APROXIMACIONS AL NOMBRE π

El mètode d'Arquimedes per aproximar el nombre π (aprox. 287 a C – aprox. 212 a C)

ÍNDEX

1. Introducció

Quin no ha sentit parlar mai del nombre π? Aquest nombre conegut per tot l'alumnat de l'ESO té una llarga història i apareix en l'antiguitat en cultures i civilitzacions ben diverses (Àrabs, Babilònia, Egipte, Gràcia, Índia i Xina). És un nombre a tenir en compte a l'hora de pensar en introduir contextos històrics en el currículum de matemàtiques de l'ESO. Aquesta idea també es troba en el currículum oficial (Decret 143/2007 DOGC núm. 4915), al final del primer curs de l'ESO, en la llista de possibles aproximacions històriques relacionades amb els continguts del curs, es pot llegir: 'Les primeres aproximacions del nombre π (Egipte, Xina i Grècia)'.

Segurament l'alumnat de primer d'ESO relaciona el nombre π amb la circumferència i el cercle, potser encara dubte entre la diferència entre perímetre i àrea. L'estudi de la història del nombre π, pot ser una altra manera de treballar el tema. Es treballarà a la manera dels matemàtics antics, caldrà cercar informació sobre qui eren els primers matemàtics que el van utilitzar i com el van descobrir. La informació que dóna internet és àmplia i diversa, caldrà contrastar-la amb tota la classe i decidir que es conserva com a matèria d'estudi i de coneixement de tothom.

D'acord amb aquestes consideracions, i formant part de la proposta general de desenvolupar alguns dels exemples de contextos històrics que conté el currículum de l'ESO es presenta aquest element que inclou:

- La Justificació de la tria de les aproximacions al nombre π i al personatge d'Arquimedes
- El càlcul de π. Altres contextos i altres mètodes
- Una breu introducció històrica al personatge
- Activitats d'aula entorn al descobriment del nombre π
- Referències

2. Justificació de la tria de les aproximacions al nombre π i al personatge d'Arquimedes

En l'exemple que es presenta s'ha optat per triar el mètode d'Arquimedes a l'hora d'introduir un context que contingui una aproximació al nombre π per dues raons, per la dimensió del personatge i pel mètode en si mateix.

Aquest personatge, classificat pels historiadors com un dels matemàtics més notable de tots els temps ha estat àmpliament estudiat, comentat i referenciat en llibres i pàgines web. Així es pot animar l'alumnat que busqui pel seu compte més informació sobre Arquimedes. Si s'opta per fer aquest complement de recerca, és un bon moment per comentar, comparar i analitzar a l'aula l'ús i la gestió de la informació recollida a través de la xarxa. Tot és cert? Qui penja a la informació a internet? Hi ha fonts més fidedignes? On es pot buscar informació relativa a la història de la matemàtica? En definitiva, caldrà decidir en una posada en comú quins són els continguts mínims comuns que s'estableixen per a tothom, que cal deixar com a ampliació i que cal rebutjar perquè no queda prou clar o no és assumible amb els coneixements que la classe te en el moment en que s'està treballant.

El mètode interessa, des del punt de vista d'introduir aquest context a nivell dels primers cursos de l'ESO, perquè utilitza continguts geomètrics coneguts per aquest alumnat:: característiques d'un hexàgon inscrit en un cercle, propietats dels triangles equilàters, el teorema de Pitàgores, etc., que potser fins ara estaven retinguts aïlladament però que caldrà posar en acció alhora en el procés de construcció de les successives aproximacions al nombre π. Però aquest estudi també ajudarà a donar més sentit a les utilitzacions posteriors del nombre π, després de seguir el procés de trobar aproximacions successives, el nombre π ha esdevingut una mica més familiar, s'ha construït a l'aula entre tothom.

En aquest sentit, algunes de les preguntes que es pretenen contestar o sobre les que caldrà buscar més informació podrien ser:

- Què és el nombre π?
- Quina utilitat té?
- Quan es va inventar/descobrir?
- Qui ho va fer? Com ho va fer?
- Quins mètodes s'utilitzen per trobar-les?

- Les aproximacions es calculaven amb decimals o amb fraccions?
- Quin valor té π segons la calculadora? I segons un full de càlcul de l’ordinador? I per internet?

3. El càlcul de π. Altres contextos i altres mètodes[1]

El símbol grec π es va utilitzar per primera vegada per expressar la raó de la circumferència d'una cercle al seu diàmetre en 1706, per l'anglès William Jones. En la seva obra fonamental *Introductio in anaysin infinitorum* (1748), Leonhard Euler va donar el seu vist i plau a l'ús d'aquest símbol i a partir d'aquí va esdevenir usual. Potser és en l'actualitat el símbol matemàtic més conegut.

Si π només fos la raó de la circumferència d'un cercle i al seu diàmetre, tal vegada la determinació del seu valor numèric hagués tingut un interès matemàtic limitat. Existeixen altres raons que han promogut la recerca contínua de l'avaluació de π durant uns 4000 anys, des del 1800 aC fins a l'actualitat:

1. Un requeriment pràctic de determinacions cada cop més exactes de π, en camps tant diversos com la construcció i l'astronomia.
2. La fascinació perenne exercida pel problema de la "quadratura del cercle".
3. Un interès creixent en la naturalesa de la constant representada per π.

