

**COMPETÈNCIA MATEMÀTICA I GEOMETRIA
ENTRE L'ESO I EL BATXILLERAT:
DISSENY D'ORGANITZACIONS DIDÀCTIQUES
AMB WIRIS I GEOGEBRA.**

Bernat Ancochea Millet

INS Serra de Marina (Premià de Mar)

Supervisor: Josep Gascón Pérez

Universitat Autònoma de Barcelona

Curs 2010- 2011

Memòria del treball de la llicència d'estudis retribuïda

ÍNDIX

ÍNDIX.....	2
1. INTRODUCCIÓ	4
1.1 Aspectes més rellevants	4
1.2 Antecedents i estat actual dels coneixements relacionats.	5
1.3 Treball previ personal	6
2. PUNT DE PARTIDA	7
2.1. Raons per plantejar la recerca.....	7
2.2. Hipòtesis a que respon la recerca.....	7
2.3. Antecedents i resultats previs.....	8
3. OBJECTIUS DEL PROJECTE.....	8
3.1. Concreció dels objectius	8
3.2. Currículum i innovació: competències instrumentals i estratègies d’aprenentatge	9
3.3. Tecnologies de la informació i de la comunicació: projectes col·laboratius fent servir les TIC.....	10
3.4. Desenvolupament de les competències bàsiques	10
3.5. Integració de les TIC.....	10
4. METODOLOGIA I PLA DE TREBALL	10
4.1. Descripció i justificació de la metodologia triada.....	10
4.2. Criteris per a la selecció de les fonts de dades.....	11
5. APLICACIONS DEL PROJECTE EN EL SISTEMA EDUCATIU	12
5.1. Contribucions esperades	12
4.2. Pla de difusió i explotació del projecte	13
6.- DESENVOLUPAMENT DE LA RECERCA.	13
6.1. Activitats dutes a terme.....	13
6.2. Participació en projectes, cursos de formació i altres.	14
7. CONCLUSIONS DE LA RECERCA.....	15
Per què no hem treballat amb el batxillerat?	15
Per què no hem fet servir la calculadora Wiris?.....	15
Quina geometria es fa a l’aula?.....	16
Interdisciplinarietat	16
L’actitud del professorat... i de l’alumnat!	16

“Embús tècnic” i “Memòria auxiliar”	20
“Enlluernats” i “embossats”	20
Una alternativa a les activitats que es troben a la xarxa.....	20
El recurs al “catàleg”	20
La síndrome de “El llanero solitario”	21
La raó de ser	21
Dels més petits als més grans.....	22
Projectes de futur	22
8. BIBLIOGRAFIA BÀSICA.....	23
8. ANNEXOS	25
8.1 Esquelet del taller de geometria per a tercer d’ESO.	25
8.2 Projecte de Geometria (Escola El Dofí de Premià de Mar)	33
8.3 GeoGebra, un pont entre Primària i Secundària	39
8.4 Proposta de taller de Geometria a l’INS de Sant Andreu.....	46
8.5 Estudi de cranis d’homínids i pòngids a l’Institut Valerià Pujol de Premià de dalt.....	64

1. INTRODUCCIÓ

A partir de l'estudi dels llibres de text (tant del currículum nou com del vell) que s'utilitzen en els nostres centres, i de les opinions del professorat de matemàtiques en secundària, ens hem proposat valorar el grau d'incidència i les possibilitats d'intervenció per part d'aquest professorat en l'adaptació del currículum de geometria, amb l'objectiu d'afavorir la continuïtat dels seus continguts en la transició de l'ESO al batxillerat.

L'objectiu inicial del projecte era proposar una activitat docent per a fomentar-la: el Taller de Pràctiques de Geometria, un nou dispositiu didàctic que profunditza en l'estudi d'un camp de problemes (de geometria), on es presenta un recull de problemes d'un tipus concret, que s'amplia progressivament a mesura que avança el procés d'estudi, gràcies al desenvolupament de les tècniques matemàtiques i a l'emergència de noves necessitats teòriques.

Per a l'execució del taller utilitzem la calculadora Wiris i el programa GeoGebra, tant en la vessant algebraica com en la vessant dinàmica, cada cop més explotada. Creiem que, en la mesura que ens plantegem noves qüestions sobre el currículum podem generar noves necessitats de visualització i coordinació dels diferents llenguatges, incrementant en aquest punt les prestacions d'ambdues calculadores.

Aquest taller de Pràctiques de Geometria (d'ara endavant TPG) està pensat inicialment per implementar-lo en un primer curs de batxillerat de matemàtiques. Es tracta d'experimentar noves eines amb l'objectiu d'incidir en la millora de la qualitat de l'ensenyament de geometria a l'ESO i al batxillerat i, de retruc, fomentar l'adquisició de la competència matemàtica, des d'un plantejament que busca posar de manifest que:

- La discontinuïtat en els continguts de geometria de l'ESO al batxillerat redueix la intuïció matemàtica, la creativitat i l'habilitat per desenvolupar l'abstracció.
- És possible generar activitats que garanteixin la continuïtat en la geometria que s'estudia en tots dos àmbits, alhora que s'estimula el pensament matemàtic, el plantejament i la resolució de problemes, la modelització matemàtica, el raonament matemàtic, la representació d'objectes i situacions, la utilització de formulacions i símbols matemàtics, i la comunicació amb, en i sobre matemàtiques. És a dir, set de les vuit competències que identifica Niss (2002) en la competència matemàtica.
- Les eines TIC a disposició de l'ensenyament ofereixen un marc extraordinari per al desenvolupament d'aquestes activitats, ja que a més d'influenciar en la manera de representar i interactuar amb la geometria, també condicionen les formes de raonar, mantenir i presentar relacions o propietats matemàtiques. En utilitzar-les es treballa la vuitena competència.

