LES COMPETÈNCIES EN ELS TREBALLS DE PROJECTES MATEMÀTICS PER UNA EDUCACIÓ EQUITATIVA A L'ESO

Manuel Sol Puig

Dirigit per:

Joaquim Giménez

Núria Rosich

Professors de didàctica de la matemàtica

de la Universitat de Barcelona

Memòria del treball realitzat en el període de llicència d'estudis durant el curs escolar 2005-06 concedida pel Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya

AGRAÏMENTS

Vull expresar el meu agraïment a Joaquim Giménez i a Núria Rosich, directors d'aquest estudi, per la seva gran dedicació i paciència que m'han dispensat, i per tot el que he pogut aprendre al seu costat. Però també per la seva amistat, els seus ànims i el suport personal amb el que sempre he pogut comptar.

També vull agraïr al Carlos, Marc, Sara, Lidia, Marcos, ….i molts altres alumnes, són massa per citar-los a cada un, que al llarg d'aquests anys s'han près amb tanta seriositat els treballs que els he encomanat i m'han anat il·lusionant en la feina de cada dia. Sense ells aquest estudi no s'haguès fet mai.

Índex

Presentació 9

Capítol 1

Justificació, objectius i metodologia 11

1.1 Treball previ 12

1.2 Definició de projectes 13

1.3 Justificació per fer projectes 15

1.4 Els projectes i l'atenció a la diversitat 19

1.5 Els projectes i l'aplicació de les TIC 20

1.6 Hipòtesis i objectius de l'estudi 22

1.7 Metodologia 23

Capítol 2

Els projectes a l'ESO 27

2.1 Tradició educativa als treballs de projectes 27

2.2 Perspectiva curricular del treball de projectes 36

2.3 Els projectes i el desenvolupament de competències matemàtiques 38

2.4 Els projectes i l'activitat matemàtica 44

2.5 Atenció a la diversitat i els projectes 57

2.6 La continuïtat dels projectes al batxillerat 58

Capítol 3

Diagnosi 63

3.1 Elaboració d'una prova inicial 63

3.2 La prova definitiva i les situacions una a una 65

3.3 Procés de codificació i baremació 70

3.4 Aplicació a una mostra i anàlisi de resultats 72

3.5 Algunes conclusions sobre la prova inicial 75

Capítol 4

Desenvolupament de projectes 77

4.1 Organització del treball 77

4.2 Seguiment del treball 79

4.3 Procés de modelització 81

4.4 Els temes 87

4.5 Observacions i dificultats sobre la memòria dels projectes 90

Capítol 5

Competències i treball de projectes. Anàlisi de casos 95

5.1 Anàlisi de competències. Un cas de 1r d'ESO 95

5.2 Anàlisi de competències. Un cas de 4t d'ESO 101

5.3 Anàlisi de cas de dos alumnes amb dificultats 108

Capítol 6

Conclusions 119

6.1 Els objectius aconseguits 119

6.2 Sobre la manera de fer projectes 120

6.3 El paper de l'alumnat i professorat al treballl de projectes 123

6.4 Competències assolides 124

6.5 Síntesi de dificultats observades als alumnes amb dificultats 125

6.6 Les TIC i els projectes 126

Referències 129

Annex

A Instruments d'anàlisi de competències 137

B Graella codificació i baremació de la prova diagnòstica 141

C Histogramas de resultats de la prova diagnòstica 151

D Documentació per a la gestió del projectes 155

E Exemple de projecte elaborat a 1r cicle d'ESO: Les motxilles 161

F Exemple de projecte elaborat a 2n cicle d'ESO:
Les llaunes de conserves 169

Presentació

L'educació matemàtica, com altres àmbits professionals i socials, es troba immergida en un procés de canvis importants. En destacaria tres factors que provoquen en part aquests canvis. En primer lloc la decisió política d'una educació obligatòria de tots els nois i noies fins als 16 anys integrats en un mateix sistema educatiu. El segon factor és la creixent expectativa social sobre l'escola de la què ja no s'espera simplement que els alumnes aprenguin coses sinó que sàpiguen fer i aplicar el que se'ls ha ensenyat, que el que aprenen a l'escola sigui útil per anar per la vida. És el que ha portat a introduir la idea de que l'escola ha de servir per a desenvolupar les competències dels estudiants. El tercer factor és la presència generalitzada i creixent de les TIC en tots els àmbits de la vida de les persones tant professional com privada. En el nostre cas, el de l'educació matemàtica, la influència que tenen és enorme i arriben a transformar la manera d'ensenyar i aprendre les matemàtiques.

Cal, per tant, renovar els recursos que emprem a les aules. En aquesta memòria de l'estudi realitzat en el temps de llicència, presento el que hem anomenat *Projectes Matemàtics Realístics* realitzats amb alumnes de l'ESO. L'estudi mostra com aquestes activitats són útils per a satisfer les demandes més recents per integrar a tot l'alumnat, per desenvolupar les seves competències matemàtiques i per integrar les TIC d'una manera natural en el treball escolar i l'aprenentatge de les matemàtiques.

Aquest treball el vaig començar fa anys, primer sol i després juntament amb els professors del Grup Vilatzara de l'ICE de la UAB que van donar com a resultat alguns articles (Sol 1994, Sol i Gimenez 2004, G. Vilatzara 2001a i 2001b). Durant aquest temps he reunit molt material sobre el què treballar. La llicència m'ha servit per estudiar els referents teòrics sobre el tema i analitzar les produccions dels alumnes per comprovar l'interès educatiu ja que contribueixen a desenvolupar competències, i integrar a tots els alumnes. També ens ha servit per buscar elements de millora de la gestió de l'activitat. El resultat de

l'estudi és el que teniu a les mans. Als capítols 1 i 2 es recullen totes les questions teòriques de l'estudi, la justificació del tema, els objectius, la metodología emprada, la caracterització teòrica de l'activitat i la seva inserció al currículum. La part pràctica de l'estudi comença per una prova diagnòstica per conèixer els nivells competencials inicials dels alumnes. Com que no en coneixíem proves d'aquestes, les hem dissenyat i validat. Tot el procés queda recollit al capítol 3. El desenvolupament dels projectes s'exposa al capítol 4. Al capítol 5 presentem una anàlisi de les competències implicades en un projecte de 1r d'ESO i en un altre de 4t. Com que la nostra preocupació és la integració de tot l'alumnat també hem analitzat la producció de dos alumnes de 2n d'ESO que vam detectar amb la prova diaonòstica amb un baix nivell competencial. Al capítol 6 trobareu les conclusions del treball i reflexions finals.

Part de l'estudi s'ha realitzat a l'Universitat de Chichester treballant al The Mathematics Centre team de la School of Teacher Education durant cinc setmanes. Aquesta estada m'ha servit per conèixer directament la gran tradició que existeix al Regne Unit en els treballs d'aplicació i modelització a l'educació no universitària. L'experiència m'ha ampliat els coneixements sobre les activitats de modelització, l'ús de les TIC a l'ensenyament, i la formació del professorat. També he conegut i viscut unes formes de treballar exigents i riguroses que valoro.

Vilassar de Mar

Octubre de 2006

Capítol 1

Justificació, objectius i metodologia

Els projectes matemàtics realístics (PMR) que realitzem amb els nostres alumnes són el resultat d'una evolució llarga que va començar al 1986. Des de aleshores fins ara hem acumulat experiència, material, i reflexions entorn al tema.

La idea dels projectes no és nova en educació però els PMR creiem que tenen elements innovadors i no responen al que se sol entendre tradicionalment per treballar per projectes que consisteix en desenvolupar un tema per grups a partir de la informació que aporta cadascú.

En els PMR els alumnes fan una aproximació a la construcció de models matemàtics. Hi ha professors/es que fan treballs amb models amb els alumnes de l'ESO, però el model no el reconstrueixen els alumnes sinó que el professor/a presenta el model i diu el que han de fer de manera molt pautada. Això tampoc és el que es fa en els PMR.

En aquest capítol presentem el treball realitzat prèviament a la recerca, i donem la definició del que nosaltres entenem per PMR per comprendre les coincidències i diferències amb les activitats similars. Després mostrarem el per què és interessant proposar aquestes activitats als alumnes. Dedicarem dos apartats per explicar la relació dels PMR amb dos qüestions que recentment són presents en el tema educatiu com són l'atenció a la diversitat i les TIC. Una vegada hem fixat aquest marc definirem els objectius de la recerca i de quina manera ens proposem realitzar-la.

1.1 Treball previ

Des de fa molts anys que com a professor d'institut vinc desenvolupant el treball de projectes amb alumnat de l'ESO amb la finalitat de que els alumnes treballessin amb una matemàtica lligada a la realitat. En el transcurs d'aquests anys he anat evolucionant en la forma de treballar i de concebre els projectes fins arribar al que avui anomenem els projectes matemàtics realistes.

En aquesta evolució s'ha de fer una menció especial als treballs que vam realitzar en el Grup Vilatzara de l'ICE de la UAB. Aquest grup el vam iniciar a l'octubre de 1996 un grup de professors de secundària i universitat per reflexionar i discutir sobre les matemàtiques que s'havien d'impartir en els primers anys de la LOGSE. La nostra gran preocupació era la integració de tot l'alumnat a les aules heterogènies. Vam revisar el curriculum i l'avaluació i hem elaborat material didàctic original. Part d'aquest treball s'ha acabat fent públic a través de comunicacions en cursets de formació del professorat, jornades i congressos o a articles de revistes de didàctica de la matemàtica.

Un dels treballs d'anàlisi realitzat al grup ha estat sobre els projectes matemàtics a l'ESO. Nosaltres els considerem com una activitat d'interès per l'educació matemàtica dels alumnes. Igualment reconeguts han estat a les diferents trobades de professorat a les que els hem presentat.

Els resultat satisfactoris de la realització de projectes realistes m'ha animat a aprofundir i a conèixer com aquests contribueixen a la formació matemàtica dels alumnes. Els anys que portem fent aquesta activitat amb els alumnes, ens han permès recollir gran quantitat de dades sobre tot el procés de realització. Actualment disposem de força material com les produccions dels alumnes tant els dossiers com les presentacions orals gravades en vídeo i el suport emprat amb programes de presentacions. A més també hem reunit gravacions d'entrevistes amb els alumnes, diari d'aula durant el procés, enquestes de seguiment que els hem demanat, i dades que ens han facilitat els professors

sobre els alumnes amb dificultats sobre els que he fet un seguiment especial. Tot aquest material és el que farem servir per realitzar l'estudi.

1.2 Definició de projectes

Tradicionalment s'entén per projecte a la manera de treballar un tema a partir de la informació que els alumnes han trobat en una recerca. Per nosaltres fer projectes significa realitzar un procés de resolució de problemes en situacions complexes properes al que fa el matemàtic aplicat professional. Per exemple, organitzar un espai per dissenyar un parking, o estimar el que s'estalvia un poble amb el canvi horari de primavera i tardor.

Definim el que entenem per l'activitat de projectes matemàtics a l'ESO a partir de les idees de Dewey, Matos i Abrantes. Anomenem projecte a una activitat matemàtica de resolució de problemes, realista, intencional, oberta, llarga en el temps, on el protagonista és l'alumne i es valora específicament la comunicació matemàtica, bona part del treball es realitza fora de l'aula. Si bé en un principi, es demana la resolució d'un problema real des d'un enfocament matemàtic, el procés que es desenvolupa comporta, com veurem més endavant, una aproximació a la modelització. Per cada una d'aquestes idees entenem el següent:

Són situacions **problemàtiques** (aptes per a ser matematitzables) extretes de l'entorn més pròxim possible dels alumnes. És el propi alumne qui contribueix a definir el problema, i a ser possible aquest ha de recollir les seves preocupacions o inquietuds. Com exemple podem citar alguns suggeriments realitzats per l'alumnat:

- Quines dimensions té la galàxia de Star wars?
- Com aconseguir que el sol que entra a les aules no molesti a primavera i tardor?
- Són massa pesades les motxilles que portem a l'institut?

La solució no es redueix a un nombre sinó que es tracta d'enunciar una o diferents conclusions degudament argumentades. També pot significar emetre judicis raonats i justificats.

Les eines matemàtiques són les pròpies dels coneixements dels nois/es d'aquesta edat. El que s'espera és que gestionin tots els seus coneixements matemàtics adquirits fins aquell moment.

El realisme ha de ser una característica fonamental del projecte. El problema no és independent del context i els alumnes han de construir les seves respostes de manera personal. S'ha de procurar no caure en la simplificació de la realitat, temptats per adaptar les situacions als nostres alumnes.

És una activitat **intencional**. Pressuposa un objectiu inicial que dóna sentit i orienta les diferents activitats realitzades.

Es caracteritza com una tasca **oberta**, tan en la definició inicial com en el resultat final que s'espera aconseguir. Són els mateixos alumnes els que plantegen les preguntes que han d'orientar l'activitat una vegada han fet les primeres exploracions sobre el tema que ells mateixos han proposat o seleccionat. També són ells els que decideixen quan donen per acabada l'activitat, a partir de que els resultats obtinguts satisfan les qüestions inicials totalment o en part.

És un procés força **llarg en el temps** (2 mesos aproximadament), i que requereix manipular informacions, interpretar, seleccionar, classificar, ordenar, relacionar, fer deduccions, obtenir noves dades, implementar estratègies diverses de resolució i presentar resultats.

És un treball on el principal **protagonisme** el té l'alumne. El paper del professorat és de guia i orientació però no és qui li ha de donar tot el coneixement per resoldre el problema.

Es valora especialment la comunicació matemàtica. Per això es demana als alumnes la elaboració d'un informe on exposin tot el procés que han seguit, les conclusions a les que han arribat, així com els judicis que poden emetre amb les seves argumentacions i raonaments. En aquest procés s'empren diferents tipus de llenguatge matemàtic (algebraic, gràfic, estadístic, geomètric..). El suport pot ser el paper (dossier), electrònic (en vídeo o disquet), i/o en forma de pòster.

És un treball que es produeix en la major part **fora de l'aula** doncs s'ha de cercar informacions, prendre mides, fer ús d'ordinadors.

El procés que segueixen els alumnes en el desenvolupament del projecte és una aproximació al procés de **modelització**. A les solucions no s'arriba per aplicació d'activitats rutinàries i mecàniques. L'alumne es veu forçat a establir hipòtesis i contrastar-les, cercar informacions, planificar estratègies, prendre decisions, cercar seqüències, contrastar les solucions (una explicació més detallada es veurà més endavant).

Es tracta, per tant, d'una activitat de producció matemàtica sobre un problema real en el que la resposta és més amplia que únicament el model matemàtic. Cal definir i planificar les accions necessàries per resoldre'l, aplicar-les per proposar la solució, exposar-la, i finalment presentar el conjunt del treball als altres companys.

1.3 Justificació per fer projectes

L'interès dels projectes des de la didàctica de les matemàtiques és per que es tracta d'un tipus d'activitat que pot satisfer unes demandes educatives plantejades des de diferents àmbits socials, i també pot contribuir al desenvolupament de competències matemàtiques.

La necessitat d'incloure en els programes la vessant funcional i aplicada de la matemàtica és una de les demandes que es ve plantejant des de fa temps i que

avui se li dona importància. Per justificar les aplicacions matemàtiques als curriculae de matemàtiques Blum i Niss (1991) donen 5 arguments:

I. Argument formatiu: consideren que les aplicacions matemàtiques, la construcció de models matemàtics i la resolució de problemes permeten desenvolupar competències generals en resolució de problemes i millorar la confiança en els propis recursos.
II. Competència crítica: Prepara als estudiants per viure i actuar com individus i ciutadans crítics capaços de reconèixer, comprendre avaluar i analitzar problemes i solucions en una societat cada vegada més matematitzada.
III. L'argument de l'utilitat: l'educació matemàtica hauria de capacitar als alumnes per utilitzar les matemàtiques per resoldre problemes i analitzar situacions a la vida real.
IV. La imatge de les matemàtiques: S'ha de donar una visió completa de la matemàtica com a ciència i com a camp d'activitat a la societat i la cultura, per tant la modelització i les aplicacions són elements essencials en aquesta imatge.
V. La promoció de l'aprenentatge matemàtic: les aplicacions i les activitats de modelització ajuden als estudiants en l'adquisició i conservació de conceptes, mètodes i resultats matemàtics.

Portar activitats d'aplicació a les aules no resulta fàcil per diferents raons. Els materials curriculars més freqüents com són els llibres de text no donen el suport que necessita el professorat. En aquest aspecte continua sent vàlid el que deia Freudenthal (1968) de que els llibres de text estan dominats per altres objectius que pel propòsit de mostrar unes matemàtiques que puguin ser útils.

La capacitat d'aplicar les matemàtiques no s'assoleix pel simple fet de saber matemàtiques pures sinó que s'ha d'ensenyar. Blum i Niss en el mateix article es refereixen a que els alumnes requereixen preparació i entrenament.

Però les dificultats no són només per l'alumnat sinó també ho són pel professorat. Tal com ho recorda Freudenthal (1968), tot i que el professorat

sàpiga aplicar les matemàtiques això no implica que necessàriament sàpiga com usar aquest coneixement en el seu ensenyament.

En l'Estudi PISA 2003 Avançament de resultats, del Consell Superior d'Avaluació, a la pàgina 4 es diu: "*En matemàtiques quan es tracta d'aplicar-les a les situacions de la vida diària, és més important la capacitat de l'alumnat per establir un raonament quantitatiu i representar relacions o interdependències que saber respondre a les preguntes típiques dels enunciats curriculars dels temes"* .

Els projectes matemàtics que presentem són activitats d'aplicació que incloses en un curriculum poden afavorir en l'alumnat el desenvolupament de les competències per aplicar les matemàtiques en situacions reals.

Altres necessitats formatives dels alumnes que s'espera siguin ateses mitjançant l'educació matemàtica són les següents:

a) Necessitat d'una alfabetització matemàtica. És el que l'OCDE anomena *Mathematical literacy* per posar èmfasis en els diferents usos que es fa de la matemàtica en la vida real de les persones abans que realitzar operacions mecàniques. El terme alfabetització (literacy) es fa servir per indicar la capacitat de fer, que els coneixements i habilitats matemàtiques siguin funcionals, abans que en tinguin un gran domini d'elles en el marc d'un curriculum acadèmic.

b) Necessitat de formar ciutadans democràtics, o sigui millorar la ciutadania democràtica. En efecte considerem que viure en una societat democràtica ens obliga a entendre i posicionar-nos davant de diferents situacions que a més poden tenir importància per a les nostres vides. Aquesta idea la recull clarament la professora Keitel (2001, pàg 48) "*hay tal cantidad de matemàtiques a nuestro alrededor que són aplicables, e independientemente de que yo conozca estas matemàticas en profundidad, debo ser capaz de jugar con ellas. No para aprender matemàticas, sino para entender el mundo que me rodea. Vivo en una*

sociedad democràtica, debo ver si voy a participar. Si el mundo está influenciado por las matemáticas debemos saberlo". L'educació matemàtica pot contribuir a la preparació d'una ciutadania per participar en el sistema democràtic de manera crítica.

c) Fomentar un comportament intel·ligent en una societat democràtica. Mentre que el desenvolupament de la societat precisa cada vegada més de la presència de las matemàtiques, el paper i la funció que fan es invisible per a la gent en general, per a la gent que pren decisions, polítics etcètera. És el que Niss (1995) denomina la paradoxa de la rellevància, constituïda per la simultaneïtat de la rellevància objectiva i la irrellevància subjectiva de les matemàtiques. Aquest mateix autor (1995) en un altre moment es planteja "*la tasca que ha de resoldre l'educació matemàtica per a la població en general ¿ha de limitar-se a la generació de coneixements tècnics matemàtics i a la competència en matemàtiques necessaris per a la vida social i privada quotidiana?"* La seva resposta és un no rotund i en destaca entre altres raons que "*Les persones que no posseeixin competència en matemàtiques més enllà de les que s'utilitza a la vida quotidiana no tindran l'oportunitat d'influir en els processos importants de la societat que exerceixen un impacte considerable a les seves vides com individus i ciutadans. Si volem el desenvolupament democràtic de la societat - a diferència de l'autoritari i populista- el foment de la ciutadania intel·ligent i inquieta tindrà una importància crucial".*

d) La importància d'establir connexions entre les diferents parts de la matemàtica. Connexions entre diferents temes de la matemàtica i connexions entre la matemàtica i la realitat. Així ho recullen els 'Standards 2003' publicats per la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM 2003). Hi ha un d'aquests estàndards que es refereix especialment a les connexions entre els temes, per això recomanen que els alumnes també experimentin i descobreixin les connexions de les matemàtiques amb contexts externs a les pròpies matemàtiques, amb les seves pròpies vides de fora de l'escola. Es ressalta que aprendre

matemàtiques de forma contextualitzada és vital per a la comprensió i l'ús que els alumnes facin de les matemàtiques.

Els projectes matemàtics realístics demanen als alumnes que siguin capaços d'analitzar una situació real i que arribin a conclusions argumentades i elaborin judicis raonats, per això creiem que són activitats adients per satisfer aquestes demandes que hem mencionat.

1.4 Els projectes i l'atenció a la diversitat.

Atendre a la diversitat de l'alumnat exigeix del professorat establir estratègies ajustades a les necessitats de tots els alumnes de manera que tots millorin en les seves competències incloent a aquells alumnes amb més dificultats d'aprenentatge.

Entenem per alumnes amb dificultats d'aprenentatge als que presenten manca d'hàbits de treball, ritme de treball lent, manca dels coneixements previs propis de la generalitat del curs.

Els projectes són activitats adequades per atendre les necessitats de tot l'alumnat perquè l'experiència ens mostra que permeten la participació col·laborativa de tots els alumnes i d'aquesta manera queden ateses les seves necessitats. L'element clau que pensem que és el que ho fa possible és l'ajuda planificada del professorat, des de l'elecció del tema, la concreció de la seva amplitud i dels objectius, la orientació cap a la informació que s'ha de buscar, els mitjans necessaris etc. S'ha de fixar clarament el que s'espera que l'alumnat faci autònomament i com serà avaluat, de manera que ho visqui com una superació i un progrés. És d'aquesta manera, buscant aquestes diferents orientacions, permetent la participació de tothom, cadascú des dels seus interessos i el seu nivell de competència, que aconseguirem una real integració de l'alumnat amb dificultats a les classes ordinàries.

Per entendre millor a que ens estem referint posarem un exemple real. L'experiència es va fer a Vilassar de Mar població costanera del Maresme a uns 25 km al nord de Barcelona amb uns 18.000 habitants. El darrer any es va inaugurar una línia d'autobús urbà per comunicar les diferents parts del poble. Aquest fet va ser proposat com un tema per fer un projecte als alumnes de 2n d'ESO. Aquest tema dóna per fer el projecte tant a alumnes molt competents matemàticament com a aquells que tenen la necessitat d'un ACI (Adaptació Curricular Individual). Els alumnes del primer grup es poden plantejar arribar a modelitzar la relació entre el nombre de vehicles que necessita la línia i els horaris de pas per cada parada, o com afecta als horaris l'increment del nombre de cotxes a la línia. Mentre que per als alumnes amb necessitat d'ACI se'ls va proposar de construir una taula amb els horaris de pas de l'autobús per la parada més propera a casa seva. Aquesta taula l'havien de fer a partir de la informació que apareixia al tríptic de propaganda a on apareixia l'hora de l'inici de servei a l'origen i el temps que trigava en arribar a cada una de les parades.. Els dos grups d'alumnes es troben treballant sobre un mateix tema però ajustat a les habilitats i competències de cada grup. Al final l'experiència va ser satisfactòria pels dos grups.

1.5 Els projectes i l'aplicació de les TIC

És un fet que les noves tecnologies de la informació i de la comunicació (TIC) transformen de manera espectacular les nostres maneres de comunicar-nos, de treballar, de decidir, de pensar. Per això es dóna una preocupació creixent perquè hi siguin presents en la formació dels nostres estudiants. El treball amb les TIC suposa un alliberament dels processos llargs i mecànics i ajuda a fer visibles les estructures conceptuals i també facilita la cooperació i la compartició de recursos. Però a més, el fet de poder fer representacions d'objectes matemàtics, de fer simulacions o d'introduir dinamisme a la geometria permeten treballar les matemàtiques d'una manera diferent, de resoldre els problemes de maneres diferents i de plantejar-se i resoldre problemes que de l'altre manera no es podria fer.

El treball de projectes és un estímul a l'ús de les TIC ja que intervenen en diferents moments al llarg del procés. A partir de la nostra experiència podem assenyalar alguns usos en la realització de projectes:

Internet. La consulta a internet per la recerca d'informació és la més freqüent, però no la única. En cas de dubtes poden consultar amb el professor a través del correu electrònic. Ja hem dit que el treball es fa bàsicament fora de l'aula. En alguns casos constatem la dificultat que tenen els alumnes per trobar-se per poder fer el treball. Això s'ha resolt fent una trobada per planificar i distribuir tasques i després s'intercanvien dades i discuteixen a través del correu electrònic.

Software específic de matemàtiques. En la resolució dels problemes i recerca de models els més freqüents són el full de càlcul, Geogebra, Cabri-Gèometre-II, Cabri 3D, WinFun.

Software habitual. El treball el presenten per escrit mitjançant un processador de textos, i l'exposició final davant del grup la fan amb el suport d'un software de presentació.

Espai Moodle. Disposar d'un espai Moodle pot ajudar en el desenvolupament dels projectes. Per donar la informació necessària, per facilitar els espais de consulta, per fer el seguiment i que es compleixin els diferents terminis d'elaboració.

Creiem per tant que fer projectes matemàtics amb els alumnes de l'ESO contribueix a assolir els objectius de l'educació d'avui, fins i tot els més innovadors, d'una manera integrada amb tots els alumnes. D'aquesta manera es converteixen en un recurs més pel professorat de matemàtiques a l'ESO.

1.6 Hipòtesis i objectius de l'estudi

L'experiència de fer projectes amb els alumnes de l'ESO al llarg d'aquests anys ens ha portat a tenir unes creences sobre aquesta activitat fonamentades en la pràctica docent que ens ajuden a confeccionar les hipòtesis de treball, a partir de les quals ens plantejarem els objectius de la recerca. Aquestes hipòtesis són:

- H1.- El treball de projectes permet desenvolupar les competències bàsiques de: plantejar problemes a partir de contextos reals, aprendre a buscar informacions ajustades als problemes, proposar solucions matemàtiques de qualitat, i comunicar matemàticament de manera acurada les solucions trobades.

- H2.- El treball de projectes afavorirà el coneixement matemàtic de l'alumnat amb dificultats.

Per tant els objectius que es proposa l'estudi són:

O1.- Explicitar les característiques del treball de projectes de forma acurada reconeixent les competències i habilitats que hi intervenen.
O2.- Caracteritzar famílies de projectes que es realitzen a l'ESO segons diversos criteris.
O3.- Analitzar la millora de les competències i habilitats matemàtiques d'un estudi de cas de 2 alumnes amb dificultats d'aprenentatge en el treball de projectes.
O4.- Realitzar propostes per a l'acció, reconeixent elements de gestió de l'aula que afavoreixen la millora del treball de projectes en un aula heterogènia.

Per tal d'aconseguir aquests objectius a continuació explicitem la metodologia que emprarem en l'estudi.

1.7 Metodologia

Nosaltres volem caracteritzar el treball de projectes des de la perspectiva de les competències matemàtiques que intervenen. Per això comencem el treball de projectes fent una diagnosi inicial del nivell competencial de l'alumnat.
Donat que no hi ha instruments de proves diagnòstiques que permetin conèixer quins són aquests nivells competencials que poden tenir els alumnes d'ESO alhora d'iniciar els projectes, hem dissenyat una amb aquest propòsit. Aquesta prova diagnostica s'haurà de validar per tal d'obtenir uns resultats fiables. Per fer aquesta validació farem servir una metodologia quantitativa ja que hem quantificat les variables observades i hem fet servir proves estadístiques per l'anàlisi de les dades. La mostra sobre la que hem treballat per realitzar la validació és la que es mostra al quadre següent:

Nivell d'ESO	IES Badalona 7	IES P Font i Quer	IES Vilatzara
2n			41
3r	51	9	
4t		22	
Repetidors de 4t		11	

Fig.1.7.1 Mostra d'alumnes sobre els que s'ha implementat la prova diagnostica

El grup de 2n d'ESO correspon íntegrament a l'IES Vilatzara. Aquest institut es troba al poble de Vilassar de Mar de 19.000 habitants. Els alumnes són de classes acomodades, professionals lliberals, petits industrials, alts càrrecs d'empreses, funcionaris, comerciants i treballadors poc qualificats de les indústries de la zona.

L'IES Badalona-7 es troba a la ciutat de Badalona de 210.000 habitants. Es troba situat en una zona cèntrica de la ciutat i els alumnes procedeixen de famílies de classe mitja i baixa. La majoria dels estudiants tenen la intenció de cursar batxillerat.

L'IES Pius Font i Quer es troba a la ciutat de Manresa de 72.000 habitants en una zona cèntrica. Els alumnes son fills de les famílies de classe mitjana alta de la zona. Tenen expectativa de fer batxillerat.

La caracterització dels treballs de projectes la farem a partir de l'experiència acumulada des del curs 1996-97 i del treball de reflexió sobre el tema que vam iniciar aquest mateix curs al grup Vilatzara. Aquesta caracterització es completa amb l'estudi de cas que analitza el treball realitzat per alumnes de 1r d'ESO i un altre per alumnes de 4t d'ESO.

Per caracteritzar els tipus de projectes que realitzen els alumnes utilitzarem una metodologia quantitativa. Per això farem servir 164 memòries de projectes realitzats per alumnes de 1r i 2n cicle que tenim recollits des de que vam començar a fer projectes el curs 1996-97.

Per l'anàlisi de la incidència dels projectes matemàtics en la millora de les competències matemàtiques d'alumnes amb dificultats d'aprenentatge emprarem la metodologia qualitativa etnogràfica. Realitzarem una anàlisi de cas amb dos alumnes de 2n d'ESO sobre els que tenim dades recollides més extenses que de la resta de l'alumnat.

Finalment, la metodologia per realitzar propostes per a l'acció que millorin la gestió de l'activitat es realitzarà per l'estudi de cas anterior.

Els instruments de la recerca seran els que exposem a continuació. Per poder analitzar les 3 competències matemàtiques que intervenen farem servir un instrument que hem dissenyat a partir dels referents teòrics Niss (2003) i Izard (1997) i de l'observació dels propis treballs. Aquest instrument es mostren a l'annex A.

El pla de treball comprendrà les fases següents:

1) Recerca bibliogràfica. Recerca i lectura d'articles i llibres relacionats amb l'estudi: projectes matemàtics, matemàtiques aplicades, competències i

habilitats matemàtiques i la seva avaluació, competències en comunicació d'idees matemàtiques, resolució de problemes (en particular problemes oberts) i també sobre matemàtiques aplicades, competències i habilitats metacognitives (motivació, confiança, predisposició per les matemàtiques, actitud).

Fase d'elaboració teòrica i per tant de construcció del marc teòric. Per a la construcció d'aquest marc teòric es farà una anàlisi de la documentació aconseguida en els darrers anys, en especial els dos últims cursos per establir unes categories sobre les famílies de projectes matemàtics segons la seva dificultat, extensió i les competències que impliquen.

2) Segona fase: Anàlisi de casos. En aquesta fase ens fixarem únicament en els dos d'alumnes que hem seleccionat perquè mostren dificultats en l'aprenentatge. A partir dels resultats de la prova diagnostica, dels projectes realitzats i de les dades recollides durant el procés de realització (entrevistes realitzades, orientacions donades recollides a les anotacions del diari etc.) s'analitzarà la millora en les competències fixades al començament i poder enunciar alguna conclusió sobre la validesa d'aquestes activitats per l'educació integrada de tots els alumnes.

3a fase: Anàlisi competèncial dels treballs realitzats per un alumne de 1r d'ESO i un altre de 4t d'ESO. Caracteritzar famílies de projectes. A partir d'aquestes anàlisis aportarem eines que ajudin al professorat a portar a la pràctica aquestes activitats de projectes.

4a fase: Per tal de contrastar els resultats que puguem obtenir es realitzaran entrevistes amb professors experimentats en realitzar projectes (G. Vilatazara). Com amb el professor Ahmed, A. del Chichester Institute of Higher Education de Chichester University.

Fase final. Redacció de la memòria final. Haurà de recollir el plantejament del problema i les conclusions argumentades de cada objectiu plantejat.

Capítol 2

Els projectes a l'ESO

En aquest capitol establim tots els referents teòrics necessaries pel nostre estudi. Comencem per fer un recorregut històric del concepte de projecte a l'educació. Revisem com s'adapten els projectes al curriculum espanyol. A partir dels treballs de Niss definim les competències que farem server a l'estudi i com les reconeixerem. Analitzarem els projectes com activitat matemàtica. Es fa una reflexió sobre el sentit de l'educació integradora I com s'ajusten els projectes. S'acaba veient els projectes com una preparació als treballs de recerca.

2.1 Tradició educativa als treballs de projectes

Per projecte no s'ha entès sempre el mateix, sinó que és un concepte que ha evolucionat al llarg del temps fins arribar a la definició actual. Les primeres idees que poden relacionar-se amb la de projecte les trobem al segle XVI.

Al renaixement, Bacon (1561-1626) estableix una relació entre els processos de creació a través de fórmules que són precursores de l'heurística matemàtica. Poden considerar-se com el gran primer precedent de resolució de problemes i de projectes.

Descartes (1596-1650) a la seva obra "Regles per a la direcció de la ment" (1628) proposa diferents formes de resoldre problemes de matemàtiques. Entre les diferents propostes que fa identifiquem els nostres projectes amb la seva proposta de resoldre els problemes de manera creativa i seqüencial per facilitar

la generalització. No se li diu projecte però sí que es pot associar a l'idea d'heurística. [1]

Al 1830, Whewell reinterpreta el valor de la filosofia del descobriment en la resolució de problemes. Pensant en la naturalesa del descobriment científic proposa tres fases: clarificació, inducció i verificació. Es podria pensar que la projecció no hi és, però el propi treball de descobriment està a l'arrel de la projecció.

En l'àmbit de l'educació les referències a projectes comencen a aparèixer amb el sorgiment de les primeres teories pedagògiques de principis del segle XX primer a Amèrica i després a Europa. En el cas americà podem citar a J. Dewey (1859-1952) com un dels millors representants d'aquests pioners en l'elaboració de les noves teories. Per ell l'aprenentatge ha de basar-se en l'experimentació, i l'alumne ha de tenir una participació activa en el procés d'aprenentatge. A Europa O. Decroly (1871-1932), M. Montessori (1870-1952), C. Freinet (1896-1966), per citar-ne els que més incidència han tingut, comparteixen les anteriors idees de Dewey i a més són partidaris de la globalització dels ensenyaments, la interacció amb l'entorn, crear nuclis d'interès per que l'aprenentatge sigui significatiu i funcional.

El terme projecte va començar a aparèixer com una pràctica educativa lligada a la formació del professorat en temes com treballs manuals i agricultura. Richards que a la universitat s'ocupava de la formació de futurs professors en aquestes àrees els proposava als seus alumnes la realització de projectes que incloïen problemes i qüestions pràctiques (Pehkonen, 1992 i Leino, 1992, citat a Abrantes 1994).

El terme "projecte" apareix escrit, per primer cop en el món educatiu, en l'article *The curriculum of elementary school* publicat al 1904 per C. Richards, segons cita K. Frey en el seu llibre *Die Projekt-Methode* (1982). Més tard, W. H.

---

1 Aquesta heurística anticipa el que 350 anys més tard presenten els treballs sobre resolució de problemes. Per exemple, Mason, Burton i Stacey (1982)

Kilpatrick (1871-1965) va ser un dels primers en plantejar-se la reflexió en torn als projectes com a mètode educatiu. Al 1918 va publicar l'article "The Project Method" a on dóna la seva definició de projecte i mostra la importància que aquests tenen en els processos d'aprenentatge. Per ell, en el projecte convergeixen diferents aspectes importants del procés d'aprenentatge. Aquests són l'acció que realitza l'alumne, amb una implicació personal, la intenció de l'acció, és a dir els objectius que orienten l'acció, i el context social a on es desenvolupa l'acció. D'aquí que defineixi al projecte com "*una activitat intencional feta amb una forta implicació personal i desenvolupada en un context social"*. (Kilpatrick, 1918, p 320. citat a P. Abrantes 1994). Reconeix que pot tenir diferents significats, però que ell es refereix a qualsevol cosa que es projecta o es projectada, és a dir, que mira al futur i es capaç de preveure coses que no sabem.

L'experimentació i la investigació, que les teories de principis de segle XX propugnaven es van començar a aplicar a les matèries amb un caràcter pràctic més evident com les ciències o la llengua. A matemàtiques trigaran més en aplicar-se i es començarà a fer quan s'estudia la resolució de problemes i les activitats d'investigació. Aquests treballs comencen a aparèixer a mitjans del segle XX amb Brownell (1942) i Polya (1945). Ernest (1996) estableix un paral·lelisme entre el descobriment científic i el model de Polya, que combinant dues de les seves fases queda: (1) comprendre el problema, (2) trobar una estratègia i portar-la a terme i (3) mirar enrere.

A finals dels anys 50 l'evolució de les condicions socio-económiques van influir en els canvis que es van produir a l'ensenyament de les matemàtiques. Va ser quan es va introduir la "matemàtica moderna". Es pretenia millorar la formació científica dels que havien de ser els quadres mitjos de la societat. Amb aquest plantejament no es podien plantejar activitats com la de projectes, ja que es centraven en els coneixements teòrics i les aplicacions no semblaven interessar-lis.

Com a reacció al fracàs de les matemàtiques modernes dels anys 60, com també de la tornada als fonaments dels anys 70, molts educadors de tot el món

es plantejaven com es podria aconseguir un curriculum de matemàtiques que estigues més connectat a la vida real i donés millor formació per a preparar per seguir estudis superiors. Una resposta la va donar la *NCTM* a la seva *An Agenda For Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s* a on afirmava que la resolució de problemes havia de passar a ser el focus principal de l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques. Poc després, a Anglaterra, es publicava l'Informe Cockroft (1982) que es pronunciava en el mateix sentit. Aquests dos documents van provocar un gran interès per la resolució de problemes a les matemàtiques escolars a tot el món.

A la resolució de problemes es poden distingir entre problemes purament matemàtics i els problemes de la vida real. Blum i Niss (1991) han establert diferències significatives entre els objectius i els papers que desenvolupen a l'ensenyament de les matemàtiques. Una part important del treball de projectes consisteix en la resolució de problemes de la vida real, ja sigui perquè apareixen en la formulació inicial o perquè apareixeran en el procés de desenvolupament del treball. En general són problemes complexos ja que la realitat és complexa. Per Castro i Ricardo (1992) entenen que resoldre un problema és un projecte quan aquest té un objectiu rellevant pels alumnes en el qual s'impliquen activament.

