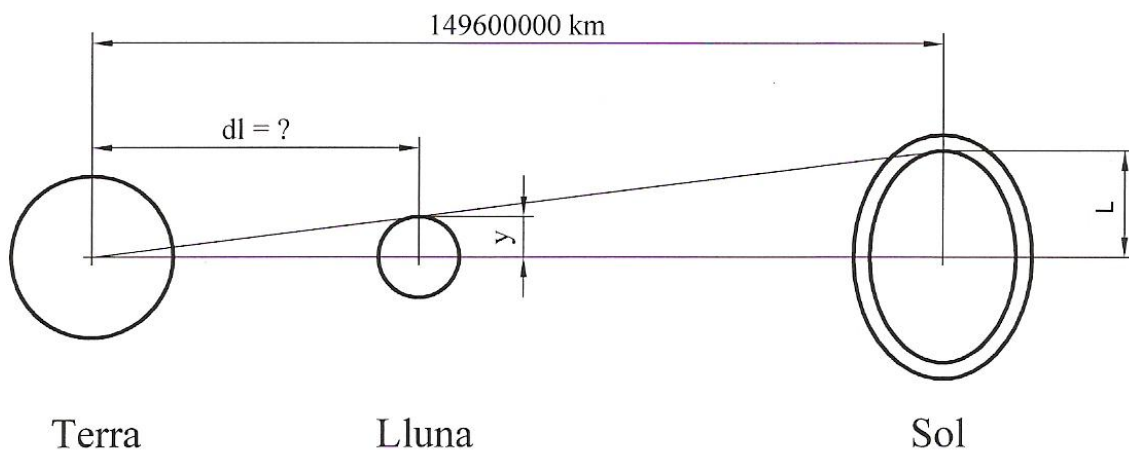
Imatge 37.- Equació 3. Vinculada amb la imatge 36

Sent :

- el radi aparent del Sol (S)= u
- la distància mitjana de la Terra al Sol (dS) = $149,6 \cdot 10^6$ km [veure pràctica 2]
- la distància a la qual ha d'estar situada la Lluna respecte la Terra perquè es produeixi un eclipsi total (dL) = 373.570 km [veure càlcul de la imatge 35]

Podem obtenir així, el radi de la Lluna en unitats de mesura (Y).

Relacionant aquesta distància Y amb la formació del fenomen de l'eclipsi anular, podem observar que es compleix que:



Imatge 38.- Representació de la formació d'un eclipsi anular de Sol.

Si apliquem un altre cop el teorema de Thales a la imatge 38, obtenim:

$$\frac{L(u)}{ds(km)} = \frac{Y(u)}{dl(km)}$$

Imatge 39.- Equació 4. Vinculada amb la imatge 38

Sent :

- el radi aparent de la Lluna (L)= u
- la distància mitjana de la Terra al Sol (ds) = $149,6 \cdot 10^6$ km (veure pràctica 2)
- el radi de la Lluna en unitats de mesura (Y)= u (calculada a partir de l'equació 3 de la imatge 37)

A partir d'aquesta equació, podem determinar el valor de la distància de la Terra a la Lluna (dl).

2.2 Procediment.

- Trobar la distància a la qual ha d'estar situada la Lluna respecte la Terra (dL) perquè es produeixi un eclipsi total mitjançant l'equació 1 de la imatge 34.
- Adquirir una imatge d'un eclipsi anular on es distingeixin bé els discs lunar i solar.
- Fer el tractament de la imatge 40 mitjançant el programa AUTOCAD 2007 (veure imatge 42) per obtenir el radi aparent del Sol i de la Lluna en unitats de mesura.

Per fer-ho caldrà definir el punt central de la circumferència a partir dels punts que defineixen el seu arc (com si es pretengués calcular el radi) mitjançant la icona .

Un cop tinguem localitzat el centre, caldrà obtenir els radis aparents mitjançant l'acotació de la distància al límit dels discs, tant solar com lunar, tot partint del centre, a partir de l'opció **Acotar** i  **Alineada**.

- Repetir el procés diversos cops i fer la mitjana dels resultats obtinguts.
- Aplicar l'equació 3 de la imatge 37, a partir de la qual obtindrem el radi de la Lluna (Y) en unitats de mesura, i posteriorment aplicar l'equació 4 de la imatge 39, a partir de la qual obtindrem la distància aproximada de la Terra a la Lluna (dl) en la formació d'un eclipsi anular de Sol, l'objectiu de la pràctica.
- Analitzar els resultats i calcular l'error experimental.

2.3 Utillatge.

· Imatge de la formació d'un eclipsi anular de Sol.



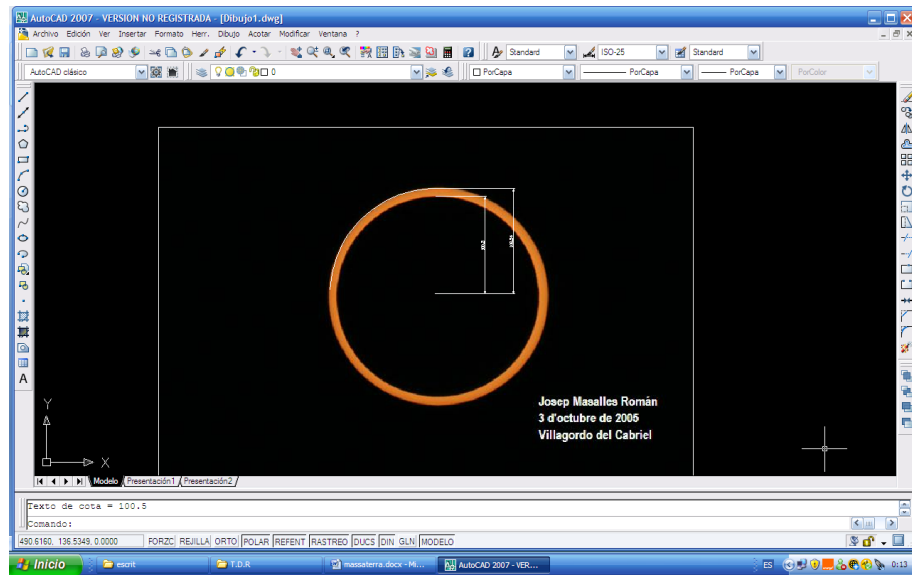
Imatge 40.- Eclipsi anular. Realitzada per Josep Masalles a Villagordo del Cabriel.

· Programa AUTOCAD 2007



Imatge 41.- Icona del AUTOCAD 2007

2.4 Esquema del muntatge.



Imatge 42.- Tractament de la imatge d'un eclipsi anular a partir del programa AUTOCAD 2007.

3. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.

- Després d'obtenir la distància a la qual ha d'estar situada la Lluna respecte la Terra perquè es produeixi un eclipsi total de Sol (dL) a partir de l'aplicació del teorema de Thales, hem obtingut que hauria de ser d'uns 373.570 km [veure equació 2 de la imatge 35]
Aquesta distància ens permet calcular el radi de la Lluna (Y) en unitats de mesura quan es produeix un eclipsi total de Sol (que serà el mateix en produir-se un eclipsi anular i la dada que ens permetrà relacionar-ho per aconseguir el nostre objectiu). De manera que primer, haurem de trobar els radis aparents del Sol i de la Lluna (S i L) mitjançant el tractament de la nostra imatge d'un eclipsi anular (veure imatge 40). Després d'haver-ne fet una mitjana de cadascun, aquests són:

	Radi aparent (u)
Sol (S)	96,39
Lluna (L)	88,52

- Per tant, en la formació d'un eclipsi total de Sol, establint la relació que ens proporciona l'equació 3 de la imatge 37, obtindrem que el radi de la Lluna (Y) en unitats de mesura és:

$$Y = dl \times \frac{S}{ds} = 373.570 \text{ km} \times \frac{96,39u}{1,5 \cdot 10^8 \text{ km}} = \boxed{2,41 \cdot 10^{-1} u}$$

- Si sabem que aquesta distància Y és la mateixa en produir-se un eclipsi anular de Sol i un de total i a més tenim que el radi aparent de la Lluna (L) és d'unes 88,52u, podem aplicar l'equació 4 de la imatge 39 relacionada amb la imatge 38 per obtenir la distància Terra- Lluna (dl). Tal que:

$$dl = Y \times \frac{ds}{L} = 2,41 \cdot 10^{-1} u \times \frac{1,5 \cdot 10^8 \text{ km}}{88,52 u} = \boxed{4,08 \cdot 10^5 \text{ km}}$$

- Ara, sols ens queda dur a terme el càlcul de l'error de mesura comés. Si sabem que la distància mitjana real de la Terra a la Lluna és d'uns 384.400 km (D_{T-Ll}):

$$E_r = \frac{|dl - D_{T-Ll}|}{D_{T-Ll}} \times 100 = \frac{|4,08 \cdot 10^5 - 3,8 \cdot 10^5|}{3,8 \cdot 10^5} \times 100 = \boxed{7,4\%}$$

L'error relatiu comés és de l'ordre d'un 7% aproximadament.

4. Conclusions

- 4.1 Es pot fer una estimació de la distància compresa entre la Terra i la Lluna a partir del tractament de la imatge d'un eclipsi anular de Sol.
- 4.2 La distància de la Terra a la Lluna el dia de l'eclipsi anular va ser d'uns $4,08 \cdot 10^5$ km.
- 4.3 El percentatge d'error comés en la mesura és d'un 7% aproximadament.

The background of the page is a repeating pattern of footprints. The footprints are arranged in a staggered grid, with some appearing as dark grey prints and others as lighter, almost white, prints. They are all oriented in the same direction, pointing towards the top-left of the page.

-Pràctica 4-

Determinació experimental del diàmetre de la Lluna

-Pràctica 4 -**Determinació experimental del diàmetre de la Lluna****1. Objectiu.**

- Fer una estimació del diàmetre de la Lluna mitjançant l'ús d'una cambra fosca.

2. Disseny experimental.**2.1 Descripció de l'experiment.**

- Quan la Terra es troba exactament entre el Sol i la Lluna, aquesta resta il·luminada completament per els raigs de Sol que li arriben perpendicularment, de tal manera que es produeix la fase que anomenem Lluna Plena. La llum del Sol que hi incideix, es propaga en totes direccions, de manera que des de la Terra aquests raigs ens arriben en línia recta. Tenint en compte això, podem seguir el mateix mètode emprat en el càlcul de la distància de la Terra al Sol (pràctica 2) per determinar el diàmetre de la Lluna. Utilitzant una cambra fosca dirigida cap al nostre satèl·lit en un dia de Lluna Plena, podem obtenir la projecció d'aquesta sobre la pantalla de la cambra i per tant, obtenir el seu diàmetre aparent (D_2). A partir del teorema de Thales, mesurant la distància a la qual es projecta la imatge (L_2) i sabent la distància mitjana compresa entre la Terra i la Lluna (L_1) -que ja hem calculat anteriorment en la pràctica 3-, podem fer una estimació del diàmetre de la Lluna (D_1). Vegeu pàgina 42.

Per tant,

$$\text{Si } \boxed{\alpha_1 = \alpha_2} \rightarrow \frac{D_1}{L_1} = \frac{D_2}{L_2} \quad \text{amb la qual cosa:}$$

$$\boxed{D_1 = \frac{L_1 \times D_2}{L_2}}$$

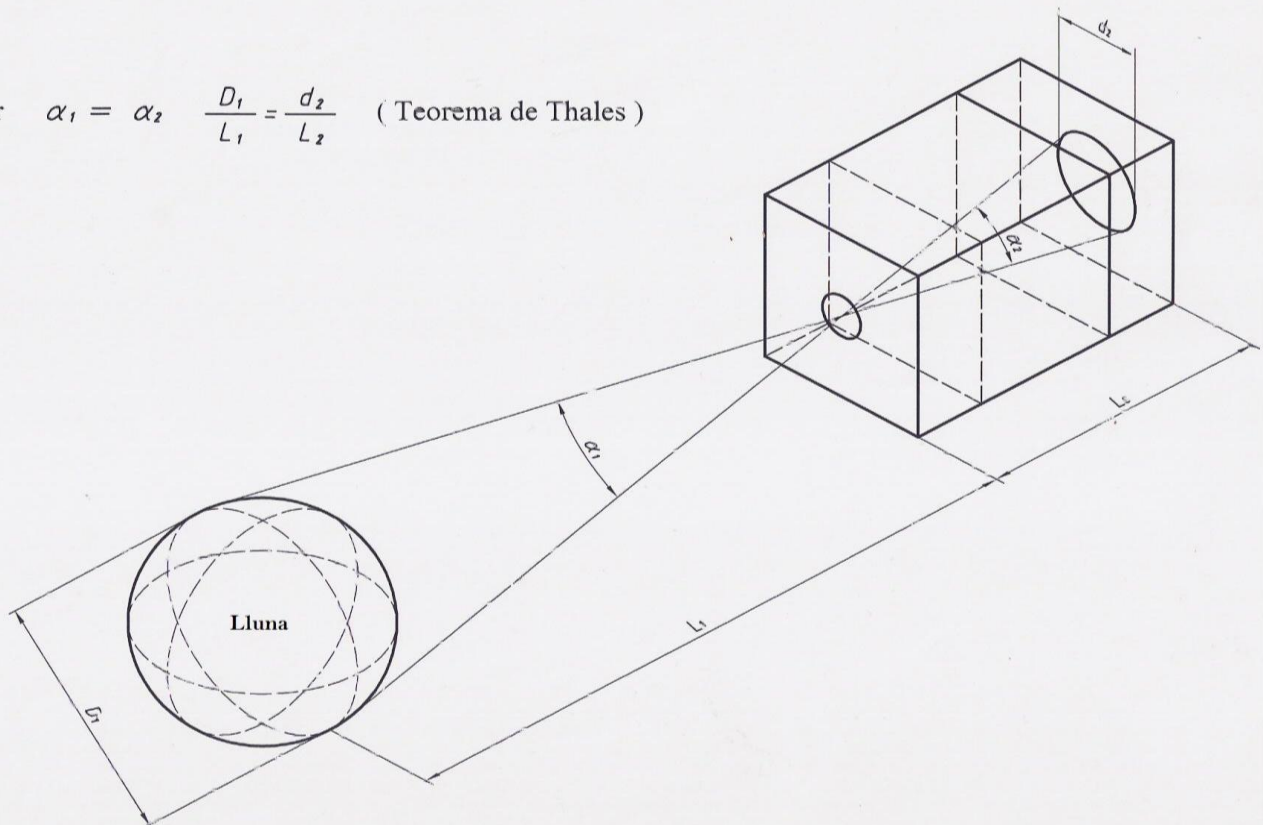
Imatge 43.-Equació per la determinació de D_1 , diàmetre de la Lluna

2.2 Procediments

- Inicialment, cal dir que és important escollir un dia de Lluna Plena per realitzar la pràctica.
- Muntar la cambra fosca sobre un suport que li doni estabilitat (tal com hem esmentat en la pràctica 2).
- Col·locar la cambra fosca en una direcció que apunti a la Lluna, per tal de que els raigs emesos incideixin perpendicularment sobre l'orifici d'entrada. Cal que la imatge de la Lluna projectada sobre la pantalla sigui el més nítida possible. Això s'aconsegueix regulant el diàmetre de l'orifici d'entrada.*

Determinació del diàmetre de la Lluna tot utilitzant una cambra fosca

En ser $\alpha_1 = \alpha_2$ $\frac{D_1}{L_1} = \frac{d_2}{L_2}$ (Teorema de Thales)



- Durant la realització, haurem d'anotar les dades en una taula com aquesta (veure imatge 44) i realitzar els càlculs corresponents amb l'equació de la imatge 43.

Mesura	L_2 (mm)	D_2 (mm)	$D_1 = \frac{L_1 \times D_2}{L_2} (Km)$
1			
2			
3			

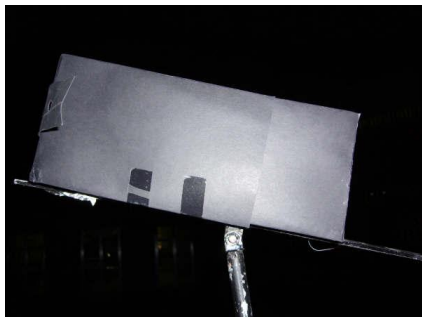
Imatge 44.- Taula de seguiment per les dades a recollir.

- Finalment, per tal d'establir el resultat final, haurem de calcular la mitjana aritmètica de les mesures obtingudes i calcular l'error de mesura.

** Cal que sigui el més petit possible, ja que com més gran sigui l'obertura hi ha més possibilitats d'obtenir una projecció errònia, tal com queda reflectit en la imatge 0.6 de la pràctica 2.*

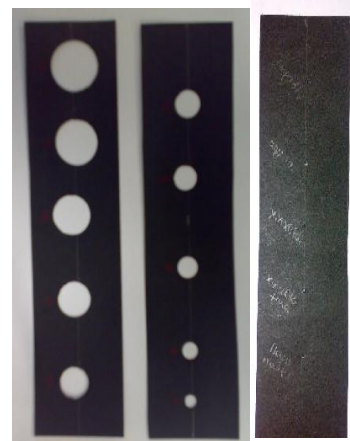
2.3 Utilatge

- Cambra fosca (vegeu Annex 1)



Imatge 45.-Cambra fosca

- Tira de cartolina amb orificis de diferents diàmetres.



Imatge 46.-Cartolina amb orificis de diferents diàmetres.

- Peu de rei o regle.



Imatge 47.-Peu de rei



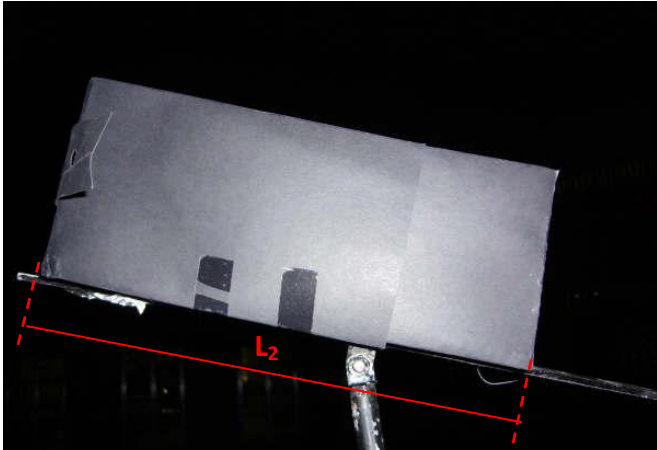
Imatge 48.-Regle

- Cinta mètrica.



Imatge 49.-Cinta mètrica

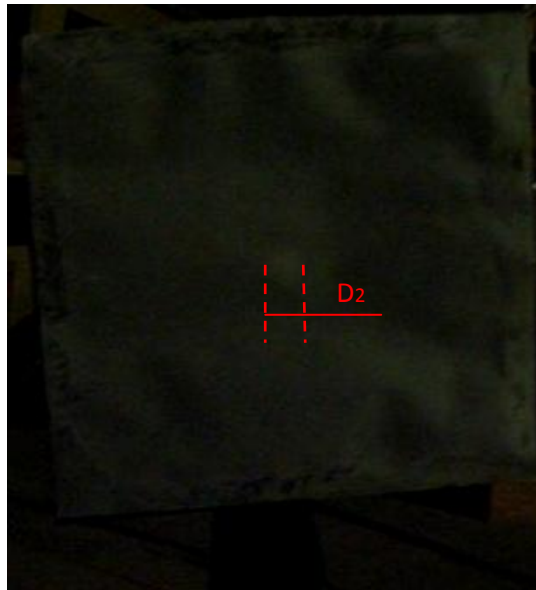
2.4 Esquema del muntatge.



Imatge 50.-Cambra fosca. Distància a la qual es projecta la imatge (L_2)



Imatge 51.-Realització de mesures de la imatge projectada (D_2)



Imatge 52.- Diàmetre de la imatge projectada (D_2)

3. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.

- Utilitzant com a orifici d'entrada, el que crea una xinxeta (veure imatge 52), s'han recollit les següents dades experimentals (veure imatge 53):

Mesura	L_2 (mm)	D_2 (mm)	$D_1 = \frac{L_1 \times D_2}{L_2} (Km)$
1	267	2,5	$3,6 \cdot 10^3$
2	297	2,5	$3,2 \cdot 10^3$
3	348	3,0	$3,3 \cdot 10^3$

Imatge 53.- Taula de seguiment per les dades a recollir.

On obtenim la següent mitjana:

$$\bar{L}_i = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n} = \frac{3,6 \cdot 10^3 + 3,2 \cdot 10^3 + 3,3 \cdot 10^3}{3} = \boxed{3,4 \cdot 10^3 km}$$

Ara cal determinar la desviació mitjana ($\bar{d}$):

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= |D_1 - \bar{L}_i| = 0,20 \cdot 10^3 km \\ d_2 &= |D_2 - \bar{L}_i| = 0,20 \cdot 10^3 km \\ d_3 &= |D_3 - \bar{L}_i| = 0,10 \cdot 10^3 km \end{aligned} \right\} \bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{0,50 \cdot 10^3}{3} = 0,17 \cdot 10^3 km \cong \boxed{0,2 \cdot 10^3 km}$$

Amb un error del:

$$E_r = \frac{\bar{d}}{\bar{L}_i} \times 100 = \frac{0,17 \cdot 10^3}{3,4 \cdot 10^3} \times 100 = \boxed{5,0\%}$$

L'error relatiu referent a la desviació mitjana és al voltant d'un 5%.