El problema de la quadratura del cercle[2] es va resoldre finalment l'any 1882. Però la recerca d'estimacions cada cop més exactes de π, que va començar amb els egipcis, continua avui en dia encara utilitzant ordinadors cada cop més potents per a calcular el seu valor amb milions de decimals.

La taula següent conté alguns dels moments històrics d'aquesta recerca, anteriors a les matemàtiques modernes. En ells apareixen dues maneres de calcular π, tot i que només en un exemple (el càlcul de Madhava) s'utilitza el segon mètode.

1. El *mètode clàssic* (geomètric-empíric). Consisteix en calcular el perímetres dels polígons regulars inscrits o circumscrits en un cercle de radi donat on la circumferència està continguda entre els dos perímetres. Aquest mètode o

[1] Veure (Joseph George Gheverghese, 1996, 260-270**)**

[2] Formulat de la manera més senzilla possible, el problema de quadrar el cercle respon a la pregunta següent: Es pot construir un quadrat d'àrea exactament igual a la d'un cercle d'un diàmetre donat utilitzant solament el regla i el compàs? Al segle XIX es va demostrar que atès que quadrar un cercle significa construir un segment lineal de longitud igual al producte de l'arrel quadrada de π (que no és una quantitat construïble) i el radi del cercle donat, aquesta construcció no es podia fer.

alguna de les seves variants és el que s'utilitza en totes les avaluacions de la taula, menys en una.

2. El *mètode modern* (o analític). consisteix en avaluar π a partir d'una sèrie infinita convergent. Es va utilitzar per primera vegada a Kerala, a l'Índia, al segle XV.

Càlculs de π abans del 1600 d C:

Dates	Font/matemàtic	Mètode i valor
c. 1650 a C	Papir d'Ahmes (Egipte)	Igualant un camp circular de 9 unitats a un quadrat de costat 8 unitats, el que dóna $\pi \approx 3{,}16$
c. 1600 a C	Tauleta de Susa (Babilònia)	Igualant un hexàgon regular i un cercle; la raó del perímetre de l'hexàgon a la circumferència del cercle, implica un valora de $\pi \approx 3{,}125$
c. 500 a C	Sulbasutras (Índia)	Baudhayana va donar la regla següent: (s = costat del quadrat, d = diàmetre) $s = d[1 - 28/(8x29) - 1(6x8x29) + 1/(6x8x28x8)]$ el que dóna, igualant les àrees que $\pi \approx 3{,}09$
c. 250 a C	Arquimedes (Grècia)	Calculant els perímetres de polígons regulars de 12, 24, 48 i 96 inscrits i circumscrits a un cercle obté $223/71 < \pi < 22/7$, i aquests dos límits donen un valor de $\pi \approx 3{,}14$ correcte fins al segon decimal
c. 150 a C	Umasvati (Índia)	Inscrivint un hexàgon regular i després un dodecàgon, i aplicant el teorema de Pitàgores s'obté un valor igual a l'arrel quadrada de 10: $\pi = 3{,}16$
c. 260 d C	Liu Hui (Xina)	Inscrivint un hexàgon regular en un cercle i calculant per aplicacions successives del teorema de Pitàgores el perímetres dels polígons de 12, 24, 48 i 96 costats. Amb aquest últim polígon arriba a $\pi = 3{,}1416$
c. 480	Tsu Hung Chih (Xina)	Mètode similar al de Liu Hui, exceptuant que l'aplicació successiva del t. de Pitàgores la duu fins a un polígon regular de 24.576 costats. El resultat obtingut és: $3{,}1415926 < \pi < 3{,}1415927$

c. 500	Aryabhata (Índia)	Probablement calculant el perímetre d'un polígon regular inscrit de 384 costats obté $\pi \approx 3{,}1416$
c. 1400	Madhava (Índia)	utilitzant un desenvolupament en sèrie infinita per a π obté: $\pi \approx 3{,}14159265359$ exacte fins al darrer decimal
1429	Al-Kashi (Pèrsia)	Probablement calculant el perímetre d'un polígon regular de $3x2^{28}$ costats obté, exacte fins al darrer decimal: $\pi \approx 3{,}1415926535897932$
1579	François Viète	Calculant el perímetre d'un polígon regular de 393216 costats obté: $\pi \approx 3{,}14159654$

4. Aproximació històrica a Arquimedes

Indubtablement, un dels matemàtics més notables de tot el temps és Arquimedes. Va viure durant el s. III aC a Siracusa, a l'illa italiana ara anomenada Sicília. És un dels matemàtiques grecs del que es coneixen més obres. Va escriure tractats sobre principis físics, va inventar màquines utilitzades per a la guerra, i en general era conegut per la seva perícia en qualsevol matèria relacionada amb les matemàtiques. S'explica que la seva mort durant el setge de Siracusa pels romans va ser resultat de la seva dedicació intensa a la seva feina. (Katz, 1993).