Lligades a la resolució de problemes apareixen les activitats d'investigació matemàtica que implicaran un canvi en les relacions socials de l'aprenentatge. A Anglaterra apareixen per primera vegada als anys 60 per mitjà de l'Associació of Teachers of Mathematics (1966) i de l'Associació of Teachers in Colleges and Departaments of Education (1967). A l'informe Cockroft (1982), es defensa aquest enfoc investigatiu. Ernest (1996) assenyala alguns elements que caracteritzen i diferencien les activitats d'investigació de las de resolució de problemes. Segons aquest autor la investigació inclou la formulació del problema, però l'èmfasi es posa en l'exploració d'una qüestió matemàtica en totes les direccions. El procés de solució del problema és convergent perquè tots els camins emprats ens han de portar a trobar la solució. Mentre que el procés utilitzat a les investigacions és divergent ja que l'èmfasi està en l'exploració d'una qüestió desconeguda que no té definida un punt d'arribada. A

més, el professorat modifica el control que té de l'activitat ja que no coneix totes les respostes que es poden donar, cosa que en la resolució de problemes no passa així. Per altra banda l'alumne guanya en autonomia i autoregulació. La pedagogia de formulació de problemes i les activitats d'investigació permeten als alumnes desenvolupar amplies capacitats per a que s'impliquin en qüestions socials i per que es tornin ciutadans críticament conscients (Ernest 1996). El treball de projectes l'entenem com una activitat d'investigació amb totes les implicacions que hem mencionat. S'aborda una situació inicial a partir de la qual es generen un o diferents problemes. Els projectes com a mètode requereix que es consideri el context social i les relacions que s'estableixen entre les parts implicades. Els papers que corresponen a professorat i alumnat, es transformen. L'alumne realitza el seu aprenentatge creativament i autònoma mentre que el professorat passa a ser més un col·laborador. Des d'aquesta perspectiva hi ha un canvi que va des de una visió tecnològica orientada a ensenyar tècniques matemàtiques bàsiques a una visió pragmàtica que estimula la resolució de problemes aplicats i la modelització. Per tot el que hem exposat la realització del treball de projectes implica una metodologia de treball particular que en capítols posteriors desenvoluparem.

A mitjans dels anys 70 comencen a sorgir noves tendències sobre l'educació matemàtica a tot el món. Els objectius ja no eren referits únicament als conceptes estrictament matemàtics sinò que es dóna més importància a la cooperació, a la resolució de problemes, a la generalització i relació de les matemàtiques amb la realitat, entre altres. Es plantegen les necessitats dels alumnes, les dificultats d'aprenentatge. Al 1975 la National Advisory Committee on Mathematical Education destacava la importància de les aplicacions (Abrantes 1994, p19). La National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM) (1978) afirmava que "aprendre a resoldre problemes era la principal raó per estudiar matemàtiques". En el treball de projectes que proposem, un element que el caracteritza és precisament que l'origen de l'activitat està en el plantejament de problemes en una situació real en un context proper i conegut per l'alumnat.

Un dels Standards de la NCTM es refereix a les connexions. S'entenen per connexions a les relacions entre les diferents parts de la matemàtica, entre la matemàtica i altres disciplines, i amb qualsevol situació de la realitat a ser possible que reculli els interessos i les experiències dels alumnes. Es considera que els aprenentatges realitzats establint aquestes connexions són més profunds i permanents, (NCTM, 2003). L'activitat de projectes parteix de una situació de la realitat per plantejar-se un problema matemàtic i resoldre'l per després interpretar-lo en la situació d'origen. En la realització d'aquest procés és necessari l'establiment d'aquestes connexions amb la realitat, entre les diferents parts de la matemàtica i amb altres disciplines com es proposa als Standards. Això fa que l'activitat de projectes tingui un caràcter interdisciplinari. Normalment aquesta activitat no la desenvolupa un alumne sol sinó que la fa en grup des de principi fins al final del procés. D'aquesta manera el treball col·laboratiu és també una característica dels projectes (Abrantes 1994).

Va ser als anys 70 quan la modelització es va diferenciar com una activitat important a l'aprenentatge de les matemàtiques. Diferents autors com Griffiths – Howson (1974), Niss (1989), Mason (2001) i també més propers a nosaltres Gómez (1998) i Aravena (2001) i altres han donat la seva definició de modelització. Tots ells contemplen un cicle que ha de passar d'un problema real a expressar-lo en termes matemàtics per resoldre'l i tornar a la realitat inicial interpretant la solució trobada de manera que tingui sentit. Alguns autors a aquest procés li diuen matematitzar. Abrantes (1994) identifica aplicació matemàtica i modelitzar perquè al aplicar les matemàtiques necessàriament hi ha un model implicat. Diferents autors han ressaltat la importància de proposar a les matemàtiques escolars activitats per modelitzar. David Wheeler (1982) considera que és més important saber matematitzar que saber-ne moltes matemàtiques. J. Gómez a la seva tesis (1998) associa la idea de projecte a la de modelització. A més considera que els projectes completen una formació científica que l'ensenyament formal de les matemàtiques no pot aconseguir. M. Aravena (2001) considera que proporciona als alumnes les competències i capacitats per desenvolupar-se satisfactòriament en el mon actual. El Grup Vilatzara (2001) veu els projectes com un mètode per resoldre problemes i relacionar les matemàtiques amb la

realitat. L'activitat de projectes, tal com la entenem en el nostre treball, té com idea principal aquest procés que hem identificat com modelització.

A partir dels anys 80 dos fets socials tenen una forta influència a l'ensenyament de les matemàtiques. Per una banda l'important desenvolupament tecnològic i per una altra la consciència de que les matemàtiques les han d'aprendre tots els ciutadans.

L'informe Cockroft (1982) va ser un document important a on es marcaven les noves necessitats i orientacions per l'ensenyament de les matemàtiques. Al seu paràgraf 243 recomana que es proposin als alumnes diferents formes de treball, entre elles també la de les aplicacions de la matemàtica a situacions de la vida real. H. Freudenthal (1983) considera que els conceptes han de sorgir de fenòmens que els dóna origen a la realitat. Al començament dels anys 80 Miguel de Guzmán (1983) fa una anàlisi de l'ensenyament de las matemàtiques a España, i recomana que s'ha de posar més èmfasis en ensenyar a resoldre problemes i establir connexions amb el món real i amb altres ciències. Aquestes noves idees i necessitats van creant un espai a on tindran cabuda les activitats com els projectes matemàtics ja que són una resposta a aquests plantejaments.

A finals dels anys 80 trobem que les tendències renovadores destaquen que l'ensenyament de la matemàtica ha d'anar més enllà dels conceptes pròpiament matemàtics i cal ocupar-se també dels processos que intervenen. Als standards que la NCTM que va presentar al 1989 considerava que "saber matemàtiques" és "fer matemàtiques" i recomanava d'establir connexions entre conceptes, procediments i processos intel·lectuals així com diversificar les activitats d'ensenyament.
També és per aquesta època que tenen una forta influència en l'orientació de l'ensenyament de les matemàtiques idees com la de justícia social i la de ciutadà democràtic. Si es considera que els coneixements matemàtics tenen a veure amb la capacitat per desenvolupar-se a la societat és de justícia social preocupar-se per evitar les discriminacions. És des d'aquest punt de vista que es planteja l'educació matemàtica per a tots. El fet de viure en una societat

democràtica i plural ha fet veure la necessitat d'una participació responsable dels ciutadans. Es considera que la matemàtica facilita eines per comprendre fenòmens que ens envolten i abordar problemes que ens envolten a més de desenvolupar un sentit crític. Així Niss (1989) considera que l'educació matemàtica ha d'ajudar als alumnes a participar activament i intel·ligent a la societat. Donar resposta a aquests plantejaments requereix cada vegada més una revisió de les activitats d'aprenentatge que es proposen als alumnes. Entenem que els projectes matemàtics contribueixen al desenvolupament d'aquesta ciutadania crítica ja que sempre es tracta d'aprofundir el coneixement sobre una situació real i interpretar les solucions.

Al final dels anys 80 comença a aparèixer en els treballs d'investigació educativa un èmfasis en les "capacitats d'ordre superior". Els autors no donen definicions precises del que són, però sí que les identifiquen en diferents situacions. Resnick (1987) reconeix el pensament d'ordre superior a través de les seves característiques com, un pensament no algorísmic, que tendeix a la complexitat, freqüentment porta a solucions múltiples, sap afrontar situacions a on no tot és conegut donant-se un clima d'incertesa. Es refereix a la capacitat d'autoregulació, saber donar significat en una situació de desordre aparent, implica esforç i un considerable treball mental. Aquestes capacitats d'ordre superior apareixen relacionades amb la resolució de problemes, amb el pensament crític i amb l'ús d'estratègies de naturalesa cognitiva. (Abrantes 1994, p28) En el treball de projectes s'està fomentant el desenvolupament d'aquestes capacitats d'ordre superior ja que les característiques mencionades coincideixen plenament amb les exigències de desenvolupament de treballs de projectes. Els alumnes s'enfronten a situacions a on no tot es conegut, no es tracta d'aplicar un pensament algorísmic, tampoc es tracta de trobar la solució perquè són situacions obertes que admeten diferents solucions, han de saber autoregular-se i donar significat al procés que realitzen.

Un element important de les investigacions d'aquesta època és la consideració de que l'aprenentatge de les matemàtiques no pot considerar-se separadament de les capacitats no cognitives dels alumnes, com la motivació, les creences, o la confiança en si mateix per exemple. En els projectes per les seves

característiques d'activitat oberta de negociació i seguiment per part del professor, que més endavant exposarem, facilita la implicació i millora dels elements no cognitius dels alumnes el que provoca una bona predisposició cap a les matemàtiques i al seu aprenentatge.

Les tendències innovadores d'aquesta època, atorguen un paper fonamental al professor que imparteix la matèria a les aules. No és un simple executor d'un curriculum "prêt a porter" sinó que s'enfronta d'una manera creativa a les situacions noves que sorgeixen a l'aula. Als equips d'investigació s'incorporen professors i les escoles es situen al centre dels treballs. Els professors consideren que les propostes d'activitats que poden rebre d'altres es consideren "externes" o simples punts de partida. Ells les adaptaran creativament per a les seves aules per tal d'aconseguir els objectius que persegueixen. És aquesta actitud la que correspon al professorat en la realització de projectes, ja que una intervenció rutinària no permetria arribar al final del procés. La realització de projectes requereix que la intervenció del professorat sigui activa i creativa al llarg de tot el procés.

La duració de l'activitat es considerada com una dimensió important a tenir present. Henry al 1989 parla de projectes i els concep com un treball prolongat en el temps i a on l'alumne ha de recollir informació sobre la que es basarà el treball de projectes. J. Ponte (2004) diu que un exemple d'activitat de llarga duració és un projecte. Nosaltres entenem que els treballs de projectes són activitats de llarga duració ja que normalment duren entre 4 i 8 setmanes.

Hem mostrat com la nostra idea de projectes integra els elements innovadors que han anat apareixen progressivament al llarg de la història fruit dels progressos en la pedagogia i la didàctica així com de la necessitat de respondre a les diferents exigències d'educació matemàtica que la societat ha anat plantejant. A l'apartat següent presentem l'evolució de l'ensenyament de les matemàtiques a Espanya.

2.2 Perspectiva curricular del treball de projectes

La primera llei espanyola que va regular el sistema educatiu va ser la llei Moyano de 1857. Aquesta llei proposava un programa d'estudis marcat per un planteig estructuralista en el qual l'aprenentatge de les matemàtiques que havia de fer l'alumne era la reproducció el més fidel possible de les regles de procés matemàtic. Va estar vigent fins l'any 70 en el que es va aprovar una nova llei amb una orientació més cognitivista, que pretén que l'aprenentatge de l'alumne es faci en base a les estructures del coneixement matemàtic que sustenten el contingut. S'introdueix un canvi en l'orientació de l'ensenyament, ja no és un sistema reproductiu sinó que s'espera que l'alumne participi amb una argumentació pròpia. En cap dels dos casos té sentit parlar de projectes perquè a les seves concepcions no hi ha cabuda per aquests tipus d'activitats.

L'any 1990 va ser aprovada la LOGSE una nova llei de l'educació posteriorment al 2002 es va aprovar la LOCE i al maig de 2006 s'ha aprovat la LOE que és la que és actualment vigent. Totes elles recullen els progressos de caràcter científic realitzats darrerament en l'àmbit de la psicologia de l'educació com en les didàctiques específiques de les matèries i també vol donar resposta a les exigències d'integració dels joves a la societat. Respecte els avenços de caràcter científic es pot remarcar l'adopció del constructivisme com a marc de referència. Això introdueix un canvi important en la visió de l'alumne. Ja no se'l considera com un recipient buit que d'una manera passiva ha d'anar omplint-se dels nous continguts sinó que l'alumne ha de tenir una participació activa en el procés d'aprenentatge. Ha d'experimentar per ell mateix amb els nous continguts, per donar-lis significat i establir noves relacions per integrar-los a les seves xarxes conceptuals que ja posseeix. Des del punt de vista social aquestes lleis prolonguen l'etapa obligatòria fins als 16 anys.

Des d'aquesta perspectiva l'ensenyament de les matemàtiques a l'ESO té una nova orientació. Es ressalta el seu caràcter instrumental perquè suposa una eina de suport en altres matèries com Ciències Socials, C. Experimentals, i Tecnologia. S'espera que els alumnes sàpiguen aplicar amb destresa, els seus

coneixements en diferents situacions de la vida quotidiana, remarcant així el caràcter funcional de les matemàtiques. També es pretén que facin servir correctament els diferents llenguatges matemàtics (aritmètic, algebraic, geomètric, gràfic, estadístic) que els permet comunicar-se amb precisió i claredat. La resolució de problemes ha de ser igualment un dels objectius importants de l'aprenentatge de les matemàtiques. Hi ha uns certs continguts i procediments de les matemàtiques que han de tenir tots els ciutadans. És convenient la manipulació d'objectes i l'elaboració de models per facilitar l'adquisició i domini dels conceptes. Han d'aprendre a fer servir, amb sentit crític, diferents recursos tecnològics. La societat espera que la formació matemàtica que reben els joves els ajudi a integrar-se a la societat d'una manera activa i creativa.

Entenem que els projectes matemàtics són activitats adients als nous plantejaments didàctics ja que integren en el seu plantejament i desenvolupament les característiques que hem mencionat abans.

Les transformacions que preveia la llei que realment han arribat a les aules, podem dir que han sigut escasses i que hi ha problemes per avançar en aquesta línia. Els esforços que s'hi han esmerçat no han donat el resultat esperat. El fracàs escolar es situa al 31%, el doble que la del conjunt de la UE[2], les proves PISA han donat uns resultats baixos. Al mateix temps podem dir que es dóna una certa insatisfacció del professorat per diferents motius, com la manca de temps per portar a la pràctica els programes oficials, com ha assenyalat la Societat Catalana de Matemàtiques[3]. La formació del professorat, tan la inicial com la continua, s'ha mostrat insuficient per assegurar que la majoria del professorat tingui la formació suficient per portar a terme aquesta renovació. Els llibres de text actuals, que són un referent fonamental pel professorat, no han incorporat els canvis que es propugnen i continuen proposant pràcticament el mateix que abans. No podem deixar de referir-nos a les dificultats que suposa la integració de tot l'alumnat a la mateixa classe. Els

2 Dades extretes de l'informe de l'executiu comunitari publicat al diari El País del 11 de novembre de 2005, pàgina 33.
3 Butlletí num 19 de la SCM juliol 2003

mètodes tradicionals de gestió de les aules no serveixen. Es necessiten noves maneres per donar respostes adequades a les necessitats dels alumnes. Creiem que els projectes que proposem aporten elements innovadors i compensen en una petita part les dificultats que hem mencionat. Amb això volem destacar que els projectes poden contribuir a omplir la necessitat del professorat de disposar de recursos adients per l'aula.

El sistema educatiu que s'aplica a la Comunitat de Catalunya contempla que els alumnes de 2n curs de batxillerat fan un treball de recerca amb la finalitat de que els alumnes mostrin la seva maduresa personal i intel·lectual. Sens dubte els treballs de projectes tal com els fem són una preparació adient pels treballs de recerca de batxillerat.

Amb aquesta visió ràpida de l'ensenyament de les matemàtiques al nostre país, hem volgut mostrar la necessitat que hi ha de proporcionar recursos al professorat que facilitin l'assoliment les expectatives que té plantejades l'ensenyament de les matemàtiques i que els projectes poden ser uns d'ells. A continuació exposarem algunes de les demandes que es fan sobre l'educació matemàtica dels ciutadans en una societat democràtica actual.

2.3 Els projectes i el desenvolupament de competències matemàtiques

L'educació matemàtica que s'imparteix als nostres alumnes ha de contribuir per preparar-los per la seva incorporació a la societat adulta i puguin desenvolupar-se amb èxit en les multiples facetes a les que s'hauran d'enfrontar com estudiants, treballadors, ciutadans, membres d'una familia, consumidors etc. Per això actualment es planteja l'educació en termes de desenvolupar competències per afrontar aquests reptes. Amb els projectes el que ens proposem és la millora de les competències matemàtiques dels alumnes. Convindrà aclarir que quan ens referim a les competències no s'han de confondre amb el concepte d'habilitat. Asumim per la nostra recerca la

definició de competència que el programa DeSeCo (2003) de l'OCDE. D'aquesta manera entenem per competència la capacitat per afrontar amb èxit demandes complexes en contexts particulars. Una actuació competent implica l'activació de coneixement, habilitats cognitives i pràctiques, així com components socials i de comportament tals com actituds, emocions, i valors i motivacions. Per tant no és reduïble a una dimensió purament cognitiva, ni a una habilitat.

Interpretem que saber matemàtiques té el significat que li dóna M.Niss (2002), per a qui saber matemàtiques vol dir esser competent en matemàtiques. Això significa, en el sentit que dèiem abans de competència, de tenir l'habilitat de comprendre, jutjar, fer i usar les matemàtiques en diferents contexts i situacions, tant matemàtics com no matemàtics, en els quals les matemàtiques tenen o poden tenir una funció. Per tant, tenim clar que saber molts conceptes i conèixer tècniques, per sí sols, no asseguren aquest nivell de competència al que ens referim. Entenem que els projectes són tasques útils per aprendre matemàtiques i que serveixen per millorar les competències matemàtiques dels nostres alumnes en el sentit que acabem de dir. Per reconèixer el nivell de competència que mostren els alumnes quan realitzen projectes, necessitem identificar les competències matemàtiques que considerarem. A partir dels treballs realitzats per M. Niss (2003) reagrupem les 8 competències en tres blocs:

(1) pensament i raonament matemàtic
(2) plantejament i resolució de problemes, modelització
(3) comunicació d'idees matemàtiques

Identifiquem les competències a través de les accions que es mostren als apartats següents.

2.3.1 Reconeixement de la competència en pensament i raonament matemàtic

El pensament i raonament matemàtic l'identifiquem a través de les accions que es relacionen a continuació:

- *Plantejar qüestions on intervenen objectes matemàtics (formes i/o estructures (optimització) de forma coherent a partir d'una situació real, pensant que es poden resoldre amb les matemàtiques. Això significa que sabem el tipus de resposta que poden donar les matemàtiques.*

En el treball de projectes ja hem dit que una de les accions que han de fer els alumnes és posar qüestions o problemes després d'haver explorat i investigat la situació inicial. Esperem que mostrin coneixement sobre allò a lo que les matemàtiques poden donar resposta. Per exemple si la nostra situació és un bar una resposta que podem esperar de les mates és com organitzar les taules a l'espai disponible per aconseguir que hi càpiguen el màxim nombre de persones i no ho és estudiar les diferències culturals entre un bar un pub anglès, que podria tenir interès en un curs de llengua anglesa. Per tant amb els projectes sí que podrem identificar aquesta acció que representa la realització de pensament matemàtic.

- *Comprendre i manipular les limitacions i l'abast de conceptes donats.*

Podríem posar diferents exemples de com en el treball de projectes podem identificar aquesta acció. Una manera és mostrant la relació entre diferents conceptes. Aquesta és una de les característiques dels projectes que els diferencien dels problemes tradicionals dels llibres de text que es resolen aplicant els continguts corresponents al capítol concret. Per resoldre les situacions a les que s'enfronten els alumnes en els projectes han de recórrer a tota la matemàtica que saben, és a dir intervé geometria plana i solida, aritmètica, estadística, proporcionalitat, dependència funcional… Els obliga per tant a relacionar les diferents parts de la matemàtica i veure-la com un tot unitari.

- *Estendre l'abast d'un concepte per abstracció d'algunes de les seves propietats; generalització de resultats al major nombre de classes d'objectes.*

L'experiència en la realització de projectes ens ha mostrat que la intuïció dels alumnes fa que siguin capaços d'avançar idees que no se'ls ha introduït prèviament, com per exemple el càlcul d'una mitjana. El mateix pot passar amb alguns processos com el treball amb llenguatge simbòlic. En accions d'aquests tipus reconeixem la capacitat d'introduir de nou o ampliar l'abast d'un contingut matemàtic per deducció o abstracció d'algunes de les relacions observades o per generalització de diferents resultats. En aquestes accions reconeixem el pensament matemàtic.

- *Valorar la validesa i significat entre els diferents tipus d'enunciats matemàtics (inclou enunciats condicionals, amb quantificadors, definicions, teoremes, suposicions, casos).*

També correspon al treball de projectes el reconeixement del valor dels diferents tipus d'enunciats matemàtics, mostrant consciència de les diferències que hi ha quan fan una afirmació validada matemàticament, quan enuncien un teorema, fan una conjectura o expressen condicions i limitacions

- *Comprendre i avaluar arguments encadenats posats prèviament per altres.*

La realització dels projectes matemàtics posa als alumnes davant de situacions que han de comprendre arguments i raons exposats per terceres persones. És el cas quan consulten amb el professor o quan discuteixen amb els companys de grup o quan escolten als companys d'altres grups en la seva exposició o creuen informacions d'altres fonts.

- *Saber el que és una comprovació matemàtica i en que es diferencia d'altres tipus de raonaments matemàtics, per exemple heurístics.*

Ja hem dit que la realització de projectes consisteix aproximadament en la construcció d'un model. En el procés de construcció d'un model es preveu sempre la necessitat de fer comprovacions tant heurístiques com les més formals.

- *Reconèixer les idees bàsiques d'una línia d'argument donat (en especial de comprovacions, justificacions i validesa), incloent la diferenciació de lo important dels detalls, les idees dels tecnicismes.*

El desenvolupament dels treballs de projectes suposa establir una línia argumental que els alumnes han de justificar. Les solucions a les que arribin les han de contrastar i interpretar tant des del punt de vista matemàtic com del context real en el que es situa el problema. Han de contrastar la seva coherència i el seu abast de validesa. La memòria final del treball ha de recollir tot aquest conjunt de reflexions i la comunicació oral al grup classe ha de recollir les més rellevants. Els obliga a ressaltar el que és important de les coses de detall, les bones idees que apareixen del que no són més que tecnicismes més o menys nous.

- *Elaborar arguments matemàtics formals i informals i transformar els arguments heurístics en proves vàlides, per exemple comprovant enunciats.*

Pel tipus de situació que es troben en els projectes, la manera d'abordar-los sovint necessita de fer aproximacions successives amb raonaments deductius i aplicant mètodes heurístics de resoldre els problemes, precisament perquè no són situacions típiques d'aula. D'aquesta manera veuen el significat i el valor d'aquestes formes de procedir, a les que normalment no hi estan acostumats.

Per tot el que hem exposat podem considerar que la realització de projectes és una tasca que promou el pensament matemàtic. A continuació exposem els elements que ens permeten identificar la competència de plantejar i resoldre problemes i modelitzar.

2.3.2 Reconeixement de les competències en posar i resoldre problemes i modelitzar

- Identificar i posar diferents tipus de problemes de matemàtiques aplicades.
- Resoldre problemes de matemàtiques aplicades posats per ell/a mateix o per altres i si és possible de diferents maneres.
- Analitzar fonaments i propietats de models existents incloent l'avaluació del seu rang de validesa.
- Descodificar models existents a la realitat, traslladant i interpretant elements del model en termes de realitat modelada.
- Construir un model en un context donat.

Fer projectes significa treballar amb models, analitzant els existents, descodificant-los i interpretant-los. Però no tant sols això sinó que es pretén anar més enllà ja que el que es persegueix és construir models nous, seguint l'esquema exposat a la pàgina 45

Per tant, la realització de projectes fomenta l'aplicació i el desenvolupament de la competència de modelitzar.

2.3.3 Reconeixement de les competència comunicativa

A continuació exposem les accions que ens permeten d'identificar la competència que hem anomenat comunicació d'idees matemàtiques:

- Representar entitats matemàtiques:
  - Comprendre i utilitzar (descodificar, interpretar, diferenciar) diferents tipus de representació d'objectes matemàtics, fenòmens i situacions.
  - Comprendre i utilitzar les relacions entre diferents representacions de la mateixa entitat, incloent coneixement sobre la seva força relativa i limitacions.
  - Triar i canviar entre diferents formes de representació d'acord amb la situació i els propòsits.
- Manipular formalismes matemàtics:
  - Descodificar i interpretar llenguatge matemàtic simbòlic i formal.

- Comprendre la naturalesa i les regles de sistemes matemàtics formals (aspecte sintàctic i semàntic).
- Manipular entitats i expressions que contenen símbols i fórmules.
- Traduir del llenguatge natural al llenguatge formal i simbòlic i a l'inrevés.

- Comunicar amb i sobre matemàtiques:
  - Comprendre missatges escrits, visuals o orals realitzats en un varietat de registres lingüstics sobre temes que tinguin contingut matemàtic.
  - Comunicar el treball realitzat, (les idees, els problemes, les hipotèsis, les comprovacions, les solucions), amb diferents nivells de precisió tècnica i teòrica de manera escrita, visual, o de manera oral, emprant arguments i terminologia matemàtica de manera clara i completa.

- Usar eines i ajudes :
  - Conèixer l'existència i les propietats de diferents ajudes i eines per l'activitat matemàtica.
  - Fer un ús reflexiu d'aquestes eines i adients a cada situació.

Una part important del projecte és la comunicació final del treball realitzat tant en forma de dossier escrit com de comunicació oral al seus companys de classe. És en aquests moments que es fa necessari activar tots els elemenst de la competència en comunicació.

Per tant podem considerar que la tasca de projectes matemàtics contribueix al desenvolupament de les competències matemàtiques.

2.4 Els projectes i l'activitat matemàtica

A continuació es presenta l'activitat de projectes com activitat social, activitat matemàtica escolar, com activitat complerta i complexa, com activitat de modelització i aplicació i com activitat matemàtica rica

2.4.1 Els projectes com activitat social

Entenem els projectes com una activitat social d'aprenentatge que es desenvolupa com un procés. Considerem el valor dels treballs de Vigotsky i Leontiev per identificar les característiques d'aquest procés, en el nostre cas, per interpretar els processos de construcció matemàtica.

La teoria de l'activitat de Leontiev és, en sentit ampli, un marc filosòfic i interdisciplinari per estudiar diferents tipus de pràctiques humanes com a processos de desenvolupament, enllaçant alhora els nivells individual i social. És útil a moltes disciplines, ciències socials, recerca cultural etc.. A nosaltres ens interessa per analitzar l'aprenentatge de matemàtiques i desenvolupament de competències matemàtiques en la realització dels treballs de projectes. Aquesta teoria afirma que l'aprenentatge es realitza a partir de la interacció propiciada per l'activitat entre el subjecte (l'estudiant) amb els docents i amb altres companys. D'aquesta manera s'oposa a la idea més tradicional de que els coneixements es puguin adquirir únicament de manera expositiva per part del professorat, com una simple transmissió d'informació.

La teoria de Leontiev es fonamenta en les idees de Vigotsky que considera que cada funció mental de nivell elevat com planificar, avaluar, memoritzar o raonar, apareix dues vegades en el desenvolupament dels nois i noies. Primer, a nivell social, és practicada per l'individu conjuntament amb altres persones (intersubjectiva) i a continuació és apropiada o interioritzada per l'individu i utilitzada individualment (intrasubjectiva). Aquest procés d'internalització no s'ha d'entendre com una transferència des d'una activitat externa cap a una consciència interna. És el procés en el que es genera a nivell intern, ha de ser una construcció pròpia. Aquest doble procés és el que passa respecte a l'atenció, la memòria lògica, la formació de conceptes, desenvolupament de la voluntat. El procés d'aprenentatge, per tant, acaba amb una reconstrucció personal que s'inicia amb un pas previ intersubjectiu.

En el cas de les activitats de projectes, entenem que es tracta d'una activitat d'alt nivell que desenvolupa processos d'ordre superior en el sentit que, són

activitats que desenvolupen competències matemàtiques com una integració de coneixements i habilitats aplicats a situacions complexes d'aprenentatge. En la realització de projectes el desenvolupament d'aquestes funcions mentals a nivell social es donen a través d'un procés de comunicació i diàleg entre professor i alumne. Aquest procés es dóna al llarg de tota la realització del treball, però és més intens al començament i més feble cap al final. Aquest procés intersubjectiu és especialment important a l'inici de l'activitat, en la que es dóna una situació poc definida i que a través d'un procés de reflexió s'ha de concretar el què volem aconseguir i el com ho volem aconseguir.

L'alumne completa aquest desenvolupament fent una reconstrucció personal, el desenvolupament intrasubjectiu de Vigotsky, i és el que li ha de permetre fer un ús autònom i independent d'aquestes funcions a altres situacions. En el treball de projectes aquest procés es dóna quan treballen sols, o al grup, per donar resposta a les exigències del projecte, aplicant el que s'ha acordat amb el professorat, és quan s'interioritzen les funcions mentals de nivell superior, quan es fa la reconstrucció pròpia. Per completar el treball, se'ls demana comunicar els resultats en una memòria i amb una exposició oral als seus companys, entenem que és a on mostraran els resultats d'aquest desenvolupament intrasubjectiu. Entenem per tant que amb els projectes es fomenta aquest procés de construcció personal de les matemàtiques, és a dir de l'aprenentatge de les matemàtiques.

2.4.2 Els projectes com a activitat matemàtica escolar

Una preocupació pròpia dels professors és la de proposar als alumnes situacions que fomentin l'aprenentatge. B. Christiansen i G. Walther basant-se a la teoria de l'activitat de Vygotsky estableixen una diferenciació entre activitat i tasca. Activitat és, el que pot emergir, aflorar, a partir de la implicació de l'alumne en la proposta del professor. L'activitat la fa l'alumne, és el procés que desenvolupa l'alumne. Tasca és tota proposta que es fa en un entorn d'aprenentatge (normalment, és el professor o en el seu defecte, el llibre el que proposa la tasca però també podria donar-se el cas de que fos un altre

alumne o un altre medi) amb l'objectiu de provocar un procés comunicatiu amb vistes a ensenyar (Guerrero, 2001).

En una primera anàlisi podem identificar els exercicis com les tasques més tradicionals proposades pel professorat a la classe de matemàtiques. En aquest cas, està molt clar el que es dóna i el que es demana. La finalitat és que apliquin i consolidin conceptes i procediments adquirits prèviament. El seu abast és limitat ja que no transmeten la part més enriquidora i funcional de les matemàtiques. Una altra tasca tradicional a l'aula de matemàtiques és la resolució de problemes, que es van començar a introduir als *curricula* cap als anys 80. Sempre comporta més dificultats que els exercicis i normalment tenen ben definit el que es dóna i el que es demana. A més aquests poden ser més o menys tancats o oberts en funció del grau de concreció de les dades i les demandes. Els projectes matemàtics inclouen aquestes tasques però no es limiten a elles sinó que van més enllà com mostrarem al següent apartat.

2.4.3 Els projectes com a activitat completa i complexa

A l'ensenyament de les matemàtiques podem distingir diferent tipus d'activitats. L'investigador J.P. da Ponte (2004) fa una classificació de les activitats segons el grau d'accesibilitat per l'alumne i el grau d'estructura (en quant la definició de les dades que es donen o es demanen). Considera que l'accessibilitat varia entre els extrems des d'accessible fins a difícil. L'estructura varia entre obert i tancat. La tancada és aquella activitat en la que està ben definit el que es dóna i el que es demana. I una activitat oberta és aquella en la que hi ha un grau significatiu de indeterminació en el que es dóna, en el que es demana o en ambdues coses. Gràficament ho representa així:

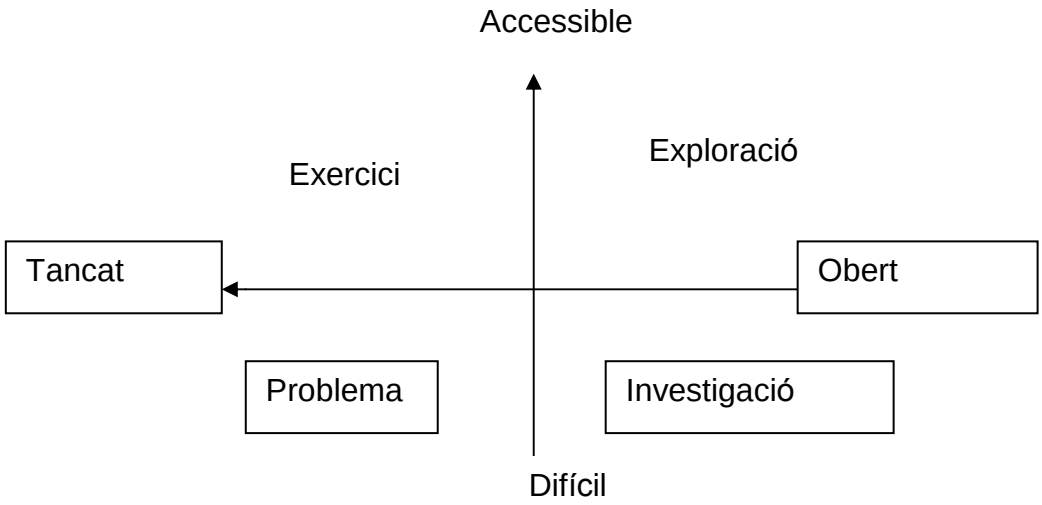


Figura 2.1 Tipus de situacions segons dificultat i nivell d'accessibilitat i estructura segons Ponte (2004).

Al primer quadrant situa les tasques d'exploració que són relativament obertes i fàcils. En aquest esquema, les investigacions són aquelles tasques obertes i relativament difícils que es presenten. Les fronteres que separen i diferencien les exploracions de les investigacions no són fixes i de vegades depenen dels coneixements previs dels alumnes.

En el 2n i 3r quadrant trobem les activitats més tradicionals com els exercicis i els problemes. Les dues són activitats tancades i es diferencien en el nivell de dificultat.

Per acabar de definir les tasques introdueix dues variables més, la duració i el context. Una activitat de duració curta és l'exercici, a l'altre extrem, de llarga duració, tenim el projecte. Segons el context la tasca pot ser real o de matemàtica pura. Tasques típiques de context real són les matemàtiques aplicades o les tasques de modelització.

En la nostra perspectiva els projectes són tasques de llarga duració, que es situen en un context real, són oberts ja que inicialment no està delimitat ni el punt de partida ni el d'arribada, això es farà al llarg del seu desenvolupament.

Els projectes com assenyala Ponte (2004) tenen el risc de que els alumnes es dispersin pel camí, es bloquegin, perdin el temps en coses irrellevants o simplement abandonin. L'experiència realitzada ens porta a confirmar aquest risc que existeix de que els alumnes es perdin durant el procés de realització. Per evitar-ho hem introduit un seguiment planificat de l'activitat per part del professorat.

En la realització de projectes, a més de les tasques mencionades, intervenen les exploracions o investigacions. Considerarem una o altre depenent del grau de dificultat que representi per l'alumnat. Les exploracions i investigacions no són habituals a les matemàtiques escolars.

A la nostre proposta entenem que el projecte no és només una forma d'indicar una activitat de llarga durada sinó que la interpretem com integradora dels diversos tipus de tasques mencionades fins ara, exercicis, problemes, exploracions i investigacions. A la figura 2.2 es mostren aquestes diferents tasques que intervenen als projectes. No s'ha d'entendre que es realitzen seqüencialment sinó com una tendència prioritària, i a la realitat es pot passar de la investigació del moment 2 un altre cop a l'exploració del moment 1, o del moment 3 tornar enrere cap al moment 1 o 2 tantes vegades com resulti necessari.

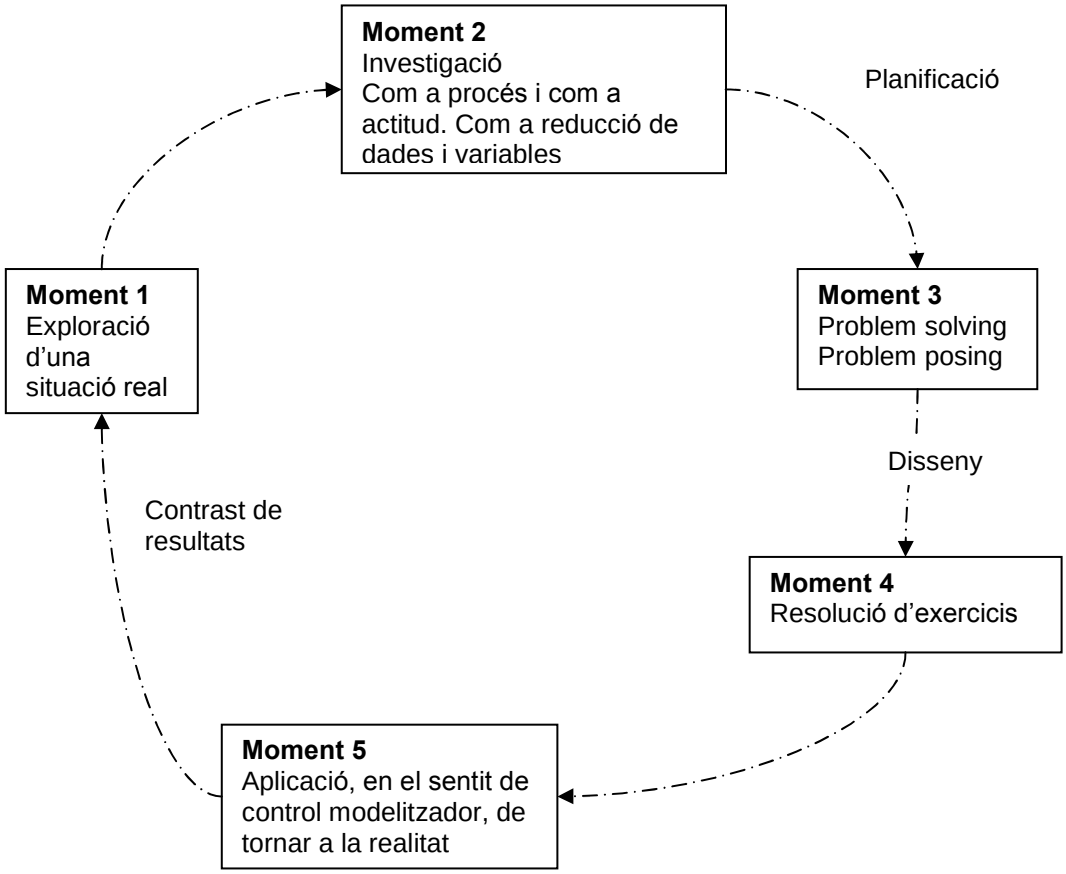


Fig 2.2 Esquema dels moments de realització de projectes

Considerem els projectes com una activitat completa perquè inclou diferents tipus de tasques en diferents moments del seu desenvolupament. Som conscients però, que no queden incloses tasques com de definició, o d'estructuració. Considerem que el projecte és una tasca complexa perquè inclou a aquests diferents tipus d'activitats de forma no seqüencial, fent que l'alumnat integri els coneixements propis de cada un dels tipus de formes diferents amb els processos cognitius dits d'ordre superior (Vigotsky, Resnick1983).