➤ Que per tant el resultat s'expressa com:

$$(\bar{L}_i \pm \bar{d}) km = \boxed{(3,4 \cdot 10^3 \pm 0,2 \cdot 10^3) km}$$

➤ Sabent que el valor real del diàmetre de la Lluna és de 3.475 km (L_{real}), podem calcular l'error relatiu comés en la determinació:

$$E_r = \frac{|\bar{L}_i - L_{real}|}{L_{real}} \times 100 = \frac{|3380 - 3475|}{3475} \times 100 = \boxed{2,73\%}$$

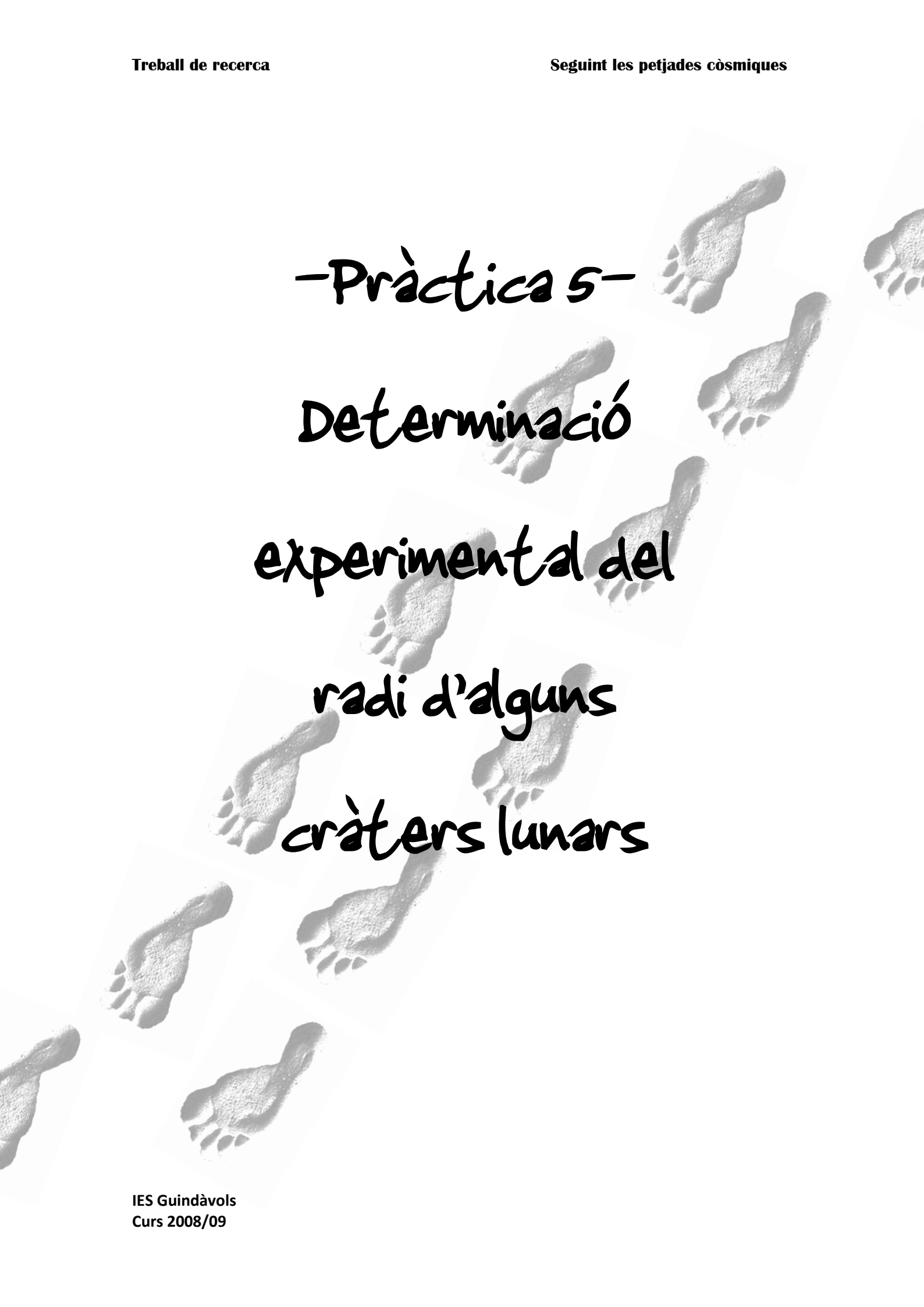
· L'error relatiu comés és de l'ordre d'un 3% aproximadament.

4. Conclusions.

4.1 Es pot fer una estimació del radi de la Lluna mitjançant l'ús d'un utilitatge senzill i al nostre abast, una cambra fosca.

4.2 El diàmetre de la Lluna obtingut a partir de la utilització d'una cambra fosca és d'un $(3,4 \cdot 10^3 \pm 0,2 \cdot 10^3) \text{ km}$

4.3 El percentatge d'error relatiu comés en la determinació del diàmetre de la Lluna és d'un 3% aproximadament.

The background of the page is decorated with a series of grey footprints, each enclosed in a thin white rectangular border. These footprints are arranged in a diagonal path from the bottom-left towards the top-right, creating a sense of movement across the page.

-Pràctica 5- Determinació experimental del radi d'alguns cràters lunars

-Pràctica 5 –**Determinació experimental del radi d'alguns cràters lunars****1. Objectius.**

- Posar en estació un telescopi Meade LX90GPS.
- Fer fotografies de la superfície de la Lluna.
- Fer una estimació del radi d'alguns cràters de la Lluna mitjançant el tractament de les imatges d'aquesta amb el programari AUTOCAD 2007.

2. Fonaments teòrics.

- Els cràters són formacions circulars fondes generades, normalment, per la col·lisió de meteorits o asteroides amb la superfície sòlida d'un planeta o satèl·lit. Els impactes es produeixen a velocitats properes als 20 km/s. En cada impacte ones d'alta pressió reboten al projectil i el cos impactat, en el seu procés, és destruït per aquesta ona de xoc fent que s'evapori quasi totalment, però gran part és expulsada fora del cràter formant un anell que el rodeja. L'existència d'aquests cràters ens permet estimar l'antiguitat d'un terreny segons la densitat de cràters que presenti.

En la superfície de la Lluna, anomenada "regolita", podem observar unes zones clares (terres) i unes zones fosques (mars), aquestes últimes tenen origen en un cràter primitiu. Les terres es troben plenes de cràters (inclús amb d'altres dins dels mateixos) que podem observar amb més claredat quan la Lluna no es troba en la fase plena, doncs en fase de Lluna plena els raigs del Sol hi incideixen perpendicularment i no es produeixen les ombres necessàries per a ressaltar el seu relleu lunar. Galileu Galilei (1564-1642) va ser el primer en descriure alguns dels cràters de la Lluna.

Existeixen els cràters simples, de diàmetre inferior a 10-15 km; cràters de 20-30 km; cràters de 30-100 km; cràters de 200-300 km i de més de 300 km, nomenats cercles ("basin"). En la cara visible de la Lluna, podem observar 14 cràters de tamany superior a 300 km, però Savage va calcular l'existència de un milió de cràters de més de 300 km i 4000 milions de cràters de 10 metres de diàmetre, als quals se'ls a atorgat noms de grans pensadors representatius en la història de la humanitat.

3. Disseny experimental.**3.1 Descripció de l'experiment.**

Podem dur a terme l'estudi d'alguns dels cràters lunars a partir de la captació d'imatges de la Lluna mitjançant una "webcam LPI" adaptada al focus primari d'un telescopi Meade LX90GPS de 8" i 2000 mm de distància focal. A partir d'aquestes fotografies, realitzades amb un temps d'exposició de 0,5 segons (doncs la Lluna es

troba molt il·luminada i la llum necessària per optimitzar la resolució de la imatge ha de ser ínfima), podem fer una estimació d'alguns dels radis dels cràters de la Lluna mitjançant el programa AUTOCAD 2007. El programa, a partir del tractament de les imatges obtingudes, permet conèixer el radi d'un arc només a partir de les coordenades de tres punts de l'arc. D'aquesta manera hem pogut determinar el radi aparent de la Lluna i el diàmetre aparent dels cràters en unitats de mesura (u) i així, sabent el radi equatorial de la Lluna estimat en la pràctica 4, poder determinar, per proporcionalitat, el radi dels cràters.

Per tal de comparar i identificar els cràters del nostre satèl·lit, hem utilitzat com a recurs, la informació i les imatges tan representatives que ens ofereix el programari *Virtual Moon Atlas*.

3.2 Procediment:

- Escollir un dia adient per realitzar les fotografies. Hauria de ser un dia en que la Lluna no fos plena ja que interessa que la llum del Sol incideixi obliquament sobre la superfície de la Lluna. D'aquesta manera s'aconsegueixen ombres que afavoreixen el contrast de les imatges.
- Posar en estació el telescopi correctament perquè segueixi la Lluna.
- Incorporar la "webcam LPI" al focus primari del telescopi. Caldrà disposar d'un ordinador a la nostra vora, en el qual connectarem la "webcam" i procedirem a la captació d'imatges de la Lluna tot regulant el temps d'exposició. Caldrà prendre les imatges per on puguem veure definit el seu arc.
- Seria interessant repetir l'experiència a diferents instants i en diferents dies.
- Un cop tinguem les imatges, caldrà utilitzar un programari del tipus *Virtual Moon Atlas* per poder identificar els cràters presents en les nostres imatges. Hem de tenir en compte que el telescopi ens dona una imatge invertida de la situació real.
- Amb el programari AUTOCAD 2007 haurem de fer el tractament de les imatges. Primer cal designar tres punts que defineixen l'arc de la Lluna clicant prèviament  i després introduir a **Comando:** l'ordre "list", des d'on obtindrem el radi aparent de la Lluna en unitats de mesura (u)*. Posteriorment, obtindrem el radi aparent del cràter en unitats de mesura (u) introduint l'ordre "dist" i designant el punt inicial i final del diàmetre descrit pel cràter a estudiar (veure imatge 59). Repetir les mesures i fer-ne la mitjana aritmètica.
- Un cop obtinguts els radis aparents, sabent el radi estimat de la Lluna (calculat en la pràctica 4), caldrà calcular per proporcionalitat, el radi del cràter (en km).
- Finalment, calcular l'error de mesura.

** Cal tenir en compte que cada imatge tractada dibuixarà un arc determinat, i per tant un radi determinat. Doncs caldrà mesurar-lo en cada imatge diferent i fer les mesures a partir d'aquest.*

3.3 Utilatge.

- Telescopi Meade LX90GPS de 8" i 2000 mm de distància focal.



Imatge 54.- Telescopi Meade LX90GPS de 8" i 2m de distància focal.

- Webcam LPI



Imatge 55.- "Webcam LPI"

- Imatges de la Lluna.



Imatge 56.- Tractament de les imatges de la Lluna.

- Programari AUTOCAD.



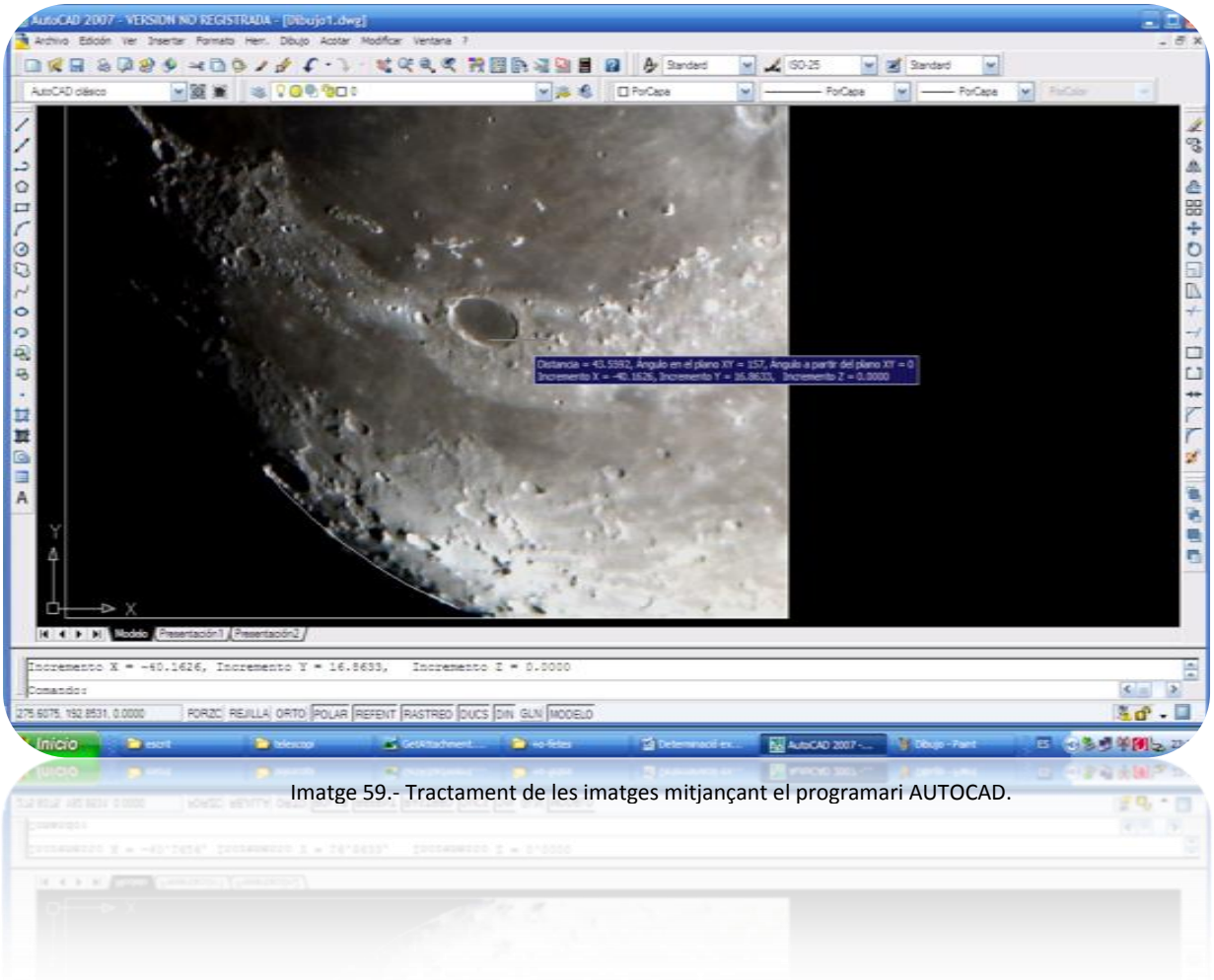
Imatge 57.- Icona del programari AUTOCAD 2007

- Programari *Virtual Moon Atlas*.



Imatge 58.- Icona del programari *Virtual Moon Atlas*.

3.4 Esquema del muntatge.

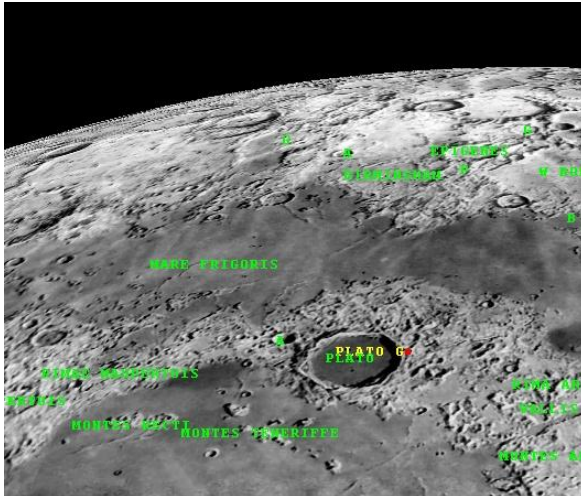


Imatge 59.- Tractament de les imatges mitjançant el programari AUTOCAD.

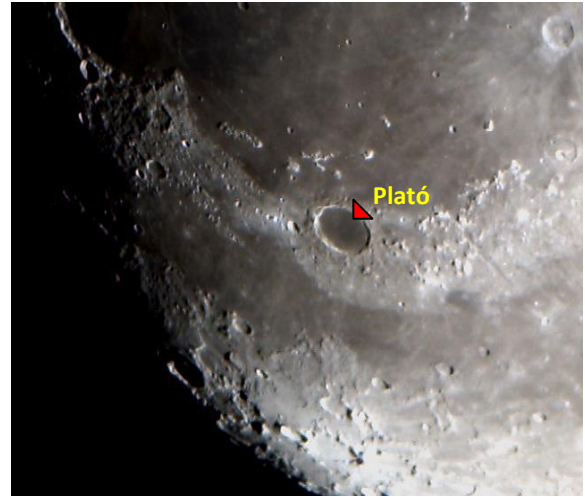
4. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.

➤ Cràter Plató.

Aquest cràter de 104 km de diàmetre es situa al quadrant nord-oest de la superfície lunar, a una latitud de 51,6º nord i una longitud de 9,3º oest. Podem observar que l'envolten uns altres "subcràters" designats amb el seu mateix nom i una lletra de referència (veure imatges 60 i 61)



Imatge 60.- Cràter Plató. Imatge obtinguda a partir del programa *Virtual Moon Atlas*.



Imatge 61.- Cràter Plató. Imatge obtinguda amb el telescopi Meade LX90GPS de 8" (invertida a la situació real)

- Mitjançant el programa AUTOCAD 2007 hem pogut obtenir que en aquesta imatge 61 la mitjana dels radis aparents de la Lluna i del cràter Plató són:

	Radi aparent (u)
Lluna (R)	404,1
Cràter Plató (D)	14,3

- Si sabem que el radi de la Lluna (R_L) [veure pràctica 4] és de 1.690 km, el radi del cràter Plató (R_{C-P}) serà:

$$R_{C-P} = R_L \times \frac{D}{R} = 1.690 \text{ km} \times \frac{14,1u}{404,1u} = \boxed{59,8 \text{ km}}$$

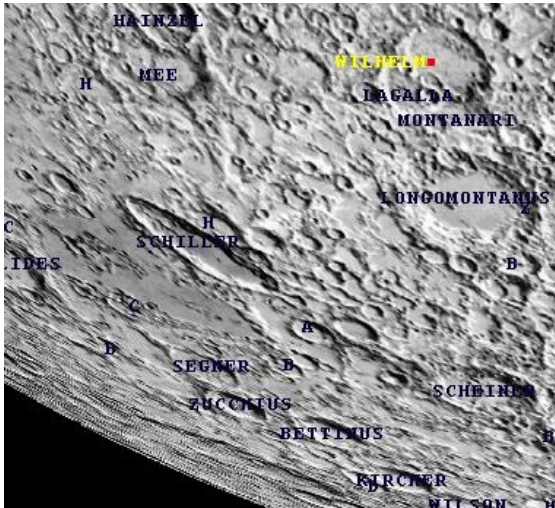
- Sabent que el radi real de Plató ($R_{R,C-P}$) és de 52,0 km, podem calcular l'error de mesura, tal que:

$$E_r = \frac{|R_{C-P} - R_{R,C-P}|}{R_{R,C-P}} \times 100 = \frac{|59,8 - 52,0|}{52,0} \times 100 = \boxed{15,0\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 15% aproximadament.

➤ Cràter Wilhem.

Aquest altre cràter de 107 km de diàmetre es situa al quadrant sud-oest de la superfície lunar, a una latitud de 43,1° sud i una longitud de 20,8° oest. Podem observar que l'envolten uns altres “subcràters” designats amb el seu mateix nom i una lletra de referència (veure imatges 62 i 63)



Imatge 62.- Cràter Wilhem. Imatge obtinguda a partir del programa *Virtual Moon Atlas*.



Imatge 63.- Cràter Wilhem. Imatge obtinguda amb el telescopi Meade LX90GPS de 8" (invertida a la situació real)

- Mitjançant el programa AUTOCAD 2007 hem pogut obtenir que en aquesta imatge 63 la mitjana dels radis aparents de la Lluna i del cràter Wilhem són:

	Radi aparent (u)
Lluna (R)	528,7
Cràter Wilhem (D)	20,1

- Si sabem que el radi de la Lluna (R_L) [veure pràctica 4] és de 1.690 km, el radi del cràter Wilhem (R_{C-W}) serà:

$$R_{C-W} = R_L \times \frac{D}{R} = 1.690 \text{ km} \times \frac{20,1u}{528,7u} = \boxed{64,3 \text{ km}}$$

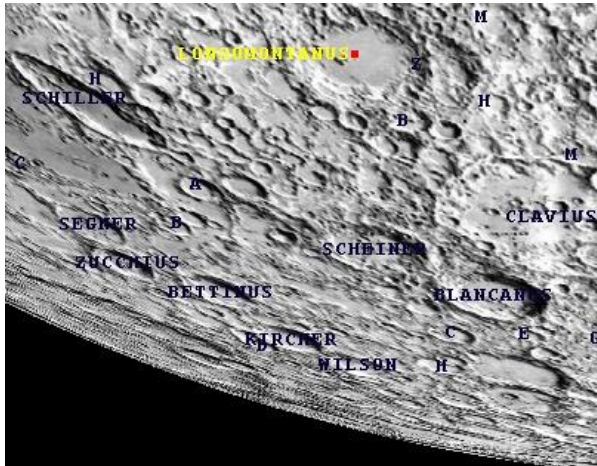
- Sabent que el radi real de Wilhem ($R_{R,C-W}$) és de 53,5 km, podem calcular l'error de mesura, tal que:

$$E_r = \frac{|R_{C-W} - R_{R,C-W}|}{R_{R,C-W}} \times 100 = \frac{|64,3 - 53,5|}{53,5} \times 100 = \boxed{20,2\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 20% aproximadament.

➤ Cràter Longomontanus.

Aquest altre cràter de 150 km de diàmetre (encara que es diu que en té 145 km i altres 157 km) es situa al quadrant sud-oest de la superfície lunar, a una latitud de 49,5° sud i una longitud de 21,7° oest. Podem observar que l'envolten uns altres “subcràters” designats amb el seu mateix nom i una lletra de referència (veure imatges 64 i 65)



Imatge 64.- Cràter Longomontanus. Imatge obtinguda a partir del programa *Virtual Moon Atlas*.



Imatge 65.- Cràter Longomontanus. Imatge obtinguda amb el telescopi Meade LX90GPS de 8" (invertida a la situació real)

- Mitjançant el programa AUTOCAD 2007 hem pogut obtenir que en aquesta imatge 65 la mitjana dels radis aparents de la Lluna i del cràter Longomontanus són:

	Radi aparent (u)
Lluna (R)	528,7
Cràter Longomontanus (D)	21,1

- Si sabem que el radi de la Lluna (R_L) [veure pràctica 4] és de 1.690 km, el radi del cràter Longomontanus (R_{C-L}) serà:

$$R_{C-L} = R_L \times \frac{D}{R} = 1.690 \text{ km} \times \frac{21,1u}{528,7u} = \boxed{67,4 \text{ km}}$$

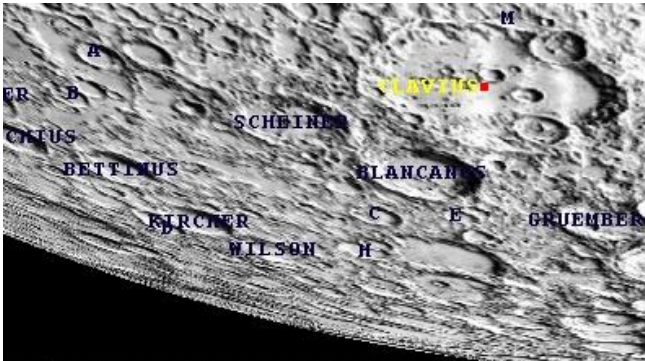
- Sabent que el radi real de Longomontanus ($R_{R,C-L}$) és de 75 km (aproximadament), podem calcular l'error de mesura, tal que:

$$E_r = \frac{|R_{C-L} - R_{R,C-L}|}{R_{R,C-L}} \times 100 = \frac{|67,4 - 75,0|}{75,0} \times 100 = \boxed{10,1\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 10% aproximadament.