Encara que Arquimedes va viure i va morir a Siracusa, mantenia comunicació amb altres matemàtics i va passar un temps a Egipte. Allà va estudiar a l'escola d'Euclides situada a Alexandria. Entre els seus descobriments un cargol d'aigua per moure l'aigua del Nil per a la irrigació. A Alexandria va conèixer Eratòstenes, director de la biblioteca i la primera persona que va mesurar acuradament el diàmetre de la Terra. Tant l'Arquimedes com Eratòstenes sabien que la terra era esfèrica. El rei Hieró de Siracusa reconeixia el geni d'Arquimedes i en moltes ocasions li va demanar consells o li feia encàrrecs.

Una història famosa diu que el rei havia nomenat un orfebre per fer una corona de fulles fets d'or fi. Un cop acabada, el rei havia sentit remorejar que la corona no era d'or pur sinó que contenia un aliatge d'or i plata. Va demanar a Arquimedes que trobés la manera de demostrar si la corona era feta d'or fi o no. Segons la història, mentre Arquimedes estava assegut en una banyera i observava el desplaçament de l'aigua va trobar la solució. Es va adonar que els objectes del mateix pes, però de densitat diferent desplaçaven quantitats diferents d'aigua, utilitzant aquesta característica podria diferenciar l'or fi de l'or impur, per la quantitat d'aigua que es desplaçava. Estava tan excitat pel seu descobriment i per la solució del problema, que segons diu la història, saltava pels carrers, oblidant la seva roba, mentre cridava "Eureka, eureka (l'he trobat)." Arquimedes a través de principis físics va descobrir que l'orfebre havia enganyat al rei.

Segons Katz (1993), "Arquimedes era el primer matemàtic que obté resultats quantitatius per problemes físics de la terra a través de la creació de models matemàtics." Se'l coneix bé pel seu treball sobre la llei de la palanca i pels càlculs realitzats per aproximar el nombre π entre 3 10/71 i 3 10/70. *De l'equilibri dels plans*, *Dels els cossos que suren*, *L'arenari, De les espirals, El mètode, La quadratura de la paràbola*, són alguns dels tractats més estudiats d'Arquimedes.

La seva perícia en ginys de guerra el va fer famós. Per defensar Siracusa dels romans, va inventar ariets de bombardeig, tiradors i grues. Existeix també una llegenda, que alguns historiadors diuen que és falsa, en la que se li atribueix l'enginy d'aconseguir cremar naus romanes dels enemics, amb l'ajuda d'un miralls gegantins i dels raigs del Sol. Quan Siracusa finalment va caure a mans dels romans, Arquimedes estava capficat amb un problema de matemàtiques que dibuixava a la sorra. Marcel, el líder romà, havia donat ordres de que se'l respectés, però la llegenda diu que Arquimedes va continuar treballant en el seu problema a la sorra i que es va negar a seguir el soldat fins a no tenir-lo acabat. El soldat es va impacientar, va desembeinar l'espasa i el va matar.

5. Descobrint π , activitats per a l'aula

Les activitats que es presenten a continuació constitueixen una part del mòdul 1 (Arquimedes) dels *Historical Modules for teaching and Learning of Mathematics (*Katz, Víctor J; Michalowicz, Kareen Dee, 2004). S'han triat i traduït pensant que havien de ser assequibles per a l'alumnat dels primers cursos de l'ESO

5.1. Descobrint π. Notes per al professorat

Temps aproximat: Una o dues sessions de classe
Materials: tapadores de diferents mides, cordill, regles i calculadores
Cursos: 1r cicle de l'ESO

Activitat 1: Aquesta activitat està adreçada a que l'alumnat descobreixi el valor de π mesurant la circumferència i dividint pel diàmetre per a obtenir una aproximació.

Activitat 2: Aquesta activitat inclou les matemàtiques que es necessiten per a fer successives aproximacions al nombre π. Els càlculs són apropiats per als estudiants familiaritzats amb el teorema de Pitàgores i que utilitzen la calculadora. També es pot plantejar a través de programes informàtics que combinin dibuix i càlculs (Wiris o Geogebra, per exemple). Amb aquesta activitat els estudiants apreciaran millor el treball d'Arquimedes que va realitzar tots els càlculs sense l'ajut de cap calculadora.

Suggeriments on emplaçar les activitats en el curs: Aquestes activitats es poden utilitzar en qualsevol moment en que s'estigui treballant amb el nombre π.

Notes d'història: Arquimedes va calcular π fa uns 2000 anys. La seva aproximació va ser extremadament acurada i no es va millorar en els 1000 anys següents. Una qüestió que els estudiants sempre es pregunten és "com calculaven" ? I una altra pregunta que sovint segueix a aquesta és "com sabem = 3.14 o 22/7"?. Arquimedes s'hi acostava a través de calcular els perímetres successius de polígons inscrits i circumscrits, fins arribar al polígon de 96 costats. Pensava en el nombre π com a la raó entre la circumferència i el diàmetre i llavors va trobar un interval que incloïa aquesta raó. El símbol (π) representant aquest nombre va ser introduït per William Jones l'any 1706. Els càlculs realitzats per Arquimedes es feien tots a mà, per descomptat, els ordinadors i les calculadores no eren ni tan sols un somni en el desenvolupament de les matemàtiques de l'època. Arquimedes va mostrar que el valor de π estava entre 3 10/71 i 3 10/70. El procés utilitzat per Arquimedes és lògic, però els càlculs poden ser difícils i consumint el temps. Les activitats següents són maneres actualitzades per aproximar el valor de π.