2.4.4 Els projectes com activitat de modelització i aplicació

Hi ha tres termes per caracteritzar tasques matemàtiques que es presten a una certa confusió. Aquests són, aplicació matemàtica, matematització i

modelització. Per aplicació matemàtica entenem l'ús que fem de les matemàtiques (conceptes, mètodes i procediments) a on l'interès o finalitat pricipal no és el matemàtic estrictament, sinò que és la comprensió o interpretació de fenòmens físics o situacions reals, tal com considerava Abrantes (1994). Segons la finalitat, Burkhardt (1989) distingeix dos tipus d'aplicacions, les il·lustratives i les situacionals. En el primer cas l'èmfasi es posa a la comprensió de conceptes o procediments matemàtics i oferint models estàndards per a que els alumnes els puguin fer servir. La situacional es refereix a l'estudi d'una situació real. Considera que aquesta serà millor compresa mitjançant l'aplicació de models matemàtics. La importància d'aquesta distinció està en que condiciona les respostes que han de donar els alumnes. En els treballs de projectes es proposen tasques d'aplicació situacionals en el sentit que acabem de mencionar però ho fem des de la perspectiva de l'aprenentatge des de la que Freudenthal (1973) destacava que l'interès està en que els alumnes aprenguin a aplicar la matemàtica abans que matemàtica aplicada.

Els nostres treballs de projectes integren tasques d'aplicació i modelització. Creiem que aquests tipus de tasques són importants que apareguin com a tasques curriculars a les matemàtiques escolars. Compartim amb Blum i Niss (1991) els arguments que proposen per justificar aquesta inclusió (veure cap 1). El més important és que contribueixen a promoure en els alumnes una visió multifacètica de la matemàtica i motivar-los cap al seu aprenentatge. A més alguns temes s'aprenen amb més consistència quan són ensenyats en contexts d'aplicació a situacions reals.

D'acord amb el que hem dit els projectes són activitats d'aplicació de les matemàtiques perquè tractem de resoldre problemes plantejats a partir de situacions reals externes a les matemàtiques. D'acord amb Burkhardt (1989) es tracta d'una aplicació situacional i per tant l'èmfasi no està posat en la comprensió d'un concepte matemàtic o de practicar un procediment, com se sol fer quan es posen problemes d'aplicació al final d'un tema, sinó en la construcció i aplicació de models matemàtics per comprendre situacions reals, i

necessitaran totes les matemàtiques que ells saben, com alguns alumnes han manifestat en alguna ocasió.

El terme matematització el fan servir molts autors per referir-se al procés que permet expressar una situació real en termes matemàtics. Nosaltres, però, farem servir la conceptualització que fa Treffers, que sense ser contradictòria amb l'anterior és més rica i ens resulta més útil. Treffers, estudiant i colega de Freudenthal, introdueix una altra diferenciació, la matematització horitzontal i la matematització vertical. La matematització horitzontal és el procés que permet passar del món real al mon dels símbols. Mentre que per matematització vertical es refereix a la formació dels símbols i la seva manipulació mecànica, comprenent-los i reflexionant sobre ells, (Freudenthal 1991, p 41-42).

La nostra experiència de realitzar projectes corrobora els dos principis que Freudenthal estableix per que es doni aquest procés de doble matematització. Aquests principis són dos, escollir situacions d'aprenentatge extretes de la realitat quotidiana dels estudiants, així s'afavoreix la matematització horitzontal. Per una altra banda s'ha d'oferir mitjans i eines per a la matematització vertical. Aquests dos processos intervenen en la realització dels nostres projectes i són importants perquè l'alumne resolgui satisfactòriament la tasca.

La modelització és un procés que impregna i caracteritza tot el nostre treball de projectes. Des dels anys 70 en els que la modelització es va plantejar com un aspecte important de l'aprenentatge de les matemàtiques, diferents autors han tractat de definir-la. Nosaltres entenem per modelització el procés de construcció d'un model matemàtic. A partir dels treballs de J. Mason (2004) proposem el model que representem esquemàticament a continuació:

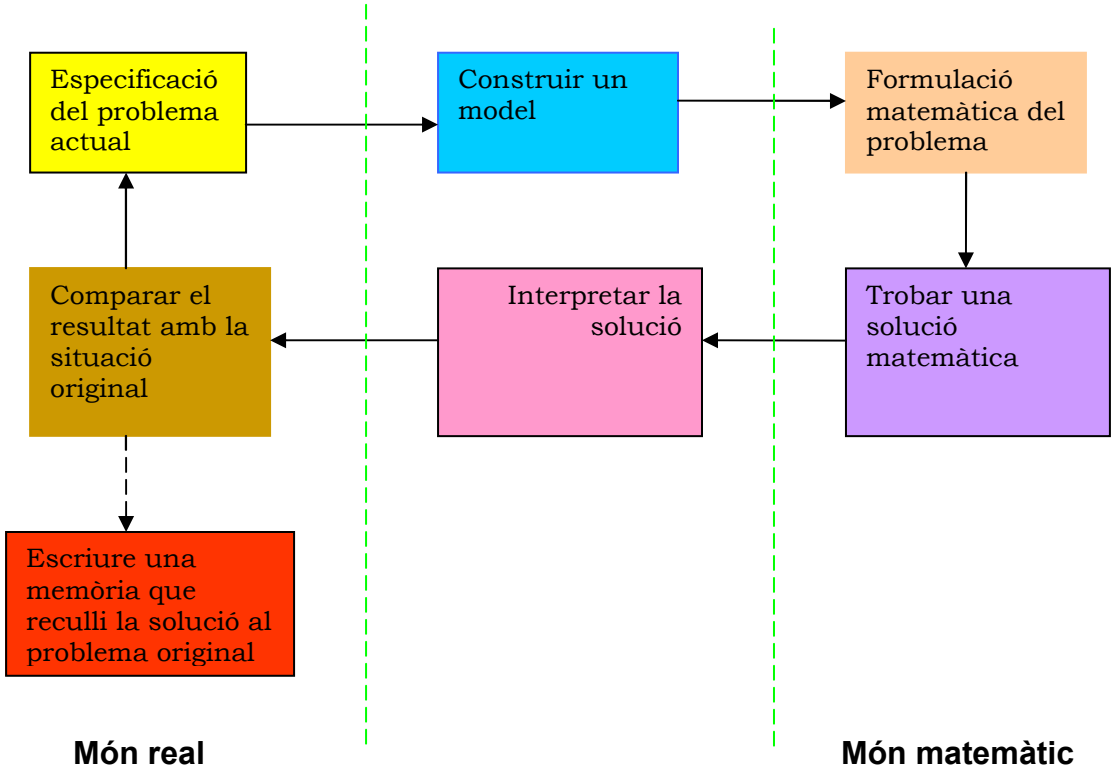


Fig2.4.2 Esquema del model de modelització dels projectes

Tot i que s'ha mostrat com un cicle, no s'ha d'entendre que la seva aplicació pràctica segueixi un procés lineal sinó que va anant del món real al món matemàtic diferents vegades, la seqüència pot avançar o retrocedir tantes vegades com convingui i l'ordre en que es passi d'una acció a l'altre tampoc segueix una seqüència preestablerta.

2.4.5 Els projectes com activitat matemàtica rica

La recerca actual està indicant que allò que defineix una tasca matemàtica són les seves característiques en funció de diferents categories. G. Higgins ha desenvolupat criteris per avaluar el que podem anomenar com una activitat rica (Mason 2004). A continuació mostrem una adaptació d'aquests criteris que ens ajuden a reconèixer com els projectes els podem considerar com una tasca rica. Cada línia horitzontal representa un criteri que oscil·la entre la possibilitat de la columna esquerra a la de la dreta. Amb aquesta taula no es pretén donar regles per mesurar amb precisió en quin punt entre ambdós extrems es troba una determinada tasca sinó com una tendència de cap a quin extrem es situa.

Tipus	Criteri	Tipus
Essencial	S'adapta a parts essencials del currículum. Representa una gran idea	Tangencial
Real	Fa servir processos propis de la disciplina. Els alumnes valoren els resultats del procés.	Artificial
Profunda	Porta cap a altres problemes. Apareixen noves questions. Té multiples possibilitats	Superficial
Interessant	Provoca la reflexió Promou la persistència	No interessant
Activa	L'estudiant és el protagonista de l'activitat i pren decisions; Els estudiants interactuen entre ells. Els estudiants construeixen significats i aprofundeixen la comprensió.	Passiva
Possible	Pot realitzar-se a l'institut o a casa; Desenvolupament apropiat als estudiants. Segur	Impossible
Equitativa	Desenvolupa diferents estils de pensament; Promou les actituds positives	Desigual
Oberta	Té més d'una resposta correcta; Té diferents maneres d'abordar-la permetent la participació de tots els alumnes.	Tancada

Figura 2.3 Elements que defineixen una tasca rica segons Higins (Mason 2004).

Si analitzem amb aquest criteri el desenvolupament dels projectes veurem que s'adapten a parts essencials del currículum tant pel que fa a continguts, com procediments. Però és més, responen directament a alguns objectius generals de l'ESO, a les competències bàsiques establertes pel Departament de la

Generalitat de Catalunya, i també a les competències enunciades a les proves PISA, i a altres exigències plantejades per la comunitat d'educació matemàtica com hem mostrat al primer capítol.

És una activitat real perquè s'apliquen processos propis de la disciplina per resoldre problemes amb significat real i d'aquesta manera els alumnes valoren els resultats que obtenen amb aquests processos.

Podem considerar que els projectes són una activitat profunda ja que a partir de la situació inicial ens porta a plantejar altres problemes. Cada situació ofereix diferents possibilitats. Això ho veiem quan dos grups d'alumnes treballen a partir de la mateixa situació inicial i desenvolupen processos diferents.

Són activitats interessants ja que provoquen la reflexió. El fet de que les situacions de partida triades siguin extretes de contexts propers i coneguts pels alumnes fa que estiguin interessats i siguin persistents en l'activitat.

Els alumnes tenen un gran protagonisme en tot el procés de realització de projectes. A més es veuen en la necessitat de prendre decisions, discutir amb els seus companys. Aprofundeixen en la comprensió dels conceptes matemàtics ja que els treballen des de la perspectiva de l'aplicació en una situació real que els resulta nova, ja que a l'aula no els han estudiat així. És pel que podem considerar que els projectes són activitats que considerem actives.

En la classificació de les tasques que feia Ponte (2004) advertia que en el cas dels projectes hi ha molts riscs de que els alumnes podien abandonar l'activitat sense arribar al final per diferents motius. La nostra experiència confirma aquests riscs i per això donem molta importància al seguiment que fa el professor al llarg de tot el procés i molt en especial en els moments inicials en els que s'ha de donar un acompanyament i un diàleg del professor amb els alumnes. D'aquesta manera es pretén garantir la participació de tot l'alumnat i per tant és una activitat d'integració. Aplicant els criteris de Clarke i Higgins

podem afirmar que els projectes són una tasca possible perquè s'assegura que els alumnes puguin arribar al final del procés amb èxit.

Per la manera en que es plantegen els projectes cada grup d'alumnes els desenvolupa d'acord a la seva manera de pensar, dels seus coneixements, dels seus interessos, amb un determinat nivell de aprofundiment. Això fa que el mateix projecte desenvolupat per diferents grups d'alumnes dóna resultats diferents. Per una altra banda quan l'alumne aconsegueix superar les dificultats i arribar a unes conclusions que responguin de manera satisfactòria a les preguntes inicials té satisfacció pel treball realitzat i genera una actitud positiva cap a les matemàtiques i el predisposa per tornar-se a implicar en una altra tasca d'aprenentatge. Per aquestes raons podem considerar que els projectes, d'acord amb la classificació de Clark i Higgins, són tasques equitatives.

Ja hem dit que els enfocaments i desenvolupaments que es poden aplicar als projectes són múltiples, i que el professorat assumeix la responsabilitat de donar l'ajuda necessària als alumnes perquè aquests puguin completar l'activitat amb èxit. Són aquest criteris als que Clarke i Higins apliquen per dir que una activitat és oberta.

Els criteris de problema ric que proposen N. Planas et alt. (1999) en alguns casos són equivalent en altres incorporen alguns criteris nous com, connectar amb diferents tipus de coneixements matemàtics, pot relacionar-se amb altres àrees de coneixement, permet incorporar els coneixements matemàtics de fora de l'escola, permet manifestar-se els valors culturals dels alumnes, amplia la imatge de les idees matemàtiques i desenvolupa significats. Ja hem explicat les característiques dels projectes i podem afimar que cumpleixen amb tots aquests criteris.
Com a resultat d'haver contrastat aquests criteris, tant els de Clarkei Higgins com els de Planas et alt. podem dir que l'activitat de fer projectes és una activitat rica, ja que satisfan les exigències que plantegen.

2.5 Atenció a la diversitat i els projectes

Qualsevol plantejament en el món educatiu d'avui ha de plantejar-se el tema de la diversitat. Aquesta qüestió apareix amb força degut als canvis que han experimentat les societats desenvolupades. Vivim en uns moments de globalització i internacionalització de la societat que ha provocat canvis en l'idea de l'educació. Enrera ha quedat la idea d'una educació selectiva i transmissora d'uns continguts. Com diu Secada(1995) la perspectiva de l'educació és la *de acceso a las oportunidades de la sociedad en general*. Això necessàriament ens planteja el tema de la diversitat dels alumnes. Diversitat que es caracteritza per les diferents cultures, idiomes, creences i costums, habilitats i interessos dels nostres alumnes i que reclama canvis en l'ensenyament en general i en el de les matemàtiques en particular. Keitel (1997) preocupada per aquesta realitat es formula unes preguntes per situar el problema en l'àmbit de l'educació matemàtica: *Tenemos que abandonar la posición privilegiada de la disciplina como parte central de la educación general? ¿Sería más apropiado persistir en las matemàticas como centro del curriculum pero buscar maneras de enseñar la disciplina a todos los estudiantes?.. ¿Podemos todavía complacernos o permitirnos el lujo de concebir la educación matemàtica como una educación especial para unos pocos y hacerla obligatoria para todos?*. Les accions per ocupar-se de l'educació matemàtica per a tothom han de venir, com diu també C. Keitel, de la política educativa, el curriculum, el sistema d'avaluació i la formació dels professors. En el cas d'Espanya, la LOGSE va sorprendre amb la seva decisió integradora dels alumnes de

Les activitats de projectes, tal com les entenem, realitzades en petits grups i tutoritzades pel professorat són adequades per a tots els alumnes ja que:

- No són activitats selectives. Els alumnes poden participar i implicar-se cadascú des dels seus nivells de competència.

- No es renuncia a cap objectiu per cap alumne, en tot cas s'adeqüen i personalitzen.

- Permet una avaluació individualitzada, ajustada a les característiques particulars de l'alumnat.

- Permet una avaluació formativa, amb les revisions del que van fent i les entrevistes que facilita tenir èxit a l'activitat.

- És motivadora ja que:
  - Relaciona matemàtica i realitat donant-li un sentit i fent-la ,menys abstracta.
  - Facilita "l'experiència de l'èxit " pel seguiment individualitzat que es fa.

  - L'alumne té un protagonisme important, pot prendre decisions sobre el que està fent.

  - Es crea una relació professor-alumne més d'igual, més cordial.

2.6 La continuïtat dels projectes al batxillerat

El currículum de batxillerat de Catalunya estableix que tots els alumnes han de realitzar un treball de recerca (TR) amb un valor acadèmic de 2 crèdits equiparable a una optativa. Reconeixem que a la pràctica els alumnes fan pocs TR de matemàtiques. Entre altres raons podem dir que l'experiència que han tingut els alumnes en l'aprenentatge de les matemàtiques fa que no vegin la matemàtica com una matèria prou atractiva com per fer un TR, O bé que el professorat té dificultats en proposar temes que estiguin a l'abast dels alumnes i al mateix temps que els hi siguin prou atractius, ja que l'experiència docent no té perquè assegurar aquests recursos.

Nosaltres entenem els TR com una continuació ampliada dels projectes que hem realitzat a l'ESO. Tant des del contingut matemàtic com de la organització i gestió hi veiem molts paral·lelismes que a continuació descriurem.

La oferta de temes que realitza el Departament de matemàtiques de l'institut en ambdós casos té per finalitat ser un punt d'arrencada. És a dir, l'objectiu és suggerir temes, que a partir dels que es proposen els alumnes els puguin relacionar amb les seves inquietuds, preocupacions, interessos, gustos. En cap cas entenem aquesta llista com tancada i immodificable a la que els alumnes s'han d'adaptar. En el cas dels projectes té una marcada orientació cap l'estudi de situacions de la realitat propera de l'alumnat. En canvi en el cas dels TR obrim més els temes que oferim i a diferència de les propostes de l'ESO que són més concretes, en el cas dels TR es suggereixen àmbits de recerca. Nosaltres suggerim recerques que relacionin les matemàtiques amb les afeccions de l'alumnat, com per exemple amb el tenis, el bàsquet, l'astronomia, la pesca, la música, la fotografia etc…Sense oblidar la importància dels components matemàtics dels jocs d'estratègia (Nim, escacs de Dawson, etc…). També hi ha alumnes interessats per determinats aspectes de la ecologia, la biologia, l'urbanisme etc.. Hem de ser sensibles a aquestes motivacions i proposar recerques que relacionin aquestes disciplines amb les matemàtiques: el soroll, el cor, la contaminació atmosfèrica, l'energia del món, les epidèmies, l'evolució del preu del sòl etc…

L'oferta també ha d'incloure la identificació de les matemàtiques a la pintura de Dalí, Durero o d'Escher. O l'anàlisi matemàtic de l'arquitectura de moviments rellevants (modernisme, romànic, …) o d'autors singulars (Gaudí, Le Corbusier…). L'oferta també ha d'incloure temes purament matemàtics que per citar-ne algun la successió de Fibonacci, mètodes d'integració numèrica, els nombres transcendents π i e, Φ el nombre d'or, els triangles etc… O els temes més relacionats amb els que apareixen als projectes, la modelització de diferents situacions reals com l'optimització del empaquetament, la regulació i duració dels semàfors etc...

En definitiva, la nostra idea inicial serà la d'orientar a l'alumnat cap a àmbits de recerca que siguin dels seu gust per augmentar la seva disponibilitat i la seva autonomia, actituds que considerem importants per a la realització d'un bon treball d'investigació.

La duració del projecte ja hem dit que oscil·la entre les 4 i 6 setmanes aproximadament mentre que en el TR sol durar entre 4 o 5 mesos.

En els dos casos se'ls demana lliurar una memòria del treball que han realitzat i fer-ne una presentació oral. En el cas dels projectes la presentació oral es fa als companys de classe i en el cas del TR es fa al tribunal examinador i de vegades es permet la presència d'altres companys i familiars.

Els projectes els realitzen en grup de 2 o 3 persones i en el cas del TR es fa normalment individual.

En el cas del projectes es realitzen una part a l'aula de matemàtiques i la majoria del treball el realitzen a fora de l'aula a hores no lectives, cada grup pel seu compte. El TR es fa completament en horari no lectiu.

En quant el contingut matemàtic que intervé en cap dels dos casos hi ha restriccions, més aviat al contrari es dóna algun cas en el que s'aprofita la situació i la necessitat per introduir nous continguts. El que no sol passar en cap cas és que surti un únic contingut matemàtic com es dóna a les situacions d'aula que es fan problemes de proporcionalitat després del capítol de proporcionalitat o es fan exercicis de trigonometria després de la lliçó d'aquest tema. El més habitual en els dos casos, de projectes i TR, és que es facin servir diferents continguts matemàtics relacionats.

L'ús de les tecnologies de la informació i comunicació és imprescindible en els dos tipus de treball. Ja des de les qüestions més bàsiques com la de cercar informació a la xarxa i escriure la memòria amb un processador de textos com la de fer-les servir com eina de treball per fer matemàtiques en aquest casos es fan servir fulls de càlcul, programes de geometria dinàmica tipus Cabri o

Sketch Pad, o d'integració d'àlgebra i geometria com el Geogebra, o calculadores com la wiris.

Tant en els projectes com en els TR la informació que necessiten per la realització del treball l'han d'aconseguir de diferents llocs i no es troba tota en una sola font. Els llocs més habituals són, internet, biblioteques, institucions, empreses, etc.. Normalment necessiten més volum de documentació als TR que als projectes però en els dos casos implica un treball de cerca, selecció, i transformació.

Un aspecte important pel bon desenvolupament dels dos tipus d'activitats és el seguiment que el professorat realitzi al llarg de tot el procés. Tant en els projectes com en els TR, l'experiència ens mostra que és molt necessari el suport del professorat en els inicis del treball, des de que es tria un tema fins que es concreten unes preguntes que centren els objectius del treball. Durant el procés el paper del professorat és similar en els dos tipus d'activitat i en els dos casos s'ha de vetllar per que els alumnes no es quedin atascats, no facin excessius reduccionismes, o vulguin abordar situacions que els supera. En el cas del projectes com a mínim ja els organitzem de manera que ens assegurem com a mínim una entrevista de seguiment. En el cas dels TR la normativa de centres contempla una hora de dedicació del professorat i per tant es una manera d'assegurar-se un seguiment constant al llarg del procés. El segon moment en el que es fa necessària l'ajuda del professor és en quan fan la memòria del treball realitzat. Cal assegurar que diuen el que han fet, que no expliquen les anècdotes en lloc de les coses importants, que ressalten els moments claus del procés que han seguit, que saben justificar les decisions que han pres, etc... Per tant tan podem dir que tant els projectes com els TR son activitats que es basen en el diàleg alumne-professorat.

De manera resumida podem veure el paral·lelisme que hem establert entre els projectes i TR en la taula següent:

	Projecte	Treball de Recerca
Selecció del tema	Dintre de l'àmbit de les matemàtiques aplicades a situacions reals i quotidianes properes al context de l'alumnat	Temes que relacionin matematiques i afeccions, preocupacions científiques o socials, amb l'art, l'arquitectura, modelització de situacions reals, o recerca purament matemàtica.
Duració	Entre 4 i 6 setmanes	Entre 4 ó 5 mesos
Producció	Memòria i exposició oral	Memòria i exposició oral
realització	En grups de 2 ó 3 persones	Individual
Lloc de realització	Una part (petita) a l'aula i la major part a fora en hores no lectives	Sempre en hores no lectives dels alumnes.
Cont. Matemàtic	Demana relacionar totes les matemàtiques de que disposen	Demana relacionar totes les matemàtiques de que disposen
Ús de les TIC	És imprescindible el seu ús	És imprescindible el seu ús
Fonts d'informació	Fonts diversificades, internet, biblioteques, institucions, empreses.	Fonts diversificades, internet, biblioteques, institucions, empreses
Treball amb la informació	Cerca, selecció, i transformació	Cerca, selecció, i transformació
Seguiment	Tot el procés tutoritzat pel professorat	Tot el procés tutoritzat pel professorat

Fig. 2.6.1 Comparació projectes amb treball de recerca

Amb tot el que hem exposat anteriorment es veu el paral·lelisme que hi ha entre els projectes i els treballs de recerca. Així podem entendre que els projectes matemàtics a l'ESO tenen un nou interès com és el preparar pels treballs de recerca de batxillerat.

Capítol 3
Diagnosi

Abans d'iniciar el treball de projectes ens proposem reconèixer el nivell competencial previ dels nostres estudiants, amb una prova de diagnosi estructurada.

3.1 Elaboració d'una prova inicial

La prova diagnòstica que volíem dissenyar havia d'estar formada per una sèrie d'activitats que entre totes elles ens donessin informació sobre el nivell de competències de cada alumne. A més la prova no podia ser massa llarga i el nombre d'activitats s'havia d'ajustar perquè els alumnes la poguessin completar en una hora aproximadament. El disseny definitiu de la prova ha seguit diferents moments.

1 Selecció. Ha consistit en fer una selecció de situacions reals sobre les que es puguin formular qüestions, que puguin tenir un cert interès pels alumnes d'ESO i que fossin útils pels nostres propòsits. D'aquesta manera vam dissenyar 6 situacions diferents, cadascuna d'elles amb les seves qüestions.

2 Anàlisi d'objectius. Vam fer una anàlisi de les contribucions de cadascuna de les situacions dissenyades a l'assoliment dels objectius que perseguíem. Com a resultat d'aquesta anàlisi podem treure les següents conclusions:

Veiem que hi ha que no aporten coses noves, són perfectament prescindibles perquè els objectius que assoleixen també ho fan les altres situacions.

Observem que hi ha algunes competències que no hi són i haurien d'aparèixer com són la de reconèixer les limitacions que suposen algunes de les decisions que es prenen i la del propi temps que es té per realitzar el treball.
Saber formular-se preguntes a partir de les informacions rebudes (per observació visual, escrita, internet, etc..). Generació i selecció d'idees, fomentant la imaginació i la intuïció.

Per tant vam suprimir les situacions que no aportaven res i una, la vam modificar la del circuit de Montmeló, afegint una qüestió que demanava fer estimacions de temps per construir elements del circuit, i vam afegir-ne una nova situació (la de pensar en projectes) per compensar aquestes mancances.

3 Validesa de l'instrument. El procés de construcció és determinant en la validesa de l'instrument de recollida d'informació. En la construcció de la nostra prova hem tingut en compte la validesa de contingut. Per avaluar la validesa de contingut l'investigador ha de verificar per sí mateix i amb l'ajuda d'altres col·legues en quina mida les qüestions de la prova constitueixen una mostra representativa de l'univers del contingut que aquell es proposa mesurar (Van Dalen i Meller 1983 pp 341-343 citat a Segovia 1997). Per aquesta raó vam presentar la prova tal com estava als membres del Grup Vilatzara. Sense cap mena de dubtes es van fer aportacions de gran importància en la manera de formular les qüestions, la manera de presentar-les i es va afegir alguna qüestió nova per assegurar l'assoliment dels objectius que perseguíem.

4 Implementació a una mostra. La prova que es considerava validada es va passar a un grup d'alumnes de l'I.E.S. Pius Font i Quer de 3r i 4t d'ESO de Manresa. De l'experiència, van ser suggerits pel professor Pedro Cobo (IES P.

Font i Quer) nous canvis i retocs i vam poder confirmar el temps d'una hora (una mica justa) per la seva realització. D'aquesta manera vam donar per definitiva la prova diagnòstica.

5 Codificació i baremació. Nosaltres volem obtenir uns indicadors per cada una de les competències que volem analitzar. Per això hem relacionat cada pregunta amb cada una de les competències. Als diferents tipus de resposta dels alumnes els hi hem assignat un codi i una puntuació. D'aquesta manera ens ha facilitat aplicar un tractament informàtic per obtenir els resultats de la prova.

6 Anàlisi de resultats. Als resultats obtinguts els hem aplicat les eines estadístiques per analitzar-los i treure conclusions.

3.2 La prova definitiva i les situacions una a una

La prova consistia en presentar 4 situacions extretes de la vida real amb una sèrie de preguntes sobre elles.

1ª Situació: Els tres salts de'n Yago Lamela. Basada en una noticia de premsa sobre els salts d'aquest atleta a les olimpíades de Sydney.

2a Situació: Les tarifes de Jazztel. Basada en la publicitat de les tarifes d'aquesta empresa.

3a Situació : El circuit de Montmeló. Amb qüestions relatives al circuit.

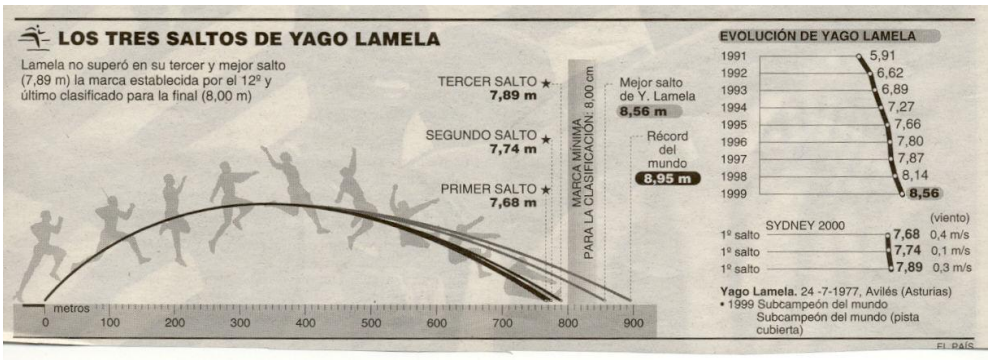
4a Situació: Pensant en projectes. Es pretén establir relacions entre les matemàtiques i la realitat.

La 1ª situació: Els salts de Y. Lamela

Es tracta d'una noticia de premsa sobre els salts realitzats per l'atleta Y. Lamela a les olimpíades de Sydney.

Els tres salts de Yago Lamela

A continuació et mostrem un gràfic que va aparèixer al diari El País durant les olimpíades a Sydney l'any 2000.



1.- A partir de les dades que apareixen a la noticia digues el que era previsible que saltés en Y. Lamela a les Olimpíades de Sydney? Explica els teus càlculs aquí mateix.

2.- Digues quins dels enunciats de la pàgina següent, es poden deduir només de les dades de la noticia i quins no. Marca amb una creu la casella corresponent. Justifica la resposta.

a) Segons l'escala del dibuix el rècord del món és aproximadament 1 km.

b) El seu millor salt a Sydney va ser com el seu millor salt de l'any 1997

c) La trajectòria dels salts de Yago Lamela descriu una forma de paràbola

d) La velocitat mitjana dels tres salts ha sigut de 6,5 Km/h

e) La mitjana dels tres salts de Yago Lamela a les Olimpíades de Sydeny va ser de 7,77 m

f) La mitjana dels seus tres salts de Sydney va ser inferior a la mitjana dels seus salts al Campionat del món de 1999.

g) El millor salt de Y. Lamela a Sydney ha quedat a 67 cm del seu millor salt

h) El millor salt de Bob Beamon va ser de 8,90 m.

Fig. 3.2.1 La 1a situació de la prova diagnòstica

Els objectius competèncials associats a la situació 1:

- Identificar les variables que intervenen a la situació i les relacions que es donen entre elles.
- Reconèixer les aproximació com una manera d'interpretar la situació.
- Seleccionar la informació útil pel que li demanen.
- Identificar la forma de la paràbola a l'imatge de la noticia.
- Interpretar correctament les diferents informacions que apareixen a la notícia, fent ús dels diferents llenguatges emprats.

- Saber diferenciar entre les dades conegudes, les que es poden calcular, i les que no es poden.
- Saber reconèixer conceptes matemàtics com per exemple el concepte de mitjana.
- A partir de les dades donades i les calculades saber fer prediccions coherents amb la situació.
- Generar dades noves a partir de les dades donades a la informació.
- Saber fer prediccions.

La 2ª situació: Les tarifes de Jazztel

A partir de la informació donada, selecciona de què depèn el preu de la trucada telefònica feta amb aquesta empresa. Marca amb una creu les opcions que consideris que influyesen en el preu de la trucada.
a) Tipus de trucada. b) Marca del telèfon.
c) Dia de la setmana d) Mes en el que es fa la trucada. e) Hora a la que es fa la trucada. f) Si és època de vacances. g) Durada de la trucada
. h) Ofertes de la competència. i) Distància en km entre les dues persones que parlen.

A partir de la informació que hi figura, omple les següents taules, posant a cada casella el cost de la trucada.Trucades Provincials

Hores	Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres	Dissabte	Diumenge
8 a 19							
19 a 8							

Trucades Interprovincials. Tarifa regular.

Hores	Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres	Dissabte	Diumenge
8 a 19							
19 a 8							

Per parlar amb un amic que viu a un poble de la provincia de Barcelona, quan el trucaries per gastar menys diners? Justifica la resposta.

Per parlar amb un amic que viu a Càdis, quan el trucaries per gastar menys diners? Justifica la resposta.

Imagina't que t'encarreguen de fer la propaganda de les tarifes d'aquesta empresa, digues quin eslogan i quina imatge hi posaries.

Fig 3.2.2 La 2a situació de la prova

Els objectius competèncials associats a la 2a situació: Saber identificar les variables que intervenen i com es relacionen (tipus de trucada, dia de la setmana i horari).

Saber seleccionar informació útil pels nostres objectius.

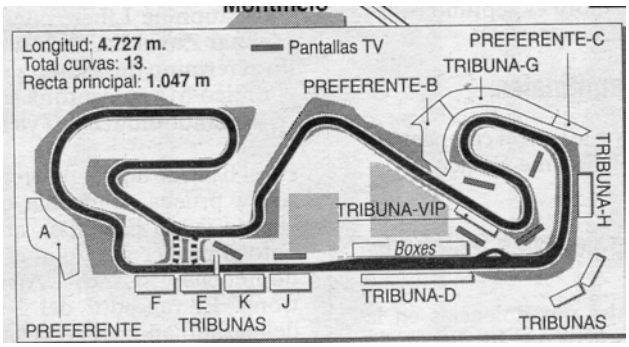
Saber interpretar llenguatge gràfic.

Saber canviar la representació de la informació donada que se li presenta en un gràfic a una representació de les dades en taula de valors.

Interpretar correctament la situació d'acord amb les variables del problema.

La 3ª situació: El circuit de Montmeló

A continuació et mostrem un esquema del circuit de Montmeló.



Des de que es va inaugurar el circuit, el nombre de tribunes s'ha anat augmentant per poder atendre la gran demanda del públic. Si s'haguès d'ampliar en dues tribunes més les del planol adjunt, dibuixa sobre el mateix plànol a on les posaries. Justifica la teva resposta.

Si una entrada a la tribuna F val 60 euros, quant hauria de costar una entrada a les tribunes que tu has posat? Justifica la resposta.

Fes una estimació del temps que es trigaria:

a) En dibuixar, a escala, el mapa del circuit, partint de la realitat, no d'un altre plànol. b) En construir tot el complex de Montmeló. c) Construcció de les tribunes. d) Construcció del que és la pista. e) Elaborar el projecte per part dels arquitectes.

Fig. 3.2.3 La 3a situació de la prova diagnòstica

Objectius associats a la situació 3:

Escriure una argumentació emprant raonaments matemàtics.

Saber explicar i raonar.

Identificar les variables que intervenen a la situació, els angles de visió .

Mostrar consciència de la relació entre les matemàtiques i el món real.

Mantenir claredat i consistència en el procés matemàtiques-problema real. No perd de vista el problema respecte l'idea matemàtica.

Fer estimacions raonades dels cost de les entrades.

La 4ª situació

Pensant en els Projectes

Les activitats anteriors sobre les que has pensat una mica al respondre a les qüestions ens poden suggerir diferents idees de projectes. Digues dues possibles idees per fer projectes que se't puguin acudir a partir d'alguna de les activitats anteriors.

Per exemple de la primera activitat se'ns podria acudir:

- Estudi de la velocitat del xut de Riquelme o de Roberto Carlos.
- Estudi sobre quan s'espera que es superi l'actual record de la prova de la Maraton.

A partir de la segona activitat, *Les tarifes de Jazztel*

A partir de la tercera activitat, *El circuit de Montmeló*

Digues dues possibles idees per fer projectes que se't puguin acudir a partir d'alguna de les activitats anteriors.

Fig. 3.2.4 La 4a situació de la prova diagnòstica

L'objectiu que es pretén és conèixer si l'alumne és capaç de:

Ser Imaginatiu i creatiu.

Establir relació entre matemàtica i realitat.

Formular-se preguntes a partir de les informacions rebudes.

Interpretar correctament una situació d'acord amb les variables de cert problema.

Generació i selecció d'idees.

Comunicació correcte de les idees seleccionades i generades.

A continuació mostrem com s'ha fet per assignar un valor a cada resposta de la prova.

3.3 Procés de codificació i baremació

Per cada qüestió de la prova hem establert diferents categories de respostes i a cada categoria se li ha assignat un barem i un codi. A la taula següent es mostra com exemple el que s'ha fet per a la pregunta 1.1.

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Dona argumentació absurda o errònia o sense basar-se en l'augment de les quantitats	Era previsible que saltés 7,5 metres perquè sempre rondava les mateixes puntuacions. - He fet la mitjana i és 8,25.	0
2	Argumentació de que no es pot saber perquè no hi ha una diferència constant.	No sé com ho he de fer ... - No es podrà saber. - La diferència és diferent	0
3	Argumenta raonablement una quantitat sense parlar de les diferències.	Saltarà 8 m i escaig i menys de 8,95	1
4	Diu que ha de ser més gran, o bé dóna una quantitat raonablement més gran (no superior a 8,75) sense explicacions de l'augment o bé una explicació d'augment errònia	Es preveia que augmentés 8,60	1
5	Argumentació fixant-se en l'augment progressiu amb alguna equivocació (no explicitat)		2
6	Argumenta bé donant una quantitat més gran basant-se en coneixements d'atletisme	8,62 perquè és una mica més de 8,56	2
7	Raona basant-se en les dades numèriques per algun tipus de diferència. Tot i dir que pot ser 8,98 que és absurd.	8,70 perquè al 97 va fer 7,87 i al 99 8,56	2
8	Explicita argumentació basada en l'aproximació de les dades i justificant amb certa precisió que no pot ser mot més que el rècord mundial, que veu la correlació.	Ell acostuma a pujar de 30 cm a 40 cm cada any .. per tant 8,70 0 8,80m	3

Fig 3.3.1 Exemple de codificació de respostes

Els codis anteriors serveixen per poder donar-li tractament informàtic a l'obtenció de resultats, de manera que es pugui establir relació amb unes capacitats i habilitats determinades i no amb unes altres.

A continuació mostrem com hem establert una relació entre competències i prova diagnòstica. Vegem-ho amb un exemple (figura 3.3.2). Suposem que a la pregunta 1 de la situació 1 que és la de la taula anterior, un alumne ha donat

una resposta de codi 3, això significa que tal com es veu al quadre de relacions adjunt, aquest tipus de resposta està relacionada amb la competència de pensament i raonament matemàtic ja que el descriptor és *Reconèixer informacions que es dedueixen d'altres* i per tant li sumarem un punt en aquesta competència.