1.1 Aspectes més rellevants

En la recomanació del Parlament Europeu sobre les competències clau per a l'aprenentatge permanent (amb el ben entès que aquest ha de començar en l'edat preescolar i ha de seguir més enllà de l'edat de jubilació) es proposa un marc de referència europeu on apareixen les vuit competències clau, entre elles la comunicació en llengua materna, la competència matemàtica, la competència digital i aprendre a aprendre.

Es defineix la competència matemàtica com l'habilitat per desenvolupar i aplicar el raonament matemàtic amb l'objectiu de resoldre diversos problemes en situacions quotidianes. Aquesta definició queda recollida en la LOE, on es diu que la geometria, a més a més de incloure definicions i fórmules per al càlcul de superfícies i volums, és sobretot una

disciplina que permet descriure i analitzar propietats i relacions, i classificar i raonar sobre formes i estructures geomètriques.

També en la LOE es fa una referència explícita als programes de geometria dinàmica, emfasitzant que aquests permeten als estudiants interactuar sobre les figures i els seus elements característics, així com fer traduccions recíproques entre els diferents tipus de llenguatge: natural, numèric, gràfic, geomètric i algebraic.

En aquest projecte hem pretès millorar l'estudi d'un àmbit de la geometria per tal d'ajudar al desenvolupament de les vuit competències clau, en especial a les quatre abans citades.

Agafant com a punt de partida l'estat actual de la geometria en el currículum de l'ESO i el batxillerat, hem plantejat com hipòtesi inicial que la discontinuïtat entre la geometria sintètica que s'estudia en l'ESO i la geometria analítica present en el batxillerat, dificulta l'aprenentatge de la geometria, i per tant, redueix la seva potencialitat com a factor clau en l'adquisició de la competència matemàtica.

Creiem, i l'estudi previ ens ho ha confirmat, que es possible una intervenció per a corregir aquesta situació i que les calculadores simbòliques Wiris i Geogebra, com a material disponible al servei de l'educació, pot ajudar a fer-ho. Aquesta tesi que vaig presentar en una comunicació en les jornades DIM de primavera l'any 2009 organitzades pel professor Pere Marquès de la Universitat de Barcelona i en una altra comunicació en el III Congrés de la Teoria Antropològica de la Didàctica (TAD) a Sant Hilari Sacalm el mes de gener de 2010.

1.2 Antecedents i estat actual dels coneixements relacionats.

La constant evolució tecnològica dels darrers anys ha fet emergir d'una manera notable el potencial que suposa el software dinàmic per a la resolució de problemes, i alhora la necessitat de crear un espai de reflexió sobre la seva importància i utilitat en l'aprenentatge dels alumnes. Camacho y Santos, en un article publicat dins del monogràfic titulat *La geometria, una enseñanza imprescindible* en UNO (nº42, 2006), presenten dos problemes en els que es planteja l'exploració i la recerca de connexions o extensions entre problemes.

A partir d'experiències en els cursos 90-91 i 91-92, i formant part del programa d'Innovació en la docència universitària de l'ICE de la UAB, Bosch i Gascón (1994) presenten, per primer cop, el Taller de Pràctiques Matemàtiques, un dispositiu didàctic pensat per a dur a terme l'estudi aprofundit d'un camp de problemes, i on es possibilita que els alumnes siguin capaços d'estudiar de manera autònoma un conjunt seleccionat de problemes connectats, posant en pràctica i desenvolupant certes tècniques d'estudi, pròpies del camp de problemes.

Actualment, el concepte de laboratori de pràctiques usant les TIC, lligat inicialment a les assignatures més tècniques de les carreres d'àmbit tecnològic, el trobem també com a pràctica habitual en assignatures de matemàtiques de diferents estudis universitaris: E.T.S.E.T.B, E.P.S.C, de la UPC; A.D.E. i CC.EE de la URL, etc.

En aquest projecte es pretén desenvolupar una sèrie d'activitats dins dels entorns Wiris i GeoGebra que permetin donar continuïtat als elements de geometria presentats en l'ESO, conduint-los de manera natural cap als elements de la geometria analítica del batxillerat. En concret, es busca aprofitar l'entorn dinàmic que ofereixen les calculadores simbòliques per poder tractar aquells problemes de geometria que no són resolubles en l'entorn euclidià, però que sí troben solució en la geometria analítica. Tot això plantejat com un TPG, a partir d'un estudi del currículum centrat no tant en els propis continguts, sinó en la forma d'organitzar-los.

1.3 Treball previ personal

El meu interès per la Geometria arrenca dels estudis de batxillerat al *Lycée Français* de Barcelona. Aquesta branca de les Matemàtiques té molta més importància en els estudis de secundària a França que a Espanya. L'any 1976 vaig començar la meua tasca com a professor d'ensenyament secundari i des d'aleshores vaig estar interessat en la utilització de les eines informàtiques a l'ensenyament treballant amb el Spectrum ZX, l'Amstrad, els primers ordenadors personals i la calculadora Texas Instruments TI-92. He fet servir diferents llenguatges de programació com el Fortran IV, DBase III, Basic, Visual Basic, Turbo Pascal, C++, etc.

Em vaig iniciar a l'ús de les calculadores simbòliques a partir de l'any 2003 amb un curs telemàtic sobre la calculadora Wiris. En col·laboració amb els professors Josep Lluís Cañadilla i Misericòrdia Nomen vaig realitzar un material d'integració de les TIC al currículum sobre funcions i gràfiques¹. El fruit de tot aquest aprenentatge s'ha anat concretant en les activitats pels alumnes de diferents nivells incloses en el Moodle² del meu centre, l'Institut Serra de Marina de Premià de Mar.