5.2. Descobrint π. Fulls per l'alumnat

Activitat 1: Descobrint un nombre especial!

Materials: tapadores de diferents mides, cordill, regles i calculadores

Comproveu que enteneu el significat de les paraules següents relacionades amb el cercle: circumferència, diàmetre i radi.

És hora de fer algunes mesures, completa el procediment per a cada tapadora.

Procediment

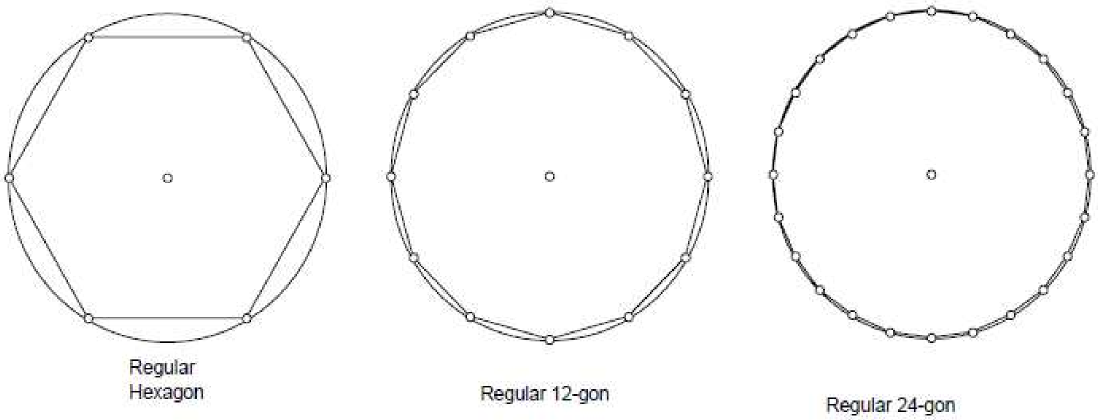
1. Col·locar el cordill voltant l'exterior de la tapadora.
2. Mesura la longitud del cordill. Observa que això és la circumferència del cercle. Escriu el resultat en el quadre.
3. Mesura el diàmetre de la tapadora. Apunta-ho en el quadre..
4. Utilitza la calculadora i completa el quadre.

Longitud de la circumferència	Longitud del diàmetre	Longitud de la circumferència ÷ Longitud del diàmetre

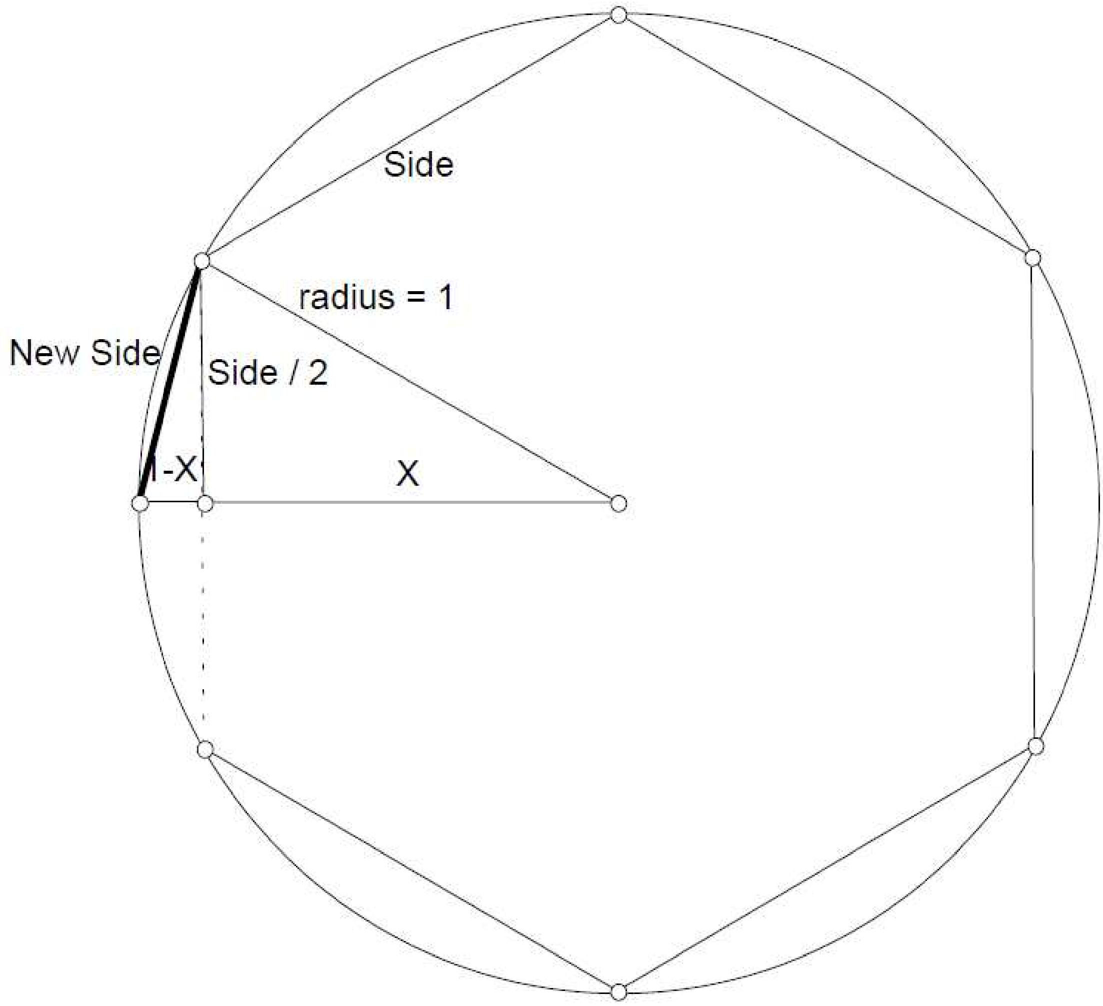
La darrera columna t'és familiar? S'assembla a algun número que ja has vist abans?