Competència pensament i raonament matemàtic		Codis de resposta associats a cada pregunta		
Identificadors	descriptors	1.1	1.2.a	1.2.b
1.-Plantejar qüestions matemàtiques				
2.-Compren i manipula les limitacions i l'abast de conceptes donats	Reconèixer informacions que es dedueixen d'altres	3,4,5,6,7,8		
	Identificar les diferents variables que intervenen			
	Saber esbrinar les relacions que es donen entre les diferents variables que intervenen en una determinada situació			
3.-Extensió de l'abast d'un concepte per abstracció d'algunes de les seves propietats				
4.-Distinció entre diferents tipus d'enunciats matemàtics	Anàlisi crítica de les informacions		4,5,6,7	4,5,6,7
5.-Comprendre i avaluar arguments encadenats posats per altres	Saber seleccionar informació útil de diverses informacions	3,4,5,6,7,8	4,5,6,7	4,5,6,7

Fig. 3.3.2 Identificadors, descriptors de la competència en pensament i raonament matemàtic associats a la pregunta 1

A partir d'aquí, es fa un recompte de punts de cada competència de cadascun dels alumnes. Per això hem dissenyat una base de dades. Per obtenir els resultats s'ha d'introduir les dades personals dels alumnes i els codis que corresponen a cada tipus de resposta. A partir d'aquestes s'assigna la puntuació corresponent.

3.4 Aplicació a una mostra i anàlisi de resultats

La prova s'ha aplicat al conjunt d'alumnes de la mostra de 2n 3r i 4t d'ESO. En general les capacitats que mostren els alumnes estan en un nivell de desenvolupament baix, les mitjanes es troben per sota de cinc. Això es pot observar a la taula següent.

Grup de competències	2n d'ESO		3r d'ESO		4t d'ESO		Rep 4t	
	x	σ	x	σ	x	σ	x	σ
Pensament i raonament matemàtic	2,83	1,37	3,08	1,23	3,91	0,73	2,46	0,65
Posar i resoldre problemes i modelitzar	2,52	1,52	2,85	1,26	3,35	1,07	1,93	0,76
Comunicació d'idees matemàtiques	2,44	1,47	2,51	1,22	3.22	0,84	1,88	0,76

Fig. 3.4.1Resultats prova diagnòstica

Els alumnes repetidors de 4t mostren unes mancances importants i el seu nivell de desenvolupament de les capacitats que considerem estan per sota dels alumnes de 2n. Deixant de banda aquest grup d'alumnes en la resta s'observa que totes les capacitats milloren amb l'edat. Al mateix temps amb l'edat la dispersió va disminuint. Aquestes observacions ens fan pensar que de manera natural hi ha un desenvolupament lleuger d'aquestes capacitats. Si observem amb més detall els resultats dels alumnes de 2n podem adonar-nos de que la capacitat més desenvolupada és la de comunicar idees matemàtiques. Mentres que la que els hi costa més és la d'argumentació, raonament i anàlisi crítica de les informacions.

2n d'ESO N=41	Pensament i raonament matemàtic	Posar i resoldre problemes i modelitzar	Comunicació d'idees matemàtiques	Global
Mitjana	2,83	2,52	2,44	2,44
Mediana	2,89	2,45	2,16	2,44
Desv. tipus	1,37	1,52	1,47	1,42
min.	0,49	0,00	0,00	0,30
MAX.	5,37	6,53	5,91	5,94
Q1	1,83	1,43	1,36	1,46
Q3	3,88	3,62	3,41	3,54

Fig. 3.4.2 Resultats prova diagnòstica de 2n d'ESO

Els alumnes de 3r també destaquen per tenir més desenvolupades les capacitats de reconèixer les variables que intervenen en una situació i les que menys desenvolupades la de raonar i fer anàlisi crítica de les informacions i la de planificar i actuar amb coherència. El valor mínim de totes les variables és zero segurament perquè no s'ho han pres amb la seriositat que requeria.

3r d'ESO N=60	Pensament i raonament matemàtic	Posar i resoldre problemes i modelitzar	Comunicar idees matemàtiques	Global
Mitjana	3,08	2,85	2,51	2,81
Mediana	3,09	3,06	2,73	2,93
Desv. tipus	1,23	1,26	1,22	1,19
min.	0,00	0,00	0,00	0,00
MAX.	5,45	4,90	4,77	4,96
Q1	2,52	2,04	1,82	2,28
Q3	3,86	3,67	3,41	3,65

Fig.3.4.3 Resultats prova diagnòstica 3r d'ESO

Els alumnes de 4t han mostrat més desenvolupades les mateixes capacitats que els de 2n i 3r. La que menys desenvolupada la de Comunicació d'idees matemàtiques. Observant els valors de la mitjana, mediana, Q1, i Q3 es veu que en conjunt les dades segueixen una distribució força normal.

4t d'ESO N=22	Pens. i raon	Posar i resol prob. modelitzar	Comunicació	Global
Mitjana	3,91	3,35	3,22	3,49
Mediana	3,86	3,27	3,18	3,44
Desv. tipus	0,73	1,07	0,84	0,80
min.	2,76	1,63	2,05	2,32
MAX.	6,02	5,71	5,45	5,52
Q1	3,39	2,70	2,73	3,02
Q3	4,15	3,83	3,41	3,81

Fig.3.4.4 Resultats prova diagnòstica 4t d'ESO

El nivell de desenvolupament de les capacitats dels alumnes del grup de repetidors de 4t d'ESO estan per sota de les mitjanes de les de 2n. A on mostren un nivell més elevat és la de pensament i raonament matemàtic i la que menys nivell en tenen és a la de posar i resoldre problemes i modelitzar. Per una altra banda la σ en la majoria de casos és més petita que en els altres grups el que ve a confirmar la homogeneïtat del grup.

Grup repetidors 4t d'ESO. N=11	Pens. i raon	Posar i resol prob. modelitzar	Comunicació	Global
Mitjana	2,46	1,93	1,88	2,09
Mediana	2,28	2,24	1,82	2,14
Desv. tipus	0,65	0,76	0,76	0,66
min.	1,54	0,41	0,91	0,95
MAX.	3,58	3,06	3,64	3,22
Q1	2,07	1,53	1,48	1,84
Q3	2,68	2,45	2,27	2,32

Fig. 3.4.5 Resultats prova diagnòstica repetidors 4t d'ESO

A partir dels resultats podem apreciar el fet de que la dispersió es va reduint a mida que l'edat augmenta. A més es veu que aquesta reducció és deguda a que pugen els valors mínims i els màxims pràcticament continuen igual. Aquest valor màxim és en tots els casos pràcticament el mateix el que passa és que pugen els valors al voltant de 4 o 5. D'això en deduïm que si bé hi ha un desenvolupament natural d'aquestes capacitats, aquest té un límit, un sostre que no es supera. És de suposar que si es treballessin activitats del tipus projecte el nivell de desenvolupament d'aquestes capacitats augmentaria. A

l'annex C es mostren els histogrames corresponents que visualitzen millor els comentaris corresponents.

3.5 Algunes conclusions sobre la prova inicial

La prova es mostra vàlida com avaluació inicial doncs els resultats són els que s'esperaven i molt coherents entre ells.

En general totes les competències tenen un nivell de desenvolupament molt baix. Segurament perquè els alumnes no estan habituats a enfrontar-se amb aquest tipus d'exigències, ja que no són les que es treballen habitualment a les aules.

En tots els nivells la competència que presenta més dificultats és la de comunicació d'idees matemàtiques, seguida de la de posar i resoldre problemes i construir models i la que presenta millors nivells és la de pensament i raonament matemàtic. Per tant es pot preveure que a l'hora de realitzar els projectes els alumnes trobaràn les principals dificultats en aquests aspectes i haurem de preveure-les planificant les ajudes que caldrà per superar-les. Aquestes dificultats són més grans en els alumnes de menys edat és a dir en els de 2n i es milloren a cada curs. En canvi amb els que repeteixen 4t presenten unes dificultats tant grans o més que els de 2n.

El grup de repetidors de 4t és força homogeni amb un nivell de desenvolupament de les capacitats observades per sota dels alumnes de 2n. Sembla raonable i coherent.

Hi ha un desenvolupament natural de totes les capacitats, algun alumne de 2n l'assoleix aviat altres els hi costa més, però hi ha un nivell màxim similar a segon que a quart, que no es supera. Aquest desenvolupament natural el que fa és pujar els nivells mínims però no superar els màxims ja fixats des de 2n. És de suposar que amb una tasca educativa podria fer pujar-los.

Creiem que els projectes matemàtics poden ser unes d'aquestes activitats que poden preparar als alumnes a desenvolupar millor les seves competències en matemàtiques.

Capítol 4

Desenvolupament de projectes

A continuació s'exposa els projectes des la vessant de l'anàlisi de la realitat del procés que se segueix. Es mostra com s'organitza el treball i com es controla. S'analitza com els projectes segueixen el procés de modelització. Es fa una classificació dels temes que apareixen als projectes. Finalment mostrem algunes observacions i les dificultats que es troben els alumnes en escriure la memòria del seu treball.

4.1 Organització del treball

Els alumnes, per parelles, realitzen un o dos projectes a l'any en els dos primers trimestres. Normalment, les parelles les decideixen ells mateixos i trien un projecte que per la seva amplitud i la seva complexitat s'adequiï a les seves caacitats i interessos. La realització del projecte dura entre 4 i 6 setmanes i inclou l'elaboració d'una memòria i la presentació oral als seus companys de classe.

Els projectes proposats es distribueixen entre les parelles del grup, el que presenta l'avantatge de que s'enriqueix la discussió i l'aportació d'idees, s'aprèn a treballar en equip i es compensa la falta d'iniciatives que es pot donar en alguns casos. De fet, l'alumnat no s'entusiasma amb les propostes dels treballs dels que no sap res, o ells creuen que són complexos o que no controla el problema. El paper del docent ha de ser el d'ajudar a l'alumnat durant la realització per evitar que es quedin atascats. Aquesta ajuda pot ser desigual, depenen de la complexitat del propi projecte i de les dificultat que sorgeixin al

llarg de la seva realització. S'ha d'assegurar que tots els alumnes arriben a un final acceptable.

Per portar a la pràctica un projecte tenim en compte el següent esquema organitzatiu per fases:

a) Presentació de l'activitat. Es dedica una hora de classe a presentar aquesta activitat. A cada parella se'ls lliure uns fulls amb la presentació d'uns projectes amb la finalitat de que suggerir-lis idees. Cada parella triarà un dels de la llista o proposaran canvis sobre el que es diu al full o en proposaran un que els interessa amb ells. També se'ls hi dona els criteris d'avaluació i un altre amb les normes de l'activitat, terminis, seguiment, com presentar-ho, on trobar ajuda etc.

b) Seguiment. S'estableix un mecanisme que sigui viable d'entrevistes i consultes. Pot dedicar-se algun dia de classe per fer consultes o bé al final de la jornada. Quan falten 15 dies per lliurar el treball es fixarà un dia de classe on es portarà contestat un qüestionari de seguiment per que el professorat pugui controlar el treball realitzat fins aleshores. La finalitat és que el professor pugui donar orientacions i ajudes abans de que els alumnes el donin per acabat.

c) Presentació de la memòria. En general, l'alumnat sol presentar els projectes en forma de dossier amb la següent estructura: introducció, desenvolupament, conclusions, fonts d'informació. Tot i així procurem suggerir altres formes de presentar-ho: pòsters, muntatges audiovisuals, vídeos, construcció de maquetes si és el cas, fotografies de les seves observacions, etc.. Es suficient que se'ls proposi per a que alguns prefereixin buscar alternatives al dossier. És una manera d'estimular la creativitat i d'interessar-lis en l'activitat.

d) Exposició oral. Els alumnes completen el seu treball exposant-lo als seus companys de classe. Ho fan amb el suport d'un programa de presentacions i fent servir el canó de llum. Aquest suport els hi dóna moltes possibilitats. En general mostren moltes dificultats ja que no tenen gaire pràctica de fer-ho i a

les dificultats matemàtiques s'hi afegeixen les inseguretats pròpies de l'edat. El que es pretén és que emprin la terminologia matemàtica adient, que sàpiguen ressaltar el que és important del que és secundari, que argumentin fent servir el raonament matemàtic, que expliquin com han identificat els elements matemàtics a la realitat, com descodifiquen els diferents tipus de llenguatge que intervenen.

Normalment una qüestió que preocupa a l'alumnat és l'extensió, en especial els que opten pel dossier. En aquesta qüestió s'insisteix que no es tracta de copiar res de cap enciclopèdia, sinó que es tracta bàsicament d'un treball personal que no ha de resultar excessivament llarg. Orientativament podem dir que 4 ó 5 fulls poden ser suficients en la majoria de casos per recollir el cos principal de resultats, als que es poden afegir com annexos alguns fulls més amb dades i informacions gràfiques associades.

4.2 Seguiment del treball

Un aspecte novedòs dels projectes que realitzem és el protagonisme que se li dona a l'alumne. Però aquesta autonomia ha d'anar acompanyada d'un seguiment del professorat. Aquest seguiment és especialment important en determinats moments del procés de realització dels projectes.

El primer moment important del seguiment és en el procés que segueixen els alumnes per concretar el seu tema i definir els seus problemes. Això no s'aconsegueix d'una manera immediata. El professor lliura als alumnes un llistat amb temes que els puguin interessar. A partir d'aquí els alumnes poden seguir aquests suggeriments, modificar-los i/o adaptar-los a la seu gust o bé proposar-ne de nous. Això requereix temps per parlar i sobre tot escoltar el que diuen els alumnes, el que els hi interessa. Una vegada s'ha definit el tema i els problemes en els que centraran el treball es posa per escrit i es guarden una còpia alumnes i professor.

Un segon moment a on cal el seguiment del professor és per començar a analitzar el problema de la realitat que es plantegen des de la perspectiva de la matemàtica. El grau d'implicació del professor dependrà del tipus de projecte i d'alumnes. Normalment els alumnes de 1r cicle tenen dificultats. En aquest moment és important que el professor ajudi als alumnes a veure aquesta relació matemàtiques realitat, sense que els hi digui directament i respectant els interessos i les orientacions que els alumnes donin al seu treball. A partir d'aquí els alumnes poden actuar amb autonomia.

Un tercer moment que considerem important en aquest procés és quan ja han fet el treball en brut, és a dir, tenen les dades recollides, les mesures realitzades, els càlculs fets i han començat a extreure conclusions. Aleshores fem una entrevista estructurada per veure que el treball està ben fet, que no s'han plantejat coses ni massa simples ni massa complexes, que treuen profit al treball realitzat i que saben acabar-ho. Aquesta entrevista es pot fer en una o dues hores de classe. Els alumnes es presenten a l'entrevista amb l'enquesta de seguiment contestada. Aquesta enquesta es pot veure a l'annex D.

Finalment, els alumnes lliuren el treball i fan la presentació oral als seus companys de classe. Tant l'un com l'altre, treball i presentació, seran avaluats. Nosaltres en aquest estudi ens centrem en la memòria del seu treball i no en la presentació oral.

La manera com seran avaluats se'ls explica al començament de l'activitat. A l'avaluació diferenciem els aspectes: disseny global, contingut matemàtic, claredat en la comunicació, l'actitud i la valoració global del treball que fan. Dintre de cada un d'aquests aspectes es diferencien alguns apartats. Cada un d'ells s'avalua amb les lletres A,B,C,D. Entenen que la A significa molt ben plantejat i resolt, B ben plantejat, C amb certes deficiències, D desenvolupament molt dèbil. D'aquesta manera es vol fer una avaluació amb una visió amplia del treball, reforçar els aspectes positius del treball i recordar que és el que s'ha de millorar. No perdem de vista que es treballa amb la perspectiva d'un cicle i que en altres crèdits pot tornar a fer projectes a on es podrà observar la seva evolució. A l'annex D es pot veure el full d'avaluació.

4.3 Procés de modelització

Ja hem vist que els projectes no pretenen ser una activitat d'aplicació matemàtica. Pretén que l'alumne sigui capaç de construir un model que representi i expliqui la situació real sobre la que treballem. Ara bé construir models és una activitat difícil de fer, alguns ho consideren un art perquè no és simplement l'aplicació d'una sèrie d'habilitats sinó d'experiència i d'intuïció. No és un procés trivial doncs les habilitats necessàries per fer projectes prenen temps en adquirir-les. Les principals dificultats que troben els estudiants són que es tracta d'activitats obertes perquè no estan clares ni les dades que donen ni el que demana concretament, sembla com si estiguessin mal formulats,

Per comprendre aquest model podem diferenciar tres etapes, la de gestació, formulació i simulació. L'etapa de gestació es refereix a les activitats que es fan abans de començar a formular el model, el que ens proposem es veu com una nebulosa. Per avançar cal reunir molta informació sobre la situació que estudiem, és important saber com funciona el sistema que considerem i familiaritzar-se amb el conjunt del context del problema, S'ha de seleccionar les dades rellevants entre totes les possibles que hi ha. En aquesta etapa intuició i experiència juguen un paper important.

La segona etapa, de formulació consisteix en trobar les relacions entre les variables seleccionades, restriccions en alguns valors, es quan s'ha de definir matemàticament el problema i es resol trobant la solució, intentant evitar resoldre sol un cas concret. Es busquen les solucions en la seva expresió més general possible.

L'etapa de simulació és quan es comprova la validesa de la solució trobada i s'avaluen les prediccions que fa el model.

L'anàlisi que hem realitzat ens porta a mostrar que el procés complet de modelització segueix un esquema més complex amb 16 passos, on cada grup

no passa per tots ells. L'ordre de les caselles és una manera de reconèixer l'esquema de Mason explicat al capítol 2. Alguns estudiants salten parts d'aquest procés. Això ho hem indicat per mitjà de línies alternatives en el quadre següent:

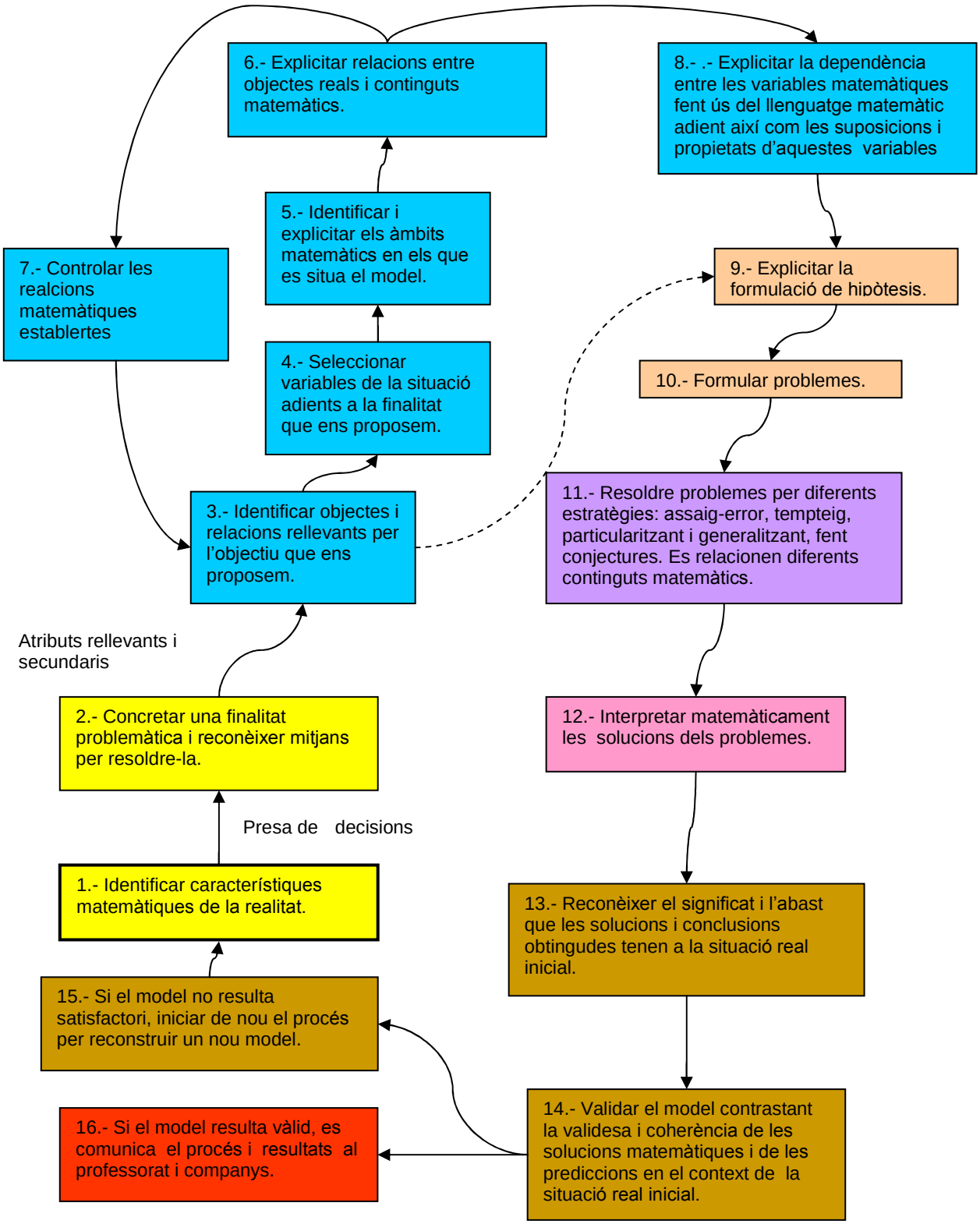


Figura 4.3.2. Esquema del procés de modelització

Tot i que s'ha mostrat com un cicle, no s'ha d'entendre que la seva aplicació pràctica segueixi un procés lineal sinó que va anant del món real al món matemàtic diferents vegades, la seqüència pot avançar o retrocedir tantes vegades com convingui i l'ordre en que es passi d'una acció a l'altre tampoc segueix una seqüència preestablerta.

El procés s'inicia, com s'indica a la casella 1 ressaltada, identificant característiques de la realitat que serà modelada. Aquesta ha de ser propera i coneguda pels que van a modelar. Per exemple dues noies de 2n d'ESO es proposen de fer un projecte sobre el bar de l'institut. Les possibilitats matemàtiques del tema que hem establert, després d'algunes converses, són l'ordenació de l'espai i el disseny de les taules per aconseguir que hi càpiguen el màxim nombre de gent.

Han concretat les seves finalitats (casella 2 de l'esquema) en forma de preguntes com:

- *De quina manera hem de col·locar les taules per aprofitar més l'espai del bar de manera que hi càpiga més gent?*

- *De quina manera hi cap més gent en una taula tenint la mateixa àrea, de forma rectangular o rodona?*

- *Si posem les taules de forma rodona hi cabrà més gent aprofitant el mateix espai d'ara?*

Han identificat alguns objectes i relacions importants pel seu objectiu (casella 3). Que la grandària del bar així com els tamanys i les formes de les taules estan relacionades amb la quantitat de gent que hi pot dinar simultàniament. Elles contrastaran les formes rectangulars actuals amb les circulars de diferents tamanys.

Han seleccionat les variables que intervenen en el seu problema (casella 4). El tamany de la taula dependrà del nombre de persones que vulguem posar-hi .

Caldrà saber l'espai que necessita una persona a la taula, l'espai que ocupa la cadira així com el que necessita per poder seure,

Explicitaran les relacions entre objectes reals i els continguts matemàtics (casella 6). En aquest cas se'n adonen de que per estudiar la seva taula han treballar amb els seus coneixements sobre el cercle.

Expliciten la dependència entre les variables matemàtiques (casella 8) Per fixar el tamany de les taules necessiten saber l'espai que necessita una persona a la taula per dinar. Han fet algunes proves i han decidit fixar-lo en 55 cm Per definir el tamany de la taula circular ho faran a partir del radi. Si volen posar 8 persones escriuen que la longitud serà 55 x 8 i a partir d'aquí saben trobar que el radi de la taula ha de ser de 70,064 cm

També, fent diferents proves han determinat que l'espai que es necessita per a poder seure o aixecar-se a una cadira posada al voltant de la taula és de 40 cm.

També expliciten que l'espai del bar a on posaran les taules és rectangular i les seves dimensions són de 8,7 x 5,3 metres. A més també han decidit que han de deixar una separació d'un metre entre la barra i les taules preveient que hi haurà gent que pugui venir a consumir a la barra.

Expliciten una hipòtesis (casella 9) tot i que de la manera que ho fan no és matemàticament correcte.

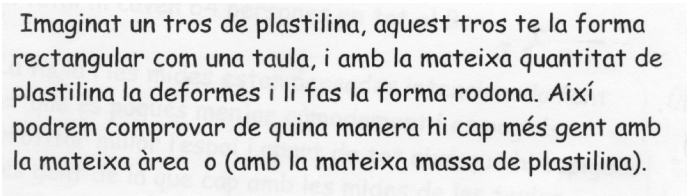


Fig.4.3.3 Hipòtesis plantejada al projecte

A la formulació del problema (casella 10) s'espera que els alumnes expressin el que volen estudiar amb les matemàtiques com quin és el màxim/mínim…., com varien formes, dimensions etc.…En el nostre cas després de parlar sobre el tema formulen el seu problema en els següents termes:

Nosaltres volíem que en una altra forma hi càpigues més gent i podries aprofitar més l'espai i clar hem de saber quantes taules hi posaríem i de quina mida serien les taules i a més quantes persones cabrien.

Resolen el problema (casella 11). És a dir donen solucions als problemes que es plantegen. Les nostres alumnes calculen les dimensions de la taula per que hi càpiguen 6 persones per taula. En aquest cas no hi ha cap generalització en la solució que proposen.

Interpretant les solucions del problema (casella12). Amb aquestes dades arriben a la conclusió de que hi cabran 3 columnes de 4 taules cada una.

Finalment reconeixen el significat i abast que les solucions obtingudes tenen a la situació real inicial (casella 13). Si un dels costats del bar fa 8,7 metres i cada taula ocupa 179,02 cm per trobar a solució ha fet 179,02 x 5 = 895,1 és a dir que li fata 15 cm per poder posar 5 taules a la columna. I fa el següent raonament

- *Ens faltaria 15 cm per posar 5 taules*
- *Traurien 1,5 cm de cada cantó i no es notaria*

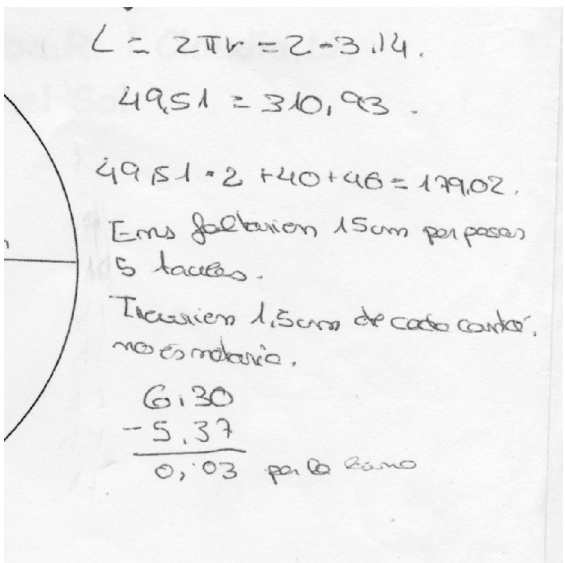


Fig. 4.3.4 Interpretació de la solució

També revisen la solució del nombre de columnes Si cada taula fa 179,02 i posem 3 columnes fan un total de 5,37 com que l'espai del que disposa és de 5,30 fa la resta 6,30-5,37 per calcular l'espai que li quedarà per la barra. Com que s'equivoquen al fer la resta el resultat que obtenen no és correcte, però han mostrat preocupació per reconèixer el significat de les solucions.

Finalment comuniquen per escrit el projecte que s'han plantejat i els resultats que han obtingut al professorat amb el dossier i oralment als seus companys i professorat. D'aquesta manera s'acaba l'activitat. (casella16).

En el cas que analitzem no han passat per les caselles 5, 7, 14 i 15. La casella 5 es refereix a fer explícit els àmbits matemàtics en els que es situa el model, estadístic, geomètric, algebraic… o la combinació d'aquests àmbits i com es relacionen. En el cas que hem analitzat és tracta d'un àmbit geomètric.

La casella 7 es refereix a controlar les relacions matemàtiques establertes, és a dir revisar en el seu conjunt que les relacions que hem previst resultin coherents en el cas real que analitzem. En el nostre cas no ho han fet perquè no s'han adonat de la relació entre les dimensions de les taules i l'espai del bar. Però podien haver-se adonat de que encara que treballessin amb taules rodones el problema el podien abordar amb quadrats perquè en definitiva el recobriment de l'espai del bar destinat a taules es fa amb quadrats. Haurien d'haver trobat les relacions entre el quadrats i les dimensions de les taules. En definitiva el que s'espera que es faci en aquest apartat és una reflexió aprofundida del problema que tracten i es preparin per a una generalització de les solucions que volen trobar.
La casella 14 es refereix a un aspecte molt important quan es construeix un model com és la seva validació. En el procés de construcció del model segurament s'han ajustat elements que intervenen en la realitat, s'han simplificat relacions, s'han fixat alguns valors, i s'han restringit el d'altres. Tot això per simplificar el procés és legítim però s'ha de ser prudent ja que pot ser que les alteracions siguin tan grans que el model que es construeix ja no respon a la situació inicial. Per tant és fa imprescindible aquesta validació analitzant les solucions, i les prediccions que es puguin fer que resultin coherents en el context real en el que treballem.

Finalment si es descobreix que el model obtingut no resulta útil a la nostre situació caldrà refer-lo tenint cura dels ajustos, simplificacions i restriccions que s'hagin fet. Això és el que correspon a la casella 15.

4.4 Els temes

Durant els anys que anem fent projectes hem recollit una col·lecció de 164 treballs. Les temàtiques són, realment, molt variades i els graus de dificultat també tot i que aquesta és una idea relativa, ja que un projecte per unes persones pot resultar difícil i per altres no, com passa sovint amb les activitats matemàtiques. Creiem que el criteri important a tenir present per preveure l'èxit o les dificultats que es puguin presentar és el grau de proximitat amb l'alumne, és a dir els coneixements previs que l'alumne tingui d'aquella temàtica. No ens referim als coneixements matemàtics sinó als diferents àmbits en el que desenvolupa la seva vida quotidiana. Un alumne que practiqui atletisme coneixerà bé la pista i sabrà reconèixer la importància i l'interès de plantejar-se determinades qüestions sobre ella com per exemple per què els atletes no estan alineats a les sortides de les curses superiors als 100 m i perquè ho fan a la distància que ho fan. Les curses, les competicions o l'estadi mateix són font important de temes interessants per fer projectes. Normalment els projectes que surten molt bé són els que proposen els mateixos alumnes perquè tenen alguna qüestió que els agrada o els preocupa molt.

Així hem diferenciat tres nivells de proximitat a l'entorn de coneixements de l'alumne. Per nivell 1 ens referim als temes que són molt propers a l'alumne i per nivell 3 als que són més llunyans. Dintre de cada nivell hem agrupat els temes per afinitats.

En el nivell 1 hem considerat tres blocs, un per afeccions, un altre per qüestions quotidianes i un altre per qüestions socials. A continuació donem els temes que han donat per fer projectes.

Afeccions	Qüestions quotidianes	Qüestions socials
Esports El Manga Motos Discoteques Jocs de rol Star Wars La bicicleta	Les motxilles escolars Tabac, alcohol i drogues Els telèfons mòbils Els ordinadors Mans i mides	L'Institut i el seu entorn Regulació semafòrica d'una cruïlla. Els adolescents Estudis sobre la població de Vilassar

Fig.4.3.1 Classificació de projectes al primer nivell de proximitat

En el nivell 2 de situacions viscudes però no molt properes hem considerat tres blocs, un per qüestions urbanes, un altre per per serveis a la població, i un altre per qüestions econòmiques.

Qüestions urbanes	Situacions associades a serveis a la població	Situacions d'àmbit econòmic
La zona de vianants del poble L'entorn de l'Institut La pintura del carrer Enrajolats del carrer El C/ St Joan de Vilassar Mirar Vilassar amb ulls matemàtics Els grafitis de Vilassar La Torre de'n Nadal	La premsa i revistes a Vilassar El PaP a Vilassar Les grans superfícies El parc de les aus El circuit de Catalunya	L'euro El cost de l'electricitat, aigua, telèfon, El preu dels productes de mercat La publicitat Comparació de viatjar amb bitllet de Renfe o de l'ATM Organitzar unes vacances Organitzar un viatge per Espanya, Europa…

Fig. 4.3.2 Classificació de projectes al 2n nivell de proximitat

En el nivell 3 hem considerat tres blocs, un per qüestions socials, un altre per qüestions urbanes i un altre per qüestions econòmiques.

Temes socials	Temes urbans	Temes econòmics
La ciutat ideal Del camp a la ciutat El Parlament de Catalunya Quant s'estalvia amb el canvi horari de primavera i tardor El rellotge de sol Pastissos i cultures	Les antenes Els hospitals Disseny d'un parking El Bus de Vilassar Les rotondes de Vilassar Estan ben situades les farmàcies del poble?	Els codis (barres, DNI, …) L'aprofitament dels empaquetaments Les llaunes de conserves Mesurar i medir Vols econòmics Fem samarretes

Fig. 4.3.3 Classificació de projectes al 3r nivell de proximitat

Una altra qüestió que pot interessar és la matemàtica que intervé en els projectes. Ja hem dit que als projectes no intervé únicament un sol tema de

matemàtiques però sí que podríem reconèixer un que predomina. Els temes matemàtics que més predominen són la mesura, l'estadística i la proporcionalitat. En un segon terme apareixen elements de càlcul aritmètic, la dependència funcional, la geometria i la trigonometria. Apareixen molt poc la combinatòria i les relacions mètriques en triangles.

4.5 Observacions i dificultats sobre la memòria dels projectes

En acabar el treball els alumnes han de presentar una memòria que mostri tot el que ells han fet. L'elaboració d'aquesta memòria presenta certes dificultats que s'han de tenir present perquè no podem pretendre que els alumnes ho facin bé sense que els haguem ensenyat.

A la memòria ha d'haver una introducció al que s'ha fet que ens presenti els trets característics del que s'elabora. Al primer cicle els alumnes mostren unes dificultats per fer una bona introducció que disminueixen al 2n cicle a on hem pogut trobar estudiants que són capaços de fer bones presentacions amb l'ajuda de pares i docent. Un bon exemple seria el que mostrem a continuació:

Text de l'alumne	Aspecte que significa
En aquest treball presentarem una proposta per millorar la circulació d'automòbils	Presentació del problema amb frase típica
Dels carrers que envolten el mercat C/Narcís Monturiol, C/ Picasso, C/ Mn Joan Rebull i Avinguda Montevideo	Localització precisa i particularització
Consisteix en construir un pàrking a la plaça Ventura Gassol però abans d'arribar a aquesta proposta cal fer una sèrie d'estudis	Motivació i interès del problema real. Presentació de la planificació
De la gent que hi viu per la zona *De la quantitat de places de cotxes que hi ha,* *El trànsit que acumula haver d'aparcar en aquests carrers. Quina seria la millor manera d'aparcar els cotxes tenint en compte com són els carrers.*	Especificació dels subproblemes i objectius.

Quin benefici treu l'Ajuntament, quant costa tenir el cotxe aparcat, la quantitat de botigues que atreuen a la gent i els camions que van al mercat. ..entre altres coses és el que presentem a continuació	Control d'algunes variables
Després d'aquests estudis veurem el disseny d'un pàrking que podria solucionar part del soroll, la pol·lució i el trànsit d'aquesta zona.	Frase típica de cloenda. Lligam amb altres aplicacions del cas estudiat. Torna a relacionar amb un problema sobre el món real per donar-li acabament.

Figura Introducció d'un estudi de Mariona i Marta. Un aparcament, 3r d'ESO, 1999

És ben difícil que uns alumnes facin una bona introducció tot sols. En general, l'espontaneïtat els fa perdre de vista l'objectiu del treball.

Durant aquest curs... En aquest projecte "L'entorn de l'institut", hem aplicat coneixements i d'altres... L'actual treball està dividit en tres parts... A més hem afegit... un diari... Tota la feina realitzada a les darreres setmana, es pot veure a continuació. (Diana i Cristina, 3r d'ESO)

Una vegada els alumnes han seleccionat el seu tema per fer el projecte ve una de les parts més difícils del treball que és saber reconèixer preguntes clau que orientin el procés que han de desenvolupar. Aquest reconeixement de preguntes clau és un dels objectius de millora al llarg dels dos Cicles de l'ESO. No ens ha d'estranyar que fins 3r o 4t no s'assoleixi una "profunditat" de treball i presentació, amb expressió acurada. No oblidem que l'alumnat no està acostumat a escriure en matemàtiques. És important reflectir les comparacions entre els subproblemes abordats tot reconeixent els trets comuns, que formen "el gran problema del projecte".

Un dels conflictes de no definir bé un problema és que sovint el que succeeix és que no s'explica el que es fa en termes de resolució del problema base del projecte. Així en un projecte sobre empaquetaments, els alumnes diuen *"en les dues caixes tot està igual, menys en la primera que hi ha menys caixa, perquè*

és més quadrada". A més de confondre resultat amb raonament, no s'explica que el que s'està fent és comparar dues situacions rectangulars.

Cal considerar també que el treball que es presenta no sigui una acumulació d'accions. Així, un bon desenvolupament matemàtic perd força sentit si no s'explica tot perquè es fa.

En el desenvolupament d'un bon treball s'han de separar els problemes i tractar-los analitzant les variables que hi intervenen a cada un, fent-se conscient de la presa de decisions associada. Així en un projecte sobre aparcament a 3r d'ESO, els alumnes presenten possibles formes d'aparcar, però finalment decideixen una d'elles, sense explicar matemàticament per què s'escull aquesta, la qual cosa es podria haver fet i hagués representat un altre estudi.

El treball ha de mantenir una coherència, independentment que hi pugui haver descripcions parcials brillants. No s'ha de fer una descripció exhaustiva, si aquesta fa perdre el fil general.

Cal reconèixer l'ordre lògic de les explicacions que, de vegades, no té per què coincidir amb el decurs del temps. El més normal seria començar per haver enunciat el problema a l'inici i aleshores definir quin cas s'estudiarà. No és només posar un subtítol, tot i que això ajuda.

Els càlculs han de permetre fer anàlisi de situacions que surtin de l'estrictament matemàtic i resolguin el problema real plantejat. Així al projecte de situar una nova farmàcia al poble no pot dir una posició que quedi per exemple dins una riera, ja que la solució és absurda. Cal trobar la millor solució real possible amb les matemàtiques com a eina.

A les anàlisi és bo tenir cura de fer servir expressions del tipus "ens ha sobtat...", "hem vist...", "vam quedar sorpresos del fet que ...." i és important fer constar els instruments utilitzats de forma natural ".. per això hem necessitat un cronòmetre..."

No es pot avançar un resultat general que requereixi, almenys, enumeració de casos, a partir d'un cas particular.

Cal desenvolupar i promoure la presentació de treballs amb a presència i ús de l'ordinador, però ha d'estar ben aprofitat, no només com a màquina d'escriure, sinó per posar gràfiques, posar colors, si cal, etc.. Per buscar patrons i models, per buscar relacions, estudiar la geometria amb programes adients. Per buscar informació a la xarxa. Les representacions visuals han d'acompanyar el fil del treball i no només servir per il·lustrar. Un element de modernitat és l'ús de les noves tecnologies, però de nou aquest és un element cultural, que serà més i millor utilitzat a la mesura que l'alumnat en faci ús extra-escolar.