➤ Cràter Clavius.

Aquest cràter és un dels més grans dels cràters lunars, de 231 km de diàmetre (encara que hi ha que diuen que en té 225 km) i es situa al quadrant sud-oest de la superfície lunar, a una latitud de 58,4º sud i una longitud de 14,4º oest. Podem veure que destaquen altres “subcràters” interns a aquest, i reben el seu mateix nom però amb lletres diferents per identificar-los. (veure imatges 66 i 67)



Imatge 66.- Cràter Clavius. Imatge obtinguda a partir del programa *Virtual Moon Atlas*.



Imatge 67.- Cràter Clavius. Imatge obtinguda amb el telescopi Meade LX90GPS de 8" (invertida a la situació real)

- Mitjançant el programa AUTOCAD 2007 hem pogut obtenir que en aquesta imatge 67 la mitjana dels radis aparents de la Lluna i del cràter Clavius són:

	Radi aparent (u)
Lluna (R)	528,7
Cràter Clavius (D)	36,6

- Si sabem que el radi de la Lluna (R_{Ll}) [veure pràctica 4] és de 1.690 km, el radi del cràter Clavius (R_{C-C}) serà:

$$R_{C-C} = R_{Ll} \times \frac{D}{R} = 1.690 \text{ km} \times \frac{36,6 \text{ u}}{528,7 \text{ u}} = \boxed{117 \text{ km}}$$

- Sabent que el radi real de Clavius ($R_{R,C-C}$) és de 115,5 km (aproximadament), podem calcular l'error de mesura, tal que:

$$E_r = \frac{|R_{C-C} - R_{R,C-C}|}{R_{R,C-C}} \times 100 = \frac{|117 - 115,5|}{115,5} \times 100 = \boxed{1,30\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 1% aproximadament.

5. Conclusions.

5.1 He estat capaç de posar el telescopi Meade LX90GPS en estació i he pogut dur a terme la captació d'imatges de la superfície de la Lluna.

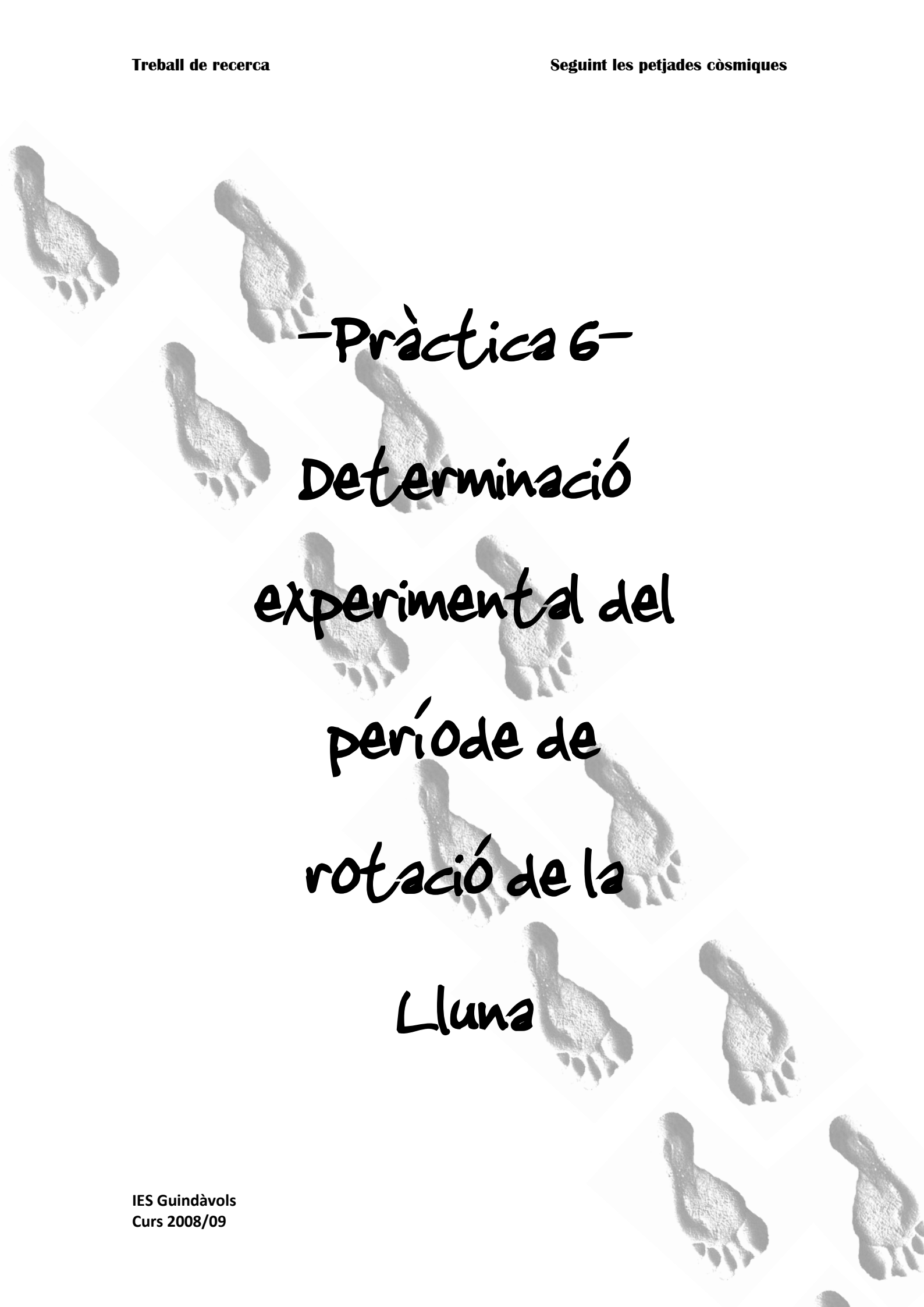
5.2 Es pot fer una estimació del radi d'alguns dels cràters de la Lluna mitjançant el tractament de les imatges d'aquest satèl·lit amb el programari AUTOCAD 2007.

5.3 Els radis dels cràters de la Lluna que hem pogut calcular han estat:

- El radi del cràter Plató, de 59,8 km
- El radi del cràter Wilhem, de 64,3 km
- El radi del cràter Longomontanus, de 67,4 km
- El radi del cràter Clavius, de 117 km

5.4 El percentatge d'error comés en cada determinació ha estat, aproximadament, de:

- En el cràter Plató d'un 15%.
- En el cràter Wilhem d'un 20%.
- En el cràter Longomontanus d'un 10%.
- En el cràter Clavius d'un 1%.

The background of the page is a light gray grid. Overlaid on this grid are numerous footprints of varying sizes and orientations, creating a trail-like effect that suggests a path or journey. The footprints are dark gray and appear to be made of a textured material like sand or mud.

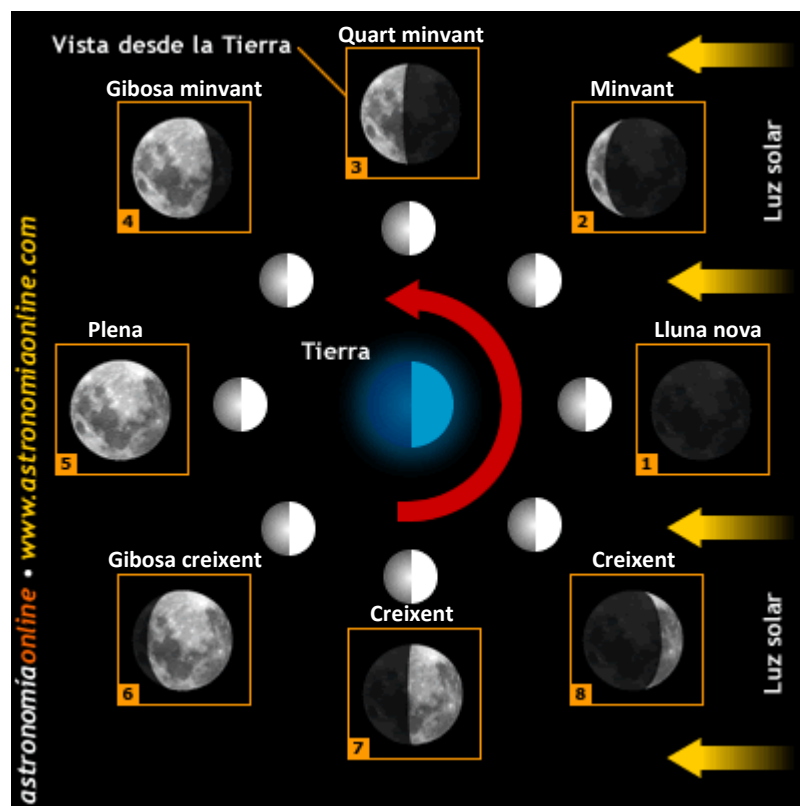
-Pràctica 6- Determinació experimental del període de rotació de la Lluna

-Pràctica 6-**Determinació experimental del període de rotació de la Lluna****1. Objectiu**

- Fer una estimació del període de rotació sideral de la Lluna.

2. Fonaments teòrics.

- La Lluna és l'únic satèl·lit natural de la Terra i descriu un moviment el·líptic. Una de les revolucions de la Lluna és la sideral, és a dir, el temps que tarda en completar una volta al voltant de la Terra, que és d'uns 27d 7h 43min. Donant aquest moviment al voltant de la Terra, la llum del Sol li arriba des de posicions diferents que es repeteixen en cada volta. És quan parlem de fases lunars. Quan il·lumina tota la cara que veiem, s'anomena lluna plena; quan es troba situada entre la Terra i el Sol i per tant no la veiem, s'anomena lluna nova. Quan, depenent de l'angle que formen la Terra i el Sol, sol se'n veu una part, pot tractar-se de les fases quart creixent o quart minvant (veure imatge 68).



Imatge 68- Les fases de la Lluna. Font: <http://www.astronomiaonline.com> i retocada per Laura Latorre (autora del treball)

3. Disseny experimental.

3.2 Descripció de l'experiment.

Tenint en compte els privilegis que ens ofereix la Lluna en quant a la seva observació, ens és relativament fàcil enregistrar-la en fotografies des de qualsevol punt de la Terra i sense la necessitat d'ús d'un utilitat complex. Per tal de determinar el temps que tarda la Lluna en completar una volta al voltant de la Terra (període de rotació), ens basarem en la realització d'un seguit de captures d'imatges de la Lluna efectuades mitjançant, en el nostre cas, la utilització d'una càmera digital (Nikon *Coolpix*) de 4 MG píxels amb zoom òptic i una altra càmera reflex (Nikon F 65) amb un carret d'alta sensibilitat de 400 ISO i un teleobjectiu de 300 mm d'aproximació. En ambdós casos, amb flash.

La càmera ideal per realitzar-ho hauria de ser reflex amb un carret d'alta sensibilitat de 1200 ISO.

Si les analitzem, podrem determinar la finalització d'un cicle lunar i els inicis d'un de nou, per tant, d'un cicle complet. A partir de la distinció de les seves fases lunars progressives, que hauran de repetir-se, i de l'enregistrament del dia i l'hora que s'ha efectuat la fotografia, podrem arribar al nostre objectiu.

3.3 Procediments.

- Fixar una data per començar a observar i fotografiar la Lluna. Caldrà tenir en compte que aproximadament s'haurà de dur a terme cada dia durant un mes.
- Realitzar una taula com aquesta (veure imatge 69) per tal de tenir enregistrades les dades del seguiment:

Data	Hora	Observacions

Imatge 69- Taula de dades del seguiment

- Tenir present la primera fase en que s'han començat a enregistrar les fotografies ja que, el cicle lunar finalitzarà en quan es troni a veure la mateixa fase aproximadament al cap d'un mes.
- Efectuar el seguiment i analitzar les fotografies per veure com les fases lunars es van repetint progressivament. – Per poder obtenir les imatges òptimes caldrà incorporar el flash i també necessitarem fixar l'opció de visualització de la data i hora de cada imatge realitzada.-

- Determinar el temps transcorregut des de el inici del cicle fins al final en dies, que correspondrà a una aproximació del període de rotació efectuat per la Lluna.
- Finalment, calcular l'error de mesura comés en la determinació experimental.

3.4 Utiltatge.

- Càmera fotogràfica r flex o digital



Imatge 70.- Càmera reflex Nikon F 65 amb un carret d'alta sensibilitat de 400 ISO i un teleobjectiu de 300 mm d'aproximació.
Font: <http://im.com.ua/pic/n/nikon.f65d.jpg>



Imatge 71.- Càmera digital Nikon *Coolpix* de 4 MG píxels amb zoom òptic.

3.5 Esquema del muntatge.



Imatge 72.- Jo (Laura Latorre) fotografiant la Lluna des de la zona geogràfica de les Illes Canàries

4. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.

- En dur a terme el seguiment de captacions fotogràfiques de la Lluna des del dia 05/08/08 fins al dia 05/09/08, hem obtingut aquesta taula amb les imatges corresponents (veure imatges www.xtec.cat/iesguindavols/laura/llunaperiode.pdf).

Aquestes han estat preses des de la zona geogràfica de les Canàries amb una latitud de 28.30 nord i una longitud de 13.53 oest. Cal tenir en compte les particularitats de la zona i les incidències meteorològiques que, a conseqüència d'això, en algunes d'elles la visibilitat de la Lluna ha estat poc nítida o nul·la.

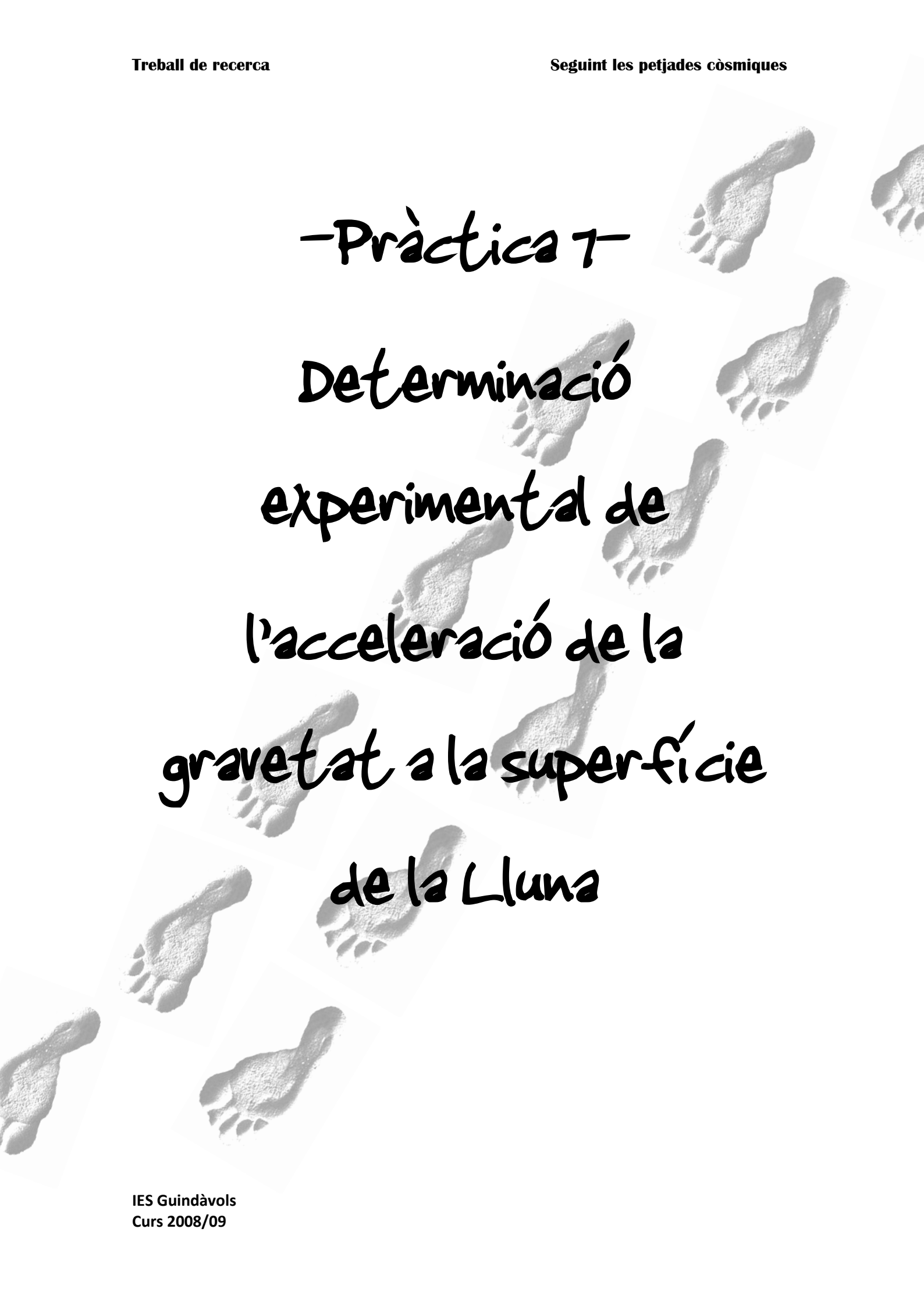
- Després d'analitzar el seguiment realitzat de les fases de la lluna, podem observar que la fase lunar minvant del dia 5 d'agost s'aproxima a la fase lunar minvant del dia 4 de setembre, és a dir han transcorregut 30 dies 23 hores i 29 min (30,9784 dies) des de el inici d'una volta completa de la lluna al voltant de la Terra. Això ens permet observar que correspon a l'estimació del període orbital sideral de la Lluna.
- Si sabem que el període orbital sideral real de la Lluna és d'uns 27 dies 7 hores 43 min (27,3217 dies) podem calcular l'error relatiu comés en la nostra determinació experimental:

$$E_r = \frac{|30,98 - 27,32|}{27,32} \times 100 = 13,4\%$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 13% aproximadament.

5. Conclusions.

- 5.2 Es pot fer una estimació del període orbital sideral de la Lluna mitjançant l'ús d'una càmera fotogràfica reflex o digital.
- 5.2 El període orbital sideral estimat és d'uns 30 dies 23 hores i 29 minuts (30,9784 dies).
- 5.3 El percentatge d'error relatiu comés en la mesura és d'un 13% aproximadament.

The background of the page is decorated with a pattern of footprints. These footprints are arranged in a way that suggests a path or journey, with some appearing to lead towards the top right and others scattered around. The footprints are in a light gray color, matching the overall aesthetic of the document.

-Pràctica 7-

Determinació experimental de l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna

-Pràctica 7-**Determinació experimental de l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna****1. Objectiu.**

- Fer una estimació de l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna a partir de les anàlisis dels fotogrames del videoclip *mondsprung.avi* corresponent al salt d'un astronauta de la missió Apol·lo XV sobre la superfície de la Lluna.

2. Disseny experimental.**2.1 Descripció de l'experiment.**

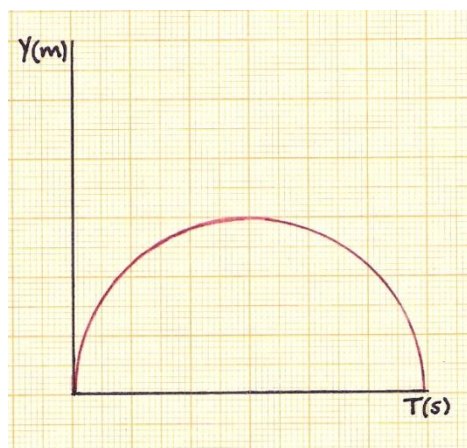
- Es pot determinar l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna tot analitzant les imatges enregistrades del salt d'un astronauta de la missió Apol·lo XV sobre la superfície de la Lluna.

Amb l'ajut del programari Multilab podem obtenir les dades posició-temps corresponents al salt del astronauta. Només caldrà representar aquestes dades en un gràfic posició-temps ($y-t$) i tot analitzant-les, veure si la corba obtinguda es pot ajustar a una equació polinòmica de grau dos (veure imatge 92).

$$y = a + bt + ct^2$$

Imatge 92.- Equació polinòmica de 2^{on} grau.

Que per tant, haurà de quedar definida en una gràfica d'aquesta forma (veure imatge 93):



Imatge 93.- Paràbola representativa $y(m)-t(s)$ d'un moviment uniformement accelerat.

En el cas que fos així, el moviment del salt de l'astronauta seria un moviment rectilini uniformement accelerat (MRUA).

Per tal de conèixer l'acceleració de la gravetat, g , caldrà comparar l'equació obtinguda de la corba (imatge 92) amb l'equació del moviment rectilini uniformement accelerat (veure imatge 94).

$$y(t) = y_0 + v_0 t + g \frac{t^2}{2}$$

Imatge 94.- Equació del moviment corresponent al MRUA.

S'acompleix:

$$\Rightarrow a = y_0 \Rightarrow b = v_0 \Rightarrow c = \frac{g}{2}$$

D'on extraurem que:

$$\rightarrow \boxed{g = 2c} \left\{ \begin{array}{l} - g = \text{acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna (m/s}^2\text{)} \end{array} \right.$$

2.2 Procediments.

- Obtenir el vídeo mondsprung.avi de la pàgina web corresponent.
- Dur a terme l'enregistrament de dades a partir del programa Multilab. Per fer-ho, un cop buscat i obert el arxiu, caldrà calibrar l'alçada indicada en la imatge (2 m) clicant a . Després, haurem de fixar uns eixos de coordenades tot clicant  i designant el vèrtex de la cantonada inferior dreta de la motxilla de l'astronauta, que ens servirà com a punt de referència. Per començar a enregistrar les dades haurem d'anar clicant aquest punt referent per obtenir la captació de fotogrames mentre l'astronauta efectua el salt, clicant sempre al mateix punt designat inicialment.
- Seleccionar la gràfica (y-t) del moviment que descriu l'astronauta en efectuar el salt. Un cop en pantalla, obtindrem l'equació del moviment $[f(x)]$ ajustant-la a una funció de segon grau a partir de la selecció: funció polinòmica a . En la gràfica també quedarà dibuixada una corba blava molt propera a la obtinguda, la qual descriu el moviment perfecte que hauria d'efectuar.
- Un cop obtinguda l'equació de la corba, haurem d'analitzar-la i comparar-la amb l'equació del moviment rectilini uniformement accelerat (veure imatge 94) i extreure'n uns resultats.
- Repetir el procediment i calcular-ne la mitjana aritmètica per tal d'obtenir uns resultats més precisos.
- Finalment, caldrà calcular l'error de mesura comés en la determinació.

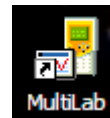
2.3 Utilatge.