Actualment sóc vocal de recerca de l'Associació catalana de GeoGebra i he participat en diferents programes de treball i d'investigació com la traducció al castellà pel projecte Gauss de l'ITE (*Instituto de Tecnologías Educativas*) d'activitats de Matemàtiques amb GeoGebra del professor Daniel Mentrard que em cita explícitament a la seva pàgina³ i un encàrrec del Creamat pel disseny d'activitats adreçades a alumnes de 1r d'ESO en el marc del projecte Educat 1x1. També col·laboro amb l'equip Ampères que treballa en el disseny i difusió d'activitats matemàtiques i de recorreguts d'estudi i investigació per a l'ensenyament secundari a més d'estudiar les condicions de realització efectiva d'aquestes activitats i d'aquests recorreguts. L'objectiu és dinamitzar l'estudi de les Matemàtiques en l'ensenyament secundari. L'equip és membre de *l'Institut National de Recherche pédagogique*⁴.

Des de l'any 2006 formo part del grup de recerca en didàctica de les matemàtiques que coordinen la Dra. Marianna Bosch (Universitat Ramon Llull) i el Dr. Josep Gascón (UAB). També des d'aquest any he participat en la realització de tallers de Pràctiques de Matemàtiques en el marc de diferents projectes ARIE coordinats per aquests investigadors, centrats en la utilització de la calculadora simbòlica WIRIS per a l'ensenyament de la modelització matemàtica. .

En el marc de la coordinació de les Matemàtiques entre Primària i Secundària participo en el grup PREMAT en el que s'han incorporat totes les escoles i instituts públics de Premià de Mar i Premià de Dalt.

He cursat el Màster de Recerca en Didàctiques específiques de la Universitat de Barcelona i el mes de setembre de 2010 vaig presentar un treball per assolir el títol corresponent amb el tema objecte de la llicència d'estudis que he dut a terme aquest curs i sota la direcció del professor Vicenç Font.

¹ http://www.edu365.cat/eso/muds/matematiques/UD_funcions_i_grafiques/mates/funcions/

² serramarina.cat/moodle

³ <http://dmentrard.free.fr/Geogebra/Maths/accueilmath.htm>

⁴ <http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/equipes-associees/amperes>

2. PUNT DE PARTIDA

2.1. Raons per plantejar la recerca

En la situació que ens trobem actualment, de convergència cap a una economia i societat europees basades en el coneixement; i on s'insisteix en la necessitat d'animar als joves, i en particular a les joves, a interessar-se per les especialitats científiques i tecnològiques (COM, 2003), són especialment preocupant les dificultats que manifesten els alumnes en l'aprenentatge dels continguts matemàtics en la transició de l'ESO al batxillerat, particularment en l'àmbit de la geometria. Tot i que no hi ha estudis globals, es pot afirmar amb certa evidència que aquestes dificultats no només no es redueixen, sinó que s'accentuen en un primer curs d'universitat (Fonseca, 2004).

Si el problema de l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques està reconegut a nivell nacional i internacional com a greu, el de la geometria és percebut com a gravíssim. De l'antiga controvèrsia dels anys 70 entre quin tipus de geometria, sintètica o analítica, havia d'estar present en l'educació matemàtica, agreujada amb l'eclosió de la matemàtica moderna⁵, es va passar a la seva, gairebé, supressió total de l'ensenyament de secundari en 1980. Avui en dia, citant un article de F. Velázquez a la revista UNO (2006), ningú dubta que cap altre coneixement matemàtic té tan forta presència quotidiana en l'experiència personal dels subjectes, de manera que la geometria torna a estar present en el currículum. S'ha arribat a cert consens que ubica la geometria sintètica en l'ESO i la geometria analítica en el batxillerat.

Ara bé, en aquest aparent consens, no s'ha tingut en compte l'escassa articulació entre les dues geometries, de manera que el seu aprenentatge i tractament es produeix d'una manera totalment discontinua. Les tècniques analítiques que s'estudien al batxillerat apareixen d'una manera artificiosa i les qüestions que s'hi analitzen, en presentar-les deslligades de les tècniques sintètiques, perden la seva raó de ser⁶ (han desaparegut del currículum les qüestions geomètriques a les quals la geometria analítica respon), i per tant, s'obstaculitza el seu aprenentatge.

En aquest projecte hem volgut estudiar l'existència de factors inherents al sistema educatiu, en l'àmbit de la geometria, que contribueixen a mantenir l'escassa articulació entre l'ESO i el batxillerat, generant dificultats de gestió per als professors i d'adaptació per als alumnes. Voldria destacar al respecte l'observació feta per una alumna de 2n de batxillerat en relació amb un problema de Geometria a l'espai: "Ho sé resoldre però no ho sé veure".

2.2. Hipòtesis a que respon la recerca

El treball de recerca educativa planteja desenvolupar un estudi que, en el nostre cas, parteix de la següent hipòtesi:

A partir d'un camp de problemes considerats com representants genuïns de la geometria sintètica (o "pura") —com són per exemple, els problemes amb regla i compàs— si utilitzem les tècniques sintètiques clàssiques d'estudi d'aquest camp, es pot mostrar com el desenvolupament d'aquestes tècniques (paral·lel al desenvolupament del camp de problemes) provoca ràpidament l'aparició de les tècniques analítiques característiques de

⁵ Dieudonné és un dels màxims exponents d'aquesta controvèrsia, en el seu llibre *Algebra Lineal y Geometria Elemental*, no introdueix cap figura en el text, amb la intenció inequívoca de mostrar que no són necessàries.

⁶ De fet, l'origen de la geometria analítica es produeix quan Descartes resol el problema de Pappus, que havia quedat sense resoldre per les limitacions de la geometria clàssica (Descartes, 1985).

la geometria cartesiana. No té cap tipus de justificació fer aparèixer la geometria analítica en el batxillerat, sense cap tipus de continuïtat amb la problemàtica de la geometria sintètica estudiada en l'ESO, donat que són precisament les limitacions de les tècniques sintètiques les que donen sentit (són les raons de ser) a les tècniques analítiques.