A les conclusions, cal explicar el més important del que s'ha treballat, tot i que no és fàcil. De vegades es fan bons càlculs, es desenvolupa un bon treball, però no es sap expressar la conclusió fugint d'evidències i tautologies i tenint cura dels encadenaments de raonaments que serveixen per a recolzar les afirmacions i relacionar-les amb els càlculs realitzats. En efecte, de vegades no es pensa que el lector pugui ser un desconegut del tema de treball i es fan frases on es dona informació evident que no expressa el treball realitzat.

> *Depèn de la distribució dels productes, el tamany de la caixa serà més petit i més gran. Per guardar els productes, si les caixes són més petites ocuparan menys lloc, si són més grans més lloc.* (Elly i Fàtima 3r d'ESO)

A les conclusions és a on cal mostrar bé la relació entre la realitat i el desenvolupament matemàtic. Cal "tornar a la realitat" un cop resolt el problema.

Les conclusions no han de recollir apreciacions de tipus personal sobre el volum de treball realitzat, oblidant sovint que l'anàlisi de la tasca realitzada ha de tenir més profunditat.

Creiem que en aquest treball hem treballat prou, al principi no sabíem per on començar però ara ens hem sortit.

El treball a més de presentar-ho per escrit han de fer una comunicació oral al resta de la classe. Tampoc tenen hàbit de parlar en públic i menys de matemàtiques, convindrà donar-lis pautes.

Capítol 5

Competències i treball de projectes. Anàlisi de casos.

En aquest capítol analitzarem el que els alumnes han produït. Començarem per analitzar en clau de competències un exemple de 1r d'ESO (5.1) i un altre de 4t d'ESO (5.2). A continuació mostrarem un exemple de com a través dels projectes podem atendre la diversitat de l'alumnat (5.3).

5.1 Anàlisi de competències. Un cas de 1r d'ESO

A continuació analitzarem les competències observades de pensament i raonament matemàtic per una banda i les de posar i resoldre problemes i modelitzar per una altra, assolides pels alumnes en els projectes que ens han presentat. L'anàlisi el fem segons els instruments que hem presentat al capítol 1 (i al'annex A) i ens ha de permetre detectar la presència de la competència i construir un indicador numèric que reflecteixi diferències d'aprofundiment en l'assoliment de cada competència. Presentem un cas de 1r d'ESO i un altre de 4t d'ESO. La selecció dels projectes no ha estat fàcil, deixant de banda els que òbviament no mereixien gaire atenció. També s'ha d'aclarir que els projectes que us presento tenen bon desenvolupament però no sempre corresponen amb els millors alumnes de la classe, aquells que habitualment treuen notables i excel·lents en els exàmens. En els projectes aquest esquema es trenca. De vegades passa que els que tenim per bons alumnes presenten treball mediocres (les raons poden ser diferents) i aquells alumnes que no solen destacar ens presenten projectes de molta qualitat.

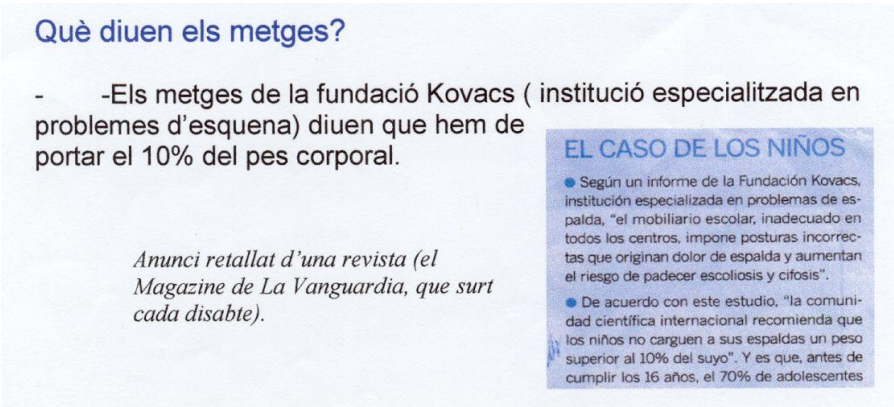
En el projecte que presentem els alumnes es plantegen si les motxilles que porten cada dia a classe són massa pesades per l'edat que tenen i si aquest pes els hi suposa algun risc per la seva salut.

El van realitzar dos nois de 1r d'ESO que mai havien fet cap projecte. El van triar ells d'una llista que el professor els va facilitar amb unes 4 ó 5 línies que donava algunes pistes sobre el tema.

5.1.1 Primer grup de competències: Pensament i raonament matemàtic.

El que farem és analitzar els identificadors de les competències tal com hem establert al capítol 2. Al primer identificador, de plantejar qüestions matemàtiques, considerem que estan al nivell 2.

Ho considrem d'aquesta manera perquè els estudiants es formulen una qüestió que no és matemàtica com *"Segur que algun cop, tots els alumnes s'han preguntat si el pes de la seva motxilla és el correcte, perquè gairebé tothom ha arribat a casa amb mal a les esquenes*" D'aquí passen a presentar l'interès social que té la seva problemàtica i això fa que s'interessin per analitzar la proporció del pes de la motxilla amb el seu propi pes.



Què diuen els metges?

- -Els metges de la fundació Kovacs (institució especialitzada en problemes d'esquena) diuen que hem de portar el 10% del pes corporal.

Anunci retallat d'una revista (el Magazine de La Vanguardia, que surt cada disabte).

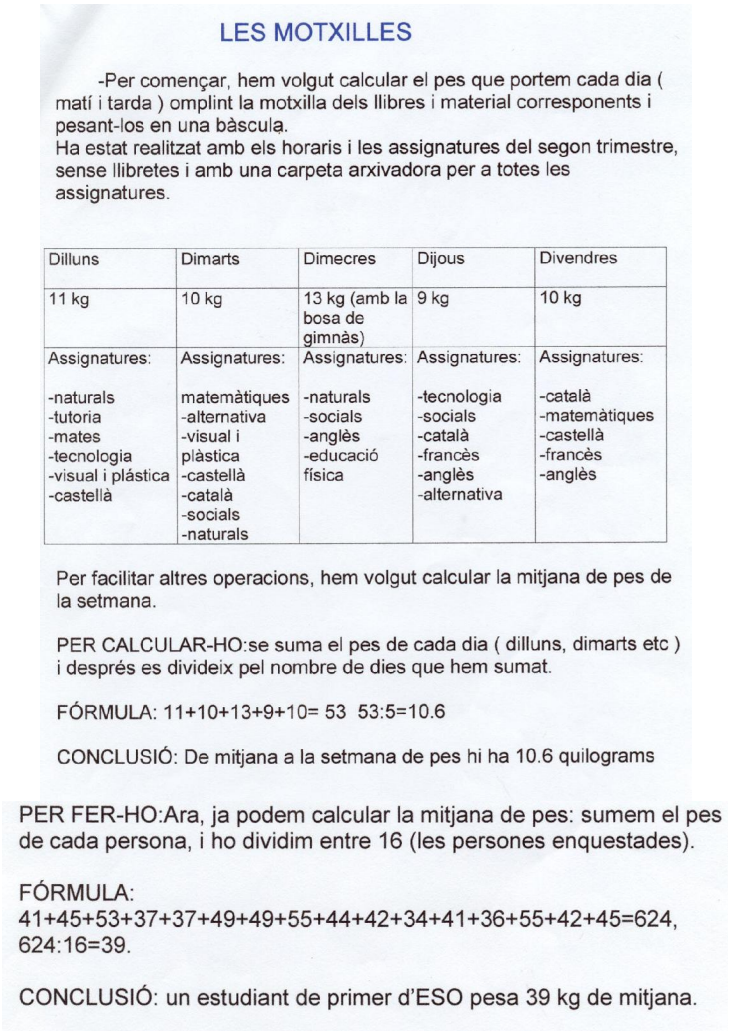
EL CASO DE LOS NIÑOS

- Según un informe de la Fundación Kovacs, institución especializada en problemas de espalda, "el mobiliario escolar, inadecuado en todos los centros, impone posturas incorrectas que originan dolor de espalda y aumentan el riesgo de padecer escoliosis y cifosis".
- De acuerdo con este estudio, "la comunidad científica internacional recomienda que los niños no carguen a sus espaldas un peso superior al 10% del suyo". Y es que, antes de cumplir los 16 años, el 70% de adolescentes

Fig. 5.1.1Relació matemàtica i realitat

Ells són conscients que necessiten el valor pes de la motxilla i el pes dels alumnes de 1r d'ESO. En els dos casos ho resolen calculant les mitjanes aritmètiques. Aquest procés és intuïtiu i no el justifiquen amb la teoria

estadística que òbviament no la tenen. Això és el que hem reconegut com un nivell 1en el identificador *Comprèn i manipula les limitacions i l'abast de conceptes donats.*



LES MOTXILLES

-Per començar, hem volgut calcular el pes que portem cada dia (matí i tarda) omplint la motxilla dels llibres i material corresponents i pesant-los en una bàscula.
Ha estat realitzat amb els horaris i les assignatures del segon trimestre, sense llibretes i amb una carpeta arxivadora per a totes les assignatures.

Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres
11 kg	10 kg	13 kg (amb la bosa de gimnàs)	9 kg	10 kg
Assignatures: -naturals -tutoria -mates -tecnologia -visual i plàstica -castellà	Assignatures: matemàtiques -alternativa -visual i plàstica -castellà -català -socials -naturals	Assignatures: -naturals -socials -anglès -educació física	Assignatures: -tecnologia -socials -català -francès -anglès -alternativa	Assignatures: -català -matemàtiques -castellà -francès -anglès

Per facilitar altres operacions, hem volgut calcular la mitjana de pes de la setmana.

PER CALCULAR-HO:se suma el pes de cada dia (dilluns, dimarts etc) i després es divideix pel nombre de dies que hem sumat.

FÓRMULA: 11+10+13+9+10= 53 53:5=10.6

CONCLUSIÓ: De mitjana a la setmana de pes hi ha 10.6 quilograms

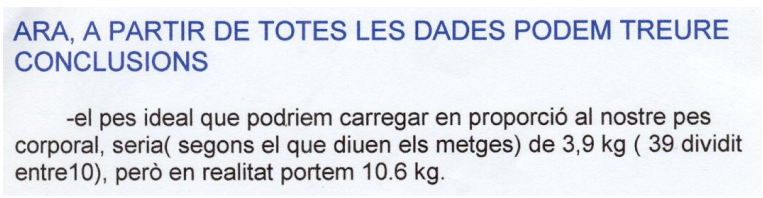
PER FER-HO:Ara, ja podem calcular la mitjana de pes: sumem el pes de cada persona, i ho dividim entre 16 (les persones enquestades).

FÓRMULA:
41+45+53+37+37+49+49+55+44+42+34+41+36+55+42+45=624,
624:16=39.

CONCLUSIÓ: un estudiant de primer d'ESO pesa 39 kg de mitjana.

Fig 5.1.2 Càlculs per saber el pes mig de les motxilles i dels alumnes de 1r d'ESO

Apliquen el concepte de proporció per saber el pes màxim que poden portar.



ARA, A PARTIR DE TOTES LES DADES PODEM TREURE CONCLUSIONS

-el pes ideal que podriem carregar en proporció al nostre pes corporal, seria(segons el que diuen els metges) de 3,9 kg (39 dividit entre10), però en realitat portem 10.6 kg.

Fig.5.1.3 Càlcul del pes màxim que haurien de tenir les motxilles

A continuació calculen amb correcció quant haurien de pesar els alumnes per poder portar les motxilles actuals si aquestes fossin el 10% del seu pes.

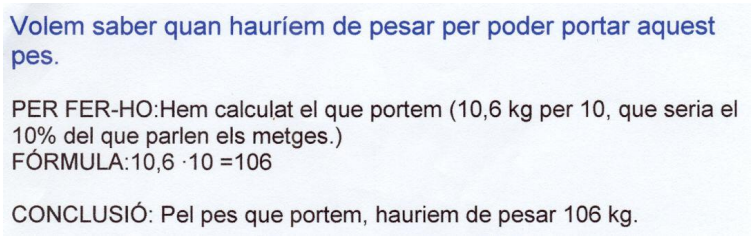
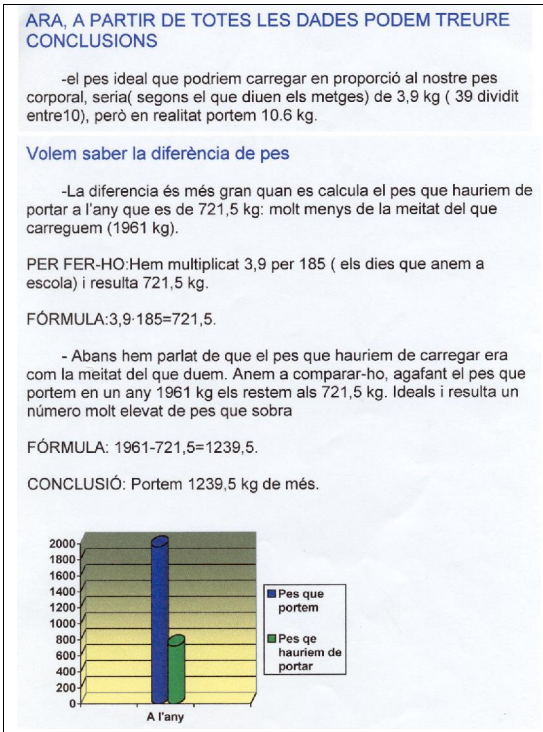


Fig. 5.1.4 Càlcul del pes que haurien de tenir els alumnes per portar les seves motxilles

Per donar més relleu a les seves solucions fan el càlcul de la diferència de pes en termes absoluts al llarg d'un any, i donen el resultat gràficament.



Per tots aquests elements reconeixem un nivell de competència 1 en el 3r identificador ja que algun dels descriptors d'aquest nivell s'ajusta al que diuen els alumnes. I no reconeixem cap descriptor de nivell superior a 1 en el treball.

Ja hem vist que han sigut capaços de trobar raonable el que diuen els metges, de comprendre-ho i aplicar-ho en el seu problema. Reconeixem en aquest aspecte un nivell 1

Fig. 5.1.5 Exemplificació de competència en raonament

Han fet un bon procés matemàtic sense perdre de vista la situació inicial real plantejada ni entretenir-se en les qüestions de detalls. A més elaboren diferents conclusions i proposen alternatives per resoldre el problema que han descobert. No arriben a parlar en termes de model construït. Per això els associem una valoració 1.

Analogament es codifiquen els resultats obtinguts aplicant un conjunt de descriptors. A la taula següent mostrem els resultats.

Identificadors observats de pensament i raonament matemàtic	Descriptors	Valor
Plantejar qüestions matemàtiques	Davant d'una situació real saber ressaltar l'interès social que té analitzar el canvi, la proporció, mesura, optimització, patrons etc..	2
Comprèn i manipula les limitacions i l'abast de conceptes donats	Reconeix conceptes matemàtics en situacions reals i les relacions que puguin donar-se entre ells	1
Extensió de l'abast d'un concepte per abstracció d'algunes de les seves propietats;	Reconeixement i ús de propietats necessàries per a resoldre la situació.	1
Distinció entre diferents tipus d'enunciats matemàtics	No es veu cap valoració sobre diferents tipus d'enunciats matemàtics	0
Comprendre i avaluar arguments encadenats posats per altres	Davant la informació i les explicacions matemàtiques que reben del seu professor o d'altres fonts d'informació saben comprendre-la.	1
Saber el que és una comprovació matemàtica	No arriba a reconèixer ni tant sols comprovacions heurístiques	0
Reconèixer les idees bàsiques d'una línia argumental donada	A la memòria que presenten s'explica amb coherència i precisió el procés matemàtic seguit per la construcció del model, sense perdre de vista la situació real inicial	1
Inventant arguments matemàtics formals i informals i transformant arguments heurístics en proves vàlides	Ni tan sols elaboren arguments matemàtics formals ni informals per justificar el procés de construcció del model.	0

Fig. 5.1.6 Nivell competencial en pensament i raonament matemàtic

A partir d'aquests resultats trobem un índex per aquesta competència de pensament i raonament matemàtic sumant els diferents nivells assolits i traslladant-lo a una escala 0-10. Sabent que la màxima puntuació possible són 11, obtenim per aquest cas $3 \cdot 10/11 = 2{,}72$

5.1.2 Anàlisi de la competència en posar i resoldre problemes i modelitzar

En el projecte no trobem un enunciat pròpiament matemàtic del problema que es plantegen. En aquest cas podríem esperar trobar algun enunciat de l'estil com "nosaltres volem comprovar si el pes de les motxilles s'ajusta a la proporció 10% del pes corporal com recomanen els metges". Però de l'elaboració del projecte considerem que sí que han tingut clar quin és el seu problema matemàtic, malgrat no fer-ho explícit, i per això reconeixem un nivell 1.

Han sigut capaços de resoldre correctament el problema, i assignem un valor competèncial 1. No els hi donem una puntuació 2 ja que no han buscat diferents maneres de fer-ho i contrastar-les.

El model de la proporcionalitat directa el coneixen ja que l'han treballat de diferents maneres. Li atribuïm un valor 1 ja que considerem que descodifica models existents (el de la proporcionalitat).

Aquest projecte queda clar que parteixen d'una situació real no matemàtica com és el pes de les motxilles ho han traslladat al món de les matemàtiques han trobat les solucions correctes i les han interpretat correctament en la situació real inicial. És a dir han seguit el procés de modelització perfectament. Ells no tenen els elements necessaris per reconèixer-ho i haver posat explicacions en aquest sentit. Per tant els atribuïm un nivell 1 en la competència de construir un model. No descodifiquen relacions (nivell 2) ni validen el model (nivell 3). La valoració d'aquesta competència la veiem a la taula següent:

Identificadors de posar i resoldre problemes i modelitzar	Descriptors	Valor
Identifica i posa diferent tipus de problemes de matemàtiques aplicades	És capaç de formular en forma de problema les qüestions matemàtiques que es planteja	1
Resol problemes de matemàtiques si és possible de diferents maneres	Resol els problemes plantejats emprant diferents estratègies i procediments matemàtics	1
Analitzar fonaments i propietats de models existents incloent l'avaluació del seu rang de validesa.	No identifiquen propietats i fonaments de models coneguts	0
Descodificar models existents traslladant i interpretant elements del model en termes de realitat modelada	Descodifica models existents, traduint i interpretant els seus elements a la realitat que modelem.	
Construir un model en un context donat	Construeix un model reconeixent el significat i l'abast que tenen a la situació real inicial les solucions i conclusions a les que arriba.	1

Fig. 5.1.7 Nivell competencial en resolució de problemes i modelització

Seguint el mateix procediment anterior buscarem l'índex d'aquesta competència $4 \cdot 10/8=5$

5.1.3 Anàlisi de competències comunicatives

L'anàlisi de la competència en comunicació la farem únicament sobre el dossier presentat. No la farem sobre l'exposició oral al grup classe. Els exemples anteriors són els mateixos sobre els que ens basarem per reconèixer el nivell competèncial en comunicació. Aplicant l'instrument presentat al capítol 1 per l'anàlisi en la competència comunicativa s'obté un índex de 3,95.

A partir dels resultats observats reconeixem les competències matemàtiques al treball de projectes i que es donen en baix nivell. A la taula següent reunim els indicadors sobre el nivell competèncial resultant en el projecte de "Les Motxilles" de 1r d'ESO.

Pensament i raonament matemàtic	2,72
Posar i resoldre problemes i modelitzar	5
Comunicació d'idees matemàtiques	3,95
Mitjana global	3,89

Fig. 5.1.8 Indicadors competencials

La competència amb menys nivell és la de pensar i raonar matemàticament. La competència amb un índex de desenvolupament més elevat és la de posar i resoldre problemes i modelitzar, en un nivell intermedi trobem la competència en comunicar idees matemàtiques. Els nivells els podem considerar baixos i per tant les competències dels alumnes encara poden millorar molt. Sembla que els alumnes han identificat els treballs de projectes més amb la resolució de problemes que amb el repte d'aplicar competències de tipus pensament i raonament matemàtic.

.

5.2 Anàlisi de competències. Un cas de 4t d'ESO

Amb l'excusa de que a prop de l'institut es troba una important indústria conservera, els alumnes es plantegen analitzar les mides de les llaunes. Quan comencen a buscar informació descobreixen que tots els fabricants fan servir les mateixes formes, mides i capacitats. Volen saber si això respon a una

manera d'estalviar-se material en la seva fabricació i per tant de que resulti més econòmica o són altres raons com l'estètica, o avantatges per transportar-ho o emmagatzemar-ho les que es tenen en compte.

Aquest alumnes no havien fet projectes en els cursos anteriors. Van triar aquest tema entre el llistat que els vam lliurar quan vam proposar de fer projectes. Els va sorprendre la pregunta i van veure com un repte interessant poder respondre-la fent servir les matemàtiques.

A continuació presentem el mateix anàlisi que abans.

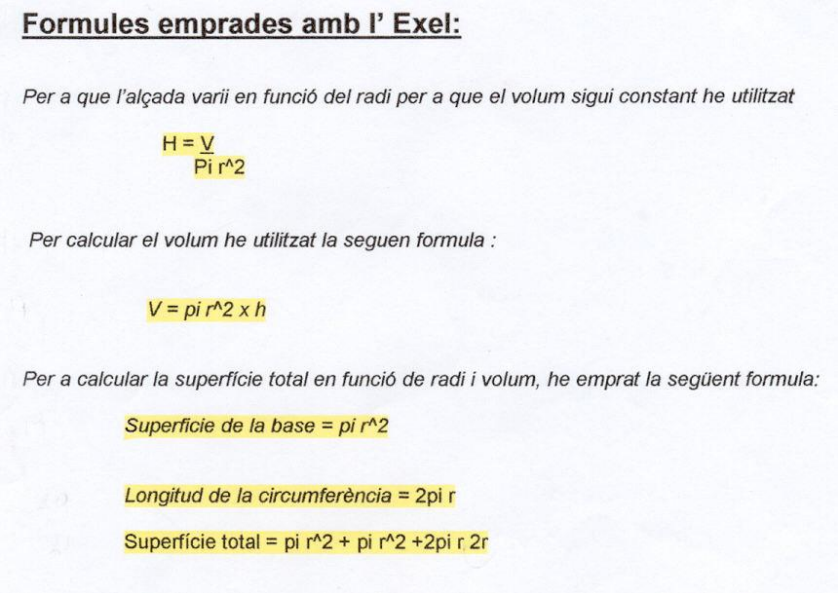
5.2.1 Competències en pensament i raonament matemàtic

Els alumnes, a partir d'una situació real, han formulat el plantejament del problema matemàtic ressaltant l'interès social.

> *Nosaltres volem resoldre una qüestió molt simple:*
> *Per què els fabricants de conserves utilitzen unes mides de llauna mantenint un volum determinat I no pas unes altres? La forma que tenen les llaunes, està pensat per a l'estètica o per a gastar el mínim material possible en la producció de la llauna i així reduir costos?*

Per raons de temps van limitar el seu estudi a les llaunes de forma cilíndrica i el·líptica. En el primer cas, comencen per calcular la superfície de la llauna que han comprat al supermercat a partir de les seves mides reals, i obtenen el resultats de 224,75 cm2. Ho fan aplicant la fórmula i identificant cada variable en el cas real de la llauna.

En el treball es mostra com preparen les fórmules que necessitaran introduir al full de càlcul



Formules emprades amb l' Exel:

Per a que l'alçada varii en funció del radi per a que el volum sigui constant he utilitzat

$$H = \frac{V}{Pi\ r^2}$$

Per calcular el volum he utilitzat la seguen formula :

$$V = pi\ r^2 \times h$$

Per a calcular la superfície total en funció de radi i volum, he emprat la següent formula:

Superficie de la base = pi r^2

Longitud de la circumferència = 2pi r

Superfície total = pi r^2 + pi r^2 +2pi r 2r

Fig. 5.2.1 Preparació de les fórmules per introduir-les al full de càlcul

A continuació organitzen una taula amb el full de càlcul Excel. A la primera columna han posat el radi que serà la seva variable independent. Donat que el volum és constant decideixen posar l'alçada en funció del radi. A la segona columna han posat l'alçada escrivint la fórmula. A la tercera columna ja posen la fórmula de la superfície total.

radi (cm)	alçada (cm)	Superficie total (cm^2)	Volum
4,9	2,400	224,75	181,03
4,8	2,501	220,19	181,03
4,7	2,609	215,83	181,03
4,6	2,723	211,66	181,03
4,5	2,846	207,69	181,03
4,4	2,976	203,93	181,03
4,3	3,116	200,38	181,03
4,2	3,267	197,04	181,03
4,1	3,428	193,93	181,03
4	3,601	191,05	181,03
3,9	3,789	188,40	181,03
3,8	3,991	186,01	181,03
3,7	4,209	183,87	181,03
3,6	4,446	182,00	181,03
3,5	4,704	180,41	181,03
3,4	4,985	179,12	181,03
3,3	5,291	178,14	181,03
3,2	5,627	177,48	181,03
3,1	5,996	177,17	181,03
3	6,403	177,24	181,03
2,9	6,852	177,69	181,03
2,8	7,350	178,57	181,03
2,7	7,904	179,90	181,03
2,6	8,524	181,73	181,03
2,5	9,220	184,09	181,03
2,4	10,004	187,05	181,03
2,3	10,893	190,66	181,03
2,2	11,906	194,98	181,03
2,1	13,067	200,12	181,03
2	14,406	206,16	181,03
1,9	15,962	213,24	181,03
1,8	17,785	221,50	181,03
1,7	19,939	231,13	181,03

Explicació:

En aquest quadre s'hi pot apreciar la variació de la superfície total exterior de la llauna a partir d'un radi posat per nosaltres i un volum fix .
(el volum ha de ser fix ja que nosaltres volem buscar la superfície exterior mínima per aquest volum)

La primera fila , del quadre indica els valors de la llauna obtinguda del supermercat.

Fig. 5.2.2 Càlcul de la superfície de la llauna amb full de càlcul

Explicació:

Simplement dir que aquesta gràfica esta feta a partir de les dades mostrades anteriorment en el quadre.

Fent aquesta gràfica demostrem que estem davant de una parabola **cóncava , estudiada a classe de matemàtiques .**

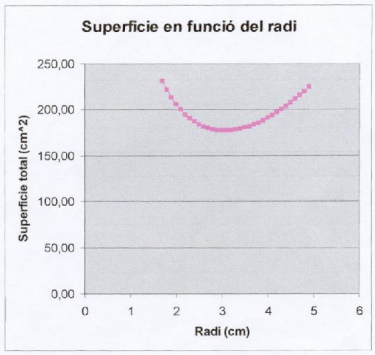


Fig. 5.2.3. Representació gràfica de la superfície en funció del radi

A partir de la taula fan la representació gràfica i obtenen una corba que ells erròniament han identificat com una paràbola i no ho és. Sobre el gràfic i la taula de valors ja poden buscar quin és el valor del radi pel qual s'obté la superfície mínima.

La solució que han trobat la donen indicant quina és la superfície mínima i donen les dimensions de la llauna per obtenir aquest valor òptim i a més a més la dibuixen.

Una llauna òptima de forma cilindrica tindrà aquestes mides:

El radi = **3,1 cm**

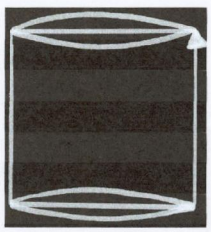
La alçada (h) = **5,996 cm**

La superfície de la base del cilindre = pi r^2 = **30,19 cm**

El perímetre de la llauna (l) = 2pi r = **19,47 cm**

La superfície total de la llauna cilíndrica = pi r^2 + pi r^2 +2pi r 2r = 2pi r^2 + 4pi r^2= 6pi r = **177,17 cm^2**

LA LLAUNA RESULTANT I ÒPTIMA TINDRIA UNA FORMA SEMBLANT A AQUESTA:



RADI = **3,1 cm**
DIAMETRE = **radi x 2**
ALÇADA= **5,9 cm**

Fig. 5.2.4 Dades de la llauna òptima

Hi ha una mancança important en el procés que han seguit els alumnes i és que no mostren consciència de les limitacions del procés que han seguit. Que el resultat és aproximadament cert però que no és exacte del tot, és a dir que segurament seria possible trobar un altre radi que donés una superfície total de la llauna una mica inferior. Com que no mostren aquesta preocupació, tampoc es preocupen per fer una anàlisi més fina a l'entorn del punt que han trobat com a primera solució.

A la segona part del seu treball segueixen un procés similar però amb una llauna de forma el·líptica. Cal dir que si bé les fórmules emprades en el cas de la llauna cilíndrica eren conegudes per ells i amb les que ja havien treballat, en el cas de les el·líptiques no era així. Han hagut de consultar bibliografia adient per trobar tots els recursos que necessitaven per realitzar els seus càlculs. A continuació mostrem les fórmules amb les que han treballat.

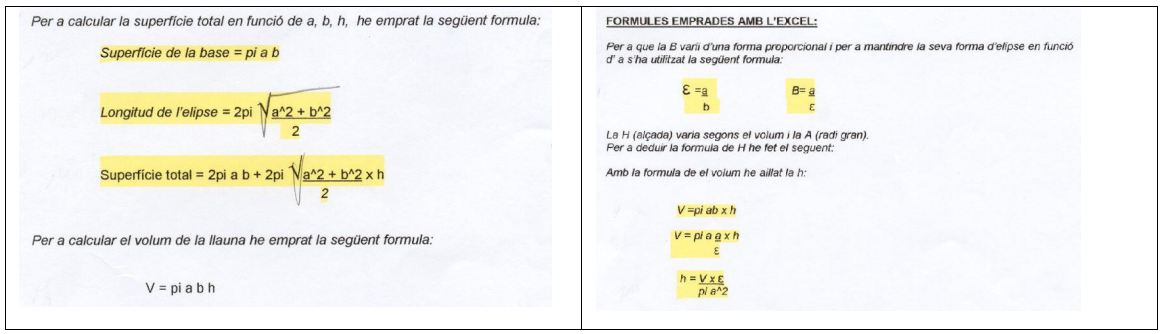


Fig 5.2.5 Càlculs preparatoris pel full de càlcul

Construeixen el seu full de càlcul conservant el volum de la llauna i l'excentricitat de l'el·lipse de la base constants. Han trobat la relació entre els semi-eixos petit i gran i entre l'altura i el volum i el semi-eix gran.

Podem observar que no creuen necessari escriure la funció superfície en funció del radi petit incorporant els canvis que ha fet. Això és degut a que el procediment que empren no és l'algebraic clàssic sinó amb el full de càlcul. Això fa que tant *b* com *h* s'ho calcularan en columnes separades i els resultats els porten directament a la fórmula del càlcul de la superfície.

Com abans calculen la superfície de la llauna real de la que parteixen que la han comprada a un supermercat. Obtenen el resultat de 185,92 cm2. L'explicació que fan servir és en general pobre

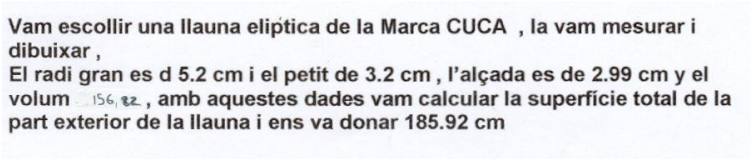

Vam escollir una llauna elíptica de la Marca CUCA , la vam mesurar i dibuixar ,
El radi gran es d 5.2 cm i el petit de 3.2 cm , l'alçada es de 2.99 cm y el volum 156,82 , amb aquestes dades vam calcular la superfície total de la part exterior de la llauna i ens va donar 185.92 cm

Fig. 5.2.6 Descripció 2a llauna analitzada

A la primera columna del full de càlcul tenim el radi gran que és el que fan servir de variable independent. A la 2ª i 3ª columna es calculen el semi-eix petit i l'altura de la llauna a partir de les relacions anteriors. A la última columna calculen la superfície total de la llauna. A la primera fila han posat els valors de la seva llauna real comprada al supermercat i a partir d'aquí donen valors decreixents al semi-eix petit.

A partir de la taula construeixen la seva gràfica que reproduim a continuació:

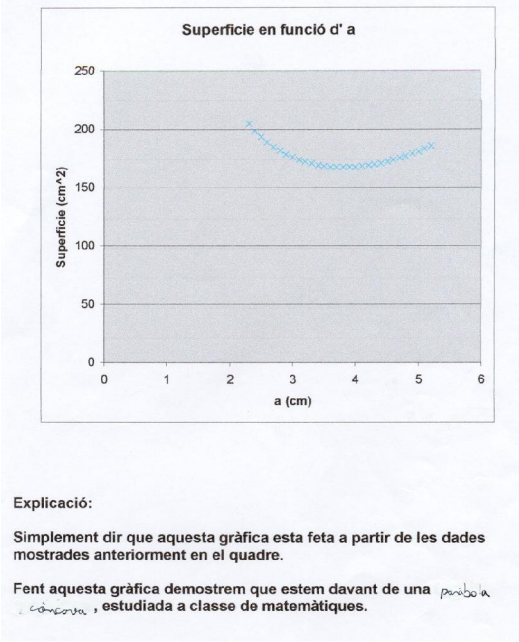


Fig. 5.2.7 Superfíciede la llauna en funció del semi-eix "a"

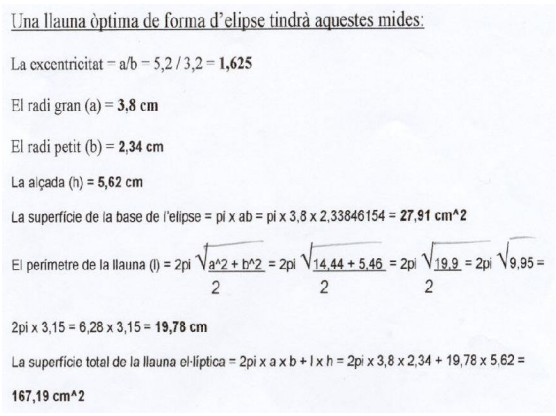


Fig. 5.2.8 Dimensions de la llauna òptima

I a partir de la gràfic i la taula de valors ja poden calcular el valor del radi pel qual la superfície de la llauna el·líptica té la superfície mínima. La solució que troben la donen amb més detall i la dibuixen.

Igual que en el cas anterior trobem a faltar una reflexió sobre les limitacions del procés que han seguit. La preocupació per una anàlisi més fina a l'entorn del punt que han trobat com a solució. Tanmateix es veu que s'han emprat eines matemàtiques més poderoses, i han anat a buscar informació matemàtica que no tenien.

El seu projecte l'acaben traient unes conclusions molt bones a partir dels resultats obtinguts. Evidentment es tracta d'una conclusió coherent amb les dades obtingudes.

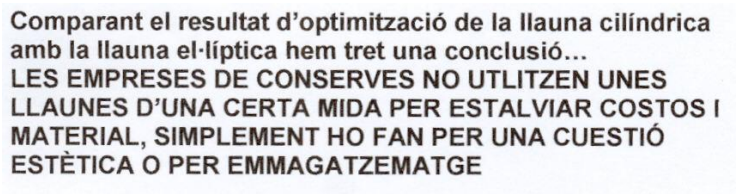


Fig. 5.2.9 Conclusions a partir dels resultats obtinguts

Hem fet una anàlisi com en el cas anterior amb els instruments presentats al capítol 3r i hem obtingut els resultats que presentem a la taula següent:

Pensament i raonament matemàtic	6,36
Posar i resoldre problemes i modelitzar	5
Comunicació d'idees matemàtiques	3,46
Mitjana global	4,94

Fig. 5.2.10 Indicadors nivell competencial del projecte

Aquesta taula reflecteix la presència de les competències matemàtiques en el projecte analitzat. La competència amb menys nivell és la de comunicar les idees matemàtiques. Posar i resoldre problemes i modelitzar és la competència amb un nivell intermedi de desenvolupament. També veiem que la competència de pensar i raonar matemàticament és la que mostra el nivell més elevat.

Comparant aquests resultats amb els de 1r d'ESO observem que els nivells assolits a les competències en comunicació matemàtica i posar i resoldre problemes i modelitzar són molt similars, però en canvi es dona un salt important en la competència de pensar i raonar matemàticament en la que els alumnes de 4t mostren un nivell més de dues vegades al del que mostren els de 1r.

5.3 Anàlisi de cas de dos alumnes amb dificultats

En aquest apartat presentem l'anàlisi competèncial d'alumnes amb dificultats d'aprenentatge en la realització de projectes. Presentarem dos casos, de 2n d'ESO, que hem seleccionat per fer l'estudi, descriurem el procés de realització dels projectes i contrastarem els resultats de la prova diagnostica amb el projecte realitzat i amb les proves de competències bàsiques.

5.3.1 Presentació dels dos casos

De tots els alumnes que ha fet la prova diagnostica hem seleccionat 2 persones de 2n d'ESO que presentaven les dificultats d'aprenentatge.
Estudiant 1.- Nascut el 4/3/88 al Marroc. Va arribar a Vilassar als 5 anys i ha cursat els estudis primaris a l'escola del poble CEIP Pérez Sala. Viu a casa amb els pares i germans. El seu pare fa feines de paleta i la seva mare de peixatera. Amb els seus pares parla en àrab, amb els seus germans parla en àrab o castellà, amb els seus amics parla en català o castellà. Li agrada mirar la televisió, però la TV3 o el canal 33 no els mira mai. Normalment mira la TVE1. Té poca afecció a la lectura. A casa col·labora en les feines domèstiques, de neteja, parar taula, arreglar habitacions.

De caràcter és una persona alegre, animosa, extravertida, es relaciona bé amb tots els companys de la classe. Està ben integrat a l'Institut i al seu grup classe. Com que va repetir un curs és un any més gran que la resta de la classe. A més té un grupet d'amics fix amb els que es relaciona més i surt els caps de

setmana. La relació amb els companys i professorat és bona. És sensible i es veu afectat segons com se li diuen les coses.

Respecte el treball acadèmic, ell valora els estudis i li fa il·lusió aprovar les assignatures, però té dificultats greus per seguir el curs, en especial les llengües. La construcció gramatical de les frases és correcte però l'ortografia és molt dolenta, trenca o ajunta paraules. De sempre que ha anat a grups de reforç en llengua catalana i castellana, amb un currículum adaptat. A l'àrea de matemàtiques ha estat integrada al grup ordinari. Això ha sigut així perquè el plantejament que se'n fa des del departament d'aquesta matèria de l'atenció als alumnes amb dificultats és atendre'ls al mateix grup heterogeni perquè la mateixa estructura de la seqüència didàctica preveu moments que pot fer activitats com tothom i moments que precisa d'activitats adaptades.

Al llarg del cicle la llengua catalana l'ha superat sempre i de castellà ha aprovat 2 crèdits de 4. D'anglès ha aprovat 3 de 5 cursats, de matemàtiques ha aprovat 3 de 5 cursats. La resta de matèries les va aprovant just amb una S i també suspèn alguna a excepció d'educació física que ha tret a 1r curs una B a tots els trimestres i a 2n curs ha obtingut un B, S, N, respectivament a cada trimestre.
De crèdits variables ha cursat un que se'n diu "z" per aprendre els procediments més elementals de treball, presa d'apunts, portar una llibreta ordenada, ús de l'agenda, realització d'esquemes i resums.