Activitat 2: Cerquem π

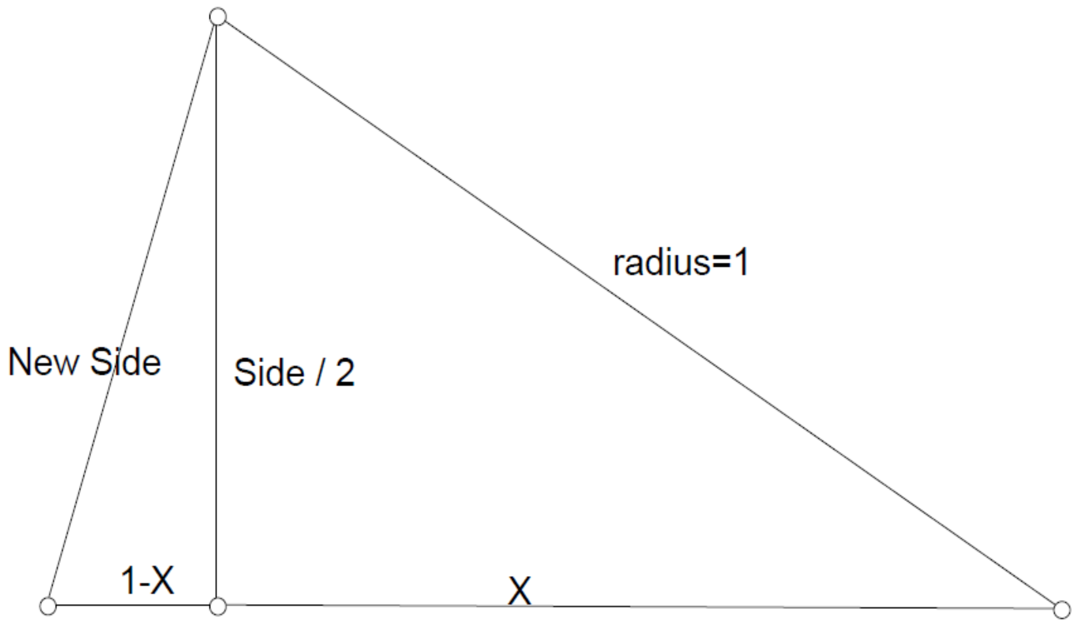
Entre molts dels descobriments originals i impressionants d'Arquimedes, el seu mètode per esbrinar una aproximació numèrica al nombre π és elegant i fàcil de seguir. Es tracta de posar polígons regulars, tant inscrits com circumscrits, en un cercle de radi un. Comença amb hexàgons regulars. S'utilitza per produir polígons regulars de 12 costats, i després de 24, 48, i finalment de 96. Els primers 3 polígons inscrits s'il·lustren en la figura de sota. Com es pot veure, el perímetre del de 12 costats és força a la vora de la circumferència i el de 24 encara més. Seguirem el mètode d'Arquimedes pels polígons inscrits, i així les nostres aproximacions numèriques s'acostaran per sota, el que significa que seran menors que π . Les figures circumscrites s'acosten per sobre, per excés, a π, així el seu valor veritable estarà entre dues fraccions que estan molt a prop l'una de l'altra. Farem els càlculs amb decimals i a diferència del sorprenent Arquimedes, tindrem una calculadora i l'utilitzarem!



Observa les figures següents per a seguir la tècnica aplicada per Arquimedes. Comença amb l'hexàgon de costat 1. Traça dos radis, fins al punt mig d'un costat i l'altre que talla el costat i l'arc en dues meitats iguals. El punt mig de l'arc i el punt final de la cara inicial de l'hexàgon, seran els extrems del nou costat del polígon de 12 costats. Utilitza el teorema de Pitàgores per a trobar la longitud del nou costat i repeteix el procés de nou per a trobar la longitud del costat del polígon de 24, 48 i finalment 96 costats.