Per tal de provar aquesta hipòtesi i demostrar la complementarietat entre les dues geometries, el treball pretén:

- Establir un nou dispositiu didàctic, la funció principal del qual sigui reprendre aquells problemes matemàtics, que havent-se proposat a l'ESO, s'haguessin quedat sense resoldre degut a les limitacions de les tècniques disponibles. Aquests problemes constitueixen el germen d'un "camp de problemes" que, a més, ha de contenir:
 - Problemes geomètrics que admetin una resolució molt més senzilla i natural amb tècniques sintètiques que amb les analítiques.
 - Problemes que si bé requereixen tècniques analítiques per a la seva resolució, necessiten de manera gairebé ineludible la utilització prèvia de tècniques sintètiques per a dissenyar la seva estratègia.
- Estudiar fins a quin punt, la discontinuïtat entre l'ESO i el batxillerat està condicionada per la distribució de les diferents àrees en el Disseny Curricular, per l'estructura i els continguts dels llibres de text i per l'absència de dispositius adients (tant didàctics com tecnològics) per tal d'assegurar una transició més articulada.

2.3. Antecedents i resultats previs.

Aquest projecte forma part d'una línia d'investigació en didàctica de les matemàtiques de la UAB, recollida en Gascón (2002), que és qui, juntament amb la Dra. M. Bosch, coordina el grup de treball. En l'article citat s'exposen alguns exemples que avalen la hipòtesi i es suggereixen pautes per a un treball posterior.

Durant el curs escolar 2007- 2008 la hipòtesi de partida va donar lloc al desenvolupament d'un treball de recerca de batxillerat amb el títol "El pas de la Geometria sintètica a la Geometria analítica" de l'alumna Cristina Armengou que vaig dirigir personalment. Al llarg d'aquest curs 2009- 2010 s'estan fent alguns tallers a l'Institut Serra de Marina en el marc de la matèria optativa de 3r ESO "Matemàtiques dinàmiques". Part del material que es fa servir es pot consultar a la pàgina <http://www.xtec.cat/~jserra12/Geogebra/index.html> realitzat en col·laboració amb el professor Jaume Serra de l'Institut Vilatzara de Vilassar de Mar. Paral·lelament es fan plantejaments similars en l'estudi de la Geometria en un grup de 2n d'ESO.

En la realització d'aquest treball, tenim contactes amb un projecte de recerca que va en la mateixa línia a Xile, dirigit per la Dra. L. Espinoza en el marc del projecte LEM (*Lectura- Escritura- Matemàtiques*) del ministeri d'educació, on s'estudien les pràctiques docents en geometria en l'ensenyament bàsic i mitjà utilitzant tant materials manipulatius com informàtics.

3. OBJECTIUS DEL PROJECTE

3.1. Concreció dels objectius

En aquest projecte es pretenien assolir els següents objectius:

- a) Estudiar, fins a quin punt, l'ensenyament de geometria perd efectivitat per la discontinuïtat en el currículum entre l'ESO i el batxillerat, perdent-se en particular

possibles raons de ser que motivarien la introducció de moltes tècniques analítiques al batxillerat a partir de les limitacions de les tècniques sintètiques de l'ESO.

- b) Mostrar la necessitat, la utilitat i la viabilitat d'introduir les tècniques analítiques a partir de models sintètics plantejats en l'ESO, per millorar el desenvolupament de la competència matemàtica.
- c) Seleccionar un camp de problemes geomètrics, de diferents tipus, que es puguin estudiar tant a l'ESO com al batxillerat i que mostrin la continuïtat i complementarietat entre les tècniques sintètiques i analítiques.
- d) Desenvolupar l'estudi i la resolució d'aquests problemes utilitzant programes dinàmics, al servei del Departament d'Educació: principalment, les calculadores Wiris i Geogebra.
- e) Contribuir al desenvolupament de noves aplicacions d'aquestes calculadores, tot plantejant les necessitats que sorgeixen en la gestió d'aquestes noves situacions d'ensenyament i les possibles maneres de superar-les.
- f) Posar a l'abast de professorat i alumnat un conjunt d'activitats que facilitin el procés d'ensenyament-aprenentatge de la geometria en el pas de l'ESO al batxillerat tot usant les TIC.

També es volia establir una comparació entre la proposta del TPG i els noves plataformes per a l'aprenentatge de les Matemàtiques:

- Sangakoo (un projecte de l'equip de la calculadora Wiris i de l'editorial Mc Graw- Hill) que es pot consultar a la web <http://www.sangakoo.com>. Està basat en xarxes col·laboratives i es centra en la creació d'exercicis i problemes matemàtics.
- Tutormates (programa de pagament d'Addlink Software que inclou eines de GeoGebra) és un nou concepte de programa l'objectiu del qual és servir d'eina completa de suport, tant als alumnes com als professors. Es defineix com a "tutor no intel·ligent".
- GeoGebra tutor (projecte de les Universitats de Barcelona i Autònoma de Barcelona) en el que hi participa l'equip del professor Josep M^a Fortuny, el primer que ha publicat tesis doctorals sobre GeoGebra a Catalunya. Està encara en fase d'experimentació.

3.2. Currículum i innovació: competències instrumentals i estratègies d'aprenentatge

La introducció del TPG desenvolupa la competència matemàtica de l'alumnat, ja que:

- a) Permet aconseguir un domini suficient de certes tècniques matemàtiques, de manera que poden desenvolupar-les i modificar-les d'una manera espontània a mesura que s'afronten a diferents tipus de problemes.
- b) Fusiona els procediments d'ensenyar i aprendre, ja que possibilita que siguin capaços d'estudiar d'una manera autònoma.
- c) Integra l'ús dels programes dinàmics com a pràctica habitual en la seva formació. Més enllà de la realització de càlculs; la interpretació, la visualització dels objectes i les seves relacions adquireixen una major rellevància.