Malgrat ell és conscient de les seves dificultats i de les seves ganes per aprovar la seva actitud a classe és de xerrar força i es distreu amb facilitat. Li costa mantenir l'atenció una estona una mica llarga i això fa que no aprofiti tota la feina del treball d'aula. També cal dir que els referent culturals li creen algun problema. Normalment presenta els deures que se li encomanen i a més des de sempre que ha comptat amb algú que l'ha ajudat en les tasques escolars.

Estudiant 2.- Nascut el 14-7-89 a Barcelona. Ha cursat l'ensenyament primari al CEIP L'escola del mar. Viu a casa seva amb els seus pares i la seva germana petita. La llengua d'ús familiar és el català.

És un noi molt educat, formal, responsable. Al grup classe es relaciona bé amb tots els companys, però manté un grupet d'amics amb els que es relaciona habitualment. La relació amb el professorat és correcta. Està ben integrat a l'Institut i al grup classe.

A l'escola de primària es van detectar dificultats a matemàtiques (raonament lògic i resolució de problemes) i les llengües. A l'Institut les classes de llengua les ha seguit en un grup de reforç. A casa seva valoren els estudis i ell té interès en aprovar. A classe de vegades es distreu, però té interès i les segueix. Treballa amb continuïtat, presenta els deures sempre. Si té dubtes no s'atreveix a preguntar davant de tothom però sí que ho fa al final de la classe. Les qualificacions que obté són de suficient o bé, no suspèn. Ell és conscient de que li costa i ha de treballar molt i és capaç de fer-ho disciplinadament.

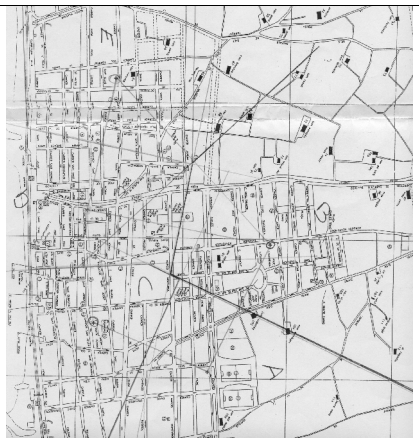
5.3.2 Anàlisi competencial del projecte

Com hem fet en el cas de l'apartat 5.2 descriurem el projecte que van presentar per després trobar els índex competencials d'aquest dos estudiants que treballen en parella en el mateix projecte. El problema que es plantegen és analitzar si estan ben col·locades les farmàcies del poble a on viuen. Hi ha dos criteris a contemplar el del nombre de gent que correspon a cada una i l'àrea del poble que li pertoca a cadascuna. Amb aquests estudiants es va acordar que abordarien el problema tenint en compte únicament el criteri de l'àrea.

La primera idea que van tenir va ser la de dividir el plànol de Vilassar en 5 regions però buscant que tinguessin formes fàcils per poder calcular les àrees. Però se'n adonen que d'aquesta manera estan asignant a certes zones unes farmacies que no són les més properes. La segona idea és la de construir les 5 regions traçant circumferències amb centre a cada farmàcia. Una vegada feta la divisió d'aquesta manera se'n adonen que es trobaven amb espais compartits per diferents farmàcies i d'altres que no pertanyien a cap. La tercera idea va ser la de construir les regions taçant la mediatriu del segment que unia dos farmàcies:

3r: I vam decidir fer la mediatriu al segment que uneix les dues farmàcies així ho vam fer amb totes les farmàcies i la part baixa era per l'altre farmàcia i la de dalt per la farmàcia que fèiem.

El resultat gràfic que van obtenir va ser el següent:

	Per calcular l'àrea de cada regió del pla van triangular-ho i mesura directament sobre el plànol. Els seus càlculs van ser :
Fig.5.3.1 Solució gràfica	

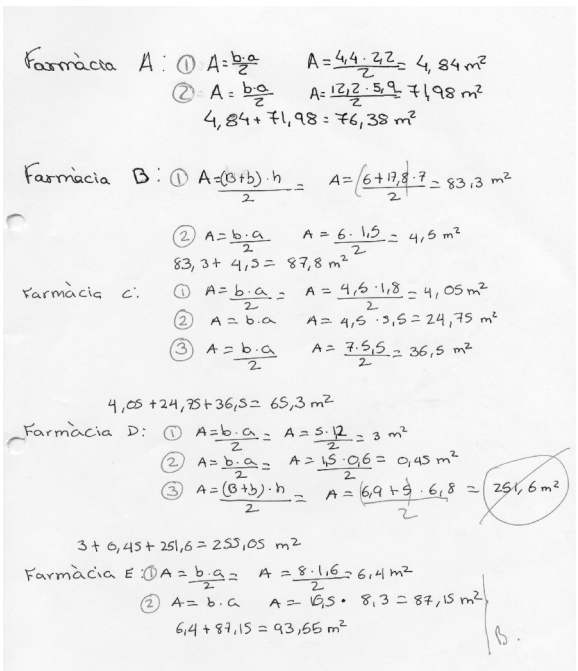


Fig. 5.3.2 Càlculs de les àrees de cada regió del plànol del poble

Després de seguir aquest procés arriben a les seves conclusions. La primera és que consideren que les farmàcies no estan ben distribuïdes per dues raons:

> El primer es que hi ha algunes farmàcies que tenen molt de terreny i que altres tenen més poc.

Se'n adonen del criteri de la població però no el tenen en compte, el consideren com per un altre projecte.

> I el segon es que en el centre de Vilassar hi ha molta gent i només hi ha una farmàcia i per menys hauria d'haver dos perquè així ja és d'un altre projecte

En el cas d'aquest estudiants tenen la sensació d'haver fet un treball llarg i difícil:

> A part del projecte com heu pogut veure vam tenir que fer molts passos i per arribar a cada un d'aquest ens va costar molt, perquè quan li ensenyavem al professor ell llavors ens deia:
> - Està bé per.

L'actitud i les emocions semblen positives i reconeixen haver-s'ho passat molt bé.

> Però a part d'això del professor I de que ens havia costat molt, ens ho vam passar molt bé quant fèiem el projecte, perquè és molt maco, a més si a un no se li venia al cap se li venia a l'altre a més, ens hi vam esforçar molt, que això és el que compte!!!

El resultat de l'anàlisi, realitzat com en el cas anterior amb els instruments presentats al capítol 1, són els que es que presentem a la taula següent:

Competència	
Pensament i raonament matemàtics	3,6
Posar i resoldre problemes i modelització	3,75
Comunicació d'idees matemàtiques	1,2

Fig.5.3.3 Indicadors nivell competèncial del projecte

Els nivells competencials que mostren són baixos. Les competències de pensament i raonament matemàtics i la de posar i resoldre problemes i modelitzar són similars mentre que el nivell de la de comunicar d'idees matemàtiques és molt baix, menys de la meitat que les alters.

S'ha de tenir present que donades les característiques de l'alumnat vam preveure un seguiment proper del seu treball que mostrem al següent apartat.

5.3.3 Seguiment de l'alumnat

A partir de les anotacions del diari de classe hem pogut reconstruir el seguiment que es va fer. A la taula següent es mostra un resum d'aquest seguiment:

Data	Qüestió	Orientació
6-III	No entenen el que poden fer al seu projecte. Barregen les idees de mirar la gent que hi viu a la zona amb la de la distància a les farmàcies.	Els hi vaig fent preguntes per portar-les cap a que vegin que han de començar pel tema de les distàncies.
12-III	Han començat a dividir el plànol de Vilassar en 5 regions però buscant que tinguin formes fàcils per després calcular les àrees. Però se'n adonen de que estan assignant a certes zones unes farmàcies que no són les més properes.	Els hi faig veure que la divisió que fan no resol el problema que elles es plantegen. L'estudiant 1 manté una actitud una mica al marge de la discussió. En aquest cas és l'estudiant 2 qui porta més el pes de la discussió.
18-III	Presenten la proposta de la seva divisió del poble en cinc zones.	Els hi faig veure que continua donant-se el mateix conflicte perquè continuen buscant la divisió amb formes conegudes de rectangles, trapezis ..i això no resol el problema perquè continua asignan a algunes zones farmàcies que no són les més properes

27-III	Presenten una nova divisió del poble. Argumenten una mica millor, ho han fet traçant circumferències amb centre a cada farmàcia.	Em sembla millor però els hi faig veure que alguns casos queden molt ben resolts però d'altres no i per tant no és una manera que resolgui el problema. Es desanimen una mica quedem que ens veiem demà.
28-III	M'expliquen amb més detall la manera que han pensat per dividir el poble amb circumferències i unes línies rectes.	Els hi faig veure que no està ben resolt i observem com algun punt de la regió de la farmàcia A està més a prop de la farmàcia B. Els hi provoco amb preguntes i al final sobre un full en blanc poso dos punts situats de qualsevol manera i els demano que divideixin el full en dues parts de manera que els punts d'una banda estiguin més a prop d'un punt i els de l'altra banda que quedin més a prop de l'altra punt. L'estudiant 1 diu que ha de ser una línia recta que passi entre els dos punts. Situo un bolígraf entre els dos punts de diferents maneres i li pregunto quina seria la bona. Després d'una estona és l'estudiant 2 qui diu que ha de ser una línia perpendicular a la línia que uneix els dos punts. Ho diu sense donar-li massa importància i continua fent altres propostes. Quan els hi dic que la resposta bona ja l'han dita se'n adonen del què és. El següent problema que es planteja és que cap d'ells és capaç de traçar una perpendicular fent ús de regle i escaire.
1-IV	Presenten la divisió feta per a dues farmàcies. M'ha demanat que ho revises i que els orientés per continuar fent-lo amb les altres farmàcies.	Aclarim els dubtes.
3-IV	Tornen a portar el plànol amb la divisió feta per dues farmàcies però tenen dificultats amb les altres perquè es solapen entre elles.	Aquesta vegada és l'estudiant 1 qui porta la discussió i ha entès que s'ha de fer el mateix que amb les dues primeres.
10-IV	Ara sembla que dominen el que estan fent. Plantegen dubtes sobre com resoldre els solapaments de les regions construïdes a base de mediatrius. L'estudiant 1 tot i que participa i segueix la discussió però de tant en tant ``desconnecta'' de la discussió	
28-IV	Presenten el plànol amb totes les subdivisions fetes i han començat a calcular les àrees descomponent cada regió en triangles rectangles i trapezis.	He comprovat alguns càlculs i ho han fet bé.
6-V	Plantegen qüestions de detalls sobre el projecte	
14-V	Em presenten el projecte	Els hi llegeixo algun tros perquè vegin que no s'entén el que posen i que ho han de revisar.

Fig. 5.3.4 Resum seguiment alumnes

Es pot veure que els processos no són lineals que no es troba la solució ràpidament que hi ha avanços i retrocessos. A més es mostren insegurs i els convé contrastar constantment les seves idees i raonaments.

5.3.4 Contrastació de resultats de la prova diagnostica i els projectes

Anem a contrastar els resultats obtinguts per aquests dos estudiants a la prova diagnòstica amb els del projecte que han realitzat treballant junts en parella. Els resultats de la prova diagnòstica en els dos casos coincideixen en que són baixos. En el cas de l'estudiant 1 hem fet una entrevista amb ell que ens pot donar alguna clau per interpretar els resultats. L'entrevista es va fer un mes després d'haver fet la prova, això feia que d'algunes coses no se'n recordava. Les conclusions que se'n treuen de l'entrevista són:

- Diu que no entenia les preguntes, i que per no deixar-les en blanc ha contestat una mica el que ha volgut. No podem concloure que tingui raó. De les respostes que havia posat per posar-les sense lògica no en sabia explicar el per què les havia posat. En canvi de les que havia contestat bé com les preguntes 2.2.1, la 2.2.2 i la 2.4 va saber justificar la resposta que havia posat.

- Algunes de les dificultats de comprensió dels enunciats de les preguntes les atribueixo a que al estudiant 1 li falten referents culturals. Donem per suposat coses que poder no són tan evidents com el fet de les variables que intervenen en la tarifa telefònica o sobre el circuit de Montmeló. A on es veu més és a la pregunta d'estimar el temps que calia per fer determinades obres, ja que intervenen conceptes que no li resulten coneguts com la referència al complex de Montmeló, el que és una tribuna o el paper dels arquitectes en el procés de construcció d'una obra gran.

Els resultats competencials de la prova diagnostica i del projecte obtingut per aquests dos alumnes són els de la taula següent:

	P. Diagnostica		Projecte
Competència	Est1	Est2	Est 1 i 2
Pensament i raonament matemàtics	0,81	0,98	3,6
Posar i resoldre problemes i modelització	0,4	0,4	3,75
Comunicació d'idees matemàtiques	0,91	0,91	1,2

Fig.5.3.5 Indicadors competencials

Totes les puntuacions estan posades en una escala de 0 a 10. En el projecte hi ha millors resultats en totes les competències considerades. Destaca la dificultat que tenen en la competència de comunicar idees matemàtiques, la millora respecte a la prova diagnostica és molt petita.

Durant el mateix curs han realitzat les proves de competències bàsiques. Aprofitem aquest fet per contrastar els resultats d'aquesta prova amb els de la prova diagnostica i els del projecte realitzat.

5.3.5 Resultats sobre competències bàsiques en els casos d'estudi

Al quadre següent es mostra la relació entre les 9 competències bàsiques del dep. d'ensenyament de la Generalitat de Catalunya que s'avaluen a la prova de CB implementada el curs 2002-03 i les competències que analitzem en els projectes (apartat 2.3).

Grups de competències a l'estudi	Competències proves Generalitat
Pensament i raonament matemàtic	M1, M9
Posar i resoldreproblemes i modelitzar	M5
Comunicació	M2, M3, M4, M6,M7,M8

Fig.5.3.6 Relació competencies de l'estudi amb les del Dep. d'Educació

A partir de les valoracions obtingudes pels alumnes tractem d'obtenir per cada estudiant un indicador per cada competència que expressarem en una escala de 0 a 10. A continuació mostrem una anàlisi de les dades que disposàvem corresponents al curs 2002-03. Això és, com que l'estudiant 1 entre la M1 i la

M9 ha obtingut un total de 3 punts d'un total de 29 això és (3·10)/29 = 1,034. Seguint aquest procés amb els dos estudiants i amb tota la promoció conjuntament obtenim els següents resultats:

Assignació d'un índex competèncial als resultats prova de competències de la Generalitat de Catalunya			
Competència	Estudiant 1	Estudiant 2	Tot 2n
Pensament i raonament	1,034	2,41	5,63
Modelització	1,17	1,76	5,65
Comunicació	4,19	5,32	6,47

Fig. 5.3.8 Indicadors comptencials a la prova CB del Dep. D'Educació

Observem que els resultats dels estudiants 1 i 2 són notablement més baixos que les mitjanes de tota la promoció. Això ja és el que esperàvem ja que els hem seleccionat perquè mostraven dificultats en l'aprenentatge. Les tendències dels dos estudiants i les de tota la promoció són similars és a dir la competència en comunicació és lleugerament superior a les altres dues. I els valors de les competències en pensament i raonament i modelització són molt semblants. Tanmateix aquest resultat ens sorprèn teòricament ja que en aparença l'element comunicatiu hauria de ser més exigent.

A la taula següent mostrem els valors competencials a les diferents accions realitzades:

	C. B.			P. D.			PJTE		
	P	M	C	P	M	C	P	M	C
Estudiant 1	1,034	1,17	4,19	0,81	0,4	0,91	3,6	3,75	1,2
Estudiant 2	2,41	1,76	5,32	0,98	0,4	0,91			
Promoció de 2n d'ESO	5,63	5,65	6,47	2,83	2,52	2,44			

C.B.= Competències bàsiques; P.D. Prova diagnostica; PJTE = Projecte; P= Competència en pensament i raonament matemàtica; M= Competència en posar i resoldre problemes i modelitzar; C= Competència en comunicació.

Fig. 5.3.9 Indicadors competencials a les tres activitats

Com es pot veure els dos estudiants mostren nivells inferiors al conjunt de la promoció tant en la prova de competències bàsiques com a la prova

diagnòstica. La qual cosa és coherent amb el nostre plantejament. L'estudiant 1 a la prova de competències bàsiques està una mica per sota de l'estudiant 2 i aquesta tendència, tot i que una mica suavitzada, però es manté a la prova diagnòstica. Els dos estudiants a la prova de competències bàsiques i diagnòstica mantenen un mateix to en els resultats, en canvi observem una millora en els resultats del projecte que han realitzat conjuntament. Això ens sembla indicar que el treball cooperatiu en un grup homogeni fluix ha fet sumar els potencials de cada un.

Com a tipus d'activitat és més complexa el projecte que les altres però en canvi els resultats són millors en els projectes que en les proves de competències bàsiques o la diagnosi inicial. Si ho mirem amb una mica més de detall veurem que en els projectes les competències de pensament i modelització han millorat força i en canvi a on s'avança més lentament és a la competència comunicativa.

Això ho considerem normal perquè la competència comunicativa és més exigent en un treball com el projecte que no en una prova tancada a on els elements comunicatius queden més simplificats. En el cas d'aquests dos estudiants, no perdem de vista que eren estudiants amb dificultats en general per l'aprenentatge, era el primer projecte que feien i per fer aprendre a fer projectes cal fer-ne més d'un. Pensem que les millores podrien ser més notables si en haguéssim fet més projectes.

La dificultat que han trobat aquests alumnes amb la competència comunicativa segurament és extensible a la resta de l'alumnat. Per tant som conscients de que en els projectes que facin en cursos superiors el professorat haurà d'adreçar l'ajuda en tot allò que tingui a veure amb la competència comunicativa ja que és la que s'ha mostrat amb més dificultats.

Com apreciació general valorem molt positivament aquest tipus d'activitat ja que exigeix als alumnes activar i desenvolupar les seves competències matemàtiques que és el que ens havíem proposat.

Capítol 6
Conclusions

Fins aquí hem tractat de mostrar tant des del punt de vista teòric com a la realitat, l'interès educatiu que té la realització activitats com els projectes matemàtics amb els alumnes de secundària. En aquest capítol acabem fent les últimes reflexions sobre la realització dels projectes amb els alumnes de secundària. En conjunt creiem que els objectius de l'estudi s'han aconseguit en la gran majoria tal com es pot veure al primer apartat del capítol.

6.1 Els objectius aconseguits

El que ens vam proposar al redactar el projecte d'estudi va ser:

- Explicitar les característiques del treball de projectes de forma acurada reconeixent les competències i habilitats que hi intervenen. Caracteritzar famílies de projectes que es realitzen a l'ESO segons la seva dificultat i nivell matemàtic. Associar aquestes famílies de projectes a les capacitats dels alumnes.

El plantejament teòric de les característiques del treball de projectes les trobem als capítols 1 i 2. L'enunciat de les competències matemàtiques que hi intervenen al nostre estudi es troben al capítol 2. Les famílies de projectes i la relació amb les capacitats dels alumnes així com una descripció del procés que es desenvolupa a la realitat es troba al capítol 4. La realització a la pràctica de projectes es troba als capítols 3, 4 i 5.

- Analitzar la millora de les competències i habilitats matemàtiques d'un grup d'alumnes amb dificultats d'aprenentatge en el treball de projectes i comparar-la amb alumnes de bon rendiment.

Al capítol 3 hem mostrat una prova inicial prèvia a la realització dels projectes per detectar aquells alumnes que tenen un baix nivell competencial. Entre aquests alumnes amb un baix nivell hem seleccionat dos per realitzar una anàlisi de casos que ha quedat recollit a la última part del capítol 5. Hem pogut contrastar els bons resultats obtinguts en el treball de projectes davant els resultats obtinguts en altres proves que hem utilitzat a l'anàlisi com la prova diagnòstica inicial i les proves de Competències Bàsiques. No hem realitzat un contrast amb els resultats obtinguts amb alumnes de bon rendiment. El volum de feina en l'anàlisi desborda les nostres possibilitats en l'estudi present.

- Reconèixer elements de gestió de l'aula que afavoreixen la millora del treball de projectes amb el dit grup d'alumnes amb dificultats d'aprenentatge, i elaborar una proposta per a la formació d'ensenyants de secundària per facilitar-ne la realització.

Exemples de com es fa la gestió de l'aula es troba al capítol 4, al capítol 5 mostrem el seguiment realitzat als alumnes amb dificultats i en aquest capítol 6 mostrem unes reflexions finals sobre el procés que es segueix en la realització de projectes. No hem pogut abordar, i per tant queda pendent, l'elaboració d'una proposta per a la formació de professorat de secundària. Això desborda el nostre estudi. Ens hem adonat de que és molt ampli. Aquesta qüestió sola podria ser objecte d'un altre estudi com el que presentem.

6.2 Sobre la manera de fer projectes

Al llarg d'aquesta memòria hem exposat com fem els projectes amb els alumnes a la classe i l'interès que té des del punt de vista educatiu. Per això ens agradaria que aquests tipus d'activitats es generalitzessin a les aules de l'ESO, però també sabem que no es pot fer d'una manera immediata ja que no és fàcil i que l'aplicació amb els alumnes es troba amb algunes dificultats.

L'experiència que coneixem d'altres països com Holanda, Alemania, Dinamarca, Regne Unit, USA, que van tractar d'incorporar als *curriculae* activitats d'aplicació de les matemàtiques i de modelització, des dels anys 60 i 70 ens mostra que tampoc es va produir una generalització en la realització d'aquestes activitats a les aules (Blum i Niss 1991, Burkhardt,1989). Això va ser així perquè aquests tipus d'activitats presenten unes dificultats que afecten tan a professors com alumnes, i nosaltres des de la nostra experiència de fer projectes, les corroborem. A continuació en mostrem algunes.

Als estudiants els hi representa una dificultat la naturalesa oberta dels problemes, l'èmfasi posat en aprofundir en el sistema abans que fer matemàtiques elegants, la falta de solució única, la necessitat de combinar tècniques matemàtiques abans que un mètode obvi i a més no es resolen d'una manera ràpida. De vegades els alumnes prefereixen fer les activitats més clàssiques, més rutinàries ja que les poden resoldre aplicant algunes receptes amb les quals els hi és més fàcil d'obtenir bones notes.

Les dificultats que se li presenten a un professor són de diferents tipus. Han de fer servir un rang més ampli d'estratègies d'ensenyament que la seqüència estàndard d'explicació, exemples i exercicis d'aplicació. Altres dificultats són les que assenyalen quan es refereixen a la preocupació que tenen molts professors pel temps que porta aquestes activitats, i que poder després els hi faltarà per completar tot el seu programa. També les creences que té el professorat poden convertir-se en una dificultat ja que n'hi ha que consideren que les activitats d'aplicació són una distorsió en l'ensenyament de les matemàtiques ja que precisament les matemàtiques no estan subjectes a contexts concrets. Una altre dificultat és el canvi de rol que suposa pel professorat, i la inseguretat que els hi suposa haver-se d'enfrontar amb temes que ells no han estudiat, o la dificultat per trobar suficients exemples per ensenyar aquests tipus d'activitats, o bé per adaptar-los a la seva classe per poder ensenyar-los amb detall.

Per tant creiem que algun professor/a que vulgui portar a la seva aula aquest tipus d'activitats es necessiten assegurar algunes qüestions que exposem a continuació.

En primer lloc cal una predisposició a modificar les maneres més clàssiques d'actuació, (en aquest mateix capítol trobareu un apartat a on es parla del paper del professorat i alumnat). S'ha de donar més protagonisme a l'alumne, el procés es basa molt en el diàleg pel que diem que seguim un procés dialògic, ens pot portar una mica més de temps, especialment al començament. Preveure l'ajuda que haurà de donar als alumnes, de quin tipus i en quin moment.

Cal preveure el màxim suport possible al professorat per que s'hi pugui sentir segur i còmode en el desenvolupament de l'activitat. Em refereixo a que conegui l'experiència dels que ja l'han portat a terme, (aquesta memòria pretén contribuir en aquest sentit tot i que som conscients de queés molt limitada i no ho resol tot), que conegui el producte que pot esperar obtenir. Especial importància li donem a que disposi de materials i recursos perquè no és raonable esperar que el professorat s'ho hagi d'elaborar tot de nou quan ja n'hi ha gent que ha treballat en aquestes qüestions. En aquest sentit la bibliografia que es pugui trobar en aquesta memòria pot ser orientadora.

Un altre element important és preveure com es farà la gestió del temps. Ja hem destacat la importància que tenen les entrevistes que es mantenen amb els alumnes. No sempre es poden fer en temps de classe i per tant s'haurà de preveure quan es podran realitzar. Fins ara ho hem fet dedicant algunes estones del temps de pati, al final de la jornada, al migdia o a la tarda, alguna guàrdia que hem coincidit. Es podria fer a les hores de departament, o amb més reconeixement institucional donant una compensació amb una reducció a les hores de guàrdia per exemple. O el que seria l'òptim donar-li un tractament similar al que se li dona als treballs de recerca del batxillerat. També s'ha de tenir present que els alumnes de primer cicle són poc autònoms i els hi costa prendre decisions, mentre que als de 2n cicle, si ja tenen la formació sobre la

realització de projectes al primer cicle, ja saben treballar amb més autonomia i prendre decisions.

Les diferències que es donen en el desenvolupament dels projectes entre els alumnes de primer i segon cicle no es refereixen als temes. Els temes poden ser els mateixos la resposta que donen és, evidentment, diferent. Els de 1r cicle, li donen un enfocament restringit a casos concrets, tracten de reduir el nombre de variables, els hi costa analitzar diferents casos i generalitzar, busquen respostes concretes. Són poc autònoms i dependents del professorat, els hi costa treballar amb diferents parts de la matemàtica relacionant-la i aplicant-la en una mateixa situació. Aquestes dificultats de fet es donen als dos cicles però mentre al segon amb poques explicacions els alumnes son capaços de superar-les i funcionar autònomament al primer cicle els hi costa molt més. També és cert que el coneixement que tenen de les matemàtiques és menor i alhora més insegur.

6.3 El paper de l'alumnat i del professorat al treball de projectes

El paper del professorat i de l'alumnat varia en funció de les característiques de l'activitat que s'estigui realitzant. Per exemple veiem les diferències entre la resolució de problemes i les activitats d'investigació. A la resolució de problemes, el professor pot controlar el procés, o donar orientacions i ajudes que facilitin arribar a solucionar-ho. L'alumnat està subjecte a aquestes orientacions. Mentre que a la investigació el control el té qui la fa i no hi ha un únic punt d'arribada. El professorat no té el control de l'activitat i en canvi l'alumnat té un espai per actuar amb més autonomia. De manera metafòrica Polya descriu la resolució de problemes com "trobar un camí a on no hi ha res conegut de immediat, trobar la manera de sortir d'una dificultat, rodejar un obstacle, per arribar a un final desitjat que no és d'accés immediat". Per la investigació (Pirie, 1987 p2 a Ernest, 1996, p 30) "l'èmfasi està a explorar una qüestió matemàtica en totes les direccions. L'objectiu és el viatge no el destí". Per aquestes raons la resolució de problemes a matemàtiques es descrita com un procés convergent mentre que la investigació és un procés divergent. En la realització de projectes si tenim present l'esquema de modelització que es

segueix podem veure que tota la primera part fins a la fase 10 que és la de resoldre problemes podem dir que es tracta d'una fase d'exploració. En aquesta fase el professor no té tota la informació, no pot tenir definit quin és l'itinerari correcte que ha de seguir l'alumne, és millor escoltar l'alumne, què és el que l'interessa, quin enfocament matemàtic li dona al tema, és a dir, és millor situar-se junt a l'alumne per generar coneixement i pensar conjuntament.

Després quan es tracta de resoldre el problema el paper del professor i alumne torna a ser el clàssic, el professor pot orientar i saber si la manera de fer dels nois i noies els portarà a alguna solució o més aviat s'allunyarà.

6.4 Competències assolides

En aquest estudi hem dissenyat un instrument per obtenir un indicador que ens permeti identificar les competències que intervenen i poder distingir diferents graus de profunditat en l'assoliment de les competències.

Hem mostrat l'aplicació d'aquest instrument en un projecte de 1r d'ESO i en un altre de 4t. En els dos casos els alumnes eren el primer projecte que ralitzaven. Tan en el projecte dels alumnes de 1r com en els de 4t es reconeix que han fet ús de les tres competències. Els resultats dels indicadors obtinguts són els que mostrem a la taula següent:

	1r d'ESO	4t d'ESO
Pensament i raonament matemàtic	2,72	6,36
Posar i resoldre problemes i modelitzar	5	5
Comunicar idees matemàtiques	3,95	3,46

Figura 6.3.1 Resultats competencials dels projectes

La competència pensament i raonament matemàtic és la que es troba més relacionada amb les activitats que freqüentment es treballen a l'aula i per això sembla coherent que els de 4t d'ESO hagin obtingut un resultat notablement millor que els de primer. Mentre que les altres dues competències, normalment no es treballen a les activitats més habituals d'aula i per tant no resulta

estrany que els resultats hagin sigut similars i més baixos que el anterior. En el capítol 4 hem mostrat el procés de modelització que segueixen unes alumnes de 2n d'ESO mostrant quines parts els hi resulten més difícils. En el cas de les competències en comunicació, en el mateix capítol 4 hem mostrat les dificultats i les confusions que normalment tenen el alumnes. Les dificultats mostrades suggereixen a on el professorat ha de posar èmfasis per millorar el desenvolupament de les capacitats de l'alumnat.

Per tant considerem que de la manera com entenem els projectes matemàtics, són activitats que permeten treballar les tres competències considerades, i destaquem que no és el que passa amb les activitats que normalment se solen fer a les aules ni les que venen proposades als llibres de text. Per això entenem que els projectes matemàtics són activitats que permeten donar resposta a les demandes educatives més innovadores que es plantegen actualment en el nostre país i en general en tots els països desenvolupats que són les que es refereixen al desenvolupament de les competències matemàtiques.

6.5 Síntesi de dificultats observades als alumnes amb dificultats

En aquest estudi hem mostrat que l'activitat de projectes és una activitat integradora, perquè no hi ha alumnes que quedin exclosos al llarg del procés de realització i és un desafiament per les seves capacitats de fer i necessitaran posar en acció les seves competències matemàtiques.

La prova diagnòstica inicial ens dóna informació de quins alumnes tenen un baix nivell competencial i previsiblement es trobaran amb més dificultats. D'aquesta manera abans de començar l'activitat podem planificar la nostra intervenció i preveure quins alumnes tindran necessitat d'ajudes més específiques. De les observacions realitzades durant el treball d'aquests alumnes i de l'anàlisi de les seves produccions podem dir que les principals dificultats amb que es troben aquests alumnes són les següents:

Poca confiança en els propis coneixements matemàtics. Aquesta desconfiança els porta a valorar poc el que fan i poden fer. També els hi costa establir

relacions entre les diferents parts de la matemàtica. Això fa que no són tan autònoms ja que necessiten confirmar el que fan asiduament. Això també fa que disposin de menys recursos per superar les dificultats, per intentar diferents estratègies ja siguin formals o heurístiques.

Una activitat llarga se'ls fa difícil de gestionar, prefereixen la immediatesa a haver de planificar diferents passos per arribar al final de l'activitat. Tenen dificultats per generalitzar i es desenvolupen millor treballant sobre casos concrets.

Els hi costa veure la relació entre matemàtiques i realitat, destriar les variables que intervenen de les que no, de veure la relació entre elles. Decidir quina informació necessiten i a on trobar-la. Reconèixer la informació útil pel seu problema de la que no ho és. Atendre a les explicacions del professorat quan li pregunten.

Haurien d'entendre que a través del treball cooperatiu podrien compensar algunes d'aquestes dificultats que hem exposat, però no sempre és així. Li correspon al professor planificar la seva intervenció per compensar aquestes dificultats. Es tracta de fer un seguiment més acurat d'aquests alumnes per evitar que aquests problemes no es arribin a bloquejar-los. L'experiència ens mostra que d'aquesta manera és possible que aquests alumnes puguin realitzar fins al final l'activitat i que mostrin una millora en les seus nivells de competències matemàtiques.

6.6 Les TIC i els projectes

Al dia d'avui els ordinadors a l'ensenyament de les matemàtiques no tan sols són una eina que ens ajuda en la realització de tasques rutinàries, càlcul o representacions gràfiques, sinó que canvien en la manera d'ensenyar matemàtiques. Amplia les possibilitats de plantejar problemes i qüestions matemàtiques i crea nous mètodes d'ensenyar. Tot i això creiem que actualment l'ús de les TIC a l'aula de matemàtiques no està generalitzat, per diferents motius, alguns d'ells són iguals que en la realització de projectes que

el professorat no se sent segur amb l'eina, no té prou recursos a l'abast, s'ha de dedicar molt de temps per conèixer les possibilitats que ens ofereix. També s'ha de mencionar les dificultats organitzatives dels centres que en la majoria de casos s'ha de reservar l'aula d'informàtica de manera que suposa unes limitacions i restriccions que de vegades poden arribar a ser insuperables.

En el cas dels projectes els ordinadors ens faciliten aplicar les matemàtiques a les situacions reals i en la cerca de models. Ens permeten abordar problemes matemàtics amb menys coneixement teòric que d'altra manera sense els ordinadors seria impossible de plantejar-se, com hem vist en el cas dels alumnes de 4t d'ESO. D'aquesta manera permet avançar la introducció de nous conceptes i centrar-nos en els processos de resolució de problemes. És el cas del projecte de 4t d'ESO sobre les llaunes de conserva, que hem vist al capítol anterior, a on hem resolt un problema d'optimització d'una funció racional que d'altra manera no seria abordable en aquest nivell. El full de càlcul ens pot fer aquesta feina.

Fàcilment es pot treballar amb un volum gran de dades, lo que permet aplicar l'estadística mantenint el realisme de la situació ja que no és necessari fer simplificacions de la situació. Per aquestes situacions també poden ser útils les calculadores. En qualsevol cas l'obtenció de paràmetres i gràfics és immediata i ens podem centrar en la seva interpretació. Podem trobar casos a on introduir fàcilment la regressió lineal. Per aquests casos es poden fer servir paquets pròpiament estadístics com el minitab, o simplement un full de càlcul.

A més dels casos que hem mostrat en els exemples que hem treballat, les TIC ens ofereixen moltes possibilitats. Així per modelitzar la realitat podem fer servir diferents eines. Per exemple un programa de geometria dinàmica com per exemple el geogebra, (http://www.geogebra.at/download/install.htm), ens permet de treballar sobre imatges de la realitat per fer el seu estudi matemàtic. El programa Geogebra ens permet situar una imatge a la seva pantalla i al damunt li podem posar els eixos de coordenades i aplicar totes les eines que porta incorporades. Amb el fàcil accés a les càmares digitals actuals, el lector pot comprendre que les possibilitats que donen aquest recurs són amplísimes.

El professor Adrian Oldknow té molts exemples excel·lents a la seva pàgina web http://www.adrianoldknow.org.uk a on ofereix als nois i noies l'oportunitat de fer servir les matemàtiques amb els seus objectes quotidians i intentar de construir models d'aquestes situacions.

Si el que volem és extreure les coordenades d'una imatge, una eina molt útil es pot trobar a http://maths.sci.shu.ac.uk/digitiseimage/ . Aquest programa lliure *Digitise Image* permet definir el vostre propi origen i les escales dels eixos. L'avantatge que té sobre els altres és que permet recollir una col·lecció de coordenades dels punt que hem marcat i després traspassar-les a un full de càlcul per poder tractar-les, fer interpolacions, representar- les buscar equacions que s'aproximin etc

També és possible capturar amb una camera de video accions que realitzen els nostres alumnes com llançar una pilota de basket, o de futbol, o un salt etc Poden ser obtinguts com arxius de tipus *.avi* i d'aquesta manera poden ser vistos amb software com el MS Windows Media Player. Es poden capturar dades del vídeo fent servir el programa de Doyle V. Davis anomenat Vidshell 2000 que es pot descarregar lliurament de l'adreça http://webphysics.tec.nh.us/vidshell/clips.html. Les eines que porta incorporades permeten capturar temps i coordenades del vídeo.

S'ha de tenir present que aquests mètodes que hem presentat són aproximacions. Però les considerem suficientment vàlides per la finalitat que ens proposem de caràcter didàctic a més no oblidem que el que té més valor serà totes les discussions i raonaments que es poden generar al voltant del procés que s'ha seguit i es conclusions que es poden treure.

REFERÈNCIES

A continuació es troben La bibliografía amb la que hem treballat durant l'estudi. La presento en dos apartats, al primer són els llibres de carácter més teòric i en segon lloc els més pràctics amb suggeriments per l'aula.

A) De carcàcter teòric:

ABRANTES, P. (1994). *O Trabalho de Projecto e a Relaçao dos Alunos com a Matemàtica a experiência do Projecto MAT789*. Lisboa. Tesis doctoral.

ARAVENA, M M. (2001) *Evaluación de proyectos en un curso de álgebra universitaria. Un estudio basado en la modelización polinómica.* Tesis doctoral.

BLUM, W. i NISS, M. (1991) "Applied mathematical problem solving, modelling, aplications, and links to other subjects -state, trends and issues in mathematics instruction". *Educational Studies in Mathematics*, vol. 22, nº 1, 37-68.

BURKHARDT, H. (1989) "Mathematical Modelling in the Currículo" a Blum et al. *Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics*. Eds. Ellis Horwood Limited. Publisher Chichester pp 1-11.

CAREY, D. A. et al. (1997). "La equidad y la educación matemática" a Secada, W.G. et al. *Equidad y enseñanza de las matemáticas: nuevas tendencias* Madrid. Ediciones Morata. Ministerio de Educación y Ciencia pp 109-140.

COMISIÓN CIEAEM (2001)] "Manifiesto para el Año de las Matemàticas. 50 años de CIEAEM. Presente y futuro" a Giménez, J.(Coord) *Matemáticas en Europa: Diversas perspectivas*. Barcelona. Editorial Graó pp13-27

COCKROFT, W.H. (1985) *Las Matemáticas sí cuentan. Informe Cockroft.* Madrid. Ministerio de Educación y Ciencia.

DeSeCo (2003) *Key Competencies for a successful Life and a Well-Functioning Society.* OCDE.

ERNEST, P. (1996) "Investigaçoes, Resoluçao de Problemas e Pedagogía" a Associaçao de profesores de matemàtica *Investigar para aprender Matemática*. Grupo Matemática para todos, pp 25-50

FREUDENTHAL, H., (1983) *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht. Holanda: D. Reikel

FRANKENSTEIN, M. (1997) "La equidad en la educación matemática: el aula en el mundo exterior al aula" a Secada, W.G. et al. *Equidad y enseñanza de las matemáticas: nuevas tendencias*, Madrid. Ediciones Morata. Ministerio de Educación y Ciencia pp179-205.

GIMENEZ, J. (1997) *Evaluación en Matemáticas. Una integración de perspectivas* Madrid. Sintesis.

GIMENEZ, J. (2002) "Modelización, un desafío básico para la enseñanza postobligatoria" a *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*, n 31. Barcelona. Editorial Graó pp 5-6.