A continuació el dibuix ampliat per a buscar el costat nou:



Primer cal buscar x utilitzant el triangle rectangle corresponent, després calcular
1-x i amb l'altre triangle rectangle, el de l'esquerra trobar el valor del nou costat del polígon corresponent. La multiplicació pel nombre de costat donarà una primera aproximació al perímetre de la circumferència. Quan es repeteix el procediment successivament fins arribar al perímetre del polígon de 24 costats, la seqüència de càlculs és la mateixa, només va variant el valor del costat inicial del polígon que cal dividir per dos i així successivament generar tot el procés.

I. Podeu seguir el mètode d'Arquimedes i anotar els vostres resultats a la taula resum.

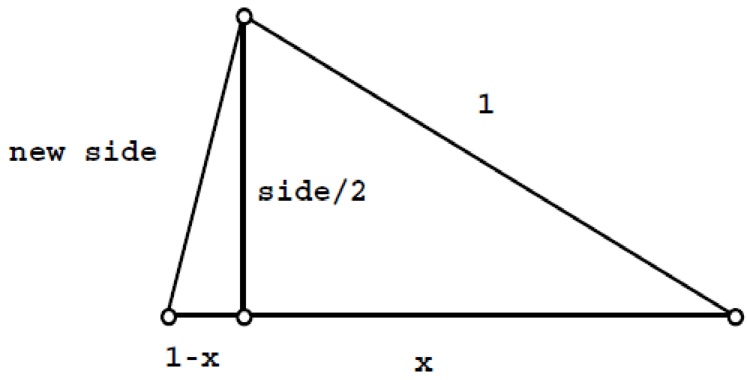
Inici del procés: en l'hexàgon sabem que el costat és 1. El radi és sempre 1, podeu seguir el passos del quadre de la dreta fins arribar al valor del nou costat. Els fulls de treball adjunts us ajudaran a seguir els càlculs	Quan preneu el costat de l'hexàgon i el bisequeu, el resultat és costat/2 = ... Utilitzant el teorema de Pitàgores robeu el valor de x = ... Un cop teniu x podeu trobar 1 – x = ... Tenim el costat/2 i 1 – x de nou amb Pitàgores podem trobar el costat nou
Un cop teniu la longitud del nou costat del polígon, podeu trobar el perímetre i fer les operacions de la taula adjunta. Repetiu el procés descrit en el quadre anterior canviant el valor inicial pel nou valor obtingut.	Perímetre = ... Perímetre/diàmetre = ...

nombre costats	longitud costat	perímetre (p)	diàmetre (d)	p/d
6			2	
12			2	
24			2	
48			2	
96			2	

II. Si disposeu de calculadora o d'ordinador teniu diferents maneres d'automatitzar els càlculs. Busqueu la manera més adequada.

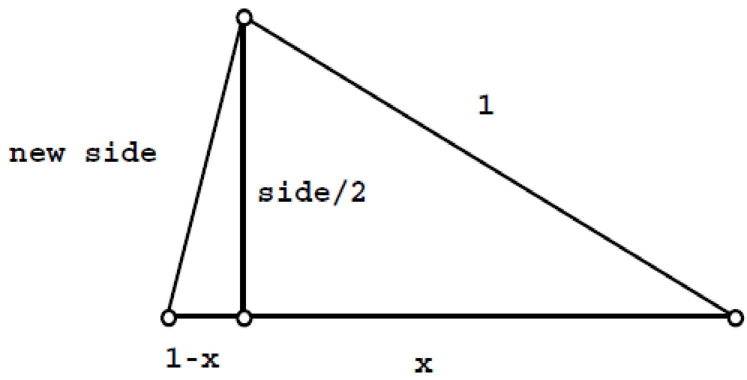
III. Arquimedes va calcular que el valor de π estava entre 3 10/71 i 3 10/70. Ell va fer els càlculs sense l'ajuda de cap mitjà tecnològic com ho fem nosaltres. Com et sembla que ho feia Arquimedes per a realitzar aquests càlculs tant llargs?

Fulls de treball per a seguir el càlcul de la longitud del costat de cada nou polígon



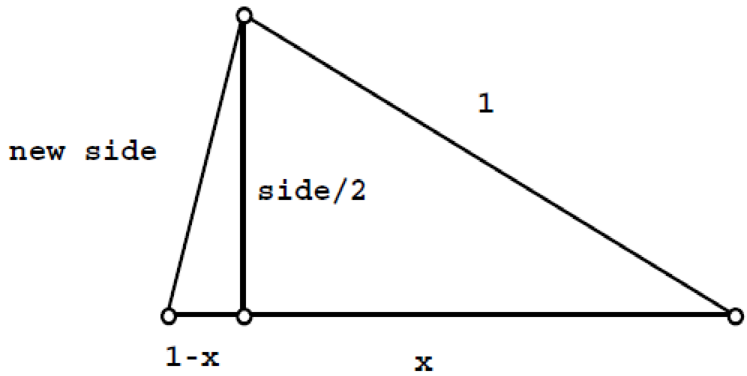
nombre de costats	$\frac{\text{costat incial}}{2}$	x	nou costat

p = ...



