

Hacia una pedagogía del desarrollo de competencias matemáticas básicas

1. “Matemáticas para todos” (o cómo asociar “calidad” e “inclusividad”)
2. En el marco de proyectos de investigación sobre el mundo. Estudio de casos

El concepto de “Competència” a que se refiere DeSeCo/OCDE es una respuesta

“Mathematics for all”	63.600.000	Derecho universal al Curriculum
“Mathematical Literacy”	270.000	Habilidad, comprensión crítica, contexto
“Mathematical Culture”	7.510.000	Pràcticas culturales
“Mathematical realistic”	5.390.000	Sentido real de las matemáticas escolares
“Permanent Learning”	31.600.000	Autonomía (Gestión de los propios conocimientos matemáticos)

Búsqueda realizada el 19/10/2008

Este concepto de “Competencia” es una respuesta al problema de:

1. Vincular “Alta calidad” y “Equidad”
2. Concretar un currículum más coherente, más estructurado, mejor fundamentado en elementos básicos y que se pueda desplegar en complejidad
3. Mejorar el sentido real de las matemáticas, desde la perspectiva de los alumnos
4. Asegurar a los alumnos más autonomía en la gestión de los conocimientos matemáticos
5. Incluir en las preocupaciones curriculares los vínculos afectivos con las matemáticas
6. Focalizar el trabajo matemático en procesos concretos y con sentido argumentativo

“Capacidad de responder a demandas complejas y de llevar a cabo diferentes tareas de una manera adecuada.

Supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para conseguir una acción eficaz “ DeSeCo/OCDE

“La capacidad individual para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y utilizar e implicarse con las matemáticas en los momentos en los que se presenten necesidades en la vida cotidiana de cada persona como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.” PISA/OCDE, 2003

Una visión sistémica del concepto de competencia

“En la Educación primaria se busca alcanzar una eficaz alfabetización numérica, entendida como la **capacidad** para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva, directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental o escrito... no basta con dominar los algoritmos de cálculo escrito, se precisa también, y principalmente, **actuar con confianza** ante los números y las cantidades, utilizarlos **siempre que sea pertinente** e **identificar las relaciones básicas** que se dan entre ellos.”

MEC. Real decreto de Enseñanzas mínimas, Diciembre 2006

Cómo se describe la alfabetización numérica en el primer texto legal que usa el concepto de competencia

EVALUACIÓN DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS: INDICADORES

- . Visibilidad
- . Naturalidad
- . Eficacia
- . Ideología (Creencias Constructivas)
- . Funcionalidad

El aprendizaje de calidad:

- Es comprensivo
- Se basa en experiencias
- Se construye desde dentro: Utilizando los niños sus experiencias y saberes anteriores

Una metodología orientada a la adquisición de competencias matemáticas básicas:



Focalizada en temas y procesos matemáticos básicos.
Fundamentada en generar conexiones
Preocupada por el vínculo afectivo
Vigilante del sentido real de los contextos y de los procesos
Orientada a la elaboración de prácticas críticas

Familiarizarse, en situaciones concretas, con procesos matemáticos de alta calidad e inclusivos

Hacia una pedagogía del desarrollo de competencias básicas

“El proceso de “Resolución de Problemas” es un elemento clave del desarrollo de competencias matemáticas”

¿Qué es un proceso de “resolución de problemas” de calidad?

PROBLEMES

● Resol.

Quantes pessetes té a cada guardiola?

EN AQUESTES
GUARDIOLES NOMÉS TINC
MONEDES DE 5 PESSETES.



$$\begin{array}{r} 62 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \\ \times \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \\ \times \square \\ \hline \end{array}$$

→ _____ pessetes. → _____ pessetes. → _____ pessetes.

- A quines guardioles hi ha més de 300 pessetes? _____
- A quines guardioles hi ha menys de 350 pessetes? _____



Quant costen 4 llapis?

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

Costen _____ pessetes.



Quant costen 2 bolígrafs?

$$\begin{array}{r} \square \\ \times \square \\ \hline \end{array}$$

Costen _____ pessetes.

Aquí no està reflejado u proceso de resolución de problemas.

Este requiere:

1. Que los alumnos tengan un propósito
2. Que no tengan de antemano el método para realizarlo

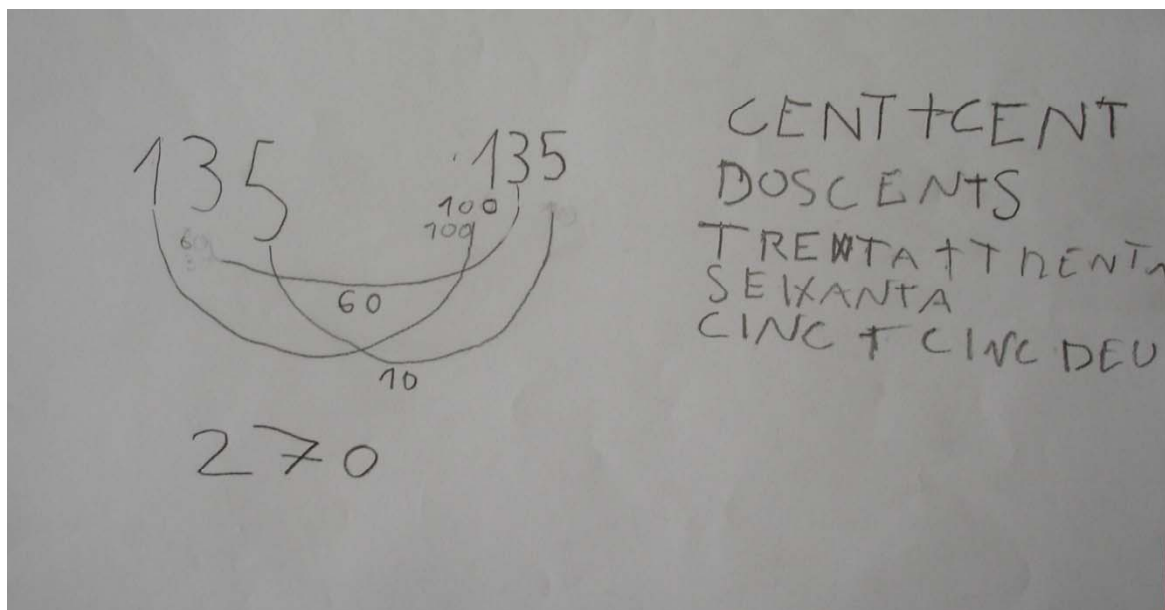
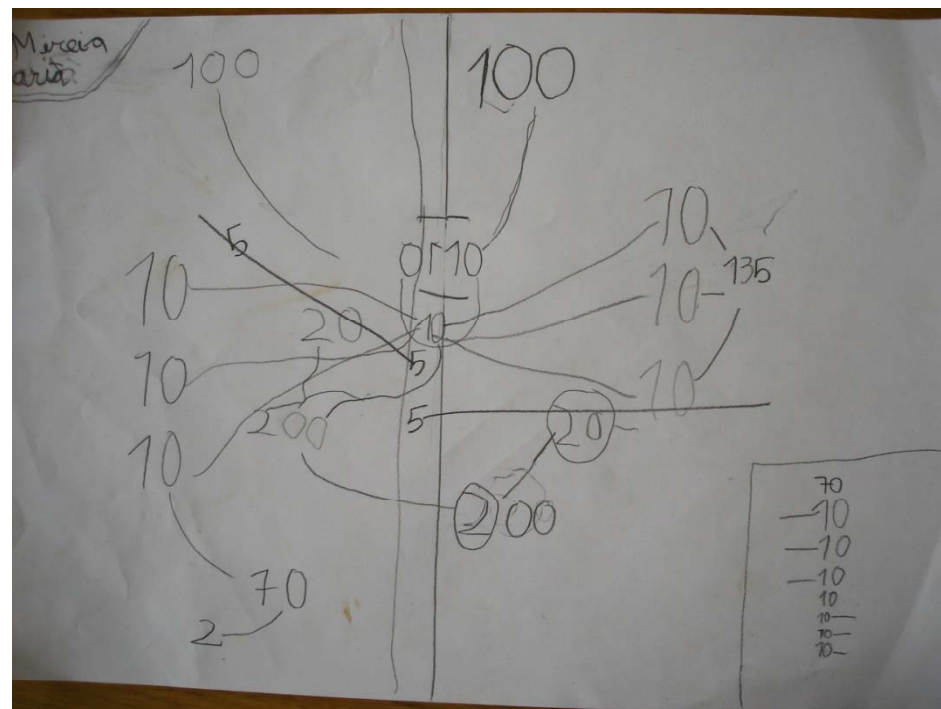
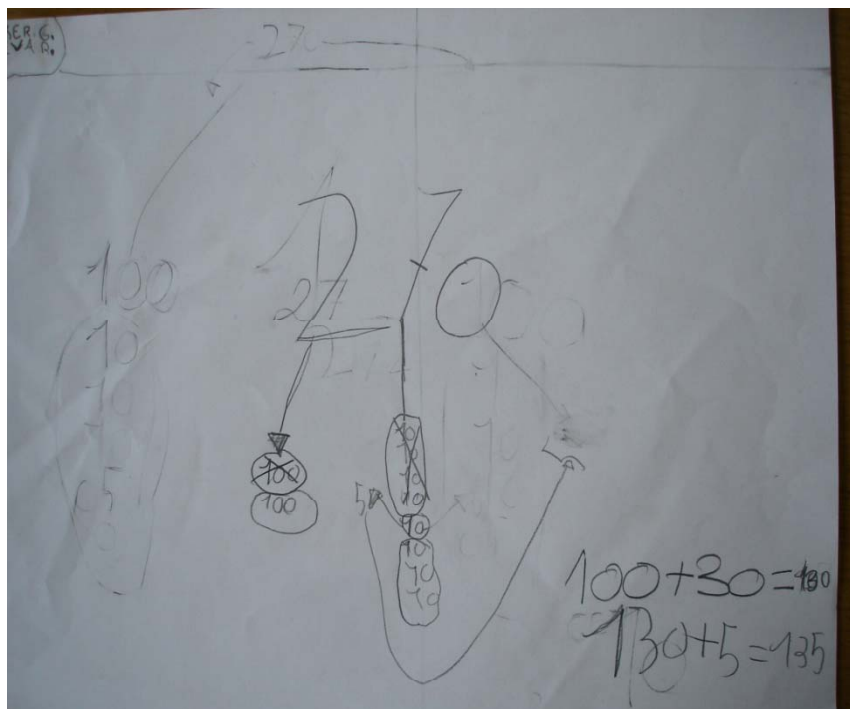
El proceso de resoución de problemas se refiere a las experiencias que viven los alumnos, en estos casos, cuando usan estratñegicamente sus conocijientos y experiencias anteriores controlando y validadndo la diversidad que aparece.



¿Cuántos años vivieron Van Gogh y Durero?

Propósito: Contar los años que hay en medio....

Uso estratégico de los conocimientos y experiencias sobre los números: sus relaciones, sus propiedades, patrones... y el significado de la operación que se está haciendo. La maestra provoca y apoya estas experiencias de manera que los niños accedan a nuevos conocimientos sobre los números. Especialmente sobre cómo están formados y el patrón que permite aplicar a números grandes los conocimientos que los alumnos tienen sobre números más pequeños.



Cuando se viven procesos de resolución de problemas de calcular, los niños acumulan experiencias sobre importantes conocimientos numéricos y se *familiarizan* con sus relaciones y patrones desarrollando al mismo tiempo su comprensión y su habilidad

En estos momentos los maestros tienen muchas oportunidades de hablar también, si lo desean, de los algoritmos formales.

Nando: ¿Es lo mismo kilo que gramos? (todos dicen que no)

Christian: Yo creo que lo podemos calcular, pero no se con qué números.

Martí: Yo creo que entre 1 kilo y 600 gramos hay muchos números,... pero no se cuales.