GOMEZ, J. (1998) *Contribució a l'estudi dels processos de modelització a l'ensenyament/aprenentatge de les matemàtiques a nivell universitari*. UAB. Tesis Doctoral.

GÓMEZ, J. i FORTUNY, J.M. (2002) "Contribución al estudio de los procesos de modelización en la enseñanza de las matemáticas en escuelas universitarias" a *UNO Revista de Didáctica de la Matemáticas*, n 31. Barcelona. Editorial Graó pp 7-23.

GUZMAN de, M. (1983) “Pensando sobre educación matemàtica” a *Revista de Occidente.*

IZARD, J. (1997) “Assessment of Complex Behaviour as Expected in Mathematical Projects and Investigations” a Houston,S.K., Blum,W., Huntley, I., Neill,N.T. *Teaching and learning Mathematical Modelling* Albion Publishing. Chichester.

KEITEL, C. (1997) “Matemáticas y realidad en la clase” a *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*, n 12. Barcelona. Editorial Graó pp 49-68

KEITEL, C. (2001) “Evaluación, globalización, diversidad, y cambios en educación matemática. El caso de Alemania”. a Giménez, J. (Coord) *Matemáticas en Europa: Diversas perspectivas*. Barcelona. Editorial Graó pp 29-50.

KILPATRICK, W. (1918) “The project method” *Collage Record*, vol XIX, n 4, 319-335

KILPATRICK, J. (1992) Some issues in the assessment of mathematical problem solving a Ponte, J. et al. (Eds.) Mathematical problem solving and new information technologies Springer-Verlag.

LLADÓ, C.] (1997) “Una educación matemática enraizada en la história de la cultura” a *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*, n. 12 Barcelona. Editorial Graó pp 37-48

MASON, J. (1996) “Resoluçao de Problemas Matemáticos, no Reino Unido: Problemas abertos, Fechados e Exploratórios”, a Associaçao de profesores de matemàtica *Investigar para aprender Matemática*. Grupo Matemática para todos, pp 15-24

MASON, J. (2004) i SUE JOHNSTON-WILDER (Eds.) *Fundamental Constructs in Mathematics Education*. The Open University pp 190-192

MATOS, J. (1998) “Mathematics Learning and Modelling: Theory and Practice” a Galbraith. P., Blum. W. Broker, G., Huntley, Ian D.. *Mathematical Modelling. Teaching and Assessing in a Technology-Rich World*. Horwood Publishing. Chichester pp 21 -28

NCSM (Nacional Council of Supervisors of Mathematics) (1978) “Position statement on basic skills. Mathematics Teacher, vol 73 pp 147-152

NISS, M. (1989) “Aims and scope of applications and modelling in mathematics curricula” a Blum, W. Berry, J. Biehler, R. Huntley, I. Kaiser-Messmer, G. Profke, L. (Eds.) *Applications and modelling in learning and teaching mathematics*. Chichester: Ellis Horwood, pp 22-31

NISS, M. (1995) “Las matemáticas en la sociedad” a *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*, n. 6 Barcelona Editorial Graó pp 45-58

NISS, M. (2003) *Mathematical Competencies and the learning of mathematics: The Danish Kom Project.* www.nationalacademies.org/mseb/Mathematical-competencies_and_Learning_of_Mathematics.pdf

NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática* Sevilla. SAEM Thales.

PALLASCIO, R. (1992) Project work: a metod to reach the level of rational knowledge in elementary school mathematics a Jarkko Leino (Ed.), Mathematics teaching through project work. Hämeenlinna (Finlandia): University of Tampere. Dep. of Teacher Education, 7-16.

PEHKONEN, L. (1992) Project study in school a Jarkko Leino (Ed.), Mathematics teaching throug project work Hämeenlinna (Finlandia): University of Tampere, Department of Teacher Education, 57-65.

PONTE, J.P. (2004) “Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos”. A Gimenez, J., Santos, L., Ponte, J.P. (coords), *La actividad matemática en el aula Barcelona*. Graó, pp 25-34

SOL, M. GIMENEZ, J. (2004) “Proyectos matemáticos realistas y resolución de problemas” a Gimenez, J., Santos, L., Ponte, J.P. (coords), *La actividad matemática en el aula Barcelona*. Graó pp 35-48

VILATZARA, GRUPO (2001b) “Proyectos en la ESO. Una actividad rica” a *UNO. Revista de didáctica de las matemáticas*. vol 27. Barcelona. Editorial Graó, pp 21-36

WHEELER, D. (1982) “Modelling and mathematisation” a Mason, J. (2004) i Sue Johnston-Wilder (Eds.) *Fundamental Constructs in Mathematics Education*. The Open University pp 192

WILLIAMS, H. AHMED, A. (1998) “Applications, Modelling and communication in Secondary School Mathematics. A *Mathematical Modelling. Teaching and Assessing in a Technology-Rich World*. Galbraith. P., Blum. W. Broker, G., Huntley, Ian D.. Horwood Publishing. Chichester, pp 11-20

B) De carácter pràctic per l’aula

BOLT, B. i HOBBS, D. (1991) *101 Proyectos matemáticos Barcelona.* Ed. Labor

BOLT, B. (1992) *Matemáquinas. La matemática que hay en la tecnología* Barcelona. Ed. Labor

BOLT, B. (1989) *Aún más actividades matemáticas*. Barcelona. Ed. Labor

CHEROUVIM, N. (1993) Mathematics in the real world. Cambridge. Cambridge University Press

CHEROUVIM, N., KITCHEN, A. et al. (1990) *Practical projects with mathematics.* Cambridge. Cambridge University Press.

EAGLE, M.R. (1995) Exploring mathematics through history. Cambridge. Cambridge University Press.

JORBA, J. i CASELLAS, E. (eds.) (1996) *La regulació i autoregulació dels aprenentatges* ICE de la UAB.

SOL, M. (1998) “Proyectos matemáticos en la ESO, cómo los evaluamos” a *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*, n. 17 Barcelona. Editorial Graó, pp 105-114

SPOTORNO, B. I VILLANI, V. (1976) Mondo reale e modelli matematici. Firenze. La nuova Italia Editrice.

VILATZARA, GRUPO (2001a) “Experiencias sobre proyectos e investigaciones matemàticas en secundaria” a *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*. vol 46, pp 29-47

Annex

Annex A

Instruments d'anàlisi de competències matemàtiques als treballs de projectes

Graella per l'anàlisi de la competència en pensament i raonament matemàtic

Elements competencials matemàtics analitzats	Criteris	Valoració al projecte
Plantejar qüestions matemàtiques	1.- Davant una situació real saber parlar o questionar-se sobre el canvi, proporció, mesura, optimització, patrons, etc.. 2.- Davant d'una situació real saber resaltar l'interès social que té analitzar el canvi, la proporció, mesura, optimització, patrons, etc..	
Compren i manipula les limitacions i l'abast de conceptes donats. (Els criteris d'aquesta competència no estan relacionats per una diferència de grau com en els altres casos, sinò que són independents els uns dels altres i poden donar-se un diferents o cap i paer tant els consideraria acumulables)	1.- Consciència de la limitació de l'exactitud en els càlculs. A les funcions seria el rang de validesa (domini). 1.- Reconeix conceptes matemàtics en situacions reals i les relacions que puguin donar-se entre ells. (Quan per calcular el perímetre d'una taula rodona apliquen $L=2\cdot\pi\cdot r$ havent fixat el radi, o quan en el disseny de les taules del bar es relaciona amb les mides reals del bar de l'institut). 1.- Saber reconèixer raonadament les variables rellevants que s'han de tenir present, en la construcció del model, d'entre totes les que intervenen a la situació real considerada. 1.- Saber fer raonadament suposicions sobre les condicions del problema o fixar valors de variables que intervenen o restringir-los en funció de la naturalesa del problema real plantejat. 1.- Reconeix l'abast i aprofundiment del problema plantejat. (Expresa que no es planteja abordar determinat problema perque resultaria massa extens o necessitarien coneixements que encara no en disposen) 2.- Reconeixen limitacions vinculades a les propietats matemàtiques dels conceptes implicats.(precisió matemàtica)	
Extensió de l'abast d'un concepte per abstracció d'algunes de les seves propietats; generalització de resultats al major nombre de classes d'objectes .	1.- Reconeixement i ús de propietats necessàries per a resoldre la situació. (per exemple és conscient de la propietat aditiva de l'àrea) 2.- Reconeixement i ús de formes de resoldre per mitjà de generalitzacions (àlgebra, reconeixement de patrons, ...) 3.- En el procés de construcció del model fa servir un contingut nou per deducció o abstracció d'algunes de les relacions observades. (Per exemple l'ús de la resolució d'equacions en alumnes de 2n d'ESO abans de que s'haguessin explicat a la classe, l'ús de funcions trigonomètriques a 4t d'ESO abans de haver-les introduit a l'aula).	
Distinció entre diferents tipus d'estaments matemàtics	1.- Davant d'una situació real justifica les matemàtiques que fa servir reconeixent la diferencia d'abast i validesa dels diferents tipus d'estaments com teoremes, definicions, conjectures, suposicions, condicions, implicacions, cas particular, quantificadors, raonaments heurístics.	
Comprendre i avaluar arguments encadenats posats per altres.	1.- Davant la informació i les explicacions matemàtiques que reben del seu professor o d'altres fonts d'informació saben comprendre-la. (Això es pot veure contrastant la memòria presentada amb el que s'ha dit a les entrevistes de seguiment i la informació amb la que han treballat)	
Saber el que és una comprovació matemàtica i en que es diferencia d'altres tipus de raonaments matemàtics per exemple heurístics.	1.- Al llarg del procés de construcció del model realitza comprovacions heurístiques per assegurar la seva validesa, 2.- Al llarg del procés de construcció del model realitza comprovacions ben fonamentades matemàticament, reconeixent el valor que té en front d'altres tipus de comprovacions no tan formals.	
Reconèixer les idees bàsiques d'una linia argumental donada, distingint les idees principals dels detalls, les idees dels tecnicismes.	1.- A la memòria que presenten s'explica amb coherència i precisió el procés matemàtic seguit per la construcció del model, sense perdre de vista la situació real inicial ni allargar-se a les qüestions més tècniques a les que s'han enfrontat ni en les qüestions de detalls. 2.- Interpretar i valorar la validesa i significat matemàtic de les solucions trobades als problemes plantejats així com la seva coherència en el model construit.	
Inventant arguments matemàtics formals i informals, i transformant arguments heurístics en proves vàlides per ex. Proving estaments	1.- Davant d'una situació real elaborar arguments matemàtics formals i informals per tractar de justificar o explicar el procés de construcció del model. 2.- Els arguments heurístics que s'han fet servir en el procés de construcció del model s'han transformat en proves vàlides.	

Graella per l'anàlisi de la competència en posar i resoldre problemes i modelització

Elements competèncials matemàtics analitzats	Criteris	Valoració al projecte
Identifica i posa diferents tipus de problemes de matemàtiques aplicades.	1.- És capaç de formular en forma de problema les qüestions matemàtiques que es planteja.	
Resol problemes de matemàtiques aplicades posats per ell/a mateix o per altres i si és possible de diferents maneres.	1.- Resol els problemes plantejats emprant diferents estratègies i procediments matemàtics. 2.- Es mostra capaç de resoldre els problemes de diferents maneres i fer valoracions sobre les diferències.	
Analitzar fonaments i propietats de models existents incloent l'avaluació del seu rang de validesa.	1.- Identifica a la realitat possibles fonaments i propietats de models coneguts així com el seu rang de validesa a la situació real inicial que es considera.	
Descodificar models existents traslladant i interpretant elements del model en termes de realitat modelada.	1.- Descodifica models existents, traduint i interpretant els seus elements a la realitat que modelem.	
Construir un model en un context donat	1.- Construeix un model reconeixent el significat i l'abast que tenen a la situació real inicial les solucions i conclusions a les que arriba. 2.- Identificar les relacions i prediccions que es poden fer entre els elements que hem seleccionat a la situació inicial a partir dels resultats obtinguts. 3.- Validar el model contrastant la coherència entre les solucions trobades matematicament i les prediccions que es poden fer en el context real inicial. Compara amb altres models. En cas necessari és capaç de refer el model per millorar-lo.	

Graelles per l'anàlis de la competència en comunicació

		Elements competencials matemàtics analitzats
1. Incentivació i efectivitat	Representació i Interpretació obj matem.	1. Anima amb explicacions i explicita objectes matemàtics associats al problema.. 2. Tracta que qui escolta entengui que s'han realitzat interpretacions, i per tant s'expliciten els valors dels punts del procès 3.
	Decodifica formalismes	1. Simplement presenta processos efectuats i parla dels objectiusde forma comprensible. 2. Tradueix en algun moment aspectes matemàtics per a explicar el problema real amb l'objectiu que tothom entengui, Posa exemples per a mostrar la generalitat del que es vol explicar 3. A més, usa algun element d'empatia per mostrar el valor de decodificar en el treball realitzat.
	Registres diferenciats	2. Usa en algun moment 2 o mes registres per expressar les idees del model (POSA ALGUNA IMATGE IL.LUSTRATIVA PER AJUDAR) 3. A més, usa en algun moment (1a diapoositiva) ALGUNA FORMA VISUAL NO NOMÉS ESCRITA PER CRIDAR L'ATENCIÓ SOBRE EL MODEL. 4.
	Tècniques	1. Indica en algun moment aspectes matemàtics associats al problema. Els exemples expressen els càlculs corresponents 2.
	Argumentacions	1. Usa formes argumentatives convincents per a interessar als companys del treball realitzat Només justifica el que s'ha fet 2. a més, explicita arguments del valor social del treball 3. A més mostra justificadament de forma enfàtica el valor de la descoberta realitzada en realació al treball fet
	Eines i recursos	1. Presenta propietats rellevants del treball i les reconeix explicitament amb alguna eina del ppt o ambv la forma de presentar el guió, o d'alguna altra manera. Fulletó que ens va donar (DANI)

2.- Claredat – senzillesa	Represen object matem Interpretació	1. Mostra indicis de veure els objectes matemàtiocs associats al problema de forma coherent. 2. A més fa interpretacions dels objectes matemàtics de forma concisa i clara	
	Decodifica Formalismes	1. Explicitar i assumir en 1a persona les accions de decodificació de manera que es trasmet (sobretot a la conclusió) la comprensió del moment decodificador del treball	
	Registres diferenciats	1. Fa referències a dibuixos per donar informacions en lloc de frases. Posa un percentatge en lloc d'una frase, parla donant una idea que es veu amb un dibuix	
	Tècniques	1. Excplicita els procediments matemàtics en el seu just interès per a la descripció del model. No es queda només en la mera enunciació de tècniques.	
	Argumentacions	1. Reflexions argumentades que s'entenen i no es compliquen. Una frase més curta, millor. Usa arguments sobre els exemples particulars per il.lustrar clarament el que es vol afirmar.	
	Eines i recursos	1. Es mostra algun element visual que fa veure més enllà del disseny de la presentació del treball realitzat (exemple de Gema)	

3.- Precissió expressiva	Representa obj matem Interpretació	1. Es volen dir coses interessants, i es diuen de debó. Fa bon ús de les gràfiques. 2. Valoritza les relacions entre variables i interpreta bé	
	Decodifica formalismes	1. Quan fa decodificacións matemàtiques, ho fa de forma acurada i ben expressada 2. Les formes matemàtiques usades són correctes i amb bones relacions interpretatives.	
	Registres diferenciats	1.Usa registres diferents per explicardiversos aspectes del treball i quan , ho fa sempre està bé. 2.Quan es fan representacions diferents es cuida esgotar possibilitats. Per exemple, es posen percentatges en les gràfiques, es posen bé els valors dels diagrames...	
	Tècniques	1.Usa operacions i càlculs variats de forma correcta i amb expressió matemàtica correcta. 2. A més, usa diferents formes matemàtiques per contrastar els resultats 3. Si per a resoldre un mateix problema, s'enfronten tècniques diferents i es valora per què una ha estat millor que l'altra,	
	Argumentacions	1. Les frases matemàtiques que hi ha estan ben dites i es justifiquen dins la presentació general del model 2. A més, Usa inferències de forma adequada. 1.- A més, la generalització es formula i explica a partir dels casos particulars mostrant el procès inductiu generat	
	Eines i recursos	----	
4 Organit.	Represen object matem Interpretació	1.- Estableix bones relacions entre objectes matemàtuics que explica	
	Decodifica Formalismes	1.- Sap col.locar exemples acompanyant idees matemàtiques en el moment de decodificació de forma sistemàtica	
	Registres diferenciats	1.- Usa colors per separar les parts diferents del treball, per situar al que ho sent, 2.- L'index compleix la missió de comunicar l'esquema de model realitzat, ... Estructura hipertextual	
	Tècniques	1.- Indica acuradament els passos temporals vinculats amb procediments/mètodes matemàtics del procès.	
	Argumentacions	1.- Explicita els salts de diapositives perquè indiquen salts d'idees.	
	Eines i recursos		

5.- Estructuració (relacions visibles)	Representa obj matem Interpretació	1. En la globalitat del treball (no només en un lloc) m ostra relacions acurades entre realitat i objectes matemàtics	
	Decodifica Formalismes	1.- Separa coherentment els objectius del problema i al final explica la decodificació realitzada dels càlculs de forma clara i contundent 2. A més explicita els elements matemàtics emprats més enllà de simples procediments de càlcul. I fa veure la seva importància en la resolució del model. Els exemples que es posen il.lustren el que és realment important en la decodificació.	
	Registres diferenciats	1. Trasllada convenientment representacions per a mostrar idees importants del model. Més enllà de simplement fer un dibuix al costat del text. Diu coses del tipus "Aqui podeu veure-..." Al llarg de tot el treball i no noméws en una transpàrència. 2. A més, per mostrar les conclusions , usa formes i registres diferents, reconeixemnet el valor de la informació que ofereix cada un.	
	Tècniques i principis	1. Es mostra el procès de modelització amb les tècniques – mètodes matemàtiques associades sabent explicitar on es fa servir cada una. 2. A més, Els exemples s'adequen en tot moment a explicitar la relació particular/general pròpia del model . 3. A més s'incorpora una forma explicita de mostrar-ho (diagrama, esquema,	
	Argumentacions	1.- Es donen per mitjà de frases inferencials de forma global, que fan veure el conjunt. 2. A més es mostren frases argumentals que volen que qui escolta entengui l'estructura general del treball.	
	Eines i recursos	1.- Incorpora elements que tracten de mostrar generalitat i variabilitat	

6.- Qualitat	Represent obj matem Interpretació	1.- A fegeix al ppt elements matemàtics o del model no previstos 2.- Fa judicis acurats per a mostrar informacions rellevants sobre el model	
	Decodifica formalismes	1. Expressa amb fidelitat i cura, elements de decodificació rellevants per a copsar el model. 2. Afegeix rangs de precisió . Identifica objectius lligats amb la decodificació del procès modelitzador. Distingeix el particular del general de forma adient. 3. Sap integrar coneixements diferents del procès de decodificació.	
	Registres diferenciats	Usa registres diferents per a mostrar processos que indiquen caracteristiques dels moments de modelitació i expressa el seu significat i valor.	
	Tècniques	Explicita tècniques utilitzades amb exemples rellevants, de manera que es veuen els elements generals. Mostra unbopn domini de les tècniques matemàtiques associades.	
	Argumentacions	1.Identifica raonaments que permeten justificar punts claus del procès 2. A més procura fer servir explicacions amb arguments basats amb exemples i mostra idea que els exemples són només part d'un cas general. Identifica relacions respecte el fons del problema. 3. Usa un estil argumentatiu tendent a ser formalitzador, plantehja raonaments hipotètics,, insisteix en rangs de validesa de les afirmacions fetes...Afegeix elements importants del model justificant-los deductivament.	
	Eines i recursos	1. Utilitza en algun moment recursos paral.lels al ppt per a mostrar variabilitats 2.Sap que és important la variabilitat del fenomen, i ho expressa tècnicament 3. Mostra agudesa modelitzadora, i il.lustra generalitzacions amb tecnologia	

Annex B

Graella de codificació i baremació de la prova

Pregunta 1.1

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Dona argumentació absurda o errònia o sense basar-se en l'augment de les quantitats.	- Era previsible que saltés 7,5 metres perquè sempre rondava les mateixes puntuacions. - He fet la mitjana i és 8,25.	0
2	Argumentació de que no es pot saber perquè no hi ha una diferència constant.	No sé com ho he de fer ... - No es podrà saber. - La diferència és diferent	0
3	Argumenta raonablement una quantitat sense parlar de les diferències.	Saltarà 8 m i escaig i menys de 8,95	1
4	Diu que ha de ser més gran, o bé dóna una quantitat raonablement més gran (no superior a 8,75) sense explicacions de l'augment o bé una explicació d'augment errònia.	Es preveia que augmentés 8,60	1
5	Argumentació fixant-se en l'augment progressiu amb alguna equivocació (no explicitat)		2
6	Argumenta bé donant una quantitat més gran basant-se en coneixements d'atletisme	8,62 perquè és una mica més de 8,56	2
7	Raona basant-se en les dades numèriques per algun tipus de diferència. Tot i dir que pot ser 8,98 que és absurd.	8,70 perquè al 97 va fer 7,87 i al 99 8,56	2
8	Explicita argumentació basada en l'aproximació de les dades i justificant amb certa precisió que no pot ser mot més que el rècord mundial, que veu la correlació.	Ell acostuma a pujar de 30 cm a 40 cm cada any .. per tant 8,70 0 8,8	3

Pregunta 1.2.a

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument		0
2	Marca bé o malament però amb		0

	argument erroni.		
3	Diu que no i parla d'error d'escala		0
4	Marca bé sense explicacions o explicacions molt pobres.		1
5	Respon correctament sense referir-se a les dades numèriques	o diu que són 900 cm i no 1 km	1
6	Raona correctament, introduint el fet que l'aproximació de la gràfica numèricament s'hi acosta	A l'escala falten 100 m per arribar. Mirant l'escala veiem que queda molt a prop dels 900.	2
7	Explicita argumentació basada en una observació acurada de la gràfica i el fet que està incorrecta i mostrant a més la impossibilitat del fet.		3

Pregunta 1.2.b

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca sense argument		0
2	Marca amb argument erroni		0
3	Marca bé sense explicació o explicació absurda. Incoherència entre resposta i argument.		0
4	Diu que sí sense referir-se a les dades numèriques o diu que no amb argument pobre	Podem saber-ho tot i que no sigui cert	1
5	Diu que sí o que no es dedueix però raona amb certa correcció basant-se raonablement en les dades numèriques.	Va ser 7,87 i l'altre 7,89. Va fer menys (7,87<7,89).	2
6	Diu que no es dedueix perquè no posa que és el millor salt		2
7	Explicita argumentació basada en l'aproximació de les dades o indica explícitament que la diferència és molt petita per tenir-la en compte.	- Són pràcticament iguals. - Es més o menys el mateix	3

Pregunta 1.2.c

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument.		0

2	Marca bé o malament però amb argument erroni		0
3	Marca bé sense explicació o explicació pobre.		1
4	Diu que sí sense referir-se a la forma visible		1
5	Diu que sí perquè s'enuncia la semblança amb aquesta forma quan les coses es mouen.		2
6	(Diu sí o no) Explicita argumentació basada en el fet que la corba visualment és una paràbola (per manca de simetria, s'allarga cap a la dreta..)		3

Pregunta 1.2.d

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument.		0
2	Marca malament amb argument erroni		0
3	Diu que es dedueix, o no, però amb un argument absurd (citant per ex. la velocitat del vent) o erroni	- Podem saber la velocitat mitjana amb la velocitat del vent. - Només et diuen la velocitat del primer salt	0
4	Marca bé que no es dedueix sense explicació		1
5	Respon correctament que no es dedueix sense referir-se a cap de les variables numèriques que falten, o s'argumenta a partir del que hi ha i no del que falta.	No hi posa velocitats	1
6	Raona amb certa correcció basant-se en la manca de la variable temps	No et diu el temps que tarda en fer el salt.	3

Pregunta 1.2.e

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument.		0
2	Marca bé o malament però amb argument erroni	- No perquè dóna 7,4. - No ho diu i no hi ha càlculs per saber-ho.	0

3	Marca bé sense explicació (o amb alguna incorrecció)	- Sí perquè et diuen les tres velocitats. - Si divideixes els tres salts et dóna això.	1
4	Respon correctament sense referir-se a les dades numèriques. Només explica que es pot.	Pots calcular-ho.. perquè estan escrits	1
5	Raona amb certa correcció basant-se raonablement en dades numèriques, o al menys explicita el funcionament.	- Si fem la mitjana dóna 7,77. - Perquè m'ha sortit igual la mitjana. - Si sumes i divideixes per 3 et surt la mitjana.	2
6	Resposta coherent de que no es dedueix per error de càlcul.		2
7	Explicita argumentació basada en l'aproximació de les dades i indica explícitament algun altre argument correcte.		3

Pregunta 1.2.f

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument.		0
2	Marca bé o malament però amb argument erroni	- L'has de deduir fent càlculs. - Sí perquè ho posa la primera plana.	0
3	Marca bé, que no es pot deduir, sense explicació.		1
4	Respon correctament, que no es pot deduir, sense referir-se a les dades numèriques.	-No et diu els salts del campionat del món. - Coneix la dada del campionat del món.	1
5	Raona amb certa correcció basant-se en que només et diuen el millor salt.	Del 1999 només et diuen el seu millro salt.	2
6	Explicita argumentació més acurada basada en quelcom més que només et diuen el millor salt.		2

Pregunta 1.2.g

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Marca malament sense argument		0
2	Marca malament o hi ha	- Sí, però faltarien més de 67	0

	argument erroni, o sense explicació.	cm. - Pots saber-ho, però no és de 67 cm.	
3	Marca bé sense explicació o absurda.		1
4	Respon correctament sense referir-se a les dades numèriques i argument pobre.	Pots mirar el gràfic i calcular.	1
5	Raona amb certa correcció basant-se raonablement en les dades numèriques, indicant alguna referència.	El seu millor salt és de 8,56m.	2
6	Respon que no són 67 cm (per error de càlcul) per tant no es pot deduir.		2
7	Explicita argumentació matemàtica basada en l'operació de subtracció de les dades.	Restes el millor amb el millor de Sydney.	3

Pregunta 1.2.h

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Marca malament sense argument.		0
2	Marca bé o malament però amb argument erroni.		0
3	Marca bé sense explicació.		1
4	Respon correctament sense referir-se al fet que no està a la gràfica (per ex. per coneixements atlètics) amb arguments pobres.	No es dedueix a la noticia	1
5	Raona amb certa correcció basant-se raonablement en el fet que no es troba la dada.	Només et parlen del Y. Lamela.	2

Pregunta 2.1.a

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.b

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0

1	Està malament		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.c

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.d

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.f

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.g

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.h

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.1.i

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament		0
2	Està bé.		1

Pregunta 2.2.1

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Malinterpreta el bloc de cap de setmana.		1
3	Malinterpreta el bloc de tarda/nit.		1
4	Malinterpreta el bloc de matins.		1
5	Està completament bé.		2

Pregunta 2.2.2

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Està malament.		0
2	Malinterpreta el bloc de cap de setmana.		1
3	Malinterpreta el bloc de tarda/nit.		1
4	Malinterpreta el bloc de matins.		1
5	Està completament bé.		2

Pregunta 2.3

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Resposta incorrecte amb argument mal escrit.		0
2	Argument clarament erroni.		0
3	Resposta correcte amb argument mal escrit o sense referir-se a les dades, o parcialment correcte.		1
4	Resposta incompleta o imprecisa on el que es diu és correcte.		1
5	Raona amb certa correcció basant-se raonablement en el que es veu.		2
6	Raona correctament, introduint una explicació acurada.		3

Pregunta 2.4

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Resposta incorrecte amb argument mal escrit.		0
2	Argument clarament erroni.		0

3	Resposta correcte amb argument mal escrit o sense referir-se a les dades, o parcialment correcte.		1
4	Resposta incompleta o imprecisa on el que es diu és correcte.		1
5	Raona amb certa correcció basant-se raonablement en el que es veu.		2
6	Raona correctament, introduint una explicació acurada.		3

Pregunta 2.5

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Resposta incoherent amb argument mal escrit.	No m'ho han proposat.	0
2	Resposta llarga o no adequada perquè no centra la informació demandada.	De lunes a viernes de 19 a 8 horas y sábados y domingos porque es llamada interprovincial.	0
3	Resposta correcte amb argument correcte però mal escrit o sense referir-se a les dades. Ressalta elements clau.	- Mira que és barat trucar amb Jazztel.	1
4	Frase amb certa correcció basant-se raonablement en el que es veu.	Llama más barato durante más tiempo y sin cambiar de teléfono.	2
5	Raona correctament, introduint una explicació acurada.		3

Pregunta 3.1

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon.		0
1	Resposta incorrecte amb argument mal escrit.		0
2	Resposta incorrecte amb argument erroni o sense justificacions.		0
3	Resposta adient, dibuixada o no, amb argument correcte però mal escrit o sense referir-se a les dades.	- Perquè son grans i tindrien molta capacitat. - Perquè es veuria força bé	1
4	Raona amb certa correcció dibuixant o no, basant-se raonablement en el que es veu.	Perquè es veu un bon tros de la posta i al revol es pot veure varies coses.	2

5	Raona correctament, introduint una explicació acurada per a cada tribuna col·locada. (parlant d'angles en relació entre llocs possibles).		3

Pregunta 3.2

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon		0
1	Resposta incoherent sense argumentació o amb argument mal escrit.		0
2	Resposta amb argument que no té a veure amb la funció de la tribuna o sense argument.	Perquè està millor conservada	0
3	Resposta raonable, amb argument mal escrit o sense referir-se a la millor vista.	65 Euros perquè són més grans i estan millor situades	1
4	Raona amb certa correcció al menys en un dels dos casos basant-se raonablement en el que es veu.	60 Euros també perquè té la mateixa visibilitat.	2
5	Raona correctament als dos casos indicats, introduint un explicació acurada o càlcul acurat.		3

Pregunta 3.3

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon o diu un disbarat.		0
1	Resposta coherent globalment, però algunes dades equivocades.		1
2	Resposta coherent globalment però alguna dada equivocada.		2
3	Resposta molt correcte.		3

Pregunta 4.1

Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon o dóna una frase molt pobre.		0
1	Frase incoherent (o fins i tot correcte) que és molt general o no es veu una pregunta interessant, tot i que la idea és	- Busca la millor companyia de telèfon. - Les tarifes per fer trucades a mòbils.	0

	prou bona.	- Les tarifes del gimnàs.	
2	Problema que podria ser de classe però no evoca un projecte.	Quan es gasta en un dia entre setmana les 24 hores del dia.	1
3	Títol correcte amb idea bona però mal escrit o sense claredat perquè duu a moltes coses diferents i és poc explícit (introdueix variables, tot i que de forma senzilla).	Els preus de les tarifes segons l'hora i el dia.	1
4	Títol correcte amb idea bona, ben escrit però poc explícit.		2
5	Títol correcte amb idea bona, ben dita amb visió clara de què es treballaria.	Tarifes normals o ADSL?	3

Pregunta 4.2

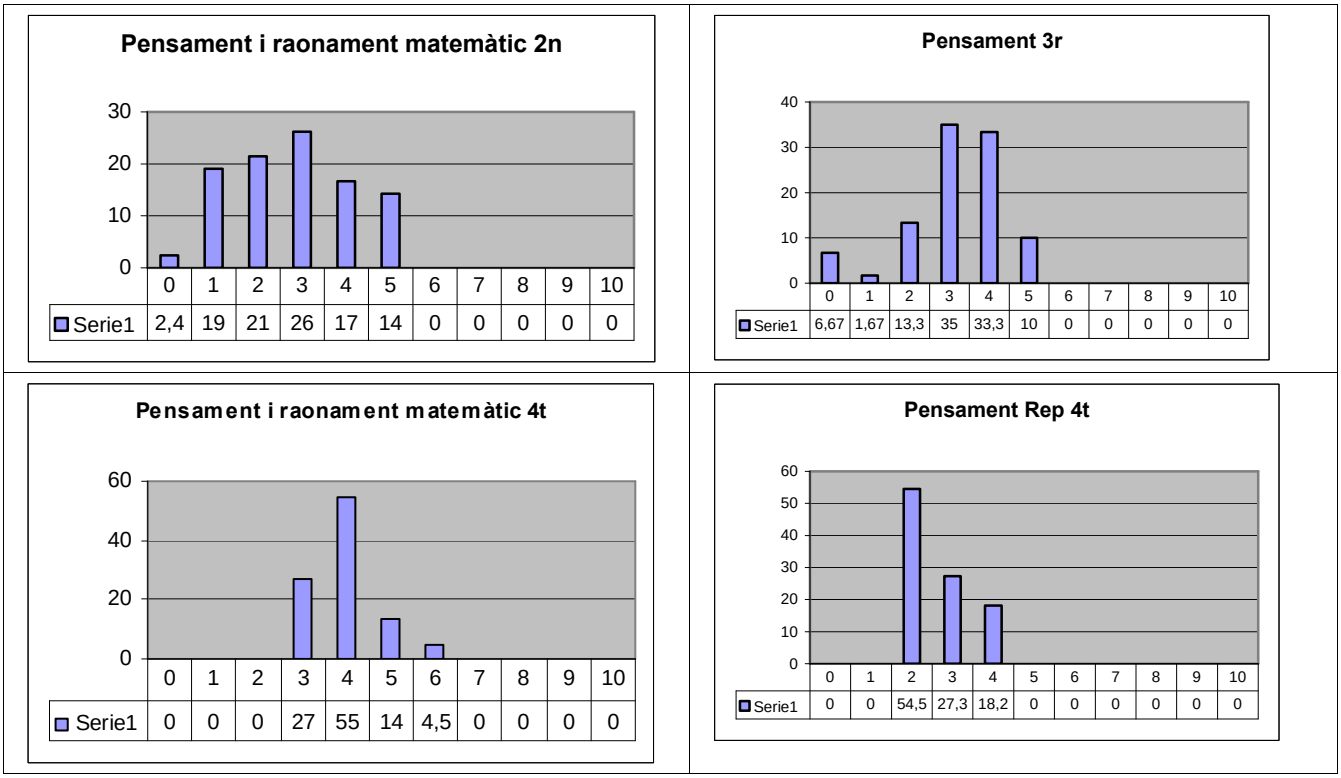
Codi	Criteri	Resposta tipus	Punts
0	No respon o dóna una frase molt pobre.		0
1	Frase incoherent (o fins i tot correcte) que és molt general o no es veu una pregunta interessant, tot i que la idea és prou bona.	- Mirar les diferències que hi ha en un altre circuit. - Esquema de la ciutat esportiva. - Estudi del circuit i les tribunes.	0
2	Problema que podria ser de classe però no evoca un projecte.	- Quan es triga a fer el recorregut en cotxe a una velocitat exacte. - El tamany de Manresa. - El camp del barça (la capacitat).	1
3	Títol correcte amb idea bona però mal escrit o sense claredat perquè duu a moltes coses diferents i és poc explícit (introdueix variables, tot i que de forma senzilla).	- La possibilitat d'ampliar el circuit.	1
4	Títol correcte amb idea bona, ben escrit però poc explícit.	- La velocitat que pot agafar un motorista	2
5	Títol correcte amb idea bona, ben dita amb visió clara de què es treballaria		3

Annex C

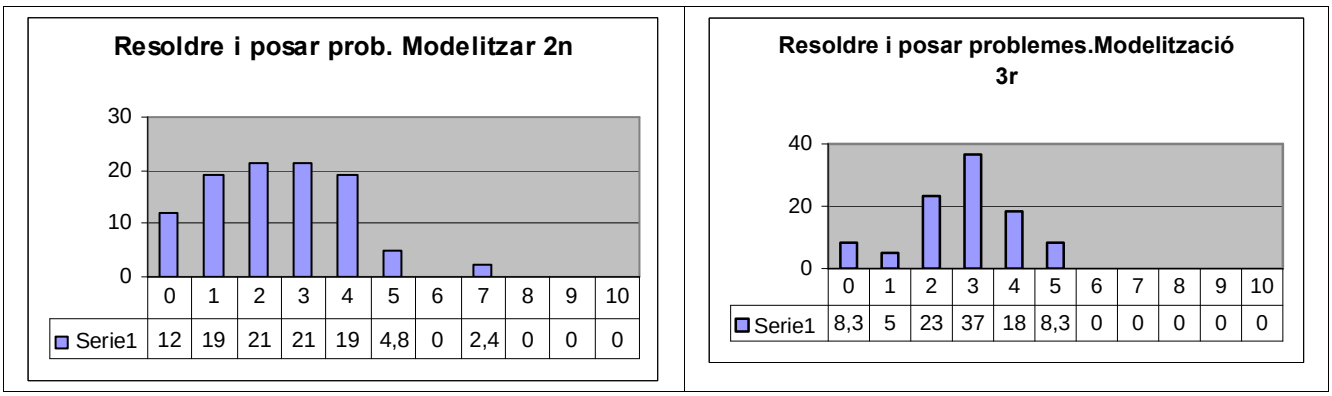
Histogrames dels resultats de la prova diagnostica

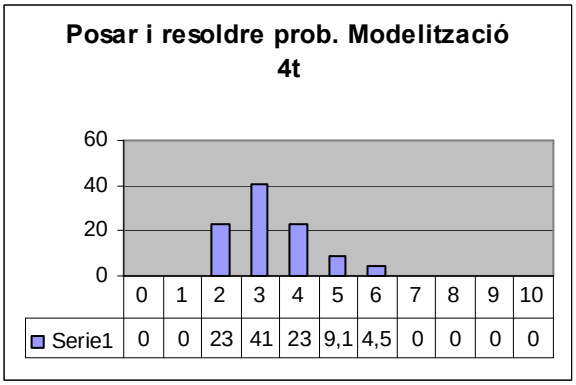
Podem observar la distribució per nivells de la puntuació de la prova en els següents histogrames.

