

Nom _____

1.- En sumar de dues en dues les edats de tres persones s'obtenen 39, 43 i 46 anys. Troba l'edat de cadascuna d'aquestes persones.

Plantegem el sistema

$$\begin{cases} x + y = 39 \\ y + z = 43 \\ x + z = 46 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 39 \\ 0 & 1 & 1 & 43 \\ 1 & 0 & 1 & 46 \end{array} \right) &\gg \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 39 \\ 0 & 1 & 1 & 43 \\ 0 & 1 & -1 & -7 \end{array} \right) &\gg \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 39 \\ 0 & 1 & 1 & 43 \\ 0 & 0 & 2 & 50 \end{array} \right) \\ &2z = 50 \gg \mathbf{z = 25} \\ &= y + z = 43 \gg y + 25 = 43 \gg \mathbf{y = 18} \\ &x + 25 = 39 \gg \mathbf{x = 14} \end{aligned}$$

2.- Calcula la inversa de la matriu A

$$\begin{pmatrix} -1 & -4 & -9 \\ -4 & -5 & -8 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

a.- En primer lloc calculem el determinant de la matriu A

$$\begin{vmatrix} -1 & -4 & -9 \\ -4 & -5 & -8 \\ -2 & -3 & 2 \end{vmatrix} = (10 - 64 - 108) - (-90 - 24 + 32) = -80$$

b.- Trasposem la matriu

$$A^T = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -2 \\ -4 & -5 & -3 \\ -9 & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

c. Busquem la matriu d'adjunts

$$\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ -8 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -4 & -3 \\ -9 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -4 & -5 \\ -9 & -8 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -4 & -2 \\ -8 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -9 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ -9 & -8 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -4 & -2 \\ -5 & -3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -1 & -4 \\ -4 & -5 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

d- Calculem els adjunts

$$A^{-1} = -\frac{1}{80} \begin{pmatrix} -34 & 35 & -13 \\ 24 & -20 & 28 \\ 2 & 5 & -11 \end{pmatrix}$$

3.- Quant ha de valer a perquè aquest determinant valgui 1

Nom _____

$$\left| \begin{array}{cc} -10+a & -8+a \\ 7 & 6 \end{array} \right| = 1$$

$$6 \cdot (-10+a) - 7 \cdot (-8+a) = 1$$

$$-60 + 6a + 56 - 7a = 1$$

$$-a = 1 + 60 - 56 \quad \mathbf{a = 5}$$

4.- Resol aquest sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y + 5z = -74 \\ 8x + 9y + z = -106 \\ x - 3y + 14z = -116 \end{array} \right\}$$

a. Escribim la matriu de Gaus del sistema

$$\begin{array}{l} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 14 & -116 \\ 3 & 2 & 51 & -74 \\ 8 & 9 & 1 & -106 \end{array} \right) \gg \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 14 & -116 \\ 0 & -11 & 37 & -274 \\ 0 & -33 & 111 & -822 \end{array} \right) \gg \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 14 & -116 \\ 0 & -11 & 37 & -274 \\ 0 & -33 & 111 & -822 \end{array} \right) \gg \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 14 & -116 \\ 0 & -11 & 37 & -274 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \end{array}$$

El sistema és compatible indeterminat

Ens queda: $-11y + 37z = -274$

$$\mathbf{z = \beta}$$

$$-11y + 37\beta = -274 \quad \mathbf{y = \frac{37\beta + 274}{11}}$$

$$x - 3 \cdot \frac{37\beta + 274}{11} + 14\beta = -116$$

$$11x - 111\beta - 822 + 154\beta = -1276$$

$$\mathbf{x = \frac{-454 - 43\beta}{11}}$$