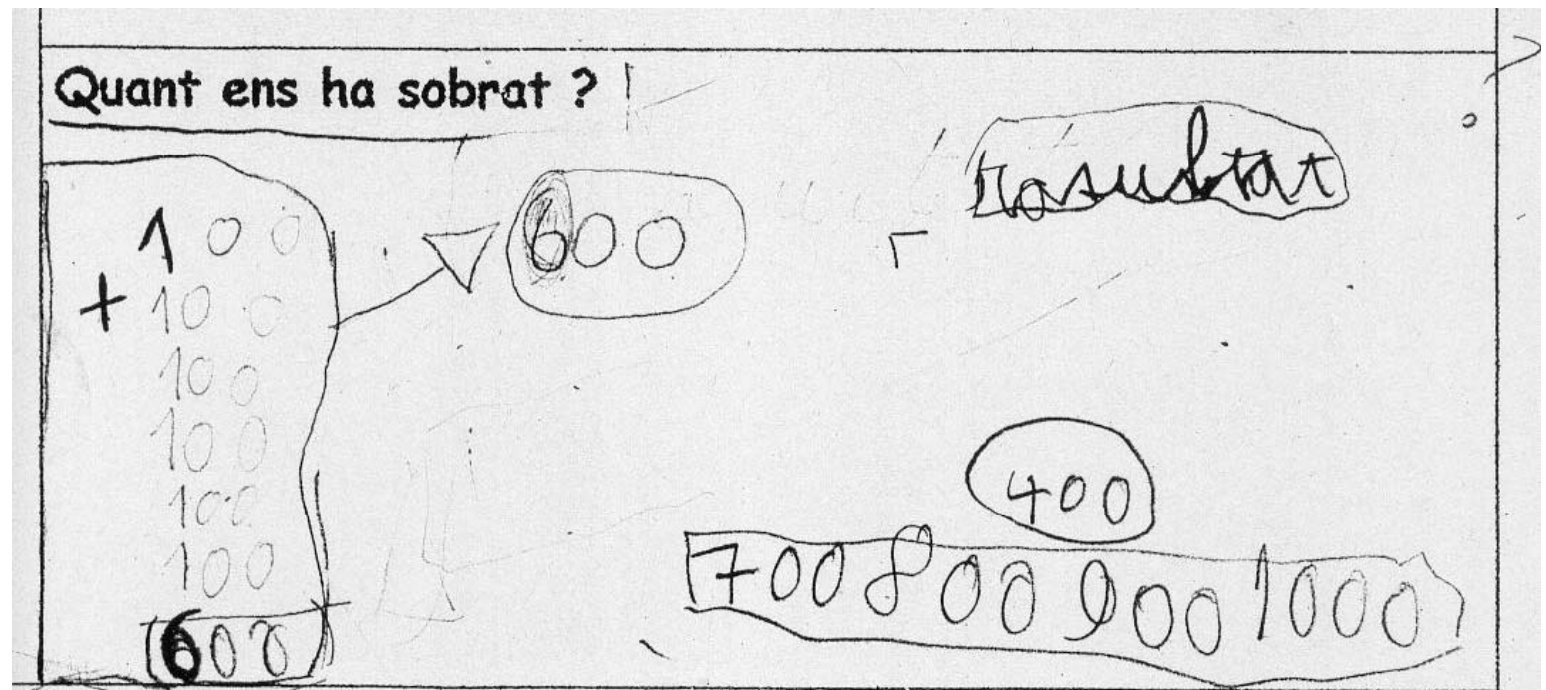
Nando: Si contásemos 601,602,... ¿llegaríamos al 1?

Claudia: ¡No! porque el 1 es el primero.

Martí: Pero el 1 es un kilo... no son gramos... y seguro que entre 1 kilo y 600 gramos hay muchos números.

Claudia: Puede ser que dentro de un kilo hay 1000 gramos.

Martí: Si es así es fácil... tenemos que calcular cuantos números hay en medio de 600 gramos y 1000 gamos.



“ la calculadora para obtener porcentajes”

Porcentaje y su relación con la fracción y el decimal				
%	Fracción	Decimal		
%100	Oroa	Oroa	634	
%50	Oroa rate 1	Oroa rate 2		
%25	Oroa rate 4	Oroa rate 4	634	174
	Erdis rate 2	Erdis rate 2		
%5	Oroa rate 20	Oroa rate 20		
	Erdis rate 10	Erdis rate 10		
	Lauden rate 5	Lauden rate 5		
%1	Oroa rate 100	Oroa rate 100	634	63
	Erdis rate 50	Erdis rate 50		
	Lauden rate 25	Lauden rate 25		
%29 = %25 + %4 + %1 + %1 + %1			1942	

Las ideas claves sobre el significado del aprendizaje del cálculo (ligado al sentido de los números y de las operaciones) que hemos visto en Primer Ciclo, podemos verlas ahora en este trabajo de Segundo Ciclo

Escuela Pública de Antzuola

Inkestaren portzentaiak

%Kotan

3urte	20=%100	17=%85
4urte	15=%100	12=%80
5urte	19=%100	18=%95
1go maila	14=%100	12=%86
2. maila	13=%100	12=%92
3. maila	20=%100	19=%95
4. maila	17=%100	17=%100
5. maila	19=%100	17=%89
6. maila	15=%100	15=%100
Eskolako ikasle guztiak?	146=%100	
Inkesta gurasu dieguz ikasleak?	133=%91	

Primero saber 1%

Y luego 17 veces

$100:20=5$

$5 \longrightarrow 1\%$

$5 \times 17=85$

Calculo inverso

17	%?
20	100%
10	50%
5	25%
1	5%
1	5%
17	85%

1. ¿De qué clase son tus sueños?
- 15% tienen sueños buenos
 - 22% tienen sueños malos
 - 46% tienen sueños buenos y malos
 - 17% no responde

INKESTAK ESMEIEN DIALINA

%100=146 ikasle

1- Nolakoa ametsak dituzten dituzte?

%15a amets onak dituzten dituzte

%22a amets txarrak dituzten dituzte

%46a amets txarrak eta onak dituzten dituzte

%17a ez du erantzuten

2- Erantzun zuzenean gogoratzen zara ametsak dituzte?

%36a bai, gogoratzen da ametsak dituztenak

%22a ez da gogoratzen ametsak dituztenak

%46a ez du erantzuten

%17a ez du erantzuten

3- Ametsak dituztenaren eratean zara?

%43a eratean da

%31a ez da eratean

%15a ez du eratean

%11a ez du eratean

4- Ametsak agia biziaren zuek?

%20a bai da, ametsak agia biziaren zuek

%56a ez da, ametsak ez du agia biziaren

%24a ez du erantzuten

5- Erata zuzenean amesten duzu?

%23a bai, erata zuzenean amesten du

%57a ez, erata zuzenean ez du amesten

%20a ez du erantzuten

6- Amets txarrak dituzte guztiak pentsatu duzu?

%54a bai, guztiak pentsatu du

%20a ez, ez du pentsatu

%11a ez du erantzuten

7- Ametsak gaitatzen ote?

%46a bai, gaitatzen ote

%36a ez, ez du gaitatzen

%17a ez du erantzuten

8- Zor agitar duzu amets txarrak dituztenak?