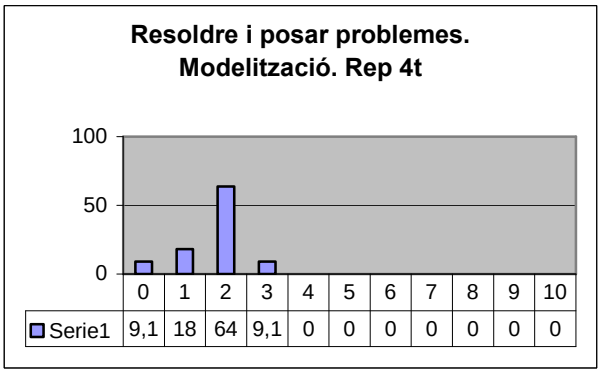
Sobre la competència en pensament matemàtic podem veure



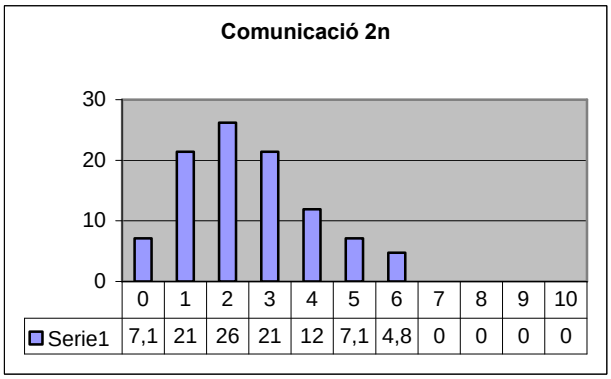
Sobre la competència en posar i resoldre problemes i modelitzar podem veure

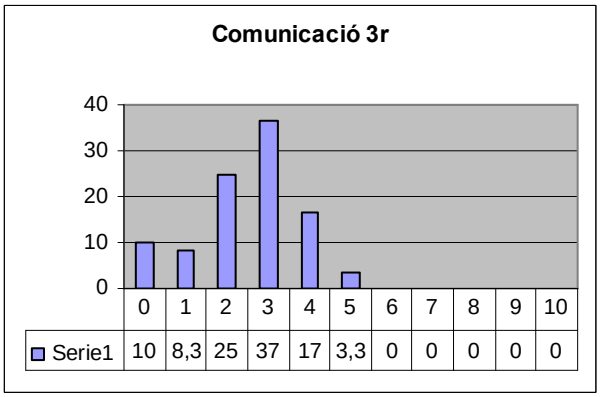


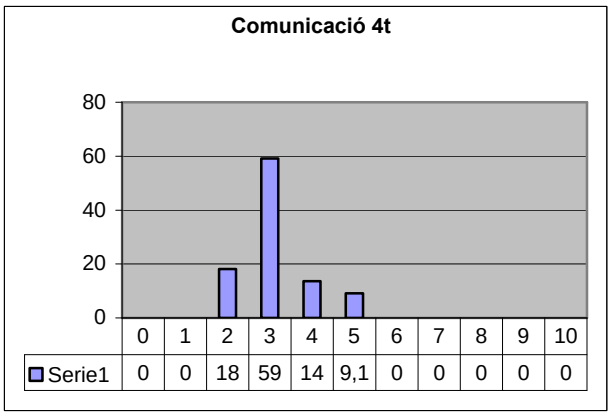


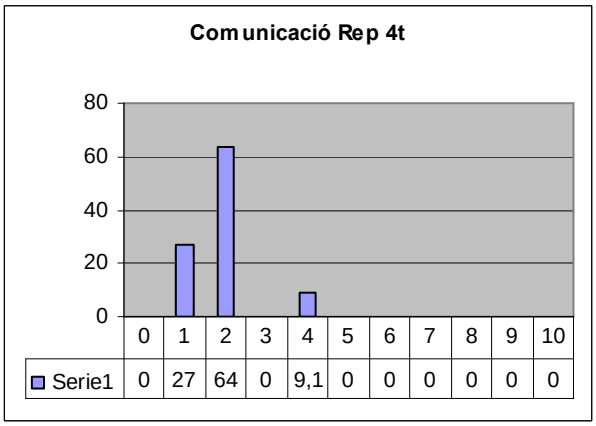


Resultats de la competència en comunicació matemàtica

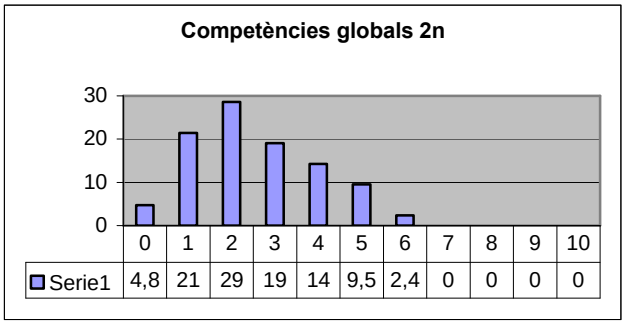


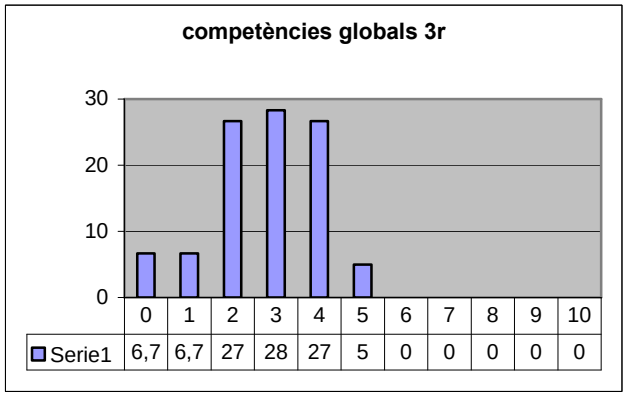


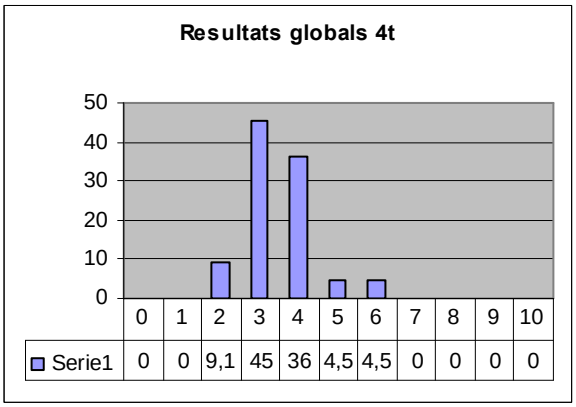


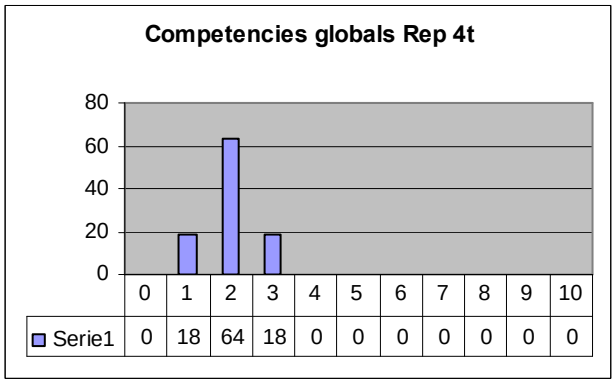


Resultats de competències globals









Annex D

Documents per a la gestió dels projectes

A continuació es presenten els diferents documents que fem servir per a la gestió del procés de desenvolupament dels projectes.

Proposta de Projecte

Nom dels membres del grup:

Títol Provisional:

Problemes que ens plantegem :

Data: **Vist i plau**

Inici del projecte

Projecte:

Realitzat per:

Variables que intervenen:

Fonts d'informació:

Estratègia (què farem). Pla de treball.

Data: **Vist i plau**

Entrevista de seguiment del projecte

Nom:
Títol del projecte:
Membres del grup:
Data de l'entrevista:

Ara ja porteu molts dies amb el treball i el teniu a mig fer. Amb la finalitat de poder ajudar-vos en les dificultats que tingueu i per avaluar el treball fet fins ara contesteu individualment i per escrit a les següents preguntes i lliureu-les al professor en el moment de l'entrevista.

Des de l'inici fins a com ho teniu ara, hi ha hagut canvis importants en el vostre projecte?

Heu resolt, ni que sigui en part, els problemes plantejats? Quin és l'aspecte o els aspectes principals aconseguits fins ara?

Podries dir quins conceptes matemàtics intervenen en el projecte?

Què és el que consideres que falta per acabar el projecte? Quina informació necessitaràs? a on la trobaràs? Què has de calcular? Quina dificultat preveus?

Quines limitacions preveus? És a dir, hi haurà alguna part del problema que no quedarà resolta?

Omple el següent quadre indicant quin tipus de documentació has fet servir (pàgina web, llibres, institucions com ajuntament o altres, entrevistes...) i què és el que realment has utilitzat al projecte.

Què he consultat	Què he fet servir

Guió per l'elaboració del projecte

Introducció.En aquest apartat heu de dir el que heu pretès fer i el que heu aconseguit en termes generals. També podeu explicar alguna anècdota del procés que heu seguit.

Planificació. Aquí heu d'exposar la planificació del que heu fet, resaltant la coherència lógica del procés que heu seguit per assolir els objectius proposats.

Recollida de dades. Heu d'explicar quines dades heu recollit, quan (en quin moment), i a on (a quin lloc). També és important explicar com les heu obtingut, doncs no sempre és fàcil de prendre mesures. Indiqueu quin instrument heu fet servir, si és que n'heu fet servir algún o si heu hagut de fer algún muntatge especial per obtenir les dades. Finalment cal justificar l'exactitud de les dades recollides.

Interpretació de les dades i explicació. Aquest és un apartat important. És imprescindible l'ús dels diferents llenguatges que es fan servir en el món científic:

- Taules de valor.
- Gràfics (diagrames de sectors, de barres, histogrames, en
- coordenades cartesianes)
- Algèbric si és possible.
- Llenguatge natural, interpretant tot el que s'ha posat abans
- en els altres tipus de llenguatges.

Prediccions. A partir de les dades obtingudes dieu que passaria en altres situacions similars pero que no coincideixen exactament amb la que heu estudiat.

Conclusions. Tot el treball ha de servir per poder treure conclusions, alguna afirmació argumentada. També podeu afegir limitacions que li heu imposat al treball per que no s'allargués massa o per evitar que la complexitat del treball el fes impracticable. També podeu destacar aspectes que es podrien desenvolupar en un altre projecte, però que ara seria anar-se fora dels objectius que us havieu proposat. Ressaltar aquests fets és indicador de capacitat de reflexió i control del que heu fet.

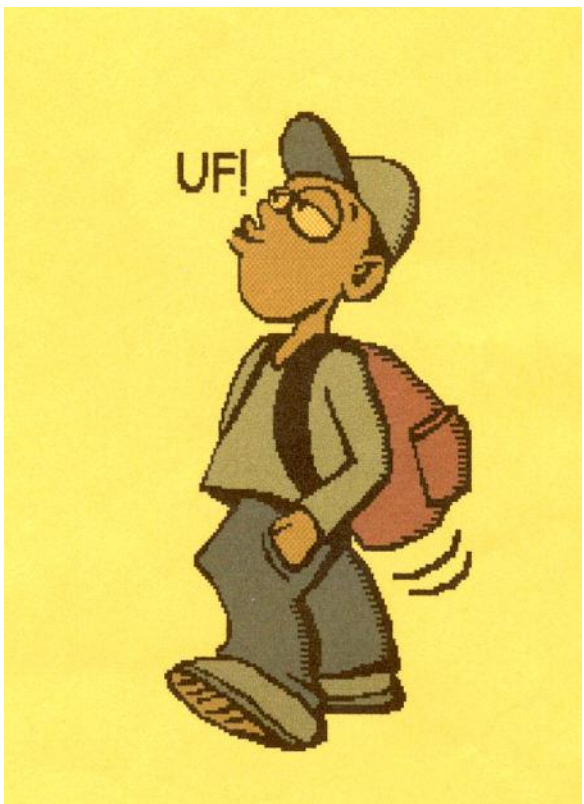
Avaluació de projectes matemàtics

Disseny Global Informació recollida Plantejament coherent Extensió i aprofundiment	
Contingut matemàtic Plantejament matemàtic Ús de llenguatge matemàtic Correcció en els resultats	
Claredat i Comunicació Estructuració Explicacions clares del que s'ha fet Ús de gràfics i taules	
Aspectes Formals Presentació Originalitat d'enfoc Ortografia Puntualitat	
Avaluació global	

Annex E

Projecte matemàtic

Les Motxilles



INTRODUCCIÓ

Segur que algun cop, tots els alumnes s'han preguntat si el pes de la seva motxilla és el correcte, perquè gairebé tothom a arribat a casa amb mal a les espatlles.

Nosaltres, al tenir l'opció d'estudiar aquest problema, que ja veureu que és molt greu, no vàrem dubtar en escollir-lo.

Ens hem basat en unes quantes preguntes que creiem que són les adients i que interessen molt.

Esperem que aquest treball, a part del que té de matemàtic (ens hem adonat de que aquesta ciència té molt d'us en la nostra vida), serveixi per ajudar a molts alumnes a superar aquest gran perill per a l'esquena.

LES MOTXILLES

-Per començar, hem volgut calcular el pes que portem cada dia (matí i tarda) omplint la motxilla dels llibres i material corresponents i pesant-los en una bàscula.
Ha estat realitzat amb els horaris i les assignatures del segon trimestre, sense llibretes i amb una carpeta arxivadora per a totes les assignatures.

Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres
11 kg	10 kg	13 kg (amb la bosa de gimnàs)	9 kg	10 kg
Assignatures: -naturals -tutoria -mates -tecnologia -visual i plástica -castellà	Assignatures: matemàtiques -alternativa -visual i plàstica -castellà -català -socials -naturals	Assignatures: -naturals -socials -anglès -educació física	Assignatures: -tecnologia -socials -català -francès -anglès -alternativa	Assignatures: -català -matemàtiques -castellà -francès -anglès

Per facilitar altres operacions, hem volgut calcular la mitjana de pes de la setmana.

PER CALCULAR-HO:se suma el pes de cada dia (dilluns, dimarts etc) i després es divideix pel nombre de dies que hem sumat.

FÓRMULA: 11+10+13+9+10= 53 53:5=10.6

CONCLUSIÓ: De mitjana a la setmana de pes hi ha 10.6 quilograms

-Volem saber quant pes portem al llarg dels dies escolars de l'any.

PER FER-HO: Aquí hi consta un calendari escolar, estan pintats de blau els dies d'escola . Ho hem calculat multiplicant la mitjana de pes

d'una setmana per els dies escolars que són 185.(sense contar els festius, en negreta, i els dissabtes).

Setembre

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**
22	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**
29	**30**					

Octubre

		1	**2**	**3**	**4**	**5**
6	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
13	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**
20	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**
27	**28**	**29**	**30**	**31**		

Novembre

					1	**2**
3	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
10	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
17	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**
24	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**

Desembre

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
8	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
15	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**
22	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**
29	**30**	**31**				

2004

Gener

		1	**2**	**3**	**4**	
5	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
12	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
19	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**
26	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	

Febrer

						1
2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
9	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
16	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**
23	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**

Març

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
8	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
15	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**
22	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**
29	**30**	**31**				

Abril

			1	**2**	**3**	**4**
5	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
12	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
19	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**
26	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	

Maig

					1	**2**
3	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
10	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
17	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**
24	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
31						

Juny

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
7	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
14	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
21	**22**	**23**	24	25	26	27
28	29	30				

Juliol

			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

Agost

						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

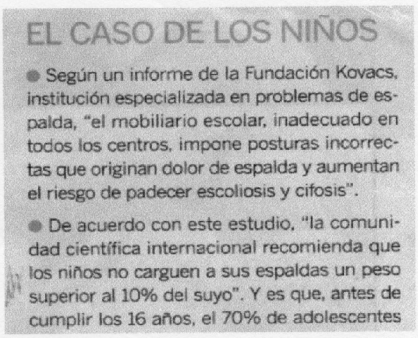
FÓRMULA: 10,6·185=1961

CONCLUSIÓ: Durant tot el curs, només els dies de classe , portem 1961 quilograms.

Què diuen els metges?

- -Els metges de la fundació Kovacs (institució especialitzada en problemes d'esquena) diuen que hem de portar el 10% del pes corporal.

Anunci retallat d'una revista (el Magazine de La Vanguardia, que surt cada disabte).



EL CASO DE LOS NIÑOS

● Según un informe de la Fundación Kovacs, institución especializada en problemas de espalda, "el mobiliario escolar, inadecuado en todos los centros, impone posturas incorrectas que originan dolor de espalda y aumentan el riesgo de padecer escoliosis y cifosis".

● De acuerdo con este estudio, "la comunidad científica internacional recomienda que los niños no carguen a sus espaldas un peso superior al 10% del suyo". Y es que, antes de cumplir los 16 años, el 70% de adolescentes

Quant pesa un estudiant de la nostra edat?

Hem preguntat el pes de 16 companys de classe per després fer la mitjana. Aquí hi ha la recollida de dades:

Persona	Pes en kg.
1	41
2	45
3	53
4	37
5	37
6	49
7	49
8	55
9	44
10	42
11	34
12	41
13	36
14	55
15	42
16	45

PER FER-HO:Ara, ja podem calcular la mitjana de pes: sumem el pes de cada persona, i ho dividim entre 16 (les persones enquestades).

FÓRMULA:
41+45+53+37+37+49+49+55+44+42+34+41+36+55+42+45=624,
624:16=39.

CONCLUSIÓ: un estudiant de primer d'ESO pesa 39 kg de mitjana.

ARA, A PARTIR DE TOTES LES DADES PODEM TREURE CONCLUSIONS

-el pes ideal que podriem carregar en proporció al nostre pes corporal, seria(segons el que diuen els metges) de 3,9 kg (39 dividit entre10), però en realitat portem 10.6 kg.

Volem saber la diferència de pes

-La diferencia és més gran quan es calcula el pes que hauriem de portar a l'any que es de 721,5 kg: molt menys de la meitat del que carreguem (1961 kg).

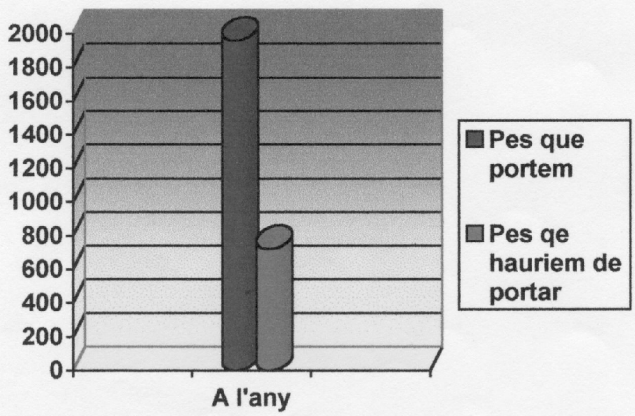
PER FER-HO:Hem multiplicat 3,9 per 185 (els dies que anem a escola) i resulta 721,5 kg.

FÓRMULA:3,9·185=721,5.

- Abans hem parlat de que el pes que hauriem de carregar era com la meitat del que duem. Anem a comparar-ho, agafant el pes que portem en un any 1961 kg els restem als 721,5 kg. Ideals i resulta un número molt elevat de pes que sobra

FÓRMULA: 1961-721,5=1239,5.

CONCLUSIÓ: Portem 1239,5 kg de més.



Volem saber quan hauríem de pesar per poder portar aquest pes.

PER FER-HO:Hem calculat el que portem (10,6 kg per 10, que seria el 10% del que parlen els metges.)
FÓRMULA:10,6 ·10 =106

CONCLUSIÓ: Pel pes que portem, hauriem de pesar 106 kg.

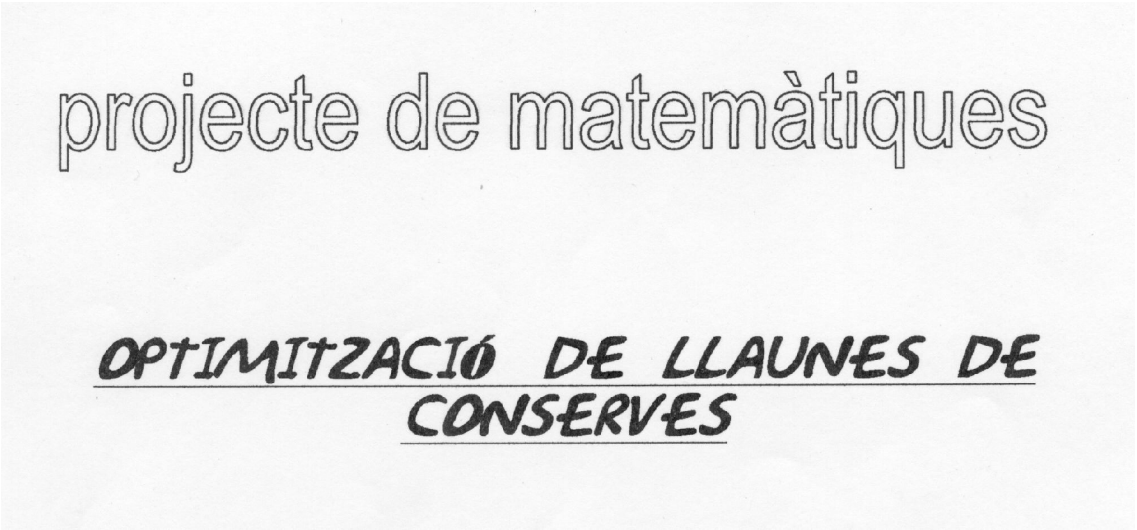
Això, segons els metges, és molt dolent. I això ho demostra l'estudi que afirma que abans dels 16 anys el 70% dels adolecents han tingut problemes d'esquena a causa d'aquesta desmesurada diferencia de pes.

- El millor que podem fer, ara, es buscar solucions:

PROPOSTES ALTERNATIVES PER REDUIR EL PES QUE PORTEM

- Utilitzar una única llibreta d'exercicis per a totes les àrees en substitució de les carpetes classificadores de tapes rígides que incrementen el pes.
- Portar fundes porta-folis per dur els fulls
- Deixar els llibres que no necessitem a l'armari de l'aula
- Que l'institut estudiï la opció de posar taquilles individuals i tancades
- Que cada departament compti amb 10 llibres més per curs per ser utilitzats a la classe.I els nostres els utilitzem per estudiar i fer deures a casa.
- O també que uns nens portin un dia els seus llibres i un dia els altres(Així el departament no ha de comprar llibres)

Annex F


projecte de matemàtiques
OPTIMITZACIÓ DE LLAUNES DE CONSERVES

INTRODUCCIÓ AL PROBLEMA

Nosaltres volíem resoldre una qüestió molt simple :
Per que els fabricants de conserves utilitzen unes mides de llauna mantenint un volum determinat i no pas unes altres? La forma que tenen les llaunes, esta pensat per a l'estètica o per a gastar el mínim material possible en la producció de la llauna i així reduir costos?

Totes aquestes qüestions les vam intentar resoldre el problema amb dos tipus de llauna ; una de cilíndrica i una de el·líptica mitjançant la parabola estudiada a classe de matemàtiques a l'institut.

PRESENTACIÓ DE LA LLAUNA CILINDRICA

Vam anar a buscar diferents tipus de llauna a un supermercat del poble i ens vam trobar que totes les llaunes de firmes diferents son pràcticament iguales unes amb les altres .
Vam escollir una llauna cilíndrica de la Marca DANI , la vam mesurar i dibuixar ,
El radi es d 4.9 cm , l'alçada es de 2.4 cm y el volum 181.03 cm^3 , amb aquestes dades vam calcular la superfície total de la part exterior de la llauna i ens va donar 224.75

QUADRE

radi (cm)	alçada (cm)	Superficie total (cm^2)	Volum
4,9	2,400	224,75	181,03
4,8	2,501	220,19	181,03
4,7	2,609	215,83	181,03
4,6	2,723	211,66	181,03
4,5	2,846	207,69	181,03
4,4	2,976	203,93	181,03
4,3	3,116	200,38	181,03
4,2	3,267	197,04	181,03
4,1	3,428	193,93	181,03
4	3,601	191,05	181,03
3,9	3,789	188,40	181,03
3,8	3,991	186,01	181,03
3,7	4,209	183,87	181,03
3,6	4,446	182,00	181,03
3,5	4,704	180,41	181,03
3,4	4,985	179,12	181,03
3,3	5,291	178,14	181,03
3,2	5,627	177,48	181,03
3,1	5,996	177,17	181,03
3	6,403	177,24	181,03
2,9	6,852	177,69	181,03
2,8	7,350	178,57	181,03
2,7	7,904	179,90	181,03
2,6	8,524	181,73	181,03
2,5	9,220	184,09	181,03
2,4	10,004	187,05	181,03
2,3	10,893	190,66	181,03
2,2	11,906	194,98	181,03
2,1	13,067	200,12	181,03
2	14,406	206,16	181,03
1,9	15,962	213,24	181,03
1,8	17,785	221,50	181,03
1,7	19,939	231,13	181,03

Explicació:

En aquest quadre s'hi pot apreciar la variació de la superfície total exterior de la llauna a partir d'un radi posat per nosaltres i un volum fix .
(el volum ha de ser fix ja que nosaltres volem buscar la superfície exterior mínima per aquest volum)

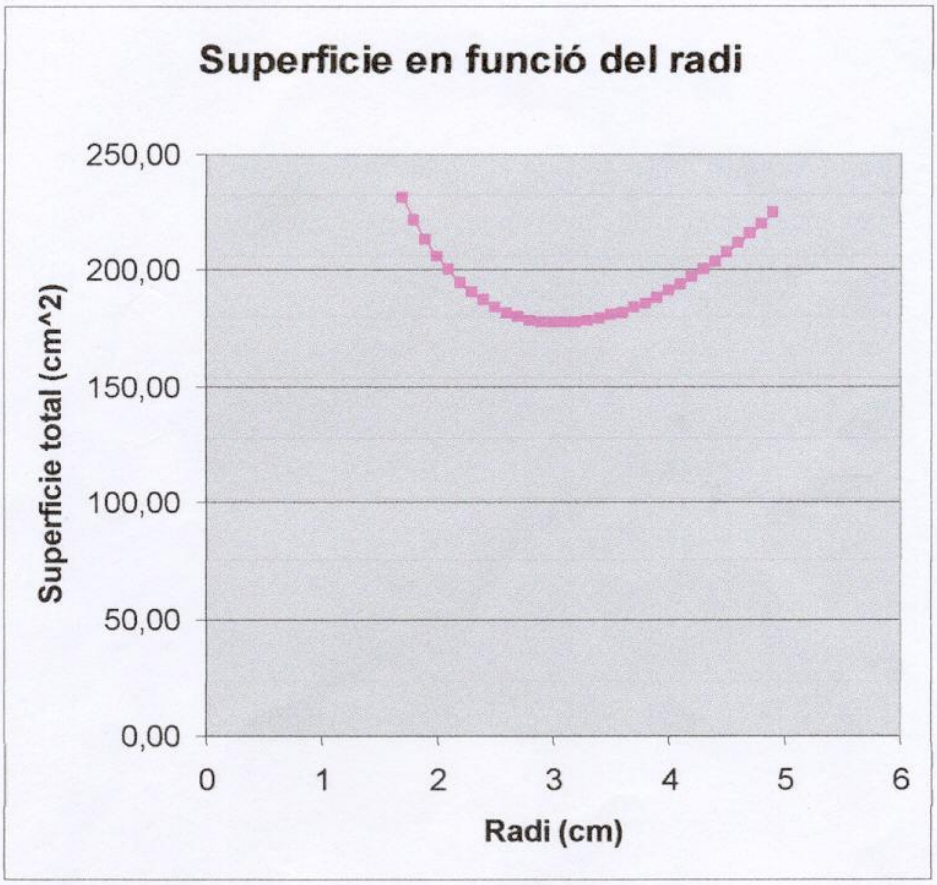
La primera fila , del quadre indica els valors de la llauna obtinguda del supermercat.

Gràfica

Explicació:

Simplement dir que aquesta gràfica esta feta a partir de les dades mostrades anteriorment en el quadre.

Fent aquesta gràfica demostrem que estem davant de una parabola aproximada **cóncava , estudiada a classe de matemàtiques .**



CALCULS PER L'OPTIMITZACIÓ DE LA LLAUNA CILINDRICA

El que volem és que el volum sigui constant, i que només varií la superfície total de la llauna, el radi i l'h

Una llauna òptima de forma cilindrica tindrà aquestes mides:

El radi = **3,1 cm**

La alçada (h) = **5,996 cm**

La superfície de la base del cilindre =pi r^2 = **30,19 cm**

El perímetre de la llauna (l) = 2pi *r* = **19,47 cm**

La superfície total de la llauna cilíndrica = pi r^2 + pi r^2 +2pi r 2r = 2pi r^2 + 4pi r^2= 6pi r = **177,17 cm^2**

Formules emprades amb l' Exel:

Per a que l'alçada varii en funció del radi per a que el volum sigui constant he utilitzat

$$H = \frac{V}{Pi\ r^2}$$

Per calcular el volum he utilitzat la seguen formula :

$$V = pi\ r^2 \times h$$

Per a calcular la superfície total en funció de radi i volum, he emprat la següent formula:

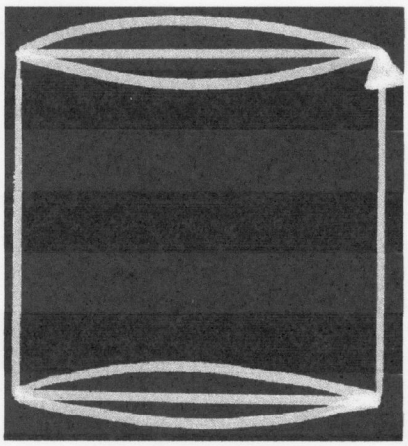
Superficie de la base = pi r^2

Longitud de la circumferència = 2pi r

Superfície total = pi r^2 + pi r^2 +2pi r 2r

LLAUNA ÒPTIMA

LA LLAUNA RESULTANT I ÒPTIMA TINDRIA UNA FORMA SEMBLANT A AQUESTA:



RADI = **3,1 cm**
DIAMETRE = **radi x 2**
ALÇADA= **5,9 cm**

PRESENTACIÓ LLAUNA ELIPTICA

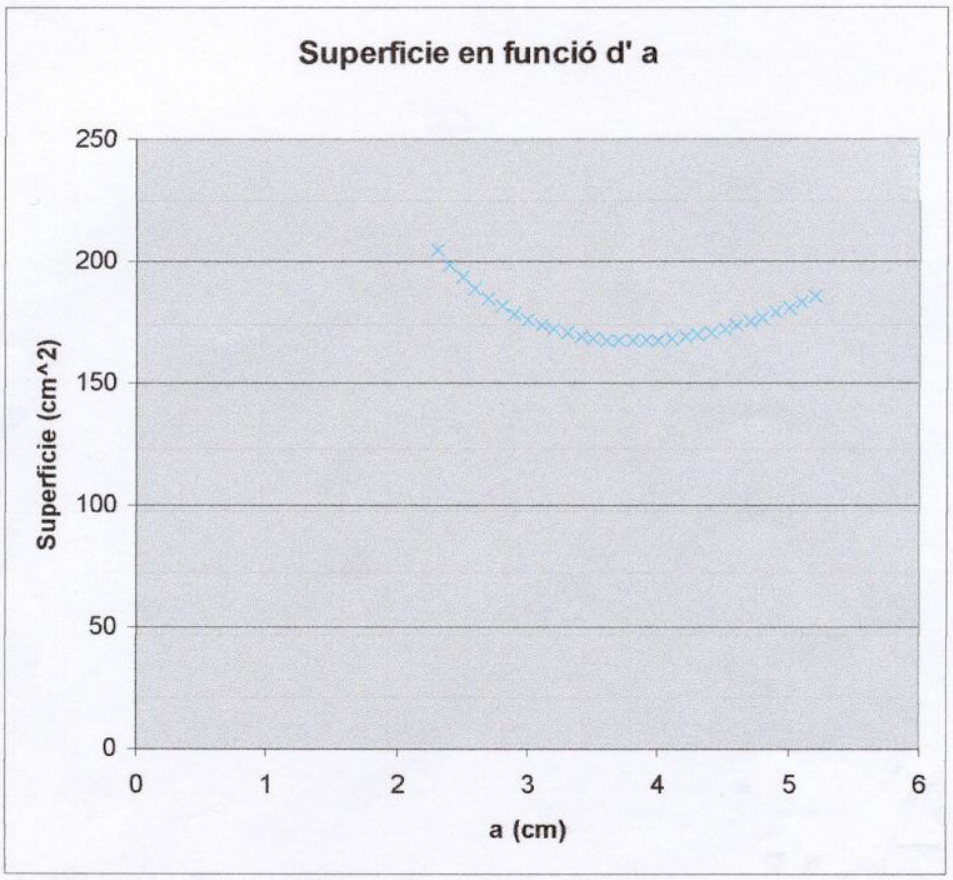
Vam escollir una llauna eliptica de la Marca CUCA , la vam mesurar i dibuixar ,
El radi gran es d 5.2 cm i el petit de 3.2 cm , l'alçada es de 2.99 cm y el volum 156,82 , amb aquestes dades vam calcular la superfície total de la part exterior de la llauna i ens va donar 185.92 cm

TAULA

excentricitat	a (cm) radi gran	b (cm) radi petit	h (cm)	S (cm^2)	V (cm^3)
1,625	5,2	3,2	2,99984113	185,9290915	156,82
	5,1	3,13846154	3,1186353	183,5421439	
	5	3,07692308	3,24462816	181,2963528	
	4,9	3,01538462	3,37841333	179,1956259	
	4,8	2,95384615	3,52064688	177,2441965	
	4,7	2,89230769	3,67205541	175,4466581	
	4,6	2,83076923	3,83344537	173,8080038	
	4,5	2,76923077	4,00571378	172,3336703	
	4,4	2,70769231	4,18986075	171,0295888	
	4,3	2,64615385	4,38700401	169,9022422	
	4,2	2,58461538	4,59839592	168,9587306	
	4,1	2,52307692	4,82544343	168,2068469	
	4	2,46153846	5,0697315	167,6551635	
	3,9	2,4	5,33305089	167,3131317	
	3,8	2,33846154	5,61743103	167,1911979	
	3,7	2,27692308	5,92517926	167,3009378	
	3,6	2,21538462	6,25892778	167,6552131	
	3,5	2,15384615	6,62169013	168,2683557	
	3,4	2,09230769	7,01692942	169,1563834	
	3,3	2,03076923	7,44864133	170,3372556	
	3,2	1,96923077	7,92145547	171,8311768	
	3,1	1,90769231	8,44076005	173,6609581	
	3	1,84615385	9,01285601	175,8524526	
	2,9	1,78461538	9,64514912	178,4350789	
	2,8	1,72307692	10,3463908	181,4424587	
	2,7	1,66153846	11,1269827	184,9131942	
	2,6	1,6	11,9993645	188,8918267	
	2,5	1,53846154	12,9785126	193,4300242	
	2,4	1,47692308	14,0825875	198,5880658	
	2,3	1,41538462	15,3337815	204,436714	

Explicació:
En aquest quadre s'hi pot apreciar la variació de la superfície total exterior de la llauna a partir del radi posat per nosaltres i un volum fix. (el volum ha de ser fix ja que nosaltres volem buscar la superfície exterior mínima per aquest volum)
La primera fila , del quadre indica els valors de la llauna obtinguda del supermercat.

GRÀFICA



Explicació:

Simplement dir que aquesta gràfica esta feta a partir de les dades mostrades anteriorment en el quadre.

Fent aquesta gràfica demostrem que estem davant de una parabola **còncava, estudiada a classe de matemàtiques.**

CALCULS PER L'OPTIMITZACIÓ DE LA LLAUNA ELIPTICA

El que volem és que el volum sigui constant, i que només varii la superfície total de la llauna, la b, la a, i la h
La excentricitat, que es la relació que hi ha entre a i b i que es calcula a/b serveix perque les dades a i b variïn d'una manera equitativa, també és una dada constant.

Una llauna òptima de forma d'elipse tindrà aquestes mides:

La excentricitat = a/b = 5,2 / 3,2 = **1,625**

El radi gran (a) = **3,8 cm**

El radi petit (b) = **2,34 cm**

La alçada (h) = **5,62 cm**

La superfície de la base de l'elipse = pi x ab = pi x 3,8 x 2,33846154 = **27,91 cm^2**

El perímetre de la llauna (l) = $2pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} = 2pi \sqrt{\frac{14,44 + 5,46}{2}} = 2pi \sqrt{\frac{19,9}{2}} = 2pi \sqrt{9,95} =$

2pi x 3,15 = 6,28 x 3,15 = **19,78 cm**

La superfície total de la llauna el·líptica = 2pi x a x b + l x h = 2pi x 3,8 x 2,34 + 19,78 x 5,62 =

167,19 cm^2

FORMULES EMPRADES AMB L'EXCEL:

Per a que la B varii d'una forma proporcional i per a mantindre la seva forma d'elipse en funció d' a s'ha utilitzat la següent formula:

$$\varepsilon = \frac{a}{b} \qquad B = \frac{a}{\varepsilon}$$

La H (alçada) varia segons el volum i la A (radi gran).
Per a deduir la formula de H he fet el seguent:

Amb la formula de el volum he aillat la h:

$$V = pi\ ab \times h$$

$$V = pi\ a \frac{a}{\varepsilon} \times h$$

$$h = \frac{V \times \varepsilon}{pi\ a^2}$$

Per a calcular la superfície total en funció de a, b, h, he emprat la següent formula:

Superfície de la base = pi a b

$$\text{Longitud de l'elipse} = 2pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

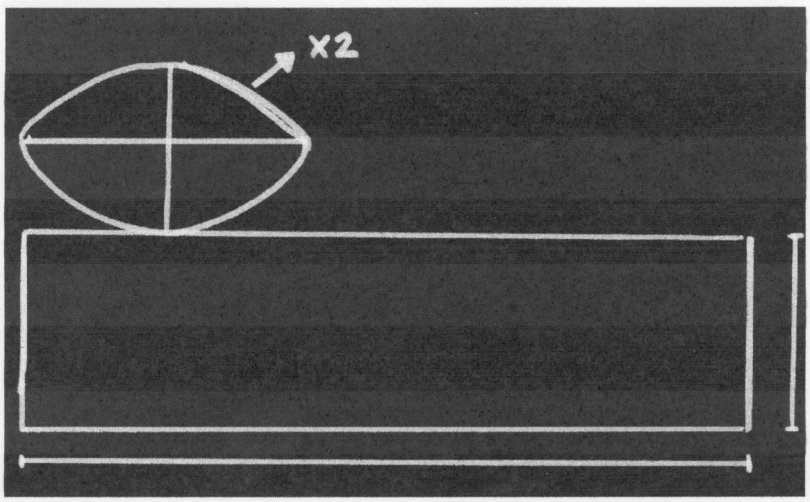
$$\text{Superfície total} = 2pi\ a\ b + 2pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \times h$$

Per a calcular el volum de la llauna he emprat la següent formula:

$$V = pi\ a\ b\ h$$

LLAUNA OPTIMA

La llauna resultant hauria de tenir una forma similar a aquesta:



Alçada = **5,62cm**
Perimetre: **19,78 cm**

CONCLUSIONS CONJUNTES

Comparant el resultat d'optimització de la llauna cilíndrica amb la llauna el·líptica hem tret una conclusió...
LES EMPRESES DE CONSERVES NO UTLITZEN UNES LLAUNES D'UNA CERTA MIDA PER ESTALVIAR COSTOS I MATERIAL, SIMPLEMENT HO FAN PER UNA CUESTIÓ ESTÈTICA O PER EMMAGATZEMATGE

MOLTES VEGADES LES EMPRESES POSEN LLAUNES FINES IM MOLT GRANS DE BASE PERQUÈ EL EFECTE ÒPTIC SIGUI DE SORPRESA DAVANT D'AQUELLA LLAUNA TAN GRAN, PERO REALMENT CUAN MES FINA SIGUI, MENYS MATERIAL HI HA