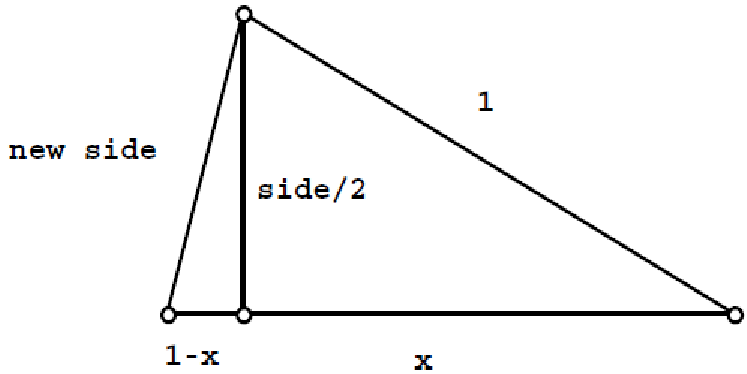
nombre de costats	$\frac{\text{costat incial}}{2}$	x	nou costat

p = ...



nombre de costats	$\frac{\text{costat incial}}{2}$	x	nou costat

p = ...

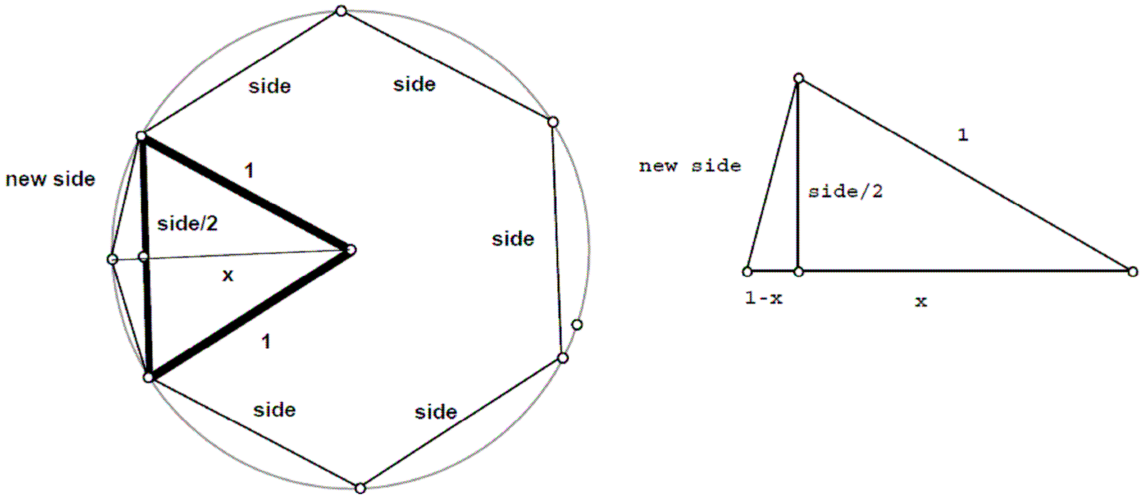


nombre de costats	$\frac{\text{costat incial}}{2}$	x	nou costat

p = ...

Activitat 2: Cerquem π. Respostes

Arquimedes calculava el valor de π utilitzant un hexàgon, dodecàgon, el polígon de 24 costats, el de 48 i el de 96, buscava el perímetre del polígon inscrit i el circumscrit i dividint pel diàmetre obtenia aproximacions successives per sobre i per sota del valor buscat.



I. Càlcul del perímetre de cada polígon utilitzant el teorema de Pitàgores

En l'hexàgon veiem que el costat és 1 quan el radi és 1 perquè estem treballant amb un triangle equilàter. La bisecció del costat dóna el costat del dodecàgon.	Quan preneu el costat de l'hexàgon i el bisequeu, el resultat és costat/2 = 0.5 Utilitzant el teorema de Pitàgores robeu el valor de x = 0.86602. Un cop teniu x podeu trobar 1 – x = 0.13398 Tenim el costat/2 i 1 – x de nou amb el t. de Pitàgores podem trobar el costat nou que ara és 0.51764
Un cop coneixem el costat del nou polígon, podem trobar el perímetre i comprovar que de les operacions corresponents s'obtenen els valors del quadre adjunt.	perímetre = 6.2117 perímetre/diàmetre = 3.10585

nombre costats	longitud costat	perímetre (p)	diàmetre (d)	p/d
6	1	6	2	3
12	0.51764	6.2117	2	3.10585
24	0.26105	6.2653	2	3.13265
48	0.13081	6.2787	2	3.13935
96	0.06544	6.2821	2	3.14105

II. Si disposeu de calculadora o d'ordinador teniu diferents maneres d'automatitzar els càlculs. Busqueu la manera més adequada.