%67a guztiak dituzte

%23a ez du erantzuten

que parece que tener sueños malos es bastante normal, ya que hay mas sueños malos que buenos, etc...Y comparan con el estudio del Doctor Kimmins:

Solo malos el 22%; menos que en el estudio del D.K.. Pero incluidos los buenos y malos, que son el 46%, sale que, malos, aparecen en la suma de los dos , es decir el 68%

4

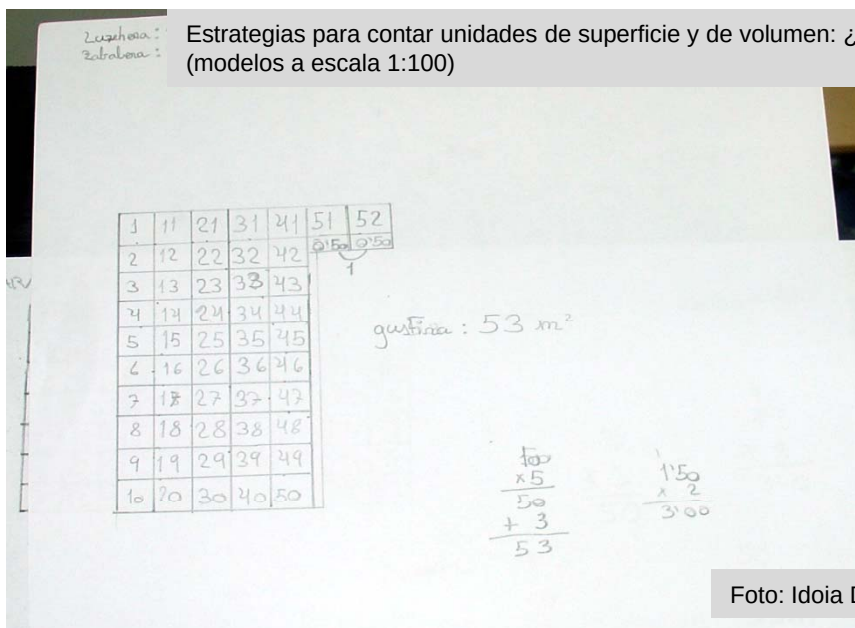
Las conclusiones de la investigación

Los procesos de resolución de problemas deberían abrir posibilidades de aprender cosas nuevas sobre los contenidos claves de cada saber matemático. En este caso el contenido del aprendizaje es sobre las estrategias que podemos utilizar para conytar unidades de medida (en las imágenes: longitud, superficie y volumen)



Estrategias para contar unidades de longitud: ¿Cómo ran las Torres Gemelas?

Foto: Helena Forrellad. CEIP Escola Bellaterra. Cerdanyola



Estrategias para contar unidades de superficie y de volumen: ¿Cuántos metros cuadrados y cúbicos caben en nuestra clase? (modelos a escala 1:100)

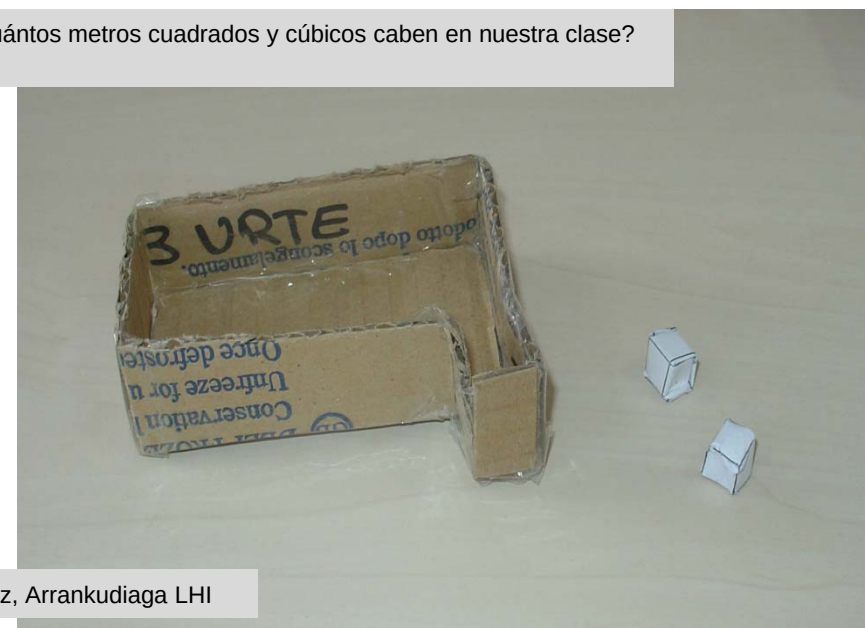


Foto: Idoia Diez, Arrankudiaga LHI

Una pedagogía de las capacidades básicas asociadas a los procesos de resolución de problemas

- Capacidad de usar los procesos de resolución de problemas para aprender cosas nuevas
- Capacidad de resolver problemas en contextos matemáticos y no matemáticos
- Capacidad de generar diferentes estrategias
- Capacidad de estudiar y validar estrategias de otros

Una pedagogía de los vínculos entre los procesos de resolución de problemas y...

- Procesos de modelizar y representar
- Procesos de comunicación
- Procesos de hacer conjeturas y argumentar
- Procesos de establecer conexiones

Todo empezó en el bosque
primitivo

Problemas universales (Bishop)