3.3. Tecnologies de la informació i de la comunicació: projectes col·laboratius fent servir les TIC

La dinàmica d'un TPG encaixa dins el model de projecte col·laboratiu, ja que fomenta ensenyar a aprendre a partir del desenvolupament d'un conjunt seleccionat de problemes, en grups petits de 2 o 3 alumnes. La intervenció del professorat en un TPG es redueix a ser un complement de la tasca duta a terme pels alumnes.

El plantejament del TPG com activitat que pretén treballar la geometria, a partir del treball paral·lel de problemes i les tècniques per a desenvolupar-los, des d'un procés d'ensenyament -aprenentatge cognitiu, que situa a l'alumne com un processador actiu de la informació, que treballa en grup i utilitza les TIC s'adapta perfectament al tractament transversal dels eixos proposats.

3.4. Desenvolupament de les competències bàsiques

A més de la competència matemàtica,

- estimula la competència comunicativa lingüística, la social i ciutadana, derivada del treball en grup i de la necessitat d'avançar en el coneixement a través del debat,
- fomenta la competència d'aprendre a aprendre i la d'autonomia i iniciativa personal, ja que els alumnes generen el seu coneixement d'una manera autònoma i natural que els porta a desenvolupar les seves pròpies estratègies.

També permet treballar les competències cultural i artística així com el tractament de la informació i la competència digital.

3.5. Integració de les TIC

L'explotació del programari dinàmic com a factor clau per a interactuar sobre els objectes geomètrics i les seves relacions, (a més dels editors de texts i de la recerca per internet), combinat amb la possibilitat que ofereix de desenvolupar-lo sobre una plataforma com el Moodle, garanteix clarament l'aportació en aquest eix.

4. METODOLOGIA I PLA DE TREBALL

4.1. Descripció i justificació de la metodologia triada

La metodologia triada per a la l'execució del projecte toca tres aspectes clarament diferenciats:

- anàlisi de l'estat actual i verificació de la hipòtesi de partida
- proposta d'activitats per millorar l'articulació de la geometria entre l'ESO i el batxillerat
- el disseny, seguiment i avaluació del TPG usant la Wiris i el GeoGebra. S'ha tingut en compte també quina és la situació a l'Educació Primària i l'Educació infantil.

Amb l'objectiu de mostrar quin és l'estat actual i de verificar la hipòtesi de partida hem analitzat els documents oficials, els llibres de text, els manuals i altres publicacions, així com l'ús d'altres dispositius: regla i compàs, TIC, etc. També hem parlat amb el professorat dels centres següents:

- Institut Serra de Marina de Premià de Mar
- Institut Cristòfol Ferrer de Premià de Mar
- Institut Pere Ribot de Vilassar de Mar

- Institut Vilatzara de Vilassar de Mar
- Institut Valerià Pujol de Premià de Dalt
- Escola La Lió de Premià de Mar
- Escola El Dofi de Premià de Mar
- Escola Verge de Montserrat de Premià de Mar
- Escola Sant Cristòfol de Premià de Mar
- Escola Santa Anna de Premià de Mar
- Escola Marià Manent de Premià de Mar

S'han inclòs escoles de Primària per la importància que tenen els coneixements adquirits en aquesta etapa. Hem inclòs també als professors d'Educació Visual i Plàstica, Educació Física i de Física per la relació que hi ha entre aquestes matèries i la Geometria.

En aquesta anàlisi hem seguit les propostes del professor Yves Chevallard (1999), ja que aquest projecte s'emmarca dins d'una línia de recerca en didàctica de les matemàtiques que l'utilitza com a referent.

El proper curs s'experimentarà el TPG a l'Institut de Premià de Mar amb l'objectiu de fer-ne el seguiment i avaluació. S'aplicarà l'observació directa a l'aula i, si es disposa dels permisos, es faran enregistraments de vídeo. Per tal de conèixer el grau de coneixement adquirit pels alumnes usant aquest nou dispositiu i l'opinió que els mereix, així com els aspectes que són susceptibles de millora, se'ls hi passarà un qüestionari d'avaluació en acabar l'activitat. També es comptarà amb la col·laboració dels professors de Visual i Plàstica del centre. L'extensió a d'altres centres no es descarta però es dóna prioritat a una primera experimentació en el centre esmentat. No s'ha d'oblidar que hi ha moltes reticències en bona part del professorat de matemàtiques tant en l'ús de noves tecnologies com en l'experimentació de nous dispositius pedagògics. Aquestes reticències s'han arribat a observar fins i tot en els professors particulars dels alumnes. Serà interessant comparar els resultats del TPG amb la metodologia que fan servir els professors de l'Institut Vilatzara de Vilassar de Mar.

Hem fet sessions d'observació de classes de Geometria a les escoles de Primària per recollir dades sobre com es desenvolupa el procés d'aprenentatge en aquest nivell. L'objectiu del grup PREMAT, citat anteriorment, és crear un fil conductor de les matemàtiques des de la Primària fins a la Secundària no obligatòria.

Hem de ressenyar que el programa Geogebra és programari lliure, a diferència de la Wiris, tot i que el cost d'aquesta calculadora és molt reduït.

4.2. Criteris per a la selecció de les fonts de dades.

Els criteris per a la selecció de les fonts de dades han estat determinats pel marc teòric en el qual es fonamenta aquesta proposta, la Teoria Antropològica del Didàctic (TAD). És important procedir a una catalogació dels innumerables recursos de Geometria, particularment amb Geogebra, que es poden trobar en les pàgines web, tant en les oficials del programa com en el seu repositori o en pàgines personals.