- Videoclip *mondsprung.avi* corresponent al salt d'un astronauta de la missió Apol·lo XV (1971) sobre la superfície de la Lluna.



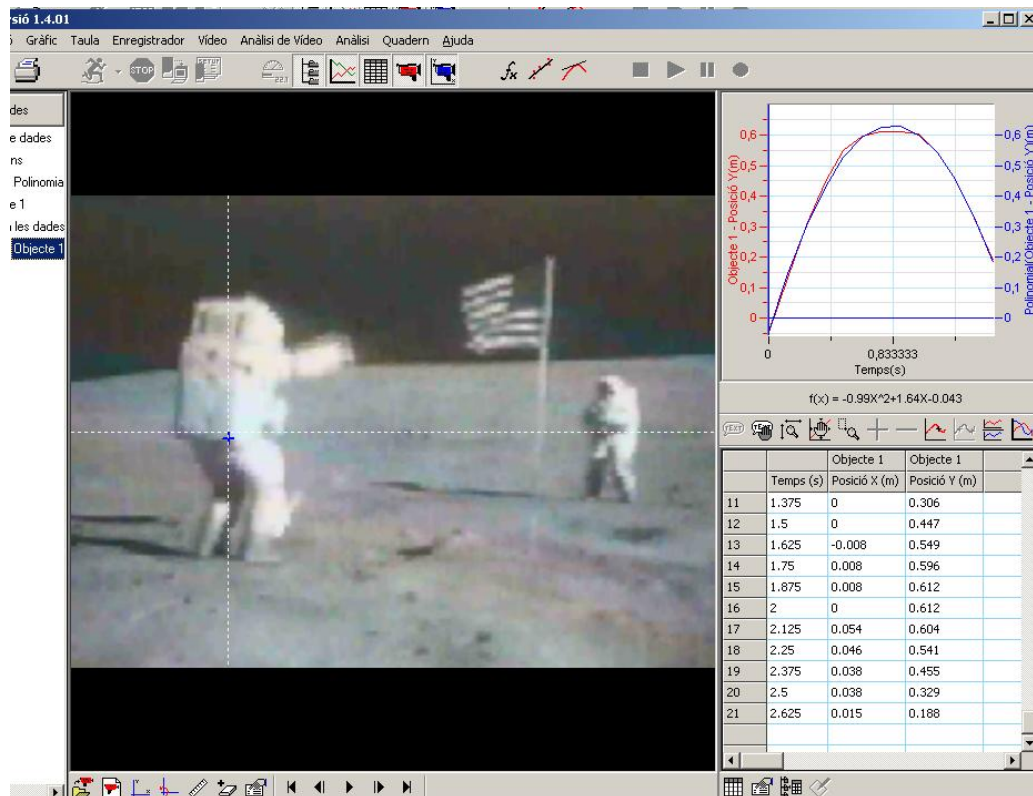
Imatge 95.- Videoclip *mondsprung.avi* en ús.

- Programari *Multilab*



Imatge 96.- Icona d'accés al programa *Multilab*

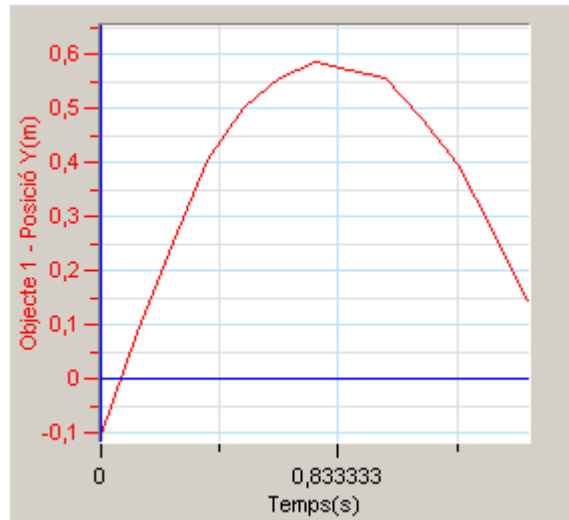
2.4 Esquema del muntatge.



Imatge 97.- Enregistrament de dades mitjançant el programa Multilab.

3. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.

- La gràfica resultant posició-temps del moviment descrit per el salt d'un astronauta de la missió Apol·lo XV sobre la Lluna ha sigut aquesta:



Imatge 98.- Gràfic posició(m)-temps(s) corresponent al salt d'un astronauta sobre la superfície de la Lluna.

- En ajustar la corba a una equació de segon grau, hem obtingut la següent equació:

$$f(x) = -0.97x^2 + 1.59x - 0.065$$

Imatge 99.- Equació polinòmica corresponent al salt efectuat per un astronauta sobre la superfície de la Lluna.

En comparar l'equació posició-temps obtinguda (veure imatge 99) amb l'equació polinòmica de grau dos (veure imatge 92), considerant que $f(x) = Y(t)$, s'acompleix:

- $a = y_0 = -0,065\text{m}$
 → $b = v_0 = 1,59\text{m/s}$; que correspon a la velocitat inicial
 → $c = \frac{g}{2} = -0,97\text{m/s}^2$

- Hem realitzat l'experiment diverses vegades. Els resultats obtinguts han estat els següents:

Pràctica	Equació polinòmica de grau 2 (en representació d'un M.R.U.A)	$C = \frac{g}{2} \text{ (m/s}^2\text{)}$	$g = 2C \text{ (m/s}^2\text{)}$
1	$f(x) = -0.97x^2 + 1.59x - 0.065$ Imatge 100.- Equació polinòmica obtinguda en la pràctica 1	$-0.97x^2$	-1,94

2	$f(x) = -0.89x^2 + 1.43x - 0.084$ Imatge 101.- Equació polinòmica obtinguda en la pràctica 2	$-0.89x^2$	-1,78
3	$f(x) = -0.99x^2 + 1.64x - 0.043$ Imatge 102.- Equació polinòmica obtinguda en la pràctica 3	$-0.99x^2$	-1,98

- D'on podem extreure una mitjana aritmètica de l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna de:

$$\bar{g} = \frac{\sum_{n=3} g}{n} = \frac{(-1,94) + (-1,78) + (-1,98)}{3} = \boxed{-1,9 m/s^2}$$

- Ara cal determinar la desviació mitjana ($\bar{d}$):

$$\begin{cases} d_1 = |g_1 - \bar{g}| = 0,04 m/s^2 \\ d_2 = |g_2 - \bar{g}| = 0,12 m/s^2 \\ d_3 = |g_3 - \bar{g}| = 0,08 m/s^2 \end{cases}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=3} d_i}{n} = \frac{0,04 + 0,12 + 0,08}{3} = 0,08 m/s^2 \cong \boxed{0,1 m/s^2}$$

Amb un error del:

$$E_r = \frac{\bar{d}}{|\bar{g}|} \times 100 = \frac{0,08}{1,9} \times 100 = \boxed{4\%}$$

L'error relatiu referent a la desviació mitjana és al voltant d'un 4%.

- Que per tant el resultat s'expressa:

$$(\bar{g} \pm \bar{d}) m/s^2 = \boxed{(1,9 \pm 0,1) m/s^2}$$

- Si sabem que l'acceleració real de la gravetat a la superfície de l'equador de la Lluna (g_r) és d'uns $1,63 m/s^2$ (que també pot ser expressada com a $1,63 N/kg$), podem calcular l'error relatiu comés en la nostra determinació:

$$E_r = \frac{|g - g_r|}{g_r} \times 100 = \frac{|-1,90 - (-1,63)|}{1,63} \times 100 = \boxed{16,56\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 17% aproximadament.

4. Conclusions.

4.1 Es pot fer una estimació de l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna a partir de les anàlisis dels fotogrames del videoclip *mondsprung.avi* corresponents al salt efectuat per una astronauta a la superfície lunar.

4.2 L'acceleració estimada de la gravetat de la Lluna a la superfície lunar és d'un $(1,9 \pm 0,1) m/s^2$.

4.3 El percentatge d'error relatiu comés en la mesura és d'un 17% aproximadament.

The background of the entire page is a repeating pattern of footprints. Each footprint is a dark grey silhouette of a human foot, oriented with the toes pointing towards the top-left. They are arranged in a staggered grid, with some footprints appearing slightly more prominent than others, creating a sense of depth. The pattern covers the entire page, serving as a thematic backdrop for the title.

-Pràctica 8-

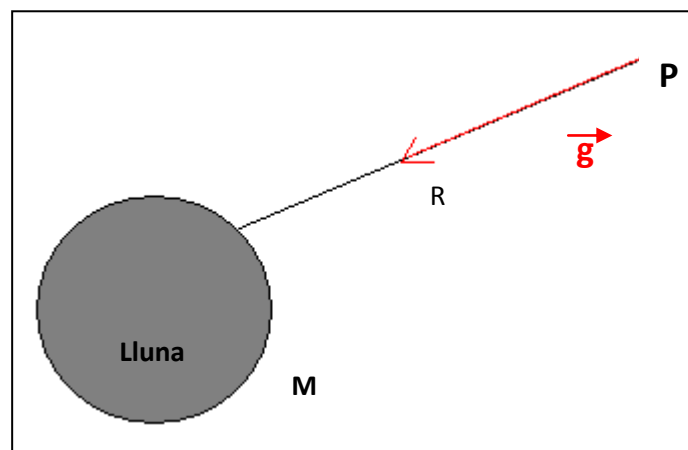
Determinació experimental de la massa de la Lluna

-Pràctica 8-**Determinació experimental de la massa de la Lluna.****1. Objectius.**

- Fer una estimació de la massa de la Lluna.
- Fer una estimació de la densitat de la Lluna.

2. Disseny experimental.**2.1 Descripció de l'experiment.**

- En la física moderna interpretem el camp gravitatori com una alteració de les propietats del espai al voltant d'un cos. Aquesta alteració es mesura mitjançant la intensitat del camp, definida com la força que experimenta la unitat de massa en un punt del camp. Així, la intensitat de la gravetat a prop de la superfície de la Lluna, tal i com hem vist en la pràctica 7, realment val $1,63 \text{ m/s}^2 = 1,63 \text{ N/kg}$ i és un vector dirigit al centre de la Lluna (veure imatge 103 en representació del fenomen).



Imatge 103.-Representació gràfica del fenomen de la intensitat gravitatòria.

El vector $\vec{g}$ de la imatge mesura la intensitat de gravetat que crea un cos de massa M en un punt exterior a distància R , el qual ve donat per la següent expressió:

$$\vec{g} = G \frac{M}{R^2} \vec{u}$$

Imatge 104.- Equació de la intensitat del camp gravitatori o acceleració de la gravetat.

-On G és la constant de gravitació universal, $G=6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, M és la massa del planeta (en el nostre cas la Lluna), R és el radi del planeta (en el nostre cas el de la Lluna) i el vector $\vec{u}$ és el vector unitari que ens indica la direcció de la intensitat.

El mòdul de $\vec{g}$ s'expressa com:

$$g = \frac{G \times M}{R^2}$$

Imatge 105.- Equació en mòdul de la intensitat de l'acceleració de la gravetat.

- Per tant, aïllant M de l'expressió de la imatge 105, podem fer una estimació de la massa de la Lluna (veure imatge 106).

$$M = \frac{g \times R^2}{G}$$

Imatge 106.- Expressió obtinguda en aïllar l'incògnita M de l'equació de la imatge 104

Tenint present el valor de la constant de gravitació universal G , únicament necessitem saber la distància R corresponent al radi de la Lluna (calculat en la pràctica 4) i g , corresponent a l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna (calculada en la pràctica 7).

2.2 Procediments.

- Un cop obtinguda i entesa la relació que ens proporciona l'expressió de la intensitat del camp gravitatori i calculades g i R en les pràctiques anteriors (4 i 7), sol cal que aïllem M d'aquesta expressió (veure imatge 106).
- Calcular l'incògnita (M).
- Calcular l'error de mesura comés en la determinació.
- Sabent el volum que ocupa una esfera, podem calcular també, la densitat de

la Lluna (d) tot aplicant la fórmula $d = \frac{M}{V}$.

- Calcular l'error relatiu referent a la densitat de la Lluna.

3. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.

- Si sabem que la intensitat del camp gravitatori o acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna ens permet establir la relació esmentada (veure imatge 105), podem aïllar M , corresponent a la massa de la Lluna, (veure imatge 106). Si sabem que l'acceleració estimada de la gravetat en mòdul (g) és $1,92 \text{ N/kg}$ (veure pràctica 7), que el radi de la Lluna (R) és de $1,69 \cdot 10^3 \text{ km} = 1,69 \cdot 10^6 \text{ m}$ (veure pràctica 4) i que la constant de gravitació universal (G) és de $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, obtenim que:

$$M_{Ll} = \frac{g_{Ll} \times R_{Ll}^2}{G} = \frac{1,9 \times (1,69 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 8,1 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

- Sabent que el valor real de la massa de la Lluna és de $7,349 \cdot 10^{22}$ kg, podem calcular l'error relatiu comés en la determinació:

$$E_r = \frac{|M_{Ll} - M_{Ll_r}|}{M_{Ll_r}} \times 100 = \frac{|8,1 \cdot 10^{22} - 7,35 \cdot 10^{22}|}{7,35 \cdot 10^{22}} \times 100 = \boxed{10\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 10% aproximadament.

- Havent determinat experimentalment la massa de la Lluna (M) i el seu radi (R) podem fer una estimació de la seva densitat.

Suposant que la Lluna és esfèrica, el seu volum (V) es pot calcular a partir de l'expressió:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi (1,69 \cdot 10^6)^3}{3} = 2,02 \cdot 10^{19} \text{ m}^3$$

Així, la densitat de la Lluna (d) la calculem utilitzant la formula:

$$d = \frac{M}{V} = \frac{8,1 \cdot 10^{22}}{2,02 \cdot 10^{19}} = \boxed{4,0 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

- Sabent que el valor real de la densitat de la Lluna (d_r) és de $3,34 \cdot 10^3$ kg/m³, podem calcular l'error relatiu comés en la respectiva determinació:

$$E_r = \frac{|d - d_r|}{d_r} \times 100 = \frac{|4,0 \cdot 10^3 - 3,34 \cdot 10^3|}{3,34 \cdot 10^3} \times 100 = \boxed{20\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 20% aproximadament.

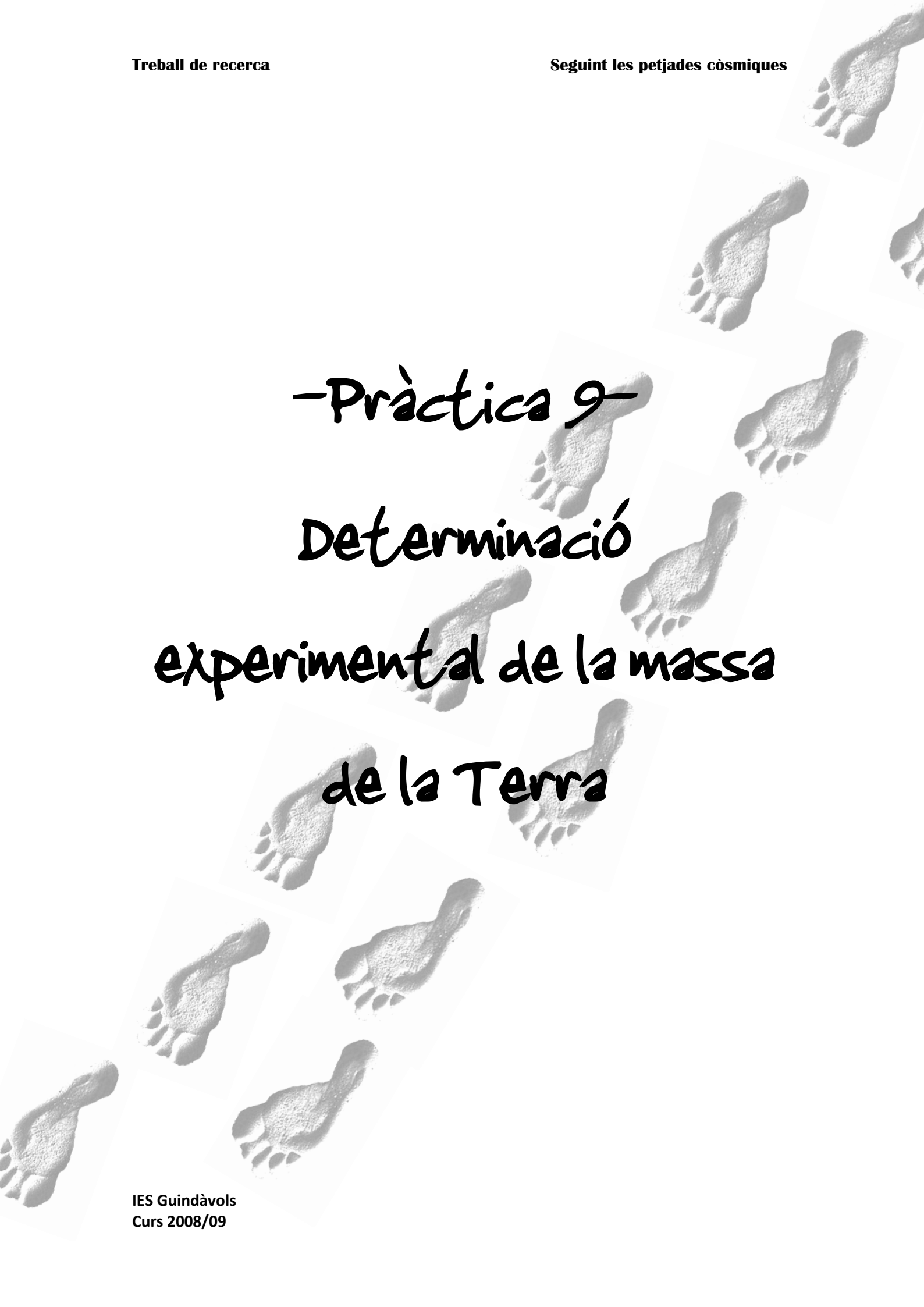
4. Conclusions.

4.1 Es pot fer una estimació de la massa de la Lluna a partir de la seva acceleració de la gravetat en la seva superfície.

4.2 L'estimació de la massa de la Lluna ens ha resultat d'uns $8,1 \cdot 10^{22}$ kg.

4.3 L'estimació de la densitat de la Lluna ens ha resultat d'uns $4,0 \cdot 10^3$ kg/m³.

4.4 El percentatge d'error relatiu comés en la determinació experimental de la massa de la Lluna és d'un 10% i per a la densitat de la Lluna d'un 20%, aproximadament.

The background of the page is decorated with a pattern of footprints. These footprints are arranged in a way that suggests a path or journey, with some appearing to lead towards the center where the title is located. The footprints are in a light gray color, matching the overall aesthetic of the document.

-Pràctica 9-

Determinació

experimental de la massa

de la Terra

-Pràctica 9-**Determinació experimental de la massa de la Terra****1. Objectius.**

- Fer una estimació de la massa de la Terra mitjançant el període orbital de la Lluna i la distància mitjana entre aquest satèl·lit i el planeta Terra.
- Fer una estimació de la densitat de la Terra.

2. Disseny experimental.**2.1** Descripció de l'experiment.

- La Terra, planeta format al mateix temps que el Sistema Solar fa uns 4.570 milions d'anys, és el cinquè planeta del Sistema Solar en ordre de tamany i l'únic planeta en el que, fins ara, es coneix l'existència de vida. La seva massa és d'unes nou vegades major que el seu satèl·lit, la Lluna, concretament de $5,9736 \times 10^{24}$ kg. El seu volum és més d'un milió de vegades menor que el Sol i la seva densitat d'uns 5,515 g/cm³.
- La tercera llei de Johannes Kepler (1571-1630), la llei dels períodes, relaciona el temps que tarda un planeta o satèl·lit en recórrer la seva òrbita al voltant del Sol o del seu respectiu planeta (el seu període orbital) amb el tamany de la seva òrbita:

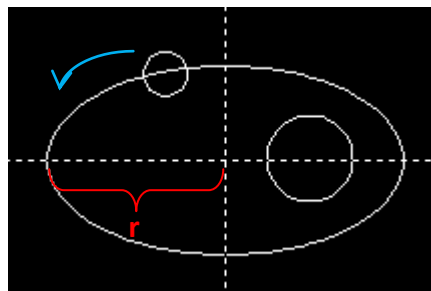
"El quadrat del període orbital de qualsevol planeta és proporcional al cub del semieix major de l'òrbita que descriu"

Aquesta llei que va formular Kepler únicament a partir d'observacions i de les anàlisis dels estudis efectuats per Tycho Brahe, pot expressar-se com (veure imatge 107 i 108):

$$T^2 = kr^3$$

Imatge 107.- Expressió de la 3a Llei de Kepler

-On T és el període de rotació efectuat per el satèl·lit o planeta, r és el semieix major de la seva òrbita i k la constant de proporcionalitat que pot ser determinada experimentalment.



Imatge 108.- Representació de la 3a Llei de Kepler.

- Isaac Newton (1643-1727), a partir del mite de la caiguda de la poma de l'arbre i de les investigacions de Kepler (a les quals dóna explicació), va formular la *Llei de la Gravitació Universal* enunciada a partir de l'expressió següent:

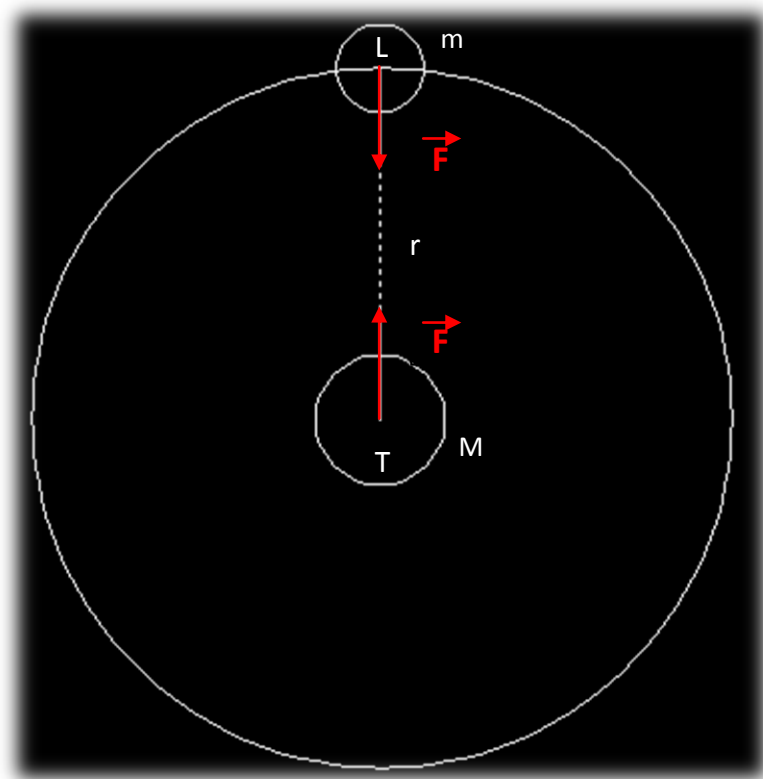
“Tota partícula material del univers atreu a qualsevol altra partícula amb una força directament proporcional al producte de les seves masses i inversament proporcional al quadrat de la distància que les separa”

Aquestes partícules tenen massa M i m i estan separades d'una distància r mesurada des de els seus centres. Segons la Llei de gravitació universal, la força d'atracció gravitacional F (en mòdul) exercida per la massa M sobre la massa m i a la inversa s'expressa (veure imatge 109 i la imatge 110):

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

Imatge 109.-Equació de la Llei de Gravitació Universal.