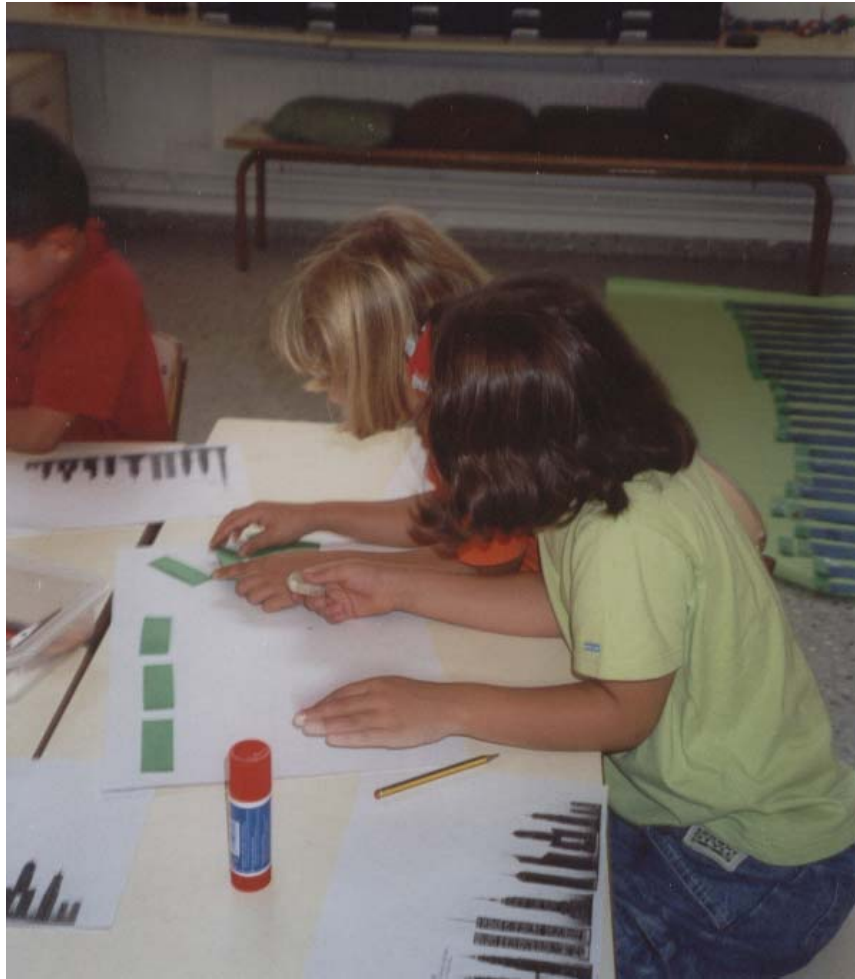
- Contar
- Medir
- Localizar
- Diseñar
- Jugar
- Explicar

Una forma sencilla de planificar



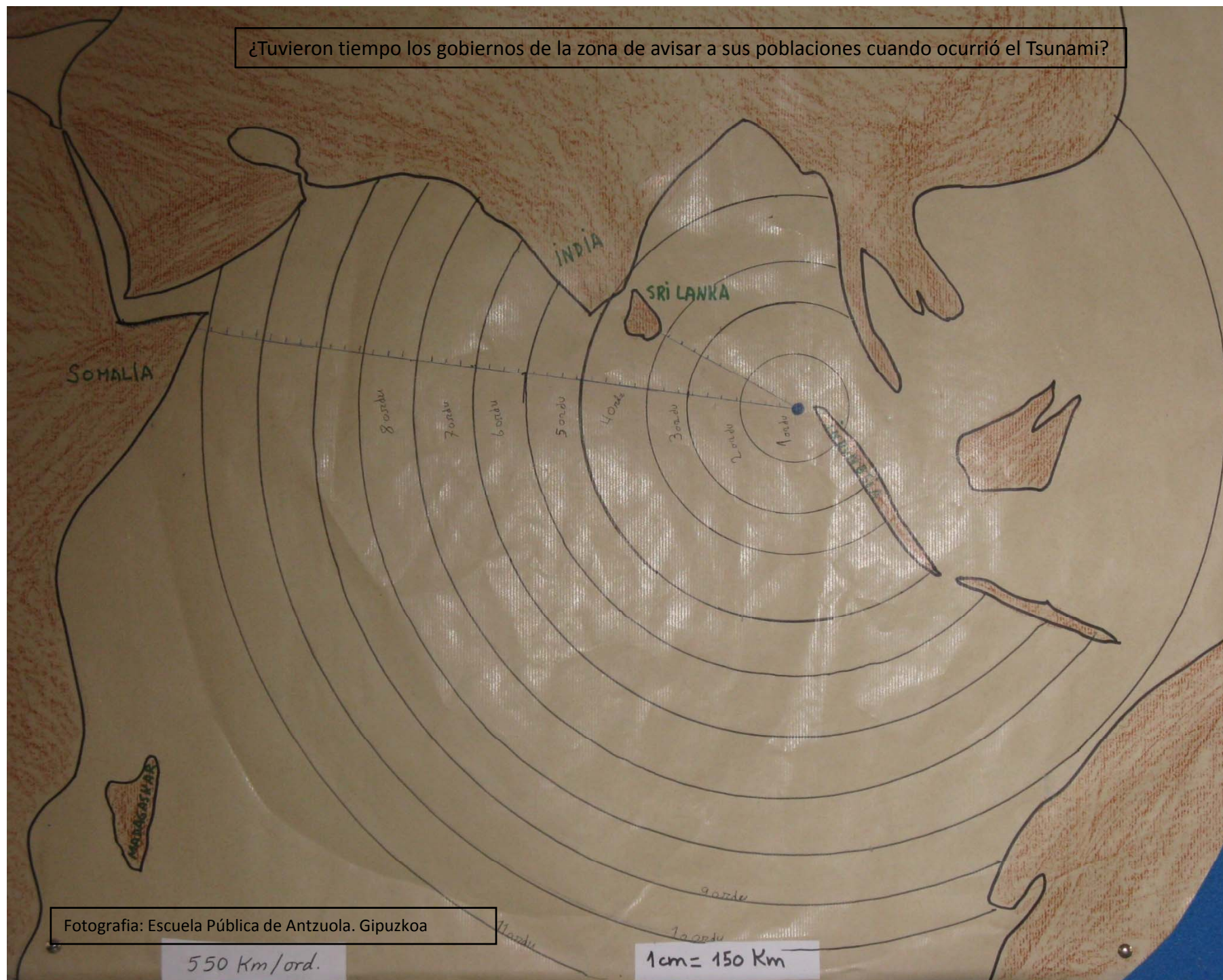
¡Paula se va a Uruguay!
Foto: Dolors Feixes. Escola El Puig. Esparraguera

Notícias del periódico: ¿Cómo son de altas las Torres Gemelas?