Utilitzant una calculadora gràfica o l'ordinador, es pot establir un mecanisme automàtic que vagi generant els valors successius. Per alumnes amb més grans també es pot pensar en utilitzar la trigonometria en lloc del teorema de Pitàgores. Les respostes poden ser diverses, i això dóna a l'alumnat la possibilitat de buscar alternatives.

III. Arquimedes va calcular que el valor de π estava entre 3 10/71 i 3 10/70. Ell va fer els càlculs sense l'ajuda de cap mitjà tecnològic com ho fem nosaltres. Com et sembla que ho feia Arquimedes per a realitzar aquests càlculs tant llargs?

De nou l'alumnat te opció per a pensar com aconseguir-ho. Les respostes poden ser variades.

Fulls de treball per a seguir el càlcul de la longitud del costat de cada nou polígon

nombre de costats	$\frac{\text{costat incial}}{2}$	x	nou costat
12	0.5	0.8660	0.51764

p = 6.2117

nombre de costats	$\frac{\text{costat incial}}{2}$	x	nou costat
24	0.25880	0.96579	0.26105

p = 6.2653

nombre de costats	$\frac{\text{costat incial}}{2}$	x	nou costat
48	0.130525	0.980845	0.13081

p = 6.2787

nombre de costats	$\frac{\text{costat incial}}{2}$	x	nou costat
96	0.065405	0.99786	0.06544

p = 6.2821

6. Referències

6.1. Bibliogràfia

Authier, Michel (1991) “Arquímedes: El canon del sabio” en Historia de las Ciencias, Michel Serres (ed), Madrid:Ediciones Cátedra, 119 -149.

Boyer, Carl B. (1986) *Historia de las Matemáticas*. Madrid: Alianza Editorial.

Collete, Jean Paul (1973) Histoire des mathématiques, Vuibert/Erpi, Montréal (Quebec), traducció castellana. Siglo XXI. Mèxico/Barcelona (1983)

Chemla, Karine (s/d) “Aperçu sur l’histoire des mathématiques en Chine Ancienne dans le contexte d’une histoire internationale”, 71-90. Article on line:

http://www.reunion.iufm.fr/dep/mathematiques/Seminaires/Resources/Chemla22.pdf

Chemla, Karine; Shuchun, Guo (eds.) (2005) *Les Neuf Chapitres, le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires [edició crítica bilingüe]*, París, Dunod.

Demattè, Adriano (2006) *Fare matematica con i documenti storici. Una raccoltaper la scuola scondaria de primo e secondo grado*. Volume per l’alunno e Volume per l’insegnante. Editore Provincia Autonoma di Trento – IPRASE del Trentino.

Jami, Catherine (1988) “Une histoire chinoise du ‘nombre π’”, *Archive for History of Exact Sciencies* 38 (1), 39-50

Joseph, George Gheverghese (1996) *La cresta del pavo real*. Las matemáticas y sus raíces no europeas. Madrid. Pirámide.

Goldstein, Catherine (1991) “El uno es el otro:una historia del círculo” en Historia de las Ciencias, Michel Serres (ed), Madrid:Ediciones Cátedra, 151-173.

Guedj, Denis (1998) El imperio de las cifras y los números. Barcelona. Edicions B, S.A.

Ho Peng Yoke (2000) *LI, QI and SHU An Introduction to Science and Civilization in China*. Mineola, New York, Dover Publications, Inc.

Li Yan; Du Shiran (1987) *Chinese Mathematics. A Concise History*, Oxford, Clarendon Press.

Katz, Víctor J; Michalowicz, Kareen Dee (2004) *Historical Modules for teaching and Learning of Mathematics*. The Mathematical Association of America, Washington.

Katz, Víctor J (ed) (2007) *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India and Islam: A Sourcebook*. Princeton University Press.

Katz, Víctor J (2008) (3a Ed) *A History of Mathematics*. Addison Wesley

Mankiewicz, Richard (2000) *Historia de las Matemáticas*. Barcelona. Paidos.

Pla i Carrera, Josep (2009) *Liu Hui. Nueve capítulos de la matemática china*. La matemática y sus personajes, 39. Ed. Nivola

Plofker, Kim (2009) *Mathematics in India*, Princeton University Press.

Robson, Eleanor; Stedall, Jacqueline (ed) (2009) *The Oxford Handbook of History of mathematics*. Oxford University Press.

Torija Herrera, Rosalina (2003) *Arquímedes. Alrededor del círculo*. La matemática y sus personajes, 1. Ed. Nivola

6.2. Pàgines web

A history of pi (darrer accès 13 – 08 - 2009) http://www.gap-system.org/~history/HistTopics/Pi_through_the_ages.html. Existeix traducció a l castellà: http://ciencia.astroseti.org/matematicas/articulo.php?num=3489

Pi day (14 de març)[3]: http://www.math.utep.edu/Faculty/lesser/piday.html que inclou gran varietat d'adreces web entorn el nombre pi, per exemple:

http://www.piday.org/
http://www.pidayinternational.org/
http://www.piacrossamerica.org/
http://teachpi.org/

[3] 3.14 en la nomenclatura anglosaxona per a escriure el dia i el mes.