-On G es la constant de gravitació universal, $G= 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; M i m són les masses respectives de cada partícula i r la distància que les separa mesurada des dels seus centres de gravetat.



Imatge 110.- Representació del fenomen d'atracció entre dos cossos.
Llei de la gravitació universal.

- Sovint ens haurem parat a pensar: com pot ser que la Lluna orbiti al voltant de la Terra i no es precipiti sobre aquesta? Bé, a partir d'aquests descobriments tant significatius, podem donar-li una explicació. La Lluna es troba sotmesa a l'atracció de la Terra amb una força gravitacional F que li proporciona al satèl·lit un moviment circular uniforme (mcu) amb una acceleració normal o centrípeta que es dirigeix cap al centre de l'òrbita que descriu, la qual queda definida en l'expressió:

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

-On v correspon al mòdul de la velocitat a la que es desplaça la Lluna i r al radi de la mateixa.

Així segons la segona Llei de Newton, aquesta força d'atracció, també pot expressar-se d'aquesta manera:

$$F = m \times a = m \times \frac{v^2}{r}$$

Imatge 111.-Equació representativa de la 2a Llei de Newton.

-On m és la massa de la Lluna i a l'acceleració normal o centrípeta que li proporciona aquesta força d'atracció entre masses.

Podem establir una relació entre la *Llei de Gravitació Universal* i la tercera llei de Kepler. Si aquestes dues expressions (veure imatge 109 i 111) ens defineixen la mateixa força (F), tenim que:

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

Si sabem que: $v = \omega \times r = \frac{2\pi}{T} \times r$, llavors:

$$\left(\frac{2\pi}{T} \times r \right)^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} \times r^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow T^2 GM = 4\pi^2 r^3 \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

On, com podem observar, $\frac{4\pi^2}{GM}$ és la constant de proporcionalitat esmentada per Kepler en la seva tercera llei i la qual varia en funció de la massa de la partícula (M).

- Per tant, podem calcular la massa de la Terra (M) si sabem el període (T) amb que orbita el seu satèl·lit (la Lluna) i la distància mitjana (r) que separa ambdós cossos (Terra-Lluna):

$$M_T = \frac{4\pi^2 r^3}{GT_{Ll}^2}$$

Imatge 112.- Equació on queda aïllada la massa de la Terra, que relaciona la 3a Llei de Kepler amb la Llei de gravitació universal de Newton

- On G és la constant de gravitació universal, $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; la distància mitjana (r) entre la Terra i la Lluna que ja l'hem calculat en la pràctica 3 i el període orbital sideral de la Lluna (T) també, en la pràctica 6.

2.2 Procediments.

- Després d'entendre la tercera llei de Kepler i la *lleï de gravitació universal* de Newton, cal determinar la relació que mantenen.
- Aïllar la massa del planeta Terra i procedir a fer els càlculs. En el nostre cas, ja hem calculat el període orbital sideral de la Lluna i també la distància mitjana entre la Terra i la Lluna (veure pràctiques 3 i 6) i sol ens fa falta vincular-ho tot.
- Un cop feta l'estimació, calcular l'error relatiu referent a la massa de la Terra.
- A partir de les respectives determinacions i la fórmula $d = \frac{M}{V}$, calcular la densitat de la Terra suposant que és una esfera de radi r.
- Calcular l'error relatiu referent a la densitat de la Terra.

3. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.

- L'estimació de la massa de la Terra la realitzem utilitzant l'equació que ens mostra la imatge 112. Havent calculat el període orbital sideral del satèl·lit de la Terra (T) en la pràctica 6, que és d'uns 30,978 dies = $2,68 \cdot 10^6 \text{ s}$ i la distància mitjana de la Terra a la Lluna en la pràctica 3, que és d'uns $4,08 \cdot 10^5 \text{ km} = 4,08 \cdot 10^8 \text{ m}$, obtenim:

$$M_T = \frac{4\pi^2 r^3}{GT_{Ll}^2} = \frac{4\pi^2 (4,08 \cdot 10^8)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \times (2,68 \cdot 10^6)^2} = \frac{2,68 \cdot 10^{27}}{4,79 \cdot 10^2} = 5,60 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

- Sabent que la massa real de la Terra és d'uns $5,9736 \times 10^{24} \text{ kg}$ (M_{Tr}), l'error relatiu comés en la determinació és:

$$E_r = \frac{|M_T - M_{T_r}|}{M_{T_r}} \times 100 = \frac{|5,60 \cdot 10^{24} - 5,97 \cdot 10^{24}|}{5,97 \cdot 10^{24}} \times 100 = \boxed{6,20\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 6% aproximadament.

- Havent determinat experimentalment la massa de la Terra (M_T), suposant que aquesta és una esfera de radi (R) $6,52 \cdot 10^6$ m (calculat en la pràctica 1) es pot calcular el seu volum (V) per poder fer una estimació de la seva densitat (d). El seu volum (V) es pot calcular a partir de l'expressió:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi (6,52 \cdot 10^6)^3}{3} = 1,16 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$$

Així, la densitat de la Terra (d) la calculem utilitzant la formula:

$$d = \frac{M}{V} = \frac{5,60 \cdot 10^{24}}{1,16 \cdot 10^{21}} = \boxed{4,83 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

- Sabent que el valor real de la densitat mitjana de la Terra és de $5,52 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, podem calcular l'error relatiu comés en la respectiva determinació:

$$E_r = \frac{|d - d_r|}{d_r} \times 100 = \frac{|4,83 \cdot 10^3 - 5,52 \cdot 10^3|}{5,52 \cdot 10^3} \times 100 = \boxed{12,5\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 13% aproximadament.

4. Conclusions.

- 4.1** Es pot fer una estimació de la massa de la Terra mitjançant el període orbital de la Lluna i la distància mitjana compresa entre aquest satèl·lit i el planeta Terra.
- 4.2** L'estimació de la massa de la Terra ens ha resultat d'uns $5,60 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.
- 4.3** L'estimació de la densitat de la Terra ens ha resultat d'uns $4,83 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
- 4.4** El percentatge d'error relatiu comés en la determinació experimental de la massa de la Terra és d'un 6% i per a la densitat de la Terra d'un 13%, aproximadament.

The background of the page is a light gray with a pattern of footprints. The footprints are arranged in a way that suggests a path or journey, with some footprints appearing to lead towards the center where the text is located. The footprints are in various shades of gray and are scattered across the entire page.

-Pràctica 10-

Determinació
experimental del radi
mitjà de les orbites
dels satèl·lits galileians i
del seu període de
revolució

-Pràctica 10-**Determinació experimental del radi mitjà de les orbites dels satèl·lits galileians i del seu període de revolució.****1. Objectius.**

- Observar i fotografiar els satèl·lits de Júpiter.
- Determinar experimentalment el radi mitjà de les òrbites ($\approx$ l'allunyament màxim) que descriuen els satèl·lits galileians.
- Determinar experimentalment el període de revolució dels satèl·lits galileians.

2. Fent una mica d'història.

- Els satèl·lits galileians són les quatre llunes més grans del planeta gasós Júpiter. Galileu Galilei (1564-1642) va ser el primer en descobrir-les al 1610 mitjançant un telescopi fet per ell mateix. Després de múltiples observacions, va adonar-se que aquestes suposades estrelles es mantenien pròximes al planeta i semblaven moure's respecte aquest i les altres. Finalment, va concloure que es tractava de cossos planetaris que estaven en òrbita al voltant de Júpiter. Aquest descobriment va ser tant significatiu perquè va permetre evidenciar que no tots els cossos celestials orbitaven al voltant de la Terra, que aquesta no era el centre de l'Univers. Així doncs va permetre reforçar la teoria heliocèntrica de Copèrnic, que Galilei ja defensava des dels inicis. Aquests satèl·lits doncs, reben aquest nom (galileians) en honor al seu descobridor, però va ser Simon Marius qui al 1614 els va donar nom mitològic en correspondència als suggeriments de Kepler: Ío, Europa, Ganímedes i Calixto.

- Ío és el satèl·lit més proper a Júpiter. Les forces de marea provocades per la forta atracció gravitatòria de Júpiter són tan rellevants que provoquen un vulcanisme molt actiu. Té un diàmetre de 3.600Km i gira respecte Júpiter una volta en 1,77 dies aproximadament.
- Europa és el més petit dels satèl·lits galileians. Està cobert per una capa de gel i conté molts pocs cràters (té una superfície jove). Té un diàmetre de 3138Km i dona una volta cada 3,55 dies. Segons els estudis, actualment en desenvolupament, s'hi va intuir la presència de vida.
- Ganímedes és el satèl·lit més gran de l'Univers i també del Sistema Solar, amb un diàmetre de 5262Km. Sembla tenir un nucli rocós, on hi existeixen oceans, muntanyes... Efectua una volta en 7,17 dies aproximadament.
- Calixto és el satèl·lit més llunyà a Júpiter i el que té la superfície més vella del Sistema Solar ja que és el que té la superfície més saturada de cràters. Està format per roca, aigua i oceans. Té un diàmetre de 4800Km i completa una volta al voltant de Júpiter cada 16,75 dies.

Actualment, les sondes que s'han apropat al grandios Júpiter (les missions Pioneer, Voyager, les del projecte Galileu...) han permès, entre altres descobriments, localitzar-ne molts altres petits satèl·lits; fins un total de 63 s'havien descobert a l'agost del 2004.

3. Identificació dels satèl·lits galileians.

Per dur a terme els nostres objectius, ens haurem de basar en l'observació de les llunes del planeta Júpiter amb un instrument òptic mitjà, en el nostre cas un telescopi Meade LX90GPS de 8" i 2000 mm de distància focal. Caldria fer-les en un període de temps petit entre observació i observació per tal d'optimitzar els nostres resultats.

Després d'obtenir les imatges amb una "webcam LPI" adaptada al focus primari del telescopi i haver realitzat el seguiment, hem d'identificar els satèl·lits de les imatges capturades. Per fer-ho, utilitzarem com a patró el programari *Stellarium*, el qual ens permet identificar cada satèl·lit amb la seva posició corresponent a temps real. Així, podem comparar aquestes imatges multimèdia del programa amb les imatges pròpies capturades, per tal de saber la posició de cada satèl·lit (veure'n l'exemple en les imatges 113 i 114).

Caldrà configurar el programa a l'hora determinada del dia corresponent i la localització aproximada en latitud, longitud i altura (veure Annex II); alhora de comparar la seva posició caldrà tenir en compte que el telescopi ens proporciona una imatge invertida de la situació real (veure imatge 114).

En el nostre cas, les fotografies han sigut obtingudes en una ubicació definida per aquestes coordenades:

- Longitud: 06° 26' 01" Est
- Latitud: 42° 01' 12" Nord
- Altitud: 200m



Imatge 113.- Posició de Júpiter i els seus 4 satèl·lits galileians el dia 13/11/2008. Imatge obtinguda a partir del programari *Stellarium*.



Imatge 114.- Posició de Júpiter i els seus 4 satèl·lits galileians el dia 13/11/2008. Imatge invertida de la situació real, obtinguda a partir del telescopi Meade LX90GPS de 8".

4. Moviment dels satèl·lits galileians.

Avui en dia, es sap que les òrbites dels satèl·lits galileians són gairebé circulars, doncs les seves excentricitats són pràcticament zero:

- per Ío: 0,004
- per Europa: 0,009
- per Ganímedes: 0,002
- per Calixto: 0,007

Amb la qual cosa, podem considerar que el moviment que efectuen es tracta d'un moviment circular uniforme (m.c.u).

A més a més, es sap que el pla de les òrbites gairebé coincideix amb el pla de l'eclíptica (són paral·lels). Això fa que les projeccions del moviment dels satèl·lits sobre una recta que passa per la Terra i que es troba continguda en el pla de l'eclíptica sigui un moviment harmònic simple (MHS).

5. Disseny experimental.

5.1 Descripció de l'experiment.

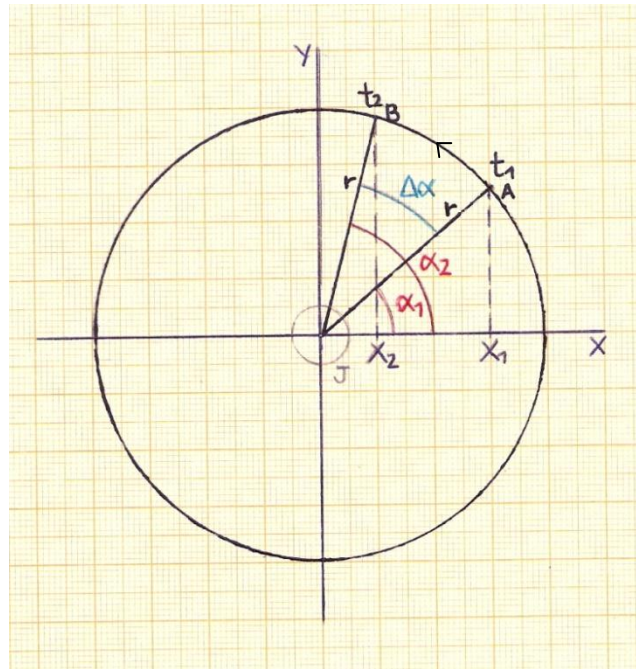
- A partir de l'observació de les fotografies d'aquests 4 satèl·lits de Júpiter, capturades amb la "webcam LPI" adaptada al focus primari del telescopi Meade LX90GPS, es determinarà la seva posició relativa respecte el centre de Júpiter amb el programari AUTOCAD 2007. Les posicions s'expressaran en múltiples de radi de Júpiter. Es consideraran valors positius aquells que es trobin a la dreta de Júpiter i negatius aquells que es trobin a l'esquerra.

Com que les òrbites que descriuen els satèl·lits gairebé són circulars (veure excentricitats de l'apartat 4), el radi mitjà de l'òrbita dels satèl·lits (r) es correspondrà amb l'allunyament màxim observat.

Per tal d'esbrinar el període dels satèl·lits tindrem en compte que aquests descriuen un moviment circular uniforme (m.c.u) al voltant de Júpiter.

-En l'estudi de cadascun, suposarem que a l'instant $t = t_1$ el satèl·lit es troba en la posició A i a l'instant $t = t_2$ en la posició B.

Sigui r el radi de l'òrbita descrita per el satèl·lit, i siguin α_1 i α_2 els angles formats pel radi i l'eix d'abscisses (X) en les posicions A i B. I siguin X_1 i X_2 les projeccions dels punts A i B sobre l'eix d'abscisses X. Veure imatge 115.



Imatge 115.- Interpretació del moviment d'un satèl·lit al voltant de Júpiter.

De la imatge 115 podem deduir:

$$\cos \alpha_1 = \frac{X_1}{r} \Rightarrow \alpha_1 = \arccos\left(\frac{X_1}{r}\right)$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{X_2}{r} \Rightarrow \alpha_2 = \arccos\left(\frac{X_2}{r}\right)$$

Imatge 116.- Equacions trigonomètriques que defineixen els angles α_1 i α_2 compresos entre r i les posicions projectades sobre l'eix X (X_1 i X_2)

D'altra banda en un m.c.u la velocitat angular ω es defineix:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$$

Imatge 117.- Expressió de la velocitat angular (ω) la qual ens relaciona el temps (t) amb l'angle descrit per el satèl·lit (α).

Si $\Delta t = T(\text{període})$ llavors $\Delta\alpha = 2\pi(\text{rad}) \equiv 360^\circ$. Aïllant el període (T) obtenim que:

$$T = \frac{\Delta t}{\Delta\alpha(\text{rad})} \times 2\pi(\text{rad}) = \frac{t_2 - t_1}{\alpha_2 - \alpha_1} \times 2\pi(\text{rad})$$

Si tenim en compte que $2\pi\text{rad} \equiv 360^\circ$, l'expressió anterior pot expressar-se com:

$$T = \frac{\Delta t}{\Delta \alpha(^{\circ})} \times 360^{\circ} = \frac{t_2 - t_1}{\alpha_2 - \alpha_1} \times 360^{\circ}$$

Imatge 118.- Fórmula per calcular el període del satèl·lit.

I així, aplicant la fórmula de la imatge 118 per a cada satèl·lit, obtindrem els seus períodes de revolució corresponents amb les unitats de mesura en que es treballarà (dies).

5.2 Procediments.

- Dur a terme un seguiment d'observacions i captures de les posicions de Júpiter i d'els seus satèl·lits durant un llarg període de temps, sense deixar transcórrer molt de temps entre observació i observació. Doncs com més mesures obtinguem, més minuciosos podrem ser en els nostres càlculs. Per fer-ho, haurem d'incorporar la "webcam LPI" al focus primari del telescopi. Caldrà disposar d'un ordinador a la nostra vora, en el qual connectarem la "webcam" i procedirem a la captació de les imatges tot regulant el temps d'exposició amb l'ajuda del programari propi del telescopi, l'*Autostar Suite's*. Caldrà fer una tria de les imatges òptimes i recollir-les en una taula on es deixi indicat el dia i l'hora de la captació de cada fotografia.
- Elaborar una altra taula com aquesta per fer el seguiment dels satèl·lits en correspondència amb les fotografies obtingudes:

					Satèl·lits			
Dia	Hora(UT)	Temps/h	Temps/dies	Nº Imatge	Ió	Europa	Ganímedes	Calixto

Imatge 119.- Taula de seguiment dels satèl·lits de Júpiter.

- Identificar els satèl·lits de les imatges capturades mitjançant el programari *Stellarium* (veure Annex II). Acabar d'emplenar les dades de la taula que ens mostra la imatge 119 tot comparant la situació real de les posicions dels satèl·lits (que ens proporciona l'*Stellarium*) amb les fotografies obtingudes amb el telescopi (que ens proporciona una inversió de la imatge de la situació real) i utilitzar el programari AUTOCAD 2007 per mesurar la posició relativa d'aquests respecte el centre del planeta en radis de Júpiter (veure Annex III). Utilitzarem els signes + o – per indicar la posició dreta o esquerra dels satèl·lits respecte el planeta Júpiter.
- El valor absolut màxim de les posicions trobades respecte el centre de Júpiter, en radis de Júpiter, serà l'allunyament màxim, aproximadament igual que el radi mitjà de les seves òrbites (r). Cada satèl·lit tindrà atribuït un valor. Un cop identificats, calcularem l'error relatiu comés en la determinació.

- Després de completar la taula passarem a calcular el període dels satèl·lits tot sabent el radi mitjà de les seves orbites (r). Haurem de calcular Δt i $\Delta\alpha$ (per a cada període a determinar) tot interpretant les dades obtingudes –en quines posicions pot estar el satèl·lit quan el cosinus de l'angle és negatiu, quantes voltes ha efectuat des del primer instant,...-
- Per calcular Δt , haurem d'utilitzar els temps t_1 i t_2 que corresponen a les posicions A i B. Cal tenir en compte el temps transcorregut des de l'instant inicial i final per ajudar-nos a deduir les voltes efectuades per el satèl·lit en qüestió.
- Per calcular $\Delta\alpha$, haurem de conèixer la posició dels satèl·lits en radis de Júpiter (X_1 i X_2) als instants escollits anteriorment i el radi mitjà de les orbites que descriuen els satèl·lits (r) - $\approx$ allunyament màxim -. Això ho farem aplicant l'equació de la imatge 116. Cal que l'angle α_2 sempre sigui més gran que α_1 .
- Un cop tinguem Δt i $\Delta\alpha$ ja podrem calcular el període del satèl·lit corresponent a aquestes dades aplicant la fórmula de la imatge 118. Repetir el procediment en cada satèl·lit en altres instants diferents. Per fer-ho més entenedor, inclourem tots els resultats dels nostres càlculs per cada satèl·lit en una taula com aquesta (veure imatge 120).

t_1 [dies]	t_2 [dies]	α_1 [graus]	α_2 [graus]	$t_2 - t_1$ (Δt) [dies]	$\alpha_2 - \alpha_1$ ($\Delta\alpha$) [graus]	$T = \frac{(t_2 - t_1)}{(\alpha_2 - \alpha_1)} \times 360$ [dies]

Imatge 120.- Taula de dades de càlculs obtinguts en la determinació del període dels satèl·lits galileians.

- Fer la mitjana dels períodes obtinguts en els diferents instants.
- Per calcular el període de cada satèl·lit haurem de repetir el procediment, amb les seves dades Δt , $\Delta\alpha$ i r corresponents.
- Sabent el període de revolució real de cada satèl·lit, podrem calcular l'error relatiu comés en cada determinació.

5.3 Utilitatge

- Telescopi Meade LX90GPS de 8" i 2000mm de distància focal.



Imatge 121.- Telescopi Meade LX90GPS

- Webcam LPI



Imatge 122.- "Webcam LPI"

- Imatges de Júpiter amb els seus 4 satèl·lits galileians.



Imatge 123.- Observació de les imatges obtingudes de Júpiter amb els seus 4 satèl·lits galileians en la pantalla de l'ordinador.

- Programari Autostar Suite

Autostar Suite



Imatge 124.- Icona del programari *Autostar Suite*

- Programari *Stellarium*.



Imatge 125.- Icona del programari *Stellarium*

- Programari AUTOCAD 2007.