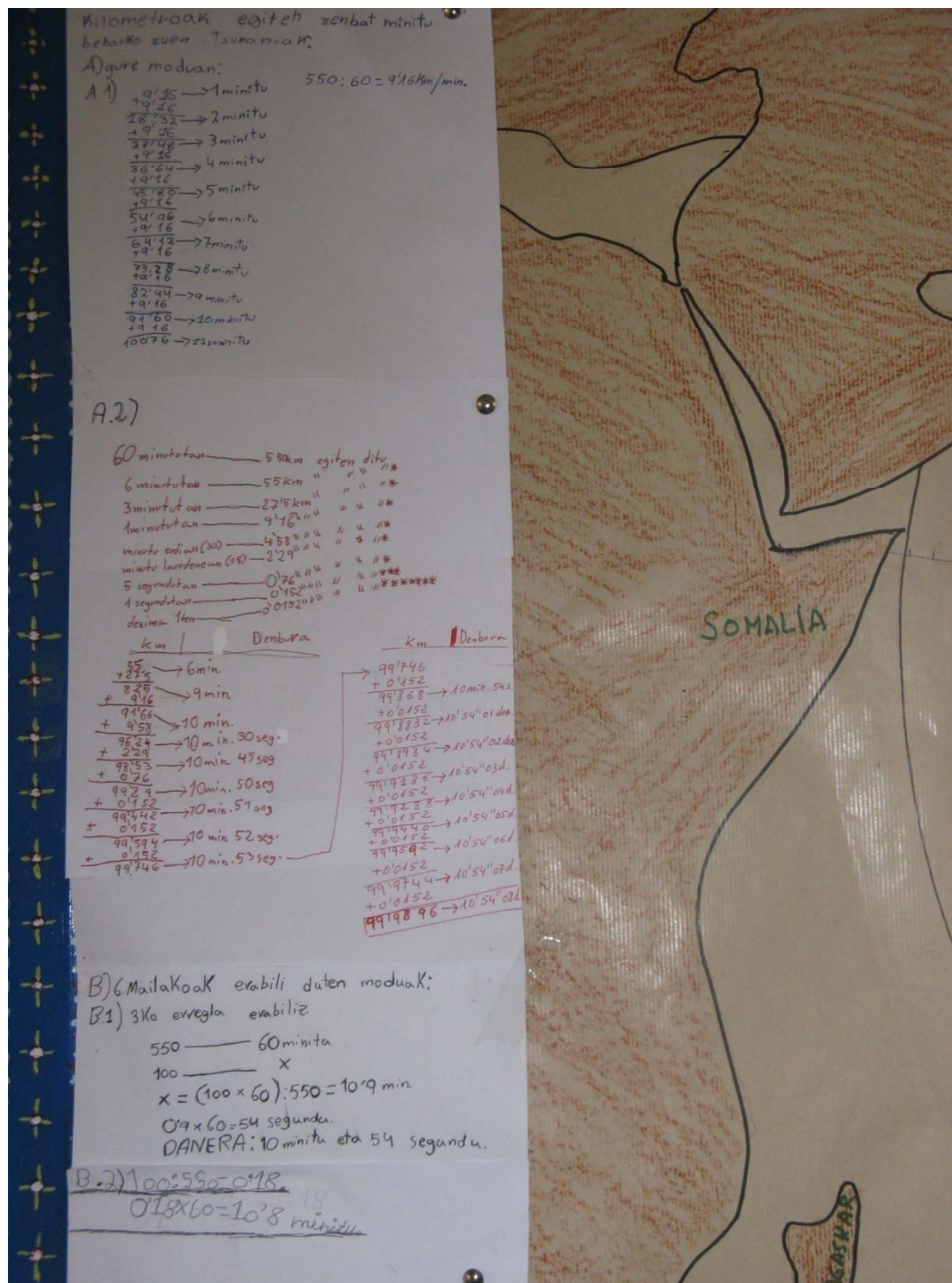
Una comunidad humana que desea comprender el mundo y situarse en él

¿Tuvieron tiempo los gobiernos de la zona de avisar a sus poblaciones cuando ocurrió el Tsunami?



Fotografía: Escuela Pública de Antzuola. Gipuzkoa

Fotos: Escuela Pública d'Antzuola. Gipuzkoa



A) gure moduan:

A 1) $+ 9'16 \rightarrow 1 \text{ minutu}$

$18'32 \rightarrow 2 \text{ minutu}$

$+ 9'16$
 $27'48 \rightarrow 3 \text{ minutu}$

$+ 9'16$
 $36'64 \rightarrow 4 \text{ minutu}$

$+ 9'16$
 $45'80 \rightarrow 5 \text{ minutu}$

$+ 9'16$
 $54'96 \rightarrow 6 \text{ minutu}$

$+ 9'16$
 $64'12 \rightarrow 7 \text{ minutu}$

$+ 9'16$
 $73'28 \rightarrow 8 \text{ minutu}$

$+ 9'16$
 $82'44 \rightarrow 9 \text{ minutu}$

$+ 9'16$
 $91'60 \rightarrow 10 \text{ minutu}$

$+ 9'16$
 $100'76 \rightarrow 11 \text{ minutu}$

$$550:60 = 9'16 \text{ Km/min.}$$

A.2)

60 minututan — 55km egiten ditu
 6 minututan — 55km " " "
 3 minututan — 27'5km " " "
 1 minututan — 9'16" " " "
 minutu erdian (30) — 4'58" " " "
 minutu laurdenean (15) — 2'29" " " "
 5 segundutan — 0'76" " " "
 1 segundutan — 0'152" " " "
 dezima 1en — 0'0152" " " "

km | Denbora

$\begin{array}{r} 55 \\ + 275 \\ \hline 825 \end{array} \rightarrow 6 \text{ min.}$
 $\begin{array}{r} 825 \\ + 916 \\ \hline 91'66 \end{array} \rightarrow 9 \text{ min.}$
 $\begin{array}{r} 91'66 \\ + 4'58 \\ \hline 96'24 \end{array} \rightarrow 10 \text{ min.}$
 $\begin{array}{r} 96'24 \\ + 2'29 \\ \hline 98'53 \end{array} \rightarrow 10 \text{ min. } 30 \text{ seg.}$
 $\begin{array}{r} 98'53 \\ + 0'76 \\ \hline 99'29 \end{array} \rightarrow 10 \text{ min. } 45 \text{ seg.}$
 $\begin{array}{r} 99'29 \\ + 0'152 \\ \hline 99'442 \end{array} \rightarrow 10 \text{ min. } 50 \text{ seg.}$
 $\begin{array}{r} 99'442 \\ + 0'152 \\ \hline 99'594 \end{array} \rightarrow 10 \text{ min. } 51 \text{ seg.}$
 $\begin{array}{r} 99'594 \\ + 0'152 \\ \hline 99'746 \end{array} \rightarrow 10 \text{ min. } 52 \text{ seg.}$
 $\begin{array}{r} 99'746 \\ + 0'152 \\ \hline 99'898 \end{array} \rightarrow 10 \text{ min. } 53 \text{ seg.}$