5. APLICACIONS DEL PROJECTE EN EL SISTEMA EDUCATIU

5.1. Contribucions esperades

Les aplicacions al sistema educatiu que es deriven del treball proposat en aquest projecte es concreten en els següents aspectes:

A.– Incidir positivament en el desenvolupament de les competències dels alumnes. En especial de la competència matemàtica, aprendre a aprendre, la competència digital i la comunicació en llengua materna.

La realització del TPG a partir del desenvolupament d'un camp de problemes:

- Permetrà que els alumnes puguin entrar en l'activitat matemàtica: l'alumne arriba a ser expert en l'ús de certes tècniques i les usa d'una manera flexible i creativa.

- Contribuirà a l'ensenyament - aprenentatge basat en l'exploració mitjançant les TIC. Les noves tecnologies s'integren com a eina habitual en l'àmbit escolar, alhora que actuen com a element motivador dels continguts de geometria de l'ESO i del batxillerat.

- Facilitarà l'adaptació a diferents ritmes d'aprenentatge, ja que l'execució del taller avança segons cada grup, i per tant, no necessàriament d'una manera uniforme.

- Estimularà la competència comunicativa lingüística i la social, derivada del treball en grup i de la necessitat d'avançar en el coneixement a través del debat.

B.– Millorar l'articulació de la matemàtica en la transició entre l'ESO i el batxillerat, i ajudar a recuperar el sentit de la geometria.

El tipus d'activitat que es porta a terme en el TPG, permet reforçar coneixements antics, reforçar-los i connectar-los entre ells així com formular noves qüestions i nous problemes que motivaran l'adquisició de coneixements nous.

Justificarà la necessitat d'introduir la geometria analítica a partir de la geometria euclidiana per tal de resoldre aquells problemes que no pot cobrir la geometria sintètica. Es justificarà que, a més de veure els continguts en espiral, es fa necessari donar-los-hi continuïtat a fi que puguin ser assimilats d'una manera coherent i clarificadora pels alumnes.

C.– Proporcionar nous materials i un nou dispositiu didàctic testats experimentalment.

Conduirà a la validació del material didàctic contrastat experimentalment en un mostra de centres de secundària i a la creació de nou material didàctic del qual es coneixeran a priori els possibles resultats de la seva utilització. Aquest material serà potencialment adaptable en altres dispositius didàctics i en altres cursos de secundària.

D.– Fomentar la reflexió crítica del professorat sobre la seva pròpia activitat docent.

Cal tractar la geometria d'una manera integradora, i no només com una llista de preguntes i receptes classificades en blocs de continguts, de vegades, no clarament justificats. Es vol proporcionar al professorat arguments, criteris i recursos per tal que pugui usar la Wiris i el GeoGebra com a eines didàctiques que afavoreixin els processos d'ensenyament – aprenentatge.

E.– Millorar el coneixement de les restriccions que dificulten la integració de la calculadora simbòlica a l'ensenyament de les matemàtiques.

La utilització de nous recursos tecnològics a l'ensenyament de les matemàtiques suposa un canvi important en l'activitat matemàtica que han de desenvolupar els alumnes i en el tipus d'organització didàctica que se'ls ha de proposar per motivar i gestionar aquesta activitat. Cal

una investigació específica per estudiar com són i com poden ser les noves organitzacions dels continguts matemàtics, en el nostre cas, de geometria que es poden proposar i quins són els resultats que en poden sorgir.

F.– Desenvolupar algunes de les funcions de la calculadora simbòlica Wiris i del programa GeoGebra i ajudar a difondre el seu ús a tota la comunitat educativa.

Aquesta part consisteix en afegir, a les actuals funcionalitats de la Wiris, noves funcions especialment dissenyades com a resposta als importants problemes didàctico-matemàtics quan es pretén integrar-la en un procés d'estudi d'un camp de problemes de geometria. Creiem que en la mesura que ens plantejem noves qüestions sobre el currículum podem generar noves necessitats de visualització i coordinació dels diferents llenguatges, incrementant en aquest punt les seves prestacions.

4.2. Pla de difusió i explotació del projecte

La difusió, tant de l'estudi previ per contrastar la hipòtesi inicial, com de les anàlisis desenvolupades, del taller experimentat i dels resultats obtinguts s'ha concretat en articles a revistes científiques i en la presentació en trobades i jornades d'innovació educativa.

Una de les restriccions previstes en la generalització del TPG és el coneixement en noves tecnologies que presenta el professorat. En aquest sentit, cal donar una nova orientació al problema de la formació del professorat de matemàtiques; el TPG es pot utilitzar com a mitjà de formació didàctica.

Per tal de difondre el material de la llicència farem servir:

- l'entorn Moodle.
- el “Dropbox”, eina lligada al concepte de “computació en el núvol”.
- una pàgina web.

6.- DESENVOLUPAMENT DE LA RECERCA.

6.1. Activitats dutes a terme.

Tècniques emprades en la recerca:

Observacions a l'aula amb tallers de geometria elaborats conjuntament amb el professor Jaume Serra de l'Institut Vilatzara de Vilassar de Mar. Es va fer el seguiment als instituts Cristòfol Ferrer de Premià de Mar i Vilatzara de Vilassar de Mar.

Presentació del programa GeoGebra als instituts Pere Ribot de Vilassar de Mar (per a l'orientació als alumnes en el projecte de recerca de 4t d'ESO) i Maçanet de la Selva (amb la possibilitat de treballar amb projectes fent servir el programa).

Elaboració de materials:

- Materials ja elaborats:
 - [El túnel de Samos](#) (activitat interactiva amb GeoGebra amb els professors Javier Martín i José María Gallego).
 - Activitats amb GeoGebra i GeoGebraPrim per a alumnes de parvulari. (amb l'Isabel Sorigué i en Quim Mir del CEIP Diputació).
 - Taller de GeoGebra (amb Maite Enfedaque i Roser García de l'INS Cristòfol Ferrer).
 - Activitats del projecte Gauss traduïdes i adaptades (ESO).