Imatge 126.- Icona del programari AUTOCAD 2007

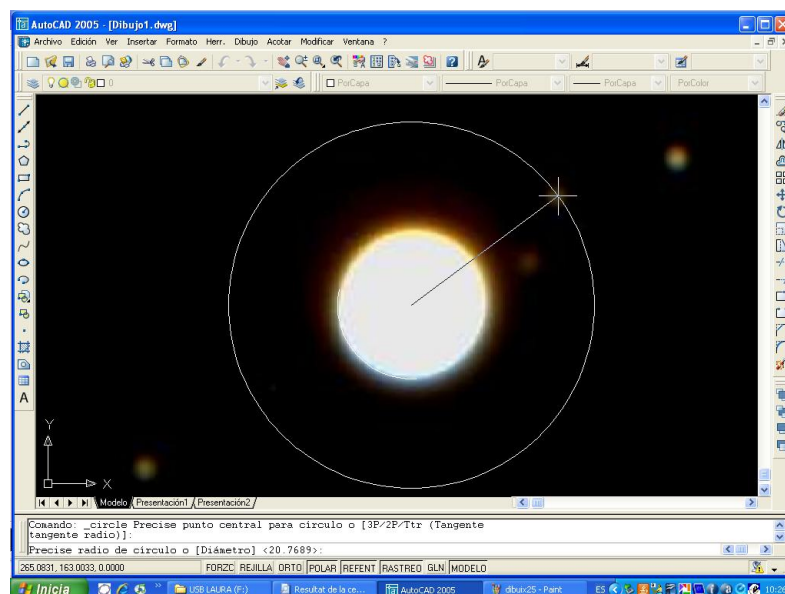
5.4 Esquema del muntatge.



Imatge 127.- Jo (Laura Latorre) fent observacions amb el telescopi Meade LX90GPS al institut IES Guindàvols.



Imatge 128.- Jo (Laura Latorre) duent a terme la captació d'imatges des de l'ordinador amb la "webcam LPI" connectada al focus primari del telescopi Meade LX90GPS.



Imatge 129.- Tractament de la imatge amb el programari AUTOCAD 2007.

6. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.

- Recull de fotografies obtingudes amb una “webcam LPI” adaptada al focus primari del telescopi Meade LX90GPS. Veure imatges www.xtec.cat/iesguindavols/laura/fotosjupiter.pdf.
Cal recordar que aquestes ens mostren una imatge invertida de la situació real i han sigut realitzades entre un 2,5 i 3,5 temps d'exposició.
- Taula elaborada del seguiment dels satèl·lits galileians:

					Radi orbital dels satèl·lits galileians (en radis de Júpiter)			
Dia	Hora (UT)	Tems/h	Temps/dies	Nº Imatge	Ió	Europa	Ganimesdes	Cal·listo
01-10-08	18:41	0	0	131	+2,17	+7,20	+6,00	+7,94
03-10-08	19:37	48.93	2.04	132	-3,49	-3,14	+11,05	-10,68
06-10-08	19:35	120.90	5.04	133 i 134	+5,61	-8,85	-14,29	-25,13
10-10-08	18:15	215.56	8.98	135	-	-6,28	+13,87	-1,63
24-10-08	18:01	551.33	22.97	136 i 137	+2,65	-7,82	+13,11	-21,79
24-10-08	18:28	551.55	22.98	138 i 139	+2,64	-7,59	+13,57	-21,40
27-10-08	18:05	623.4	25.975	140	+3,13	-7,08	-12,38	-
27-10-08	19:12	624.51	26.0215	141	+3,85	-7,31	-12,48	-
7-11-08	17:45	887.06	36.961	142	+1,52	-4,95	+5,98	-11,71
8-11-08	17:24	910.717	37,946	143 i 144	-3,73	+1,54	+9,88	-21,89
8-11-08	17:55	911.233	37.968	145 i 146	-3,42	+1,93	+9,73	-22,07
13-11-08	18:10	10,31.15	43.006	147	-4,12	+1,53	+2,49	+3,89
14-11-08	18:12	1055.517	43,980	148	4,19	-6,76	+10,26	+8,40

Imatge 130.- Taula de dades elaborada corresponent al seguiment dels satèl·lits de Júpiter en graus. Observació feta des de l'I.E.S Guindàvols, a una latitud de 41,62601 Nord, una longitud est de 0,62601 i una altitud de 200m. Es troben ressaltats amb color groc els valors obtinguts del radi mitjà de les òrbites de cada satèl·lit (r)

- El radi mitjà de les òrbites (r) es correspon aproximadament amb l'allunyament màxim dels satèl·lits galileians respecte el centre del planeta Júpiter, expressats en múltiples de radis de Júpiter. Com podem observar en la taula de la imatge 130, aquests valors –ressaltats amb color groc– els obtenim en tots els satèl·lits el dia 06/10/2008 a les 19:35 (UT).
- Si sabem que el radi mitjà real de l'òrbita descrita per Ió (D_I) és de 5,58 radis de Júpiter, podem calcular l'error relatiu comés en la determinació experimental:

$$E_r = \frac{|r_I - D_I|}{D_I} \times 100 = \frac{|5,61 - 5,58|}{5,58} \times 100 = 0,54\%$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 1% aproximadament.

- Si sabem que el radi mitjà real de l'òrbita descrita per Europa (D_E) és de 8,88 radis de Júpiter, podem calcular l'error relatiu comés en la determinació experimental:

$$E_r = \frac{|r_E - D_E|}{D_E} \times 100 = \frac{|8,85 - 8,88|}{8,88} \times 100 = \boxed{0,34\%}$$

L'error relatiu comés és gairebé del 0%.

- Si sabem que el radi mitjà real de l'òrbita descrita per Ganímedes (D_G) és de 14,16 radis de Júpiter, podem calcular l'error relatiu comés en la determinació experimental:

$$E_r = \frac{|r_G - D_G|}{D_G} \times 100 = \frac{|14,29 - 14,16|}{14,16} \times 100 = \boxed{0,92\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 1% aproximadament.

- Si sabem que el radi mitjà real de l'òrbita descrita per Calixto (D_C) és de 24,90 radis de Júpiter, podem calcular l'error relatiu comés en la determinació experimental:

$$E_r = \frac{|r_C - D_C|}{D_C} \times 100 = \frac{|25,13 - 24,90|}{24,90} \times 100 = \boxed{0,92\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 1% aproximadament.

➤ Període del satèl·lit Ió.

- Una de les mesures del període de Ió es realitzaria d'aquesta manera:

$$t_1 = 0 \text{ dies} \quad X_1 = +2,17 \text{ radis de Júpiter}$$

$$r = 5,61 \text{ radis de Júpiter}$$

$$t_2 = 2,04 \text{ dies} \quad X_2 = -3,49 \text{ radis de Júpiter}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = \arccos\left(\frac{X_1}{r}\right) = \arccos\left(\frac{2,17}{5,61}\right) = \boxed{67,24^\circ} \\ \alpha_2 = \arccos\left(\frac{X_2}{r}\right) = \arccos\left(\frac{3,49}{5,61}\right) = 51,53^\circ \end{array} \right\} \begin{cases} \Rightarrow 180^\circ - 51,53^\circ = 128,47 \\ \Rightarrow 360^\circ + 128,47^\circ = \boxed{488,470^\circ} \end{cases}$$

Per tant :

$$T = \frac{\Delta t}{\Delta \alpha} \times 360 = \frac{2,04 - 0}{488,47 - 67,24} \times 360 = \boxed{1,74 \text{ dies}}$$

- Taula de càlculs obtinguts en la determinació del període del satèl·lit Ió.

t1 [dies]	t2 [dies]	α_1 [graus]	α_2 [graus]	$t_2 - t_1$ (Δt) [dies]	$\alpha_2 - \alpha_1$ ($\Delta \alpha$) [graus]	$T = \frac{(t_2 - t_1)}{(\alpha_2 - \alpha_1)} \times 360$ [dies]
0	2,04	67,24	488,47	2,04	421,23	1,74
2,04	5,04	488,47	1080	3,00	591,53	1,83

Imatge 149.- Taula de dades de càlculs obtinguts en la determinació del període del satèl·lit galileià Ió.

On obtenim una mitjana de:

$$\bar{T}_I = \frac{\sum_{n=2} T_I}{n} = \frac{1,74 + 1,83}{2} = 1,79 \text{ dies} \approx \boxed{1,8 \text{ dies}}$$

- Si sabem que el període de revolució real del satèl·lit Ió ($T_{I,r}$) és de 1,77 dies, podem calcular l'error relatiu comés en la determinació:

$$E_r = \frac{|\bar{T}_I - T_{I,r}|}{T_{I,r}} \times 100 = \frac{|1,79 - 1,77|}{1,77} \times 100 = \boxed{1,13\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 1% aproximadament.

➤ Període del satèl·lit Europa.

- Una de les mesures del període d'Europa es realitzaria d'aquesta manera:

$$t_1 = 0 \text{ dies} \quad X_1 = +7,20 \text{ radis de Júpiter}$$

$$r = 8,85 \text{ radis de Júpiter}$$

$$t_2 = 2,04 \text{ dies} \quad X_2 = -3,14 \text{ radis de Júpiter}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = \arccos\left(\frac{X_1}{r}\right) = \arccos\left(\frac{7,20}{8,85}\right) = \boxed{35,55^\circ} \\ \alpha_2 = \arccos\left(\frac{X_2}{r}\right) = \arccos\left(\frac{3,14}{8,85}\right) = 69,22^\circ \end{cases} \Rightarrow 180 + 69,22 = \boxed{249,22}$$

Per tant:

$$T = \frac{\Delta t}{\Delta \alpha} \times 360 = \frac{2,04 - 0}{249,22 - 35,55} \times 360 = \boxed{3,44 \text{ dies}}$$

- Taula de càlculs obtinguts en la determinació del període del satèl·lit Europa.

t1 [dies]	t2 [dies]	α_1 [graus]	α_2 [graus]	$t_2 - t_1$ (Δt) [dies]	$\alpha_2 - \alpha_1$ ($\Delta \alpha$) [graus]	$T = \frac{(t_2 - t_1)}{(\alpha_2 - \alpha_1)} \times 360$ [dies]
0	2,04	35,55	249,22	2,04	213,67	3,44
2,04	5,04	249,22	540	3,00	290,78	3,71

Imatge 150.- Taula de dades de càlculs obtinguts en la determinació del període del satèl·lit galileià Europa.

On obtenim una mitjana de:

$$\overline{T_E} = \frac{\sum_{n=2} T_E}{n} = \frac{3,44 + 3,71}{2} = 3,58 \text{ dies} \cong \boxed{3,6 \text{ dies}}$$

- Si sabem que el període de revolució real del satèl·lit Europa ($T_{E,r}$) és de 3,55 dies, podem calcular l'error relatiu comés en la determinació:

$$E_r = \frac{|\overline{T_E} - T_{E,r}|}{T_{E,r}} \times 100 = \frac{|3,58 - 3,55|}{3,55} \times 100 = \boxed{0,85\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 1% aproximadament.

➤ Període del satèl·lit Ganímedes.

- Una de les mesures del període de Ganímedes es realitzaria d'aquesta manera:

$$t_1 = 2,04 \text{ dies}$$

$$X_1 = +11,05 \text{ radis de Júpiter}$$

$$t_2 = 5,04 \text{ dies}$$

$$X_2 = -14,29 \text{ radis de Júpiter}$$

$$r = 14,29 \text{ radis de Júpiter}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = \arccos\left(\frac{X_1}{r}\right) = \arccos\left(\frac{11,05}{14,29}\right) = \boxed{39,35^\circ} \\ \alpha_2 = \arccos\left(\frac{X_2}{r}\right) = \arccos\left(\frac{14,29}{14,29}\right) = 0^\circ \Rightarrow \boxed{180^\circ} \end{cases}$$

Per tant:

$$T = \frac{\Delta t}{\Delta \alpha} \times 360 = \frac{3,00}{180 - 39,35} \times 360 = \boxed{7,68 \text{ dies}}$$

- Taula de càlculs obtinguts en la determinació del període del satèl·lit Ganímedes:

t1 [dies]	t2 [dies]	α_1 [graus]	α_2 [graus]	$t_2 - t_1$ (Δt) [dies]	$\alpha_2 - \alpha_1$ ($\Delta \alpha$) [graus]	$T = \frac{(t_2 - t_1)}{(\alpha_2 - \alpha_1)} \times 360$ [dies]
2,04	5,04	39,35	180	3,00	140,65	7,68
5,04	8,98	180	373,93	3,94	193,93	7,31

Imatge 151.- Taula de dades de càlculs obtinguts en la determinació del període del satèl·lit galileià Ganímedes.

On obtenim una mitjana de:

$$\overline{T_G} = \frac{\sum_{n=2} T_G}{n} = \frac{7,68 + 7,31}{2} = 7,50 \text{ dies} \cong \boxed{7,5 \text{ dies}}$$

- Si sabem que el període de revolució real del satèl·lit Ganímedes ($T_{G,r}$) és de 7,17 dies, podem calcular l'error relatiu comés en la determinació:

$$E_r = \frac{|\overline{T_G} - T_{G,r}|}{T_{G,r}} \times 100 = \frac{|7,50 - 7,17|}{7,17} \times 100 = \boxed{4,60\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 5% aproximadament.

➤ Període del satèl·lit Calixto.

- Una de les mesures del període de Calixto es realitzaria d'aquesta manera:

$$t_1 = 0 \text{ dies} \quad X_1 = +7,94 \text{ radis de Júpiter}$$

$$t_2 = 2,04 \text{ dies} \quad X_2 = -10,68 \text{ radis de Júpiter} \quad r = 25,13 \text{ radis de Júpiter}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = \arccos\left(\frac{X_1}{r}\right) = \arccos\left(\frac{7,94}{25,13}\right) = \boxed{71,58^\circ} \\ \alpha_2 = \arccos\left(\frac{X_2}{r}\right) = \arccos\left(\frac{-10,68}{25,13}\right) = \boxed{115,15^\circ} \end{cases}$$

Per tant:

$$T = \frac{\Delta t}{\Delta \alpha} \times 360 = \frac{2,04 - 0}{115,15 - 71,58} \times 360 = \boxed{16,86 \text{ dies}}$$

- Taula de càlculs obtinguts en la determinació del període del satèl·lit Calixto:

t1 [dies]	t2 [dies]	α_1 [graus]	α_2 [graus]	$t_2 - t_1$ (Δt) [dies]	$\alpha_2 - \alpha_1$ ($\Delta \alpha$) [graus]	$T = \frac{(t_2 - t_1)}{(\alpha_2 - \alpha_1)} \times 360$ [dies]
0	2,04	71,58	115,15	2,04	43,57	16,86
2,04	5,04	115,15	180	3,00	64,85	16,65

Imatge 152.- Taula de dades de càlculs obtinguts en la determinació del període del satèl·lit galileià Calixto.

On obtenim una mitjana de:

$$\overline{T_C} = \frac{\sum_{n=2} T_C}{n} = \frac{16,86 + 16,65}{2} = 16,76 \text{ dies} \cong \boxed{16,8 \text{ dies}}$$

- Si sabem que el període de revolució real del satèl·lit Calixto ($T_{C,r}$) és de 16,75 dies, podem calcular l'error relatiu comés en la determinació:

$$E_r = \frac{|\overline{T_C} - T_{C,r}|}{T_{C,r}} \times 100 = \frac{|16,76 - 16,75|}{16,75} \times 100 = \boxed{0,06\%}$$

L'error relatiu comés és pràcticament del 0%.

7. Conclusions.

7.1 És poden observar i fotografiar els 4 satèl·lits galileians de Júpiter mitjançant un telescopi Meade LX90GPS de 8" i 2000 mm de distància focal i una "webcam LPI" adaptada al focus primari del telescopi.

7.2 És pot fer una estimació del radi mitjà de les orbites descrites per els satèl·lits galileians i aquests són:

- Per Ío d'uns 5,61 radis de Júpiter.
- Per Europa d'uns 8,85 radis de Júpiter.
- Per Ganímedes d'uns 14,29 radis de Júpiter.
- Per Calixto d'uns 25,13 radis de Júpiter.

7.3 Es pot fer una estimació del període de revolució dels satèl·lits galileians i aquests resulten d'uns:

- Per Ío d'uns 1,8 dies.
- Per Europa d'uns 3,6 dies.
- Per Ganímedes d'uns 7,5 dies.
- Per Calixto d'uns 16,8 dies.

7.4 El percentatge d'error relatiu comés en cada determinació experimental és:

- Del radi mitjà de les orbites de cada satèl·lit hem comés un error del:
 - Per Ío un 1% aproximadament.
 - Per Europa és d'un 0% pràcticament.
 - Per Ganímedes un 1% aproximadament.
 - Per Calixto un 1% aproximadament.
- Del període de revolució de cada satèl·lit hem comés un error del:
 - Per Ío un 1% aproximadament.
 - Per Europa un 1% aproximadament.
 - Per Ganímedes un 5% aproximadament.
 - Per Calixto és d'un 0% pràcticament.

-Pràctica II-

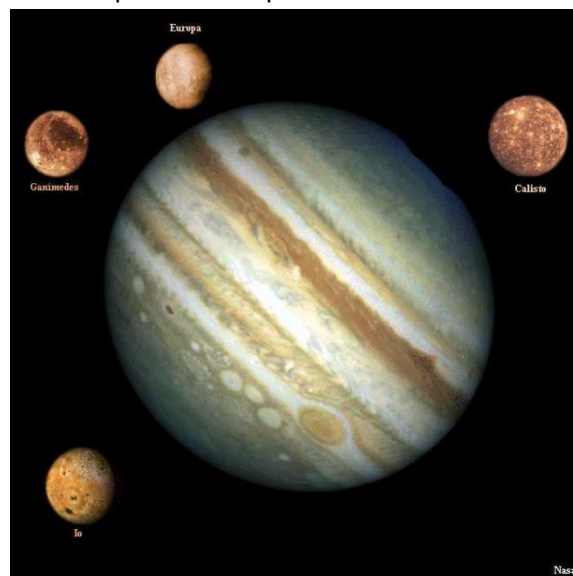
Determinació
experimental de la
massa de Júpiter

-Pràctica 11-**Determinació experimental de la massa de Júpiter****1. Objectius:**

- Fer una estimació de la massa del planeta Júpiter a partir de comprovar que s'acompleix la tercera llei de Kepler per als seus satèl·lits galileians.
- Determinar una causa possible que faci que el planeta Júpiter es trobi entre el grup dels planetes gasosos.

2. Fent una mica d'història.

- Júpiter és el planeta més gran del Sistema Solar després del Sol amb un radi de $7,15 \cdot 10^7 \text{ m}$; és un dels planetes més brillants juntament amb el planeta Venus i forma part dels planetes gasosos.
La seva densitat és d' $1,33 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ i és tan baixa degut a que els compostos principals dels quals està format són d'hidrogen i heli –dels elements més lleugers que es coneixen –, sense una superfície interior definida.
La seva atmosfera és gruixuda, es troba dividida en regions amb forts vents zonals i també permanentment coberta de núvols.
La seva velocitat de rotació és la més ràpida dels planetes del Sistema Solar, doncs tarda 9,864 hores en completar una volta sobre el seu eix.
Té una massa de $1,899 \cdot 10^{27} \text{ kg}$ i és tan elevada que encara no s'ha alliberat el calor acumulat en la seva formació, així, posseeix una important font interna d'energia calorífica.
Júpiter es caracteritza per l'enorme anticicló situat en les latituds tropicals del hemisferi sud, anomenat la *Gran Taca Roja*.
Els principals satèl·lits de Júpiter, molt diferents entre si, són els descoberts per Galileu al 1610: Ío, Europa, Ganímedes i Calisto. A més a més gràcies a múltiples missions espacials, fins a l'agost del 2004 han estat descoberts 63 satèl·lits menors.
Júpiter ha estat visitat per varies expedicions de la NASA des de 1973.



Imatge 153.- Júpiter i els seus satèl·lits galileians. Font: <http://www.acienciasgalilei.com/astrofisica/jupiter.htm>

3. Disseny experimental

3.1 Descripció de l'experiment.

- La tercera llei de Johannes Kepler (1571-1630), la llei dels períodes, relaciona el temps que tarda un planeta o satèl·lit en recórrer la seva òrbita al voltant del Sol o del seu respectiu planeta (el seu període orbital) amb el tamany de la seva òrbita:

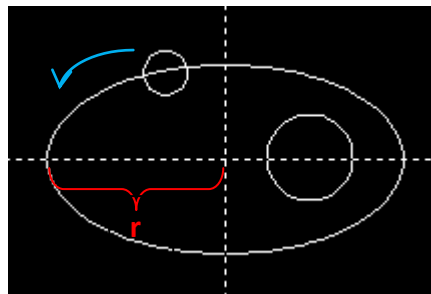
“El quadrat del període orbital de qualsevol planeta és proporcional al cub del semieix major de l'òrbita que descriu”

Aquesta llei que va formular Kepler únicament a partir d'observacions i de les anàlisis dels estudis efectuats per Tycho Brahe, pot expressar-se com (veure imatge 154 i 155):

$$T^2 = kr^3$$

Imatge 154.- Expressió de la 3a Llei de Kepler

-On T és el període de rotació efectuat per el satèl·lit o planeta, r és el semieix major de la seva òrbita i k la constant de proporcionalitat que pot ser determinada experimentalment.



Imatge 155.- Representació de la 3a Llei de Kepler.

- Isaac Newton (1643-1727), a partir del mite de la caiguda de la poma de l'arbre i de les investigacions de Kepler (a les quals dóna explicació), va formular la *Llei de la Gravitació Universal* enunciada a partir de l'expressió següent:

“Tota partícula material del univers atreu a qualsevol altra partícula amb una força directament proporcional al producte de les seves masses i inversament proporcional al quadrat de la distància que les separa”

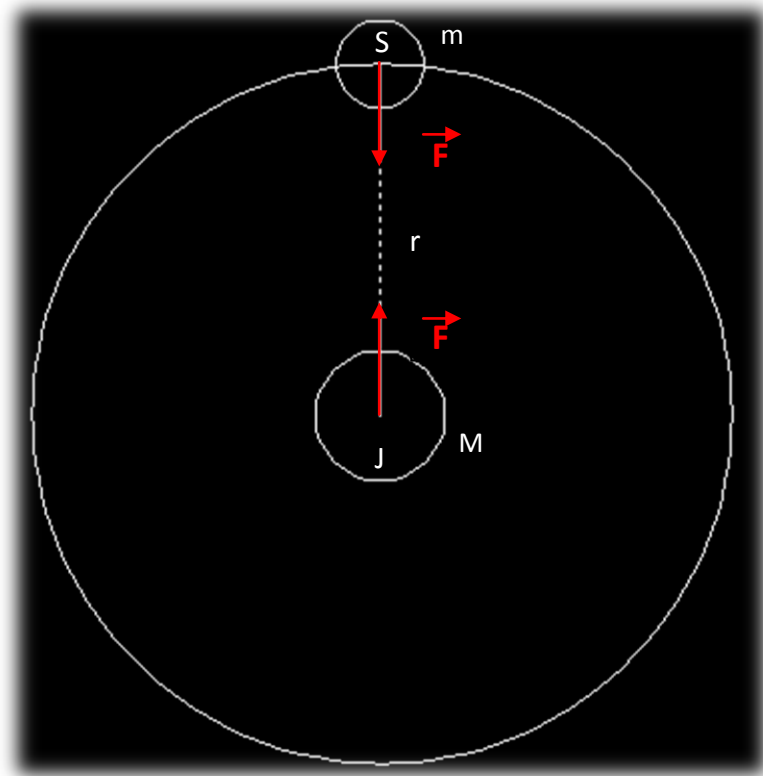
Aquestes partícules tenen massa M i m i estan separades d'una distància r mesurada des de els seus centres ($\approx$ radi mitjà de l'òrbita descrita) . Segons la Llei de gravitació universal, la força d'atracció gravitacional F (en mòdul)

exercida per la massa M sobre la massa m i a la inversa s'expressa (veure imatge 156 i la imatge 157):

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

Imatge 156.-Equació de la Llei de Gravitació Universal.