km | Denbora

$\begin{array}{r} 99'746 \\ + 0'152 \\ \hline 99'898 \end{array} \rightarrow 10 \text{ min. } 54 \text{ s.}$
 $\begin{array}{r} 99'898 \\ + 0'0152 \\ \hline 99'9136 \end{array} \rightarrow 10'54''01 \text{ des.}$
 $\begin{array}{r} 99'9136 \\ + 0'0152 \\ \hline 99'9288 \end{array} \rightarrow 10'54''02 \text{ des.}$
 $\begin{array}{r} 99'9288 \\ + 0'0152 \\ \hline 99'9440 \end{array} \rightarrow 10'54''03 \text{ d.}$
 $\begin{array}{r} 99'9440 \\ + 0'0152 \\ \hline 99'9592 \end{array} \rightarrow 10'54''04 \text{ d.}$
 $\begin{array}{r} 99'9592 \\ + 0'0152 \\ \hline 99'9744 \end{array} \rightarrow 10'54''05 \text{ d.}$
 $\begin{array}{r} 99'9744 \\ + 0'0152 \\ \hline 99'9896 \end{array} \rightarrow 10'54''06 \text{ d.}$
 $\begin{array}{r} 99'9896 \\ + 0'0152 \\ \hline 99'100512 \end{array} \rightarrow 10'54''07 \text{ d.}$
 $\begin{array}{r} 99'100512 \\ + 0'0152 \\ \hline 99'100664 \end{array} \rightarrow 10'54''08 \text{ d.}$

B) 6. Mailakoak erabili daten moduaK:

B.1) 3Ko erregla erabiliz.

$$550 \text{ ————— } 60 \text{ minuta}$$

$$100 \text{ ————— } x$$

$$x = (100 \times 60) : 550 = 10'9 \text{ min.}$$

$$0'9 \times 60 = 54 \text{ segundu.}$$

DANERA: 10 minuta eta 54 segundu.

$$\text{B.2) } 100 : 550 = 0'18$$

$$0'18 \times 60 = 10'8 \text{ minutu}$$

A) gure moduan:

A 1) $9'16 \rightarrow 1$ minutu
 $+ 9'16$
 $18'32 \rightarrow 2$ minutu
 $+ 9'16$
 $27'48 \rightarrow 3$ minutu
 $+ 9'16$
 $36'64 \rightarrow 4$ minutu
 $+ 9'16$
 $45'80 \rightarrow 5$ minutu
 $+ 9'16$
 $54'96 \rightarrow 6$ minutu
 $+ 9'16$
 $64'12 \rightarrow 7$ minutu
 $+ 9'16$
 $73'28 \rightarrow 8$ minutu
 $+ 9'16$
 $82'44 \rightarrow 9$ minutu
 $+ 9'16$
 $91'60 \rightarrow 10$ minutu
 $+ 9'16$
 $100'76 \rightarrow 11$ minutu

$$550 : 60 = 9'16 \text{ km/min.}$$

B) 6. Mailakoak erabili duten moduak:

B.1) 3ko erregla erabiliz.

$$550 \text{ ————— } 60 \text{ minitu}$$

$$100 \text{ ————— } x$$

$$x = (100 \times 60) : 550 = 10'9 \text{ min.}$$

$$0'9 \times 60 = 54 \text{ segundu.}$$

DANERA: 10 minutu eta 54 segundu.

$$B.2) 100 : 550 = 0'18$$

$$0'18 \times 60 = 10'8 \text{ minutu}$$

Una metodología orientada a la adquisición de competencias matemáticas básicas:



Focalizada en temas y procesos matemáticos básicos.

Fundamentada en generar conexiones

Preocupada por el vínculo afectivo

Vigilante del sentido real de los contextos y de los procesos

Orientada a la elaboración de prácticas críticas

Cuidadosa del marco

Familiarizarse, en situaciones concretas, con procesos matemáticos de alta calidad e inclusivos con los que realizamos el trabajo de comprender el mundo

Un cuidado especial del contenido

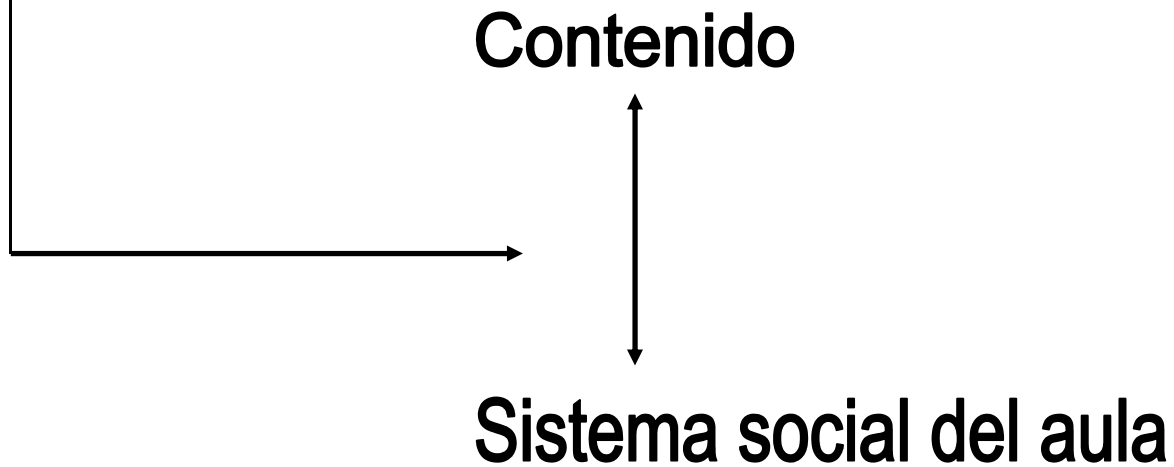
- Sin separarlo de su papel en el mundo de la experiencia y de la percepción.
- Sin elaborarlo cuando no sea realmente necesario.
- Sin aplicarlo a un objeto de estudio como si fuera una etiqueta.
- Sin tratarlo de una manera imprecisa, sin sentido crítico.