- [Las Meninas](#) (traducció i adaptació del treball de l'equip G4D) en col·laboració amb la professora Montserrat Bolaño.
- Taller de construcció de figures geomètriques amb GeoGebra (amb Anna Fuster i Maria Díaz de l'INS Sant Andreu).
- Taller geometria a 5è de Primària amb GeoGebra (amb Llúcia Ventura i Carles Mir de l'escola El Dofí de Premià de Mar).
- [Taller de mosaics i tesselacions](#) (amb Jaume Serra de l'INS Vilatzara).
- Taller sobre punts craniomètrics amb l'ajut de GeoGebra amb Alfred Sánchez de l'INS Valerià Pujol de Premià de Dalt.

Aquests i altres materials es poden trobar a l'ARC (Aplicació de Recobriment Curricular), a la pàgina web de la llicència, al Moodle de l'INS Sant Andreu i a la pàgina personal del professor Jaume Serra. Incloïm alguns materials en els annexos.

Observacions a l'aula:

- Classe del professor Sebastià Mora del CEIP Enric Grau Fontseré de Flix a alumnes de 6è de Primària amb portàtil per a cada alumne i fent ús del programa GeoGebra amb activitats dissenyades per ell mateix.
- Classe a l'Institut d'Auro de SantPedor amb el professor Salvi Fargas amb un grup reduït d'alumnes de 2n d'ESO amb dificultats d'aprenentatge.
- Classe de les professores Anna Fuster i Maria Díaz de l'Institut de Sant Andreu amb portàtil per a cada alumne i fent ús del programa GeoGebra.
- Classes amb alumnes de pàrvuls de l'Escola Diputació de Barcelona fent ús de la versió 3D del programa GeoGebra.
- Classes amb els alumnes de projecte de recerca de 4t d'ESO del professor Jaume Serra de l'INS Vilatzara.
- Classe amb alumnes de 1r d'ESO a l'Institut Jaume Huguet de Valls a càrrec del professor Josep lluis Cañadilla amb portàtil per a cada alumne i fent ús del programa GeoGebra amb activitats dissenyades per ell mateix.

6.2. Participació en projectes, cursos de formació i altres.

- *Projectes*: Participació en els projectes Logosnet, [Sangakoo](#), DIM, ARC i [Gauss](#) (revisió de les activitats) així com col·laboracions amb la [Wikididàctica](#) de l'ITE.
- *Cursos de formació*: Tutoria del curs virtual D55 de GeoGebra.
- *Seminaris i congressos*:
 1. Seminari sobre la TAD a la Universitat Autònoma de Barcelona (gener 2011).
 2. Presentació d'una experiència amb el projecte Sangakoo a l'ITWorldEdu (novembre 2010).
 3. Organització de la jornada GeoGebra que va tenir lloc els dies 18 i 19 de febrer a la UPF a Barcelona.
- *Xerrades i articles*:
 1. Presentació de l'ARC en el marc del projecte 1x1 (juliol 2010).
 2. Comunicació sobre aplicacions de GeoGebra a l'estudi del límit de funcions en el GeoGebra Day de Salamanca (setembre 2010).
 3. Xerrada a l'IEC sobre l'ús de programes de geometria dinàmica en el marc del projecte 1x1 (novembre 2010).
 4. Comunicació sobre l'ús de calculadores simbòliques a la jornada DIM de Nadal (desembre 2010).

5. Presentació del treball realitzat en col·laboració amb la professora Isabel Sorigué de l'Escola Diputació a la Jornades d'Educació Ambiental organitzades per la Fundació d'Estudis Superiors d'Olot.
6. Articles a la revista Cònica de l'Associació catalana de GeoGebra.
7. Classe a la Universitat Autònoma de Barcelona per alumnes de l'assignatura "Didàctica de les Matemàtiques", a càrrec del professor Josep Gascón, sobre l'ús del programa GeoGebra i la seva aplicació a la resolució de triangles a partir de diferents combinacions de dades.
8. Presentació del programa GeoGebra en una sessió d'actualització del professorat de Primària i Secundària del grup DIM- Espiral a la Universitat Autònoma de Barcelona.
9. Presentació del projecte dels tallers de geometria a les "Journées Mathématiques" organitzades per l'Institut Français de l'Éducation" a Lyon els dies 15 i 16 de juny dins del taller "Comment rendre les élèves créateurs de mathématiques dans la salle de classe ?".
10. Presentació del programa GeoGebra en diferents centres educatius de Primària i Secundària.

7. CONCLUSIONS DE LA RECERCA

En aquesta recerca ens hem trobat amb algunes dificultats importants que posarem aquí de manifest a més a més de les nostres conclusions. Com ja s'ha esmentat, gran part de la feina feta al llarg de la llicència es podrà trobar, a banda de la pàgina web, en l'[Aplicació de Recobriment Curricular](#) (ARC).

Per què no hem treballat amb el batxillerat?

El treball estava pensat inicialment per dissenyar i desenvolupar el taller de geometria a l'ESO i el batxillerat però les circumstàncies van fer que dirigís la meua atenció cap a l'Educació Primària i l'Educació infantil, principalment per la col·laboració que vaig establir amb les professores Isabel Sorigué, de l'Escola Diputació de Barcelona, i Llúcia Ventura de l'Escola El Dofí de Premià de Mar. En ambdós casos varem poder desenvolupar un conjunt d'activitats per alumnes de pàrvuls de 5 anys i per alumnes de 5è de Primària amb la Geometria com a referent essencial.