-On G es la constant de gravitació universal, $G= 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; M i m són les masses respectives de cada partícula i r la distància que les separa mesurada des dels seus centres de gravetat (radi mitjà de l'òrbita descrita).



Imatge 157.- Representació del fenomen d'atracció entre dos cossos.
Llei de la gravitació universal.

- Els satèl·lits de Júpiter (en representació de la lletra S en la imatge 157) es troben sotmesos a l'atracció del planeta Júpiter amb una força gravitacional F que proporciona als satèl·lits un moviment circular uniforme (m.c.u) amb una acceleració normal o centrípeta que es dirigeix cap al centre de l'òrbita que descriu, la qual queda definida en l'expressió:

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

-On v correspon al mòdul de la velocitat a la que es desplaça el satèl·lit i r al radi del mateix satèl·lit.

Així segons la segona Llei de Newton, aquesta força d'atracció, també pot expressar-se d'aquesta manera:

$$F = m \times a = m \times \frac{v^2}{r}$$

Imatge 158-Equació representativa de la 2a Llei de Newton.

-On m és la massa del satèl·lit i a l'acceleració normal o centrípeta que li proporciona aquesta força d'atracció entre masses.

Podem establir una relació entre la *Llei de Gravitació Universal* i la tercera Llei de Kepler. Si aquestes dues expressions (veure imatge 156 i 158) ens defineixen la mateixa força (F), tenim que:

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

Si sabem que: $v = \omega \times r = \frac{2\pi}{T} \times r$, llavors:

$$\left(\frac{2\pi}{T} \times r \right)^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} \times r^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow T^2 GM = 4\pi^2 r^3 \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

On, com podem observar, $\frac{4\pi^2}{GM}$ és la constant de proporcionalitat (k)

esmentada per Kepler en la seva tercera Llei i la qual varia en funció de la massa de la partícula (M).

- Per tant, si podem demostrar que es compleix la tercera Llei de Kepler, podrem calcular la massa del planeta Júpiter (M). Això és possible si sabem el període (T) amb que orbiten els satèl·lits galileians (els únics que podem observar amb un telescopi de potència mitjana) i la distància mitjana (r) que separa ambdós cossos (corresponent al radi mitjà de l'òrbita descrita per els satèl·lits). De manera que si la Llei s'acompleix, podrem fer la mitjana aritmètica de les constants de proporcionalitat ($\bar{k}$) que s'obtenen de cada satèl·lit, i establir la relació següent per determinar la massa de Júpiter (M):

$$M_J = \frac{4\pi^2}{G\bar{k}}$$

Imatge 159.- Equació on queda aïllada la massa de Júpiter, que relaciona la 3a Llei de Kepler amb la Llei de gravitació universal de Newton.

-On G és la constant de gravitació universal, $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

3.2 Procediment.

- Després d'entendre la tercera llei de Kepler i la llei de gravitació universal de Newton, cal esbrinar la relació que mantenen. Si aquesta tercera llei de Kepler s'acompleix, podrem determinar la massa de Júpiter.
- Comprovar que s'acompleix la tercera llei de Kepler mitjançant l'estimació del període de revolució (T) i el radi mitjà de les orbites (r) que descriuen els satèl·lits galileians (calculats en la pràctica 10). Fer una mitjana de les constants de proporcionalitat obtingudes ($\bar{k}$).
- Un cop analitzats els resultats, aplicar l'equació de la imatge 159 relacionada amb aquesta constant (k) –la tercera llei de Kepler- i la llei de gravitació universal de Newton per obtenir la massa del planeta Júpiter (M_J).
- Calcular l'error relatiu comés en la estimació referent a la massa de Júpiter.
- A partir de la respectiva determinació i la fórmula $d = \frac{M}{V}$, calcular la densitat de Júpiter suposant que és un planeta esfèric de radi r.
- Calcular l'error relatiu referent a la densitat de Júpiter.

4. Resultats obtinguts. Anàlisi i discussió.

- Per demostrar si es compleix la 3a llei de Kepler i obtenir-ne una constant de proporcionalitat mitjana ($\bar{k}$), partirem dels períodes de revolució de cada satèl·lit (T) i dels radis mitjans de les orbites que descriuen (r) calculats en la pràctica anterior (nº 10).

Com que aquesta distància màxima al centre de Júpiter (r) l'hem obtingut en múltiples del radi de Júpiter, els multiplicarem per el radi real de Júpiter per obtenir -los en metres. I també calcularem els períodes (T) obtinguts en dies, amb segons.

Si sabem que el radi real de Júpiter és d'uns $7,15 \cdot 10^7 m$, obtenim que els radis mitjans estimats de les orbites dels satèl·lits (r) són:

- Ió:
 $r = 5,61 \text{ radis de Júpiter} = 5,61 \times 7,15 \cdot 10^7 m = 4,01 \cdot 10^8 m$
- Europa:
 $r = 8,85 \text{ radis de Júpiter} = 8,85 \times 7,15 \cdot 10^7 m = 6,33 \cdot 10^8 m$
- Ganímedes:
 $r = 14,29 \text{ radis de Júpiter} = 14,29 \times 7,15 \cdot 10^7 m = 1,02 \cdot 10^9 m$
- Calixto:
 $r = 25,13 \text{ radis de Júpiter} = 25,13 \times 7,15 \cdot 10^7 m = 1,80 \cdot 10^9 m$

Equivalència dels períodes de revolució dels satèl·lits (T) en segons:

- Ió:
 $T = 1,79 \text{ dies} = 1,55 \cdot 10^5 \text{ s}$
- Europa:
 $T = 3,58 \text{ dies} = 3,09 \cdot 10^5 \text{ s}$
- Ganímedes:
 $T = 7,50 \text{ dies} = 6,48 \cdot 10^5 \text{ s}$
- Calixto:
 $T = 16,76 \text{ dies} = 1,45 \cdot 10^6 \text{ s}$

Ara podem aplicar la tercera llei de Kepler (veure imatge 154) per demostrar si realment s'obté una constant (k) per proporcionalitat dels quadrats dels períodes de revolució dels satèl·lits galileians (T) al cub del radi mitjà estimat de les orbites descrites per els satèl·lits (r).

Satèl·lit	T (s)	r (m)	$\frac{T^2}{r^3} = k \left(\frac{s^2}{m^3} \right)$
Ió	$1,55 \cdot 10^5$	$4,01 \cdot 10^8$	$3,73 \cdot 10^{-16}$
Europa	$3,09 \cdot 10^5$	$6,33 \cdot 10^8$	$3,76 \cdot 10^{-16}$
Ganímedes	$6,48 \cdot 10^5$	$1,02 \cdot 10^9$	$3,96 \cdot 10^{-16}$
Calixto	$1,45 \cdot 10^6$	$1,80 \cdot 10^9$	$3,61 \cdot 10^{-16}$

Imatge 160.-Taula de càlculs de la constant de proporcionalitat descrita per la tercera llei de Kepler.

· On obtenim una mitjana de:

$$\bar{k} = \frac{\sum_{n=4} k}{n} = \frac{1,51 \cdot 10^{-15}}{4} = 3,76 \cdot 10^{-16} \text{ s}^2/\text{m}^3 \cong \boxed{3,8 \cdot 10^{-16} \text{ s}^2/\text{m}^3}$$

- Un cop obtinguda la constant de proporcionalitat que ens descriu Kepler en la seva tercera llei, podem aplicar l'equació de la imatge 159 per determinar la massa del planeta Júpiter. De tal manera que:

$$M_J = \frac{4\pi^2}{Gk} = \frac{4\pi^2}{(6,67 \cdot 10^{-11}) \cdot (3,76 \cdot 10^{-16})} = 1,57 \cdot 10^{27} \text{ kg} \cong \boxed{1,6 \cdot 10^{27} \text{ kg}}$$

- Si sabem que la massa real del planeta Júpiter (M_{J_r}) és de $1,90 \cdot 10^{27} \text{ Kg}$, podem calcular l'error relatiu comés en la nostra estimació:

$$E_r = \frac{|M_J - M_{J_r}|}{M_{J_r}} \times 100 = \frac{|1,57 \cdot 10^{27} - 1,90 \cdot 10^{27}|}{1,90 \cdot 10^{27}} \times 100 = \boxed{17,4\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 17% aproximadament.

- Es sap que Júpiter és un planeta gasós. Per comprovar que realment és així intentarem fer una estimació de la seva densitat. Suposant que aquest és una esfera de radi (R) $7,15 \cdot 10^7 \text{ m}$ es pot calcular el seu volum (V), tal que:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi (7,15 \cdot 10^7)^3}{3} = 1,53 \cdot 10^{24} \text{ m}^3$$

Per tant, després de realitzar el càlcul de la massa de Júpiter (M), podem obtenir la seva densitat mitjançant l'expressió adient:

$$d = \frac{M}{V} = \frac{1,57 \cdot 10^{27}}{1,53 \cdot 10^{24}} = 1,03 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cong \boxed{1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

- Aquest valor és petit en comparació a les densitats dels planetes rocosos (com per exemple, la Terra). Per la qual cosa podem evidenciar que és un planeta gasós.
- Sabent que el valor real de la densitat de Júpiter (d_r) és de $1,33 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, podem calcular l'error relatiu comés en la respectiva estimació:

$$E_r = \frac{|d - d_r|}{d_r} \times 100 = \frac{|1,03 \cdot 10^3 - 1,33 \cdot 10^3|}{1,33 \cdot 10^3} \times 100 = \boxed{22,6\%}$$

L'error relatiu comés és del ordre d'un 23% aproximadament.

5. Conclusions

- 5.1 A partir dels resultats de l'aplicació de la tercera llei de Kepler als satèl·lits galileians podem comprovar que s'acompleix aquesta llei.
- 5.2 Es pot fer una estimació de la massa de Júpiter basant-nos en que s'acompleix la tercera llei de Kepler.
- 5.3 L'estimació de la massa del planeta Júpiter ens ha resultat de $1,6 \cdot 10^{27} \text{ kg}$.
- 5.4 Després d'haver fet una estimació de la densitat de Júpiter i haver obtingut un valor de $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, podem afirmar que aquesta densitat tan baixa és una de les causes per la qual es classifica aquest planeta entre els gasosos.
- 5.5 El percentatge d'error relatiu comés en la determinació experimental de la massa de Júpiter és d'un 17% i per a la densitat de Júpiter d'un 23%, aproximadament

5. Conclusions generals

Després d'haver realitzat aquest seguit de pràctiques experimentals, com hem pogut observar cadascuna de les quals ens serveix de base per realitzar-ne una altra, podem arribar a les següents conclusions:

1. Podem fer una estimació del radi de la Terra tot seguint el mètode d'Erastòtenes, on obtenim que aquesta és d'uns 6522 km amb un error del 2% aproximadament.
2. Es pot fer una estimació de la distància Terra-Sol mitjançant l'ús d'una cambra fosca, on obtenim que aquesta és d'uns $(1,7 \cdot 10^8 \pm 0,1 \cdot 10^8)$ km amb un error del 13% aproximadament.
3. Es pot fer una estimació de la distància entre la Terra i la Lluna a partir de la imatge d'un eclipsi anular de Sol. Obtenim que aquesta és d'uns $4,08 \cdot 10^5$ km amb un error del 7% aproximadament.
4. Es pot fer una estimació del radi de la Lluna mitjançant l'ús d'una cambra fosca. Hem obtingut que aquest és d'uns $(3,4 \cdot 10^3 \pm 0,2 \cdot 10^3)$ km amb un error del 3% aproximadament.
5. Es pot fer una estimació d'alguns dels cràters de la Lluna mitjançant el tractament de les imatges d'aquest satèl·lit amb el programari AUTOCAD 2007.
 - El radi estimat de Plató és d'uns 59,8 km amb un error del 15% aproximadament.
 - El radi estimat de Wilhem és d'uns 64,3 km amb un error del 20% aproximadament.
 - El radi estimat de Longomontanus és d'uns 67,4 km amb un error del 10% aproximadament.
 - El radi estimat de Clavius és d'uns 117 km amb un error del 1% aproximadament.
6. Es pot fer una estimació del període orbital sideral de la Lluna mitjançant l'ús d'una càmera fotogràfica reflex o digital, on obtenim que aquest és de 30,9784 dies amb un error del 13% aproximadament.
7. Es pot fer una estimació de l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna a partir del videoclip *mondsprung.avi* corresponent al salt efectuat per una astronauta a la superfície lunar. Hem obtingut que aquesta és d'uns $(1,9 \pm 0,1)$ m/s² amb un error del 17% aproximadament.
8. Es pot fer una estimació de la massa de la Lluna a partir de la pràctica 7, on obtenim que aquesta és $8,1 \cdot 10^{22}$ kg, amb l'estimació d'una densitat de $4,0 \cdot 10^3$ kg/m³. Els errors comesos en les respectives determinacions són un 10% i un 20% aproximadament.

9. Es pot fer una estimació de la massa de la Terra a partir de la pràctica 3 i 6. On obtenim que aquesta és $5,60 \cdot 10^{24}$ kg, amb l'estimació d'una densitat de $4,83 \cdot 10^3$ kg/m³. Els errors comesos en les respectives determinacions són un 6% i un 13% aproximadament.
10. Es poden observar i fotografiar els 4 satèl·lits galileians de Júpiter mitjançant un telescopi Meade LX90GPS de 8" i 2000mm de distància focal i una "webcam LPI" acoblada al seu focus primari. Amb el qual tractament de les imatges:
- Es pot fer una estimació del radi mitjà de les orbites descrites per els satèl·lits galileians i aquests són:
 - Per Ío d'uns 5,61 radis de Júpiter amb un error del 1% aproximadament.
 - Per Europa d'uns 8,85 radis de Júpiter amb un error del 0% pràcticament.
 - Per Ganímedes d'uns 14,29 radis de Júpiter amb un error del 1% aproximadament.
 - Per Calixto d'uns 25,13 radis de Júpiter amb un error del 1% aproximadament.
 - Es pot fer una estimació del període de revolució dels satèl·lits galileians i aquests resulten d'uns:
 - Per Ío d'uns 1,8 dies amb un error del 1% aproximadament.
 - Per Europa d'uns 3,6 dies amb un error del 1% aproximadament.
 - Per Ganímedes d'uns 7,5 dies amb un error del 5% aproximadament.
 - Per Calixto d'uns 16,8 dies amb un error del 0% pràcticament.
11. Podem comprovar que es compleix la tercera llei de Kepler i així utilitzar-la per fer una estimació de la massa de Júpiter, la qual resulta $1,6 \cdot 10^{27}$ kg amb un error del 17%. Podem afirmar que la baixa densitat d'aquest planeta és una de les causes que expliquen el fet que Júpiter sigui un planeta gasós ja que, en estimar la seva densitat, ens ha resultat d'un $1,0 \cdot 10^3$ kg/m³ amb un error del 23% aproximadament.

- Després d'aventurar-me en les rutes traçades del univers, una de les meves conclusions ha sigut que pots desxifrar i evidenciar de primera mà molts dels seus codis ocults. Si sents atracció en ser coneixedor del que t'envolta, ho tens tant a prop... Avui en dia, es possible. Estic molt satisfeta de cada pas efectuat; desviure's per aprendre es el que t'ajuda a lluitar per el teu objectiu a assolir.

Realitzar el treball m'ha desvetllat, des d'un punt molt proper, la importància de la física i les matemàtiques en el camp de l'astronomia i el valor que tenen les aplicacions pràctiques de qualsevol teoria o plantejament científic.

He vist que cada petjada reflectida en el camí del cosmos ens ha dut a efectuar un pas més en el progressiu avenç de l'esser humà.

Tot plegat ha sigut un cúmul d'experiències il·lustres i inoblidables, en les quals he sabut arribar al cor del problema per seguir endavant, una rere l'altra. He après una gran quantitat de coses.

Els problemes rellevants que he de destacar, per ser autors d'un munt d'anècdotes, són els que em va crear el telescopi. Per començar, les múltiples hores del meu estudi pràctic requerien ser, en major part, nocturnes. Això fa que en molts casos, haguem d'obrir el institut, treure l'alarma, anar en molt de compte amb les llums i amb la seva seguretat. També, en molts casos, a més de les incidències meteorològiques, el domini del telescopi es fa difícil per capturar les imatges, arribem tard i Júpiter ja no es veu,... Es per això que agraeixo molt al meu tutor la seva implicació, la seva paciència i confiança en mi, per fer ús del utilitatge del institut, així com la intervenció i ajuda de la conserge de les tardes.

Penso que aquest treball abasta molts estudis diferents, però amb molt de camí per endavant. Crec que he deixat moltes petjades pel camí que m'hagués agradat seguir. La realització del treball m'ha suggerit la possibilitat d'efectuar altres pràctiques, com ara l'elaboració d'un mapa de la Lluna tot fent estimacions de distàncies; l'obtenció de fotografia estereoscòpica de la Lluna, a partir de les imatges d'una mateixa zona però, des de perspectives lleugerament diferents; estimar la taxa i la freqüència d'impactes de meteorits sobre la superfície de la Lluna, així com l'antiguitat d'un terreny, segons la densitat de cràters; estimar la distància a una estrella, mitjançant el mètode de la paral·laxi; estimar la vida que li queda al Sol, a partir del càlcul de la seva potència lluminosa...

Sol em queda dir que tot això m'ha fet ampliar les meves nocions i capacitats, em sento orgullosa del meu treball perquè tal i com va dir Leonardo da Vinci:

“No existeixen coneixements més elevats o més baixos, sinó un coneixement únic que emana de l'experimentació”

6. Agraïments

Quan a algú se li veuen obertes les portes per endinsar-se a investigar, a descobrir un món nou, tot un firmament ple de misteris, es sent desconcertat... amb unes ganes sublimes d'apaigavar el desig vehement de conèixer i discernir el que s'hi amaga. Però en ser un recent nascut en aquest món, per molts passos que es donin, es necessitarà anar de la mà d'algú, es necessitarà uns mínims coneixements, una empenta per després poder caminar per ell mateix, poder iniciar aquest procés d'aprenentatge que només ell pot dur a terme.

Aquesta es una forma d'interpretar el que penso i sento després d'haver realitzat un assidu i ardu treball amb la sort de tenir gent valuosa al meu costat.

Al que em vull referir amb tot això, es que no tothom pot disposar d'aquests recursos i em fa sentir la imperiosa necessitat de donar les gràcies a aquestes persones, d'agrair-los-hi la seva aportació satisfactòria que ha fet possible el meu desenvolupament al llarg de tot el camí. Per petita que sigui l'empenta, tot es un grà de sorra en la petita muntanya que he anat construint i que ara en deixo constància.

Aquestes persones que, sense cap tipus d'obligació, han respost als meus dubtes, han perdut part del seu temps per dedicar-me'l, m'han donat ímpetu i m'han instigat –sobretot des de molt lluny- a seguir,...mereixen tenir el seu esment en el present treball.

Al meu tutor Anicet Cosials, que sens dubte mai ha perdut la paciència amb mi i sempre ha fet lo possible per guiar-me per aquest camí, sovint abrupte però, ple de sentit.

Al meu pare, Ferran Latorre, i a la seva noble companya sentimental Miriam Castillejos, per el seu grat, persistent i fructuós suport. Es mantenen tan lluny però a la vegada els sento tan a prop...

A la meva mare, Divina Garcia, i al seu benèvol company sentimental Antonio Mir, que han aportat tot el que estava a les seves mans per fer possible el meu estudi i la meva realització pràctica.

A la resta de familiars i amics, Montse González, Sonia Garay i demás companyia, per donar-me força indirectament des de tan lluny i per entendre la meva absència durant aquest període en dedicació profunda al meu treball.

I sens dubte a la intervenció del professorat i altres membres del institut com:

- Santiago Rodao.- professor de dibuix de la ESO i del Batxillerat.
- Josep M^a Subirà.- professor de tecnologia de la ESO.
- Xavier Bea.- professor de dibuix de la ESO.
- Giovanna Vivanco.- conserge del institut per les tardes.
- Rosa Borrell.- professora de Llengua Anglesa.
- Núria Labarias.- companya de classe.
- Jordi Sorolla.- professor de matemàtiques de la ESO i del Batxillerat.

7. Bibliografia

- **Llibres:**

- ESTALELLA, Rober et altri. *Mirant el cel*. Col·lecció :Trobada amb la ciència, nº 69. CIRIT, 1981.
- MARTÍNEZ, Vicent J.: *Mariners que solquen el cel. L'aventura de descobrir l'univers*. Alzira. Editorial Sense fronteres. 2006. Edicions bromera, nº1ª.

- **Dossiers d'activitats divulgatives:**

- MORENO, Ricardo: *Actividades sencillas de astrofísica*. Publicacions de ApEA (Associació per la Ensenyança de la Astronomia). Nº5(Secundària). Junio2003.
- Taller d'Astronomia. *Mesurant el Sistema Solar*. Centre d'Observació de l'Univers. Nivell: Batxillerat.