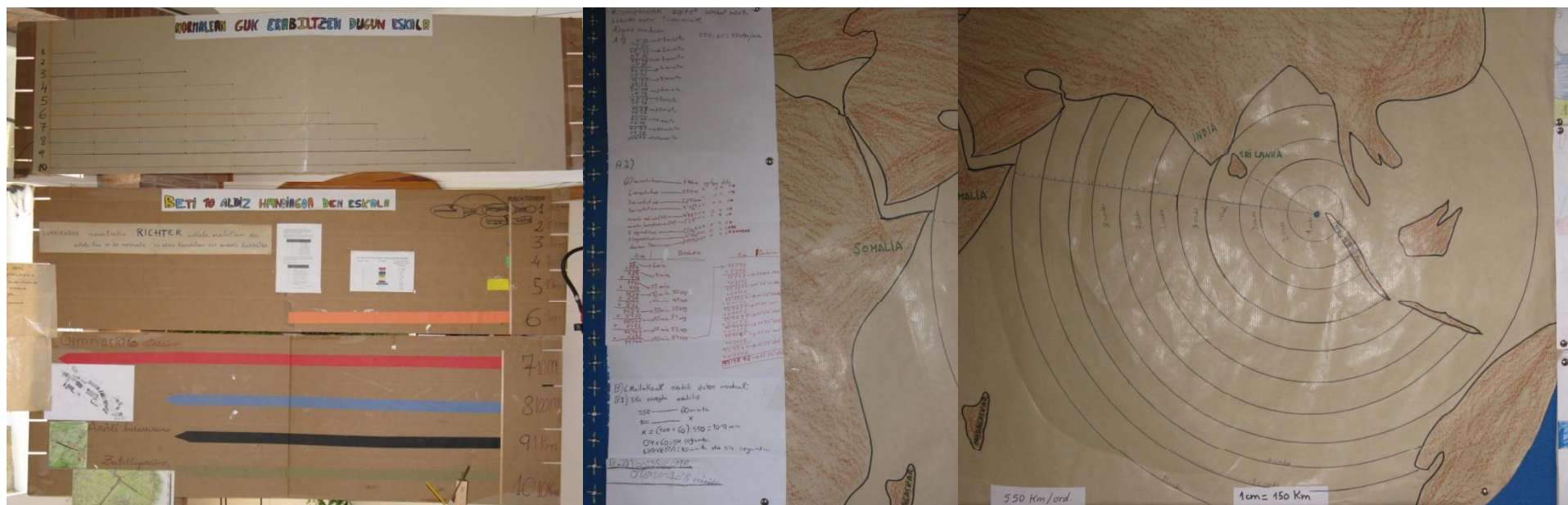
Un cuidado especial por las interacciones y la sociedad del aula

Alfabetización matemática

Cómo se sitúan en el aula...

- Las prácticas matemáticas básicas que queremos transmitir: Un mundo matemático objetivo
- Y las interacciones entre los alumnos y los maestros regulándose entre ellos las creencias sobre estas prácticas





Las prácticas matemáticas críticas (estratégicas y comunicativas) median, como si fueran “signos”, la actividad de comprender el mundo y a los otros.

Son una forma de comprender la experiencia y la percepción y de poseer el contenido que se está concibiendo.

Permiten nuevas acciones.

Hacen posible la acción colectiva.

Hacen posible la previsión de nuevas experiencias.

Poseen un historial; cambiando de significado.

Tienden a la consistencia.



- El conocimiento matemático de una persona es una cosa que está constituida por una historia personal situada en una red de encuentros sociales intergeneracionales. (Adaptación de Restivo)
- Interés fundamental por el contenido y por la interacción social, la comunicación y la cultura del aula.



Preocuparse por la competencia matemática de cada persona, **estando atentos:**

- Al papel que tienen las conciencias y las acciones de los otros en la constitución de la conciencia y la acción de cada uno.
- A la regulación entre los procesos de la esfera pública y de la privada.
- Y al valor que aporta al conocimiento lo que es incierto (la sinergia entre las conjeturas y las argumentaciones).

Alfabetización crítica matemática

Cómo se sitúan en el aula...

- Las prácticas matemáticas básicas que queremos transmitir: Un mundo matemático objetivo
- Y las interacciones entre los alumnos y los maestros regulándose entre ellos las creencias sobre estas prácticas

Contenido

- Sin separarlos de su papel en el mundo de la experiencia y de la percepción
- Sin elaborarlos cuando no son realmente necesarios
- Sin aplicarlos a un objeto de estudio como si fueran etiquetas
- Sin tratarlos de una manera simple e imprecisa. Sin sentido crítico

Adaptación de
Blumer

**Sistema Social
del aula**

Los procesos a través de los cuales las personas se relacionan y se influyen mutuamente

Una organización socio-matemática que tiene la forma de un sistema complejo adaptativo

Estatus especial del docente: El control que ejerce sobre el *discurso y las acciones* de los procesos didácticos

Uso del poder



Abuso del poder



Control del acceso de los alumnos, en un marco curricular:

A nuevos conocimientos, lenguajes y experiencias
A nuevos intereses

A sus propios conocimientos, lenguajes y experiencias
A sus intereses

Al campo de emociones y sentimientos vinculados al conocimiento del mundo y del pensamiento propio y de los demás



Control de la *reproducción* por los alumnos de los conocimientos, lenguajes y habilidades que tocan

Preocupados por controlar el marco: El mundo del aula

Ha de tener unas condiciones básicas para que se pueda hablar y actuar.

Debe ser un mundo polifónico (intergeneracional). Un sistema de voces diversas y de ecos.

Los procesos didácticos han de tener la forma de procesos de exploración y de indagación en los que se crean sinergias entre saberes diferentes.

Estos procesos de indagación han de ser emergentes; retroalimentando positivamente entre ellas las preguntas, las experiencias y las explicaciones.



Fotografia: Helena Forrellad. CEIP Escola Bellaterra, Cerdanyola

El marco: el aula ha de tener un mundo

Algunos retos

- Un currículum de referencia
- Una selección inteligente de las cuestiones a explicar (cuestiones universales; ignorancia de los alumnos) y de las experiencias que se van a usar para elaborar explicaciones
 - La selección de los textos
 - Las prácticas críticas con ellos
- Una fuerte organización matemática: conexión y desarrollo de los problemas; interconexión entre las cuestiones puntuales, los elementos temáticos del currículum y los elementos más globales del sistema de prácticas matemáticas
- La inclusión de la subjetividad: las creencias, los prejuicios, el significado y el sentido en los procesos y en el sistema de prácticas matemáticas del aula
- Que los alumnos puedan vivir las prácticas matemáticas que ya existen como una experiencia histórica, personal y colectiva que tiene un sentido orientado por los “intereses del conocimiento”