DOMINIS DE FUNCIONS

1.- Calcular el domini de les següents funcions

i) $f(x)=\dfrac{3x-1}{x^4-8x^2-9}$ *ii*) $g(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x}{x^2-4}}$ *iii*) $f(x)=\sqrt{9-2x}$

iv) $g(x)=Lg\left(\dfrac{x-2}{6-2x}\right)$ *v*) $y=\sqrt{\dfrac{3x+6}{4+x}}$ *vi*) $g(x)=\sqrt[4]{-x^2+3x-2}$

Solucions:

Dominis

i) Com que és una funció racional, el domini serà el conjunt de tots els números racionals excepte els que anul·len el denominador

$x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ (Equació biquadrada. Fem el canvi $x^2 = t$)

$t^2 - 8t - 9 = 0 \Rightarrow .....t = 9\ i\ -1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3\ \ i\ \ \pm\sqrt{-1}$(No existeix)

El domini és, per tant $D(f) = R - \{\pm 3\}$

ii) Com que és una arrel d'índex imparell, la funció existirà sempre que existeixi el radicant. El radicant és un quocient (funció racional) que anul·la el denominador quan $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

El domini és, per tant $D(g) = R - \{\pm 2\}$

iii) Com que la funció està definida segons una arrel quadrada, el radicant haurà de ser positiu.

Per tant cal resoldre la següent inequació

$9 - 2x \geq 0 \Rightarrow -2x \geq -9 \Rightarrow x \leq \frac{9}{2}$ (Compte amb el canvi de sentit de la desigualtat)

El domini és, per tant $D(f) = (-\infty, \frac{9}{2}\ ]$

iv) Com que la funció està definida per un logaritme, l'argument ha de ser positiu estricte

$\frac{x-2}{6-2x} > 0$ Per resoldre aquesta inequació hem d'estudiar el signe del numerador i del denominador.

Signe de x-2. $x-2=0 \Rightarrow x=2$ $---------2+++++++++$

Signe de 6-2x. $6-2x=0 \Rightarrow x=3$ $+++++++++++++++++3-----$

Es pot observar que els dos tenen el mateix signe en l'interval que va del 2 al 3. El 3, però anul·la el denominador i l'hem d'excloure, el 2 faria que fos log(0) que tampoc existeix i l'hem d'exclore.

Per tant el domini és $D(g)=(2,3)$

v) Al ser una arrel quadrada, el radicant haurà de ser positiu o nul

Hem de resoldre la següent inequació

$\frac{3x+6}{4+x} \geq 0$ Hem d'estudiar els signes del numerador i del denominador

$3x+6=0 \Rightarrow x=-2$ $---------\ -2++++++++$

$4+x=0 \Rightarrow x=-4$ $---\ -4++++++++++++++++$

Es veu que els dos tenen el mateix signe en els intervals

El domini és $D(y)=(-\infty,-4)\cup[-2,\infty)$

vi) Com que és una arrel d'índex parell el radicant ha de ser major o igual a 0.

Això comporta que hem de resoldre la següent inequació de segon grau

$-x^2+3x-2 \geq 0.$ Resolem l'equació $-x^2+3x-2=0$.....$x=1$ *i* 2

Estudiant el signe --------- $1++++++2------$

Per tant $D(g)=[1,2]$