- **Pàgines web:**

- <http://www.galeon.com/casanchi/rec/eratos.htm>
- http://www.xtec.cat/~jramire7/Calcul_magnituds/eratostenes/Mesura_radi_terra.pdf
- <http://www.astronomia.com/biografias/erastotenes.htm>
- <http://www.xtec.es/~acosiall/personal/Catchstar2005/index.html>
- <http://es.wikipedia.org/wiki/Luna>
- http://es.wikipedia.org/wiki/Geolog%C3%ADa_de_la_Luna
- <http://www.astrosafor.net/Huygens/1998/12/luna.pdf>
- http://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo_lunar
- <http://www.fisica-basica.net/AFco-catala/celeste/kepler/fuerza.htm>
- <http://www.xtec.cat/~acosiall/personal/noemi.pdf>
- <http://www.sothis2005.org/f2b/Gravitacion.pdf>
- http://newton.cnice.mec.es/2bach/campo_gravitatorio/grav_inten.htm?2&0
- <http://es.wikipedia.org/wiki/Tierra>
- [http://es.wikipedia.org/wiki/J%C3%BApiter_\(planeta\)](http://es.wikipedia.org/wiki/J%C3%BApiter_(planeta))
- <http://www.solarviews.com/span/jupiter.htm>
- <http://www.solarviews.com/span/galdisc.htm>
- <http://www.astro.cnba.uba.ar/biblioteca/galileanos.pdf>
- <http://www.astromia.com/historia/index.htm>
- <http://es.wikipedia.org/wiki/Astronom%C3%ADa>

- **Fotografies:**

- Totes les fotografies han estat realitzades per l'autora del treball excepte les següents:

- Imatges 0.1 i 18. Font: <http://maps.google.es>
- Imatges 24 i 47. Font: <http://www.flickr.com/photos/xcaballe/23077448/>
- Imatges 25 i 48. Font: http://www.cartabon.com/shop/dibujo_y_bellas-108.html
- Imatge 40. Autor: Josep Masalles Roman des de Villagordo del Cabriel (39°33'10" N - 1°28'26" W - 699 m) enregistrada amb una càmera Reflex adaptada a un telescopi Meade (D: 125 mm, F: 1250 mm).
- Imatges 60, 62, 64, 66 extretes a partir del programa *Virtual Moon Atlas*.
- Imatge 68. Font: <http://www.astronomiaonline.com/imagenes/faseslunares.gif> i retocada per l'autora del treball.
- Imatge 70. Font: <http://i-m.com.ua/pic/n/nikon.f65d.jpg>
- Imatge 113 extreta a partir del programari Stellarium.
- Imatge 56, 95, 123. Font: <http://www.oelse.com/wpcontent/uploads/2007/06/hp.jpg> i retocades per l'autora del treball.
- Imatge 153. Font: <http://www.acienciasgalilei.com/astrofisica/jupiter.htm>

8. Annexos

Annex I.- Muntatge d'una cambra fosca.



Imatge 161.- Cambra fosca muntada sobre una muntura.

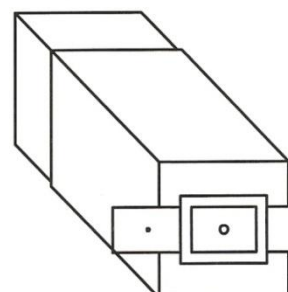
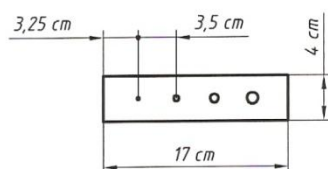
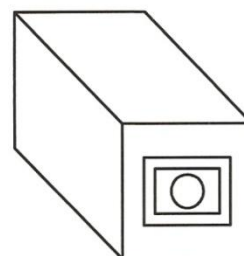
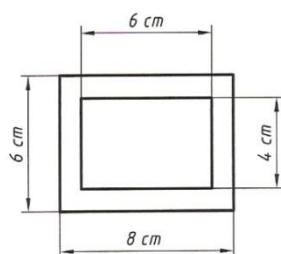
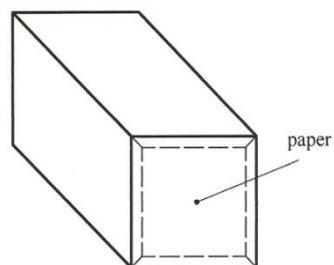
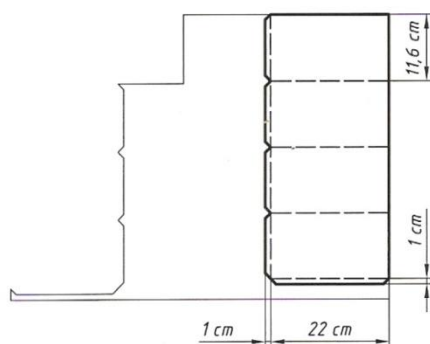
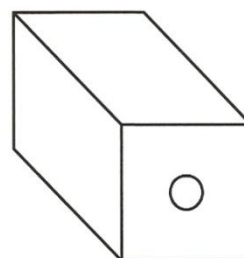
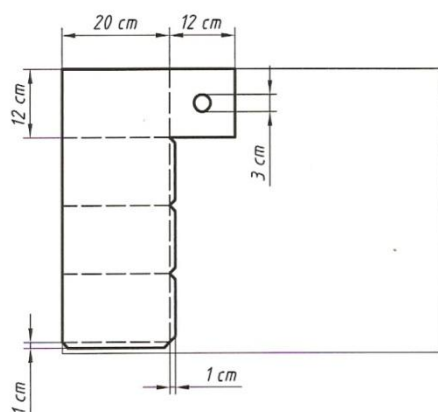
1. Introducció.

– Aquest annex està destinat a l'explicació del muntatge de la cambra fosca dissenyada en el projecte de la determinació de la distància al Sol. La necessitat de fer-la és essencial si es vol obtenir un resultat aproximatiu d'aquesta mesura mitjançant un utilatge a l'abast de quasi tothom.

2. Plànols de la cambra fosca (veure pàgina següent)

3. Utilatge.

· Plànols de referència
· 1ª cartolina negra de 65 x 50cm
· 1 quadrat de paper vegetal 11,6 x 11,6cm (pantalla de projecció de la imatge)
· Pega de barra
· Tisoires
· Llapis de marcatge fi
· Compàs
· Regle
· Abocardadors i objectes de punxa fina i afilada



4. Procediments del muntatge.

4.1 Tot seguint el plànol i les mesures indicades, cal marcar els dibuixos de les dues capsas, les dues tires i el rectangle petit. Cal utilitzar el regle per les línies rectes i el compàs per les circumferències.

4.2 Retallar per les línies, per les cantonades i fer-ho amb molta cura. Obtindrem dues capsas rectangulars encara sense muntar, les dues tires rectangulars i l'obertura rectangular.

4.3 Per tal de muntar-les, caldrà pegar les pestanyes que sobresurten dels rectangles de forma que quedin dues capsas rectangulars en 3D. Podrem observar que una d'elles té una circumferència en el centre d'un dels extrems, el qual també haurem de retallar i on caldrà empegar a sobre, l'obertura rectangular per els extrems superior-inferior (veure imatge 162).



Obertura rectangular

Imatge 162.- Muntatge de les capsas rectangulars unint les pestanyes corresponents.

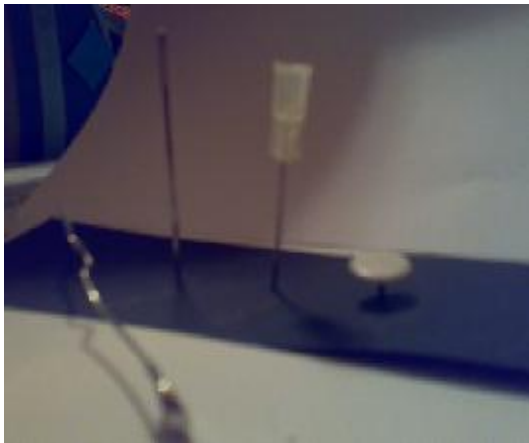
4.4 Podrem observar que l'altra capsa té 4 pestanyes al voltant del quadrat buit. En aquesta caldrà empegar el quadrat de paper vegetal de 11,6x11,6 amb les pestanyes que sobresurten (de manera que quedi una pantalla on es projectarà la imatge del Sol, D2).[veure imatge 163].



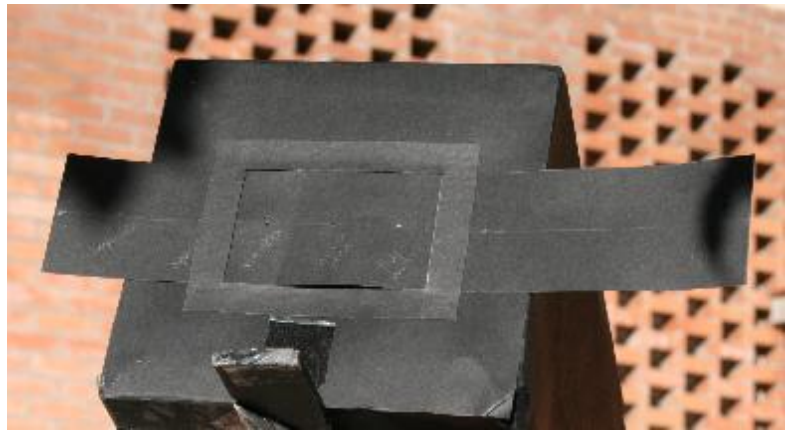
Imatge 163.- Muntatge de la segona capsa, amb pantalla.

4.5 Comprovar que les dues caps es poden superposar i que la capsa amb la pantalla pot lliscar (amb certa facilitat) per dins de l'altra.

4.6 Per finalitzar, cal que fem forats amb diversos estris afilats amb puntes de diferents diàmetres en cada marca de les dues tires (des de *abocardadors* a qualsevol xinxeta, tot ens és útil) [veure imatge 164]. Aquestes tires s'introduiran per els extrems laterals de l'obertura rectangular empegada sobre la circumferència de la primera capsa (veure imatge 165), de manera que els raigs de Sol solament puguin tenir entrada per l'obertura elegida de les tires.



Imatge 164.- Diversos estris emprats per fer forats de diferents diàmetres.



Imatge 165.- Correcta col·locació de les tires amb forats de diferents diàmetres.

4.7 Si es desitja realitzar una mesura més precisa, muntar la cambra a l'extrem d'un suport. Caldrà subjectar-la amb *cel·lo*, assegurant-se que la capsa amb la pantalla estigui superposada amb l'altra en direcció a nosaltres i que pugui desplaçar-se cap endavant i cap endarrere (veure imatge 166).



Imatge 166.- Muntatge correcte de la cambra fosca a l'extrem d'una muntura.

Annex II.- Configuració i ús del programari *Stellarium*.

- Per identificar les posicions de cada satèl·lit galileià en els dies i les hores corresponents a cada observació, prèviament haurem de configurar el programa *Stellarium*, el qual ens mostra a temps real la posició de Júpiter i els seus satèl·lits.

1. Configuracions.

- A) Cal determinar la localització del lloc de l'observació en latitud, longitud i altura aproximades. Aquestes es mantindran per a cada observació, és a dir, un cop introduïdes aquestes dades caldrà assegurar-se que cada cop que es busqui l'identificació dels satèl·lits, aquestes siguin les mateixes.
- B) Cal determinar la data i l'hora de cada observació en que es vulgui veure la posició de Júpiter i els seus satèl·lits.

Per realitzar aquestes configuracions haurem de clicar a  i veurem que s'obra una finestra com la de la imatge 167, on haurem de clicar a la pestanya **Ubicación** i introduir les dades de longitud, latitud i altura a la que ens trobem i clicar a **Guardar localización** (veure imatge 167).

En el nostre cas des del institut IES Guindàvols de Lleida:

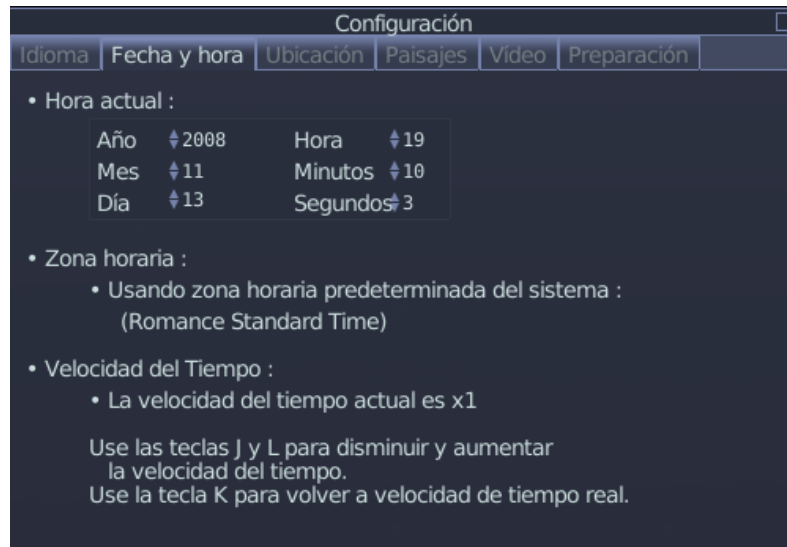
- Longitud: 06° 26' 15" Est
- Latitud: 42° 01' 12" Nord
- Altitud: 200m



Imatge 167.- Configuració de la localització al programari *Stellarium*

Per tal de configurar la data i l'hora corresponents, caldrà clicar a la pestanya

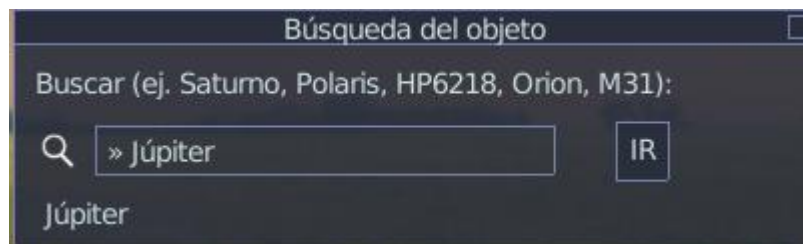
Fecha y hora i escollir les dades (veure imatge 168).



Imatge 168.- Configuració de la data i l'hora corresponents al programari *Stellarium*.

2. Recerca del planeta i identificació dels satèl·lits tot comparant la seva posició amb les fotografies obtingudes a partir del telescopi (que ens donen una imatge invertida de la situació real).

A) Després de configurar el programa i introduir el dia a observar, cal que busquem Júpiter mitjançant , on veurem que s'obra una finestra com aquesta (veure imatge 169):

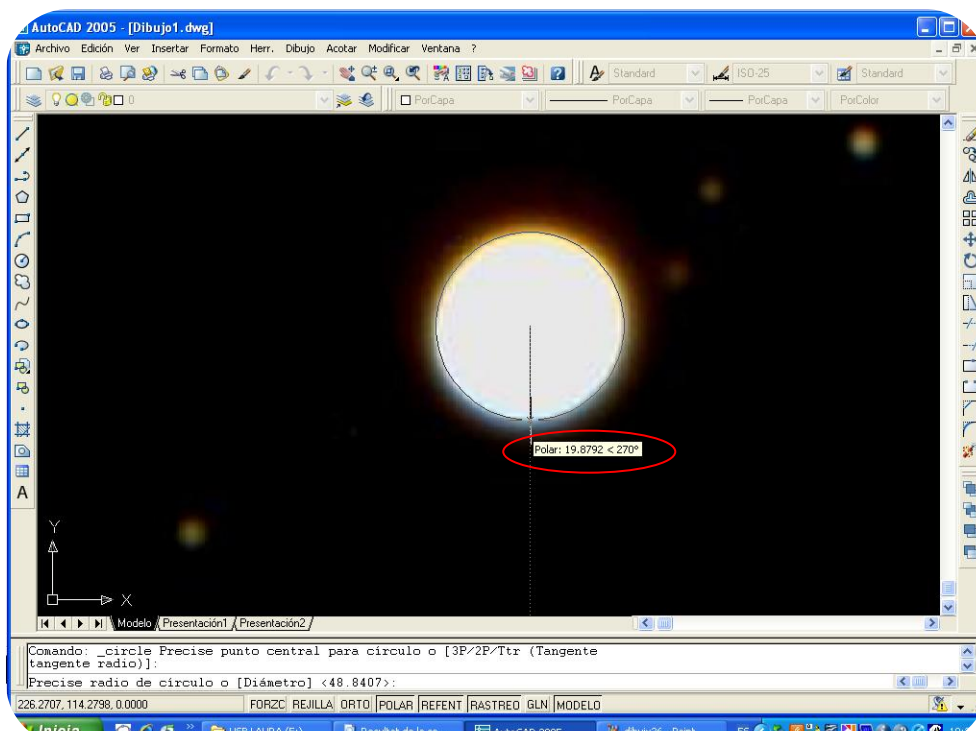


Imatge 169.- Recerca del objecte en el programari *Stellarium*

On caldrà introduir el nom del planeta a buscar, Júpiter, i clicar . Així, el mateix programa ens guiarà i ens indicarà on es troba Júpiter. Sol caldrà apropar-se al planeta per veure ben definits els seus 4 satèl·lits galileians orbitant al voltant del planeta mitjançant la roda del ratolí.

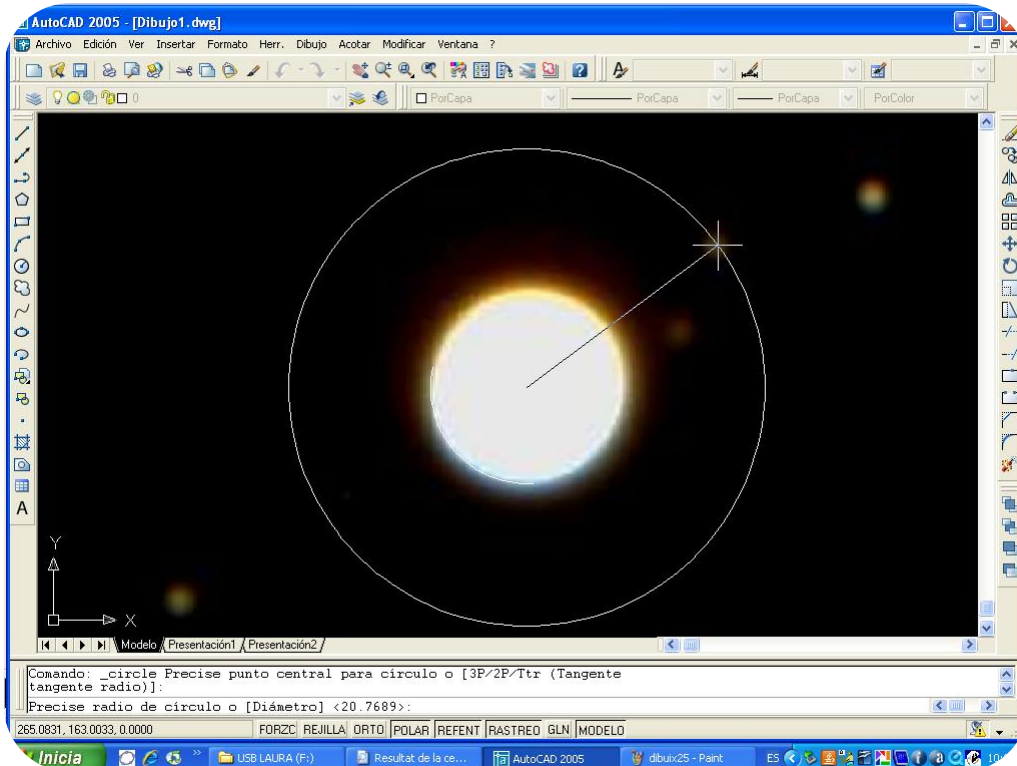
Annex III.- Mesura de la posició relativa dels satèl·lits galileians respecte el centre de Júpiter (radi mitjà de l'òrbita que descriuen) mitjançant el programari AUTOCAD 2007.

- Per mesurar la posició relativa dels satèl·lits respecte el centre del planeta en radis de Júpiter, un cop haver obtingut les fotografies amb el telescopi, haurem de seguir els passos següents:
1. Obrir la imatge a analitzar, un cop haguem identificat els satèl·lits amb l'*Stellarium*, clicant a **Insertar** i a **Imágenes de trama...** per seleccionar la imatge corresponent.
 2. Definir el primer punt de la distància que volem mesurar, és a dir, el centre del planeta amb l'opció , amb la qual veurem que es dibuixa una circumferència, que haurem d'adaptar a la circumferència que descriu el planeta en la fotografia (veure imatge 170). Així obtindrem el radi estimat de Júpiter en unitats de mesura.



Imatge 170.- Definició del primer punt: el centre del planeta Júpiter.
Obtenció del radi de Júpiter en unitats de mesura (encerclat de color roig).

- Un cop haver superposat la circumferència dibuixada sobre la descrita per Júpiter i haver obtingut el seu radi en unitats de mesura, tornar a escollir l'opció , tornar a elegir el primer punt (centre de Júpiter) i desplaçar la circumferència dibuixada fins al segon punt, el final de la distància que volem mesurar, és a dir, fins al centre del satèl·lit del qual volem calcular el radi mitjà de l'òrbita que descriu (veure imatge 171). Així obtindrem la distància del centre de Júpiter al satèl·lit en unitats de mesura. Per obtenir-la amb radis de Júpiter, haurem de dividir aquesta distància pel radi estimat de Júpiter (mesurat anteriorment).



Imatge 171.- Definició del primer segon punt: el centre del satèl·lit. Obtenció del radi mitjà estimat que descriu l'òrbita del satèl·lit en unitats de mesura

- Repetir el procediment per el mateix satèl·lit per després fer-ne la mitjana aritmètica.
- Repetir el procediment per a cada satèl·lit, capturat en les diferents imatges.

Annex IV.- Astrofotografia de la Lluna.

Un dels requeriments bàsics per estudiar els cràters del nostre satèl·lit, la Lluna, ha set la captació d'imatges de tal astre a partir d'una "webcam LPI" acoblada al focus primari del telescopi Meade LX90GPS de 8" i 2000mm de distància focal. Aquestes van ser capturades el dia 10 d'octubre del 2008 a les 18:30 (UT), en fase gibosa minvant i el dia 2 de desembre del 2008 a les 17:20 (UT), en fase minvant.

Per comprendre correctament el treball, aquestes imatges no hi tenen un paper essencial però, val la pena incloure-les en ell de forma ampliada ja que són realment precioses i em van impactar moltíssim. Segur que aquesta sensació es compartida entre qualsevol de nosaltres, per això vull que tothom pugui gaudir de tals perspectives espectacularment properes a la Lluna. Fan que ens semblin que 400.000 km (aproximadament) no siguin res com aquell qui diu.



Imatge 172.- Fotografia de la Lluna en fase gibosa minvant el dia 10 d'octubre del 2008 a les 18:30 (UT).



Imatge 173.- Fotografia de la Lluna en fase gibosa minvant el dia 10 d'octubre del 2008 a les 18:30 (UT).



Imatge 174.- Fotografia de la Lluna en fase gibosa minvant el dia 10 d'octubre del 2008 a les 18:30 (UT).



Imatge 175.- Fotografia de la Lluna en fase minvant el dia 2 de desembre del 2008 a les 17:20 (UT).



Imatge 176.- Fotografia de la Lluna en fase minvant el dia 2 de desembre del 2008 a les 17:20 (UT).



Imatge 177.- Fotografia de la Lluna en fase minvant el dia 2 de desembre del 2008 a les 17:20 (UT).



Imatge 178.- Fotografia de la Lluna en fase minvant el dia 2 de desembre del 2008 a les 17:20 (UT).



Imatge 179.- Fotografia de la Lluna en fase minvant el dia 2 de desembre del 2008 a les 17:20 (UT).