En el batxillerat em vaig trobar amb la problemàtica del currículum entès com un lligam massa fort per al professorat, amb la perspectiva futura de la Selectivitat, que m'ha impedit arribar a proposar un taller per a aquest nivell. Al llarg del curs vinent desenvoluparé en la meua classe aquest projecte en un 1r de batxillerat de la modalitat de Ciències i Tecnologia.

Per què no hem fet servir la calculadora Wiris?

La calculadora Wiris és una eina indispensable per al nostre Projecte de Tallers de Geometria i per a l'articulació de la geometria sintètica a l'ESO i la geometria analítica al batxillerat però on resulta més interessant el seu ús és al batxillerat.

La seva finestra algebraica és, ara per ara, molt més potent que la de GeoGebra donat que inclou una calculadora simbòlica que permet fins i tot definir punts, rectes, circumferències i altres elements geomètrics de forma simbòlica mitjançant un senzill procediment. Això vol dir que podem treballar amb paràmetres i fer discussions de casos en problemes de construccions obtenint els resultats en forma analítica. En qualsevol cas les dues eines es complementen perfectament però hem pogut comprovar fefaentment que GeoGebra és més adequada per a alumnes de l'ESO mentre que Wiris ho és més per a alumnes de batxillerat.

Quina geometria es fa a l'aula?

En totes les classes a les que he assistit al llarg de la meva llicència he fet als alumnes una o l'altra de les següents preguntes:

- Què és la mediatriu?
- On són tots els punts que estan a la mateixa distància d'altres dos?

La resposta començava sent molt vaga. En el primer cas, tots recordaven alguna cosa com el punt mig, la perpendicularitat però el concepte de mediatriu com a lloc geomètric no apareixia mai. Si la pregunta es plantejava en sentit contrari tornava a sortir el punt mig i poca cosa més. Fins i tot un alumne va respondre: la “geometriu”.

Si el tema que explicava el professor era aquest, la classe sempre començava amb la definició sense cap referència al lloc geomètric la qual cosa explicaria perquè els alumnes acaben oblidant tant el concepte com la seva raó de ser. Aquest fet l'he pogut constatar tant a Primària com a Secundària.

En el cas de l'Educació Primària el professorat em reconeixia que deixaven sempre els temes del currículum relatius a la Geometria per a l'últim trimestre del curs. L'excepció a aquesta regla va ser la del professor Sebastià Mora que em va mostrar tot el que es pot arribar fer amb GeoGebra a l'aula i amb un ordinador per a cada alumne.

Pel que fa als alumnes de P-5 la situació és radicalment diferent. Si el professor o professora es planteja “fer” geometria amb els alumnes i, a més, afegim el GeoGebra com a eina de treball els resultats són francament bons. Les observacions de les activitats fetes en aquest nivell es troben en els annexos.

Interdisciplinarietat

Aquesta és sens dubte la idea més novadora que he extret de la meva llicència. L'“autisme temàtic” del professor del que parla en Josep Gascón en un article que ja hem esmentat es caracteritza, entre d'altres coses, pel fet de no saber interrelacionar les matemàtiques amb d'altres matèries del currículum. Hem posat de manifest aquestes possibles relacions en els àmbits següents:

- amb les Ciències de la naturalesa, en la pràctica sobre cranis desenvolupada amb el professor Alfred Sánchez.
- amb l'Art, en les col·laboracions amb les professores Montserrat Bolaño i Carme Florensa.
- amb les Ciències Socials, en les col·laboracions amb els professors Javier Martín i José María Gallego- Colmenares sobre el túnel de Samos i amb la professora de Llatí i Grec Margalida Capella de l'INS Cristòfol Ferrer estudiant la figura de l'octògon en relació amb les excavacions a Can Farrerons a Premià de Mar.

L'actitud del professorat... i de l'alumnat!

No em puc estar d'incloure en aquesta memòria aquest comentari d'un company meu d'estudis, actualment director d'un centre de secundària:

“Pel que fa a GeoGebra, no l'he fet servir mai. El que pretenc ensenyar a l'alumnat és la capacitat de pensar i les eines, per mi, són absolutament accessòries. Tinc comprovat que els recursos informàtics només ajuden a dispersar l'atenció: se'm passen l'estona intentant entrar al facebook sense que els vegi o enviant-se xorrades (*sic*) pel Messenger. I ja saps que sóc un fervent informàtic, però vista l'experiència m'inclino pels mètodes del guix i la pissarra: almenys controls què estan mirant els nanos!! El que faria en 1 hora de classe

tradicional, em costa 3 amb ordinadors pel mig. I la mainada també se n'acaba cansant. Pensa que l'any passat el grup que havia fet més informàtica en les mates, era el més mal preparat i fins i tot els propis alumnes em van preguntar si aquest curs també hi hauria el rotllo del Moodle!!

Fa 4 anys vaig provar de fer Mates i Excel i altres eines informàtiques amb un grup voluntari de només una dotzena d'alumnes de 2n de batxillerat científic: la meitat van treballar de valent i trobo que la cosa va funcionar relativament bé, però l'altra meitat era un continu de badar, facebooks, messengers... Vaig decidir que només funciona amb grups molt fluixos, que pràcticament vénen a perdre l'estona i els sua tot el que els diguis o facis o bé amb gent tan motivada que és una situació que mai no es dona. Total : que ni ens hem apuntat a l'1:1 ni al 2.0. L'ordinador com a complement, fantàstic, però com a eina de classe, per mi és una nosa!"

Aquesta actitud, malauradament, és molt més general del que es pensa i, a més, es posa fins i tot de manifest en alguns tribunals d'oposició que no tenen en compte les propostes d'activitats fetes amb les noves tecnologies.

Fins i tot els professors interessats en l'ús del Taller de Geometria que els proposava em manifestaven les dificultats amb les que es trobaven a l'hora de posar-lo en pràctica. Però aquest fet es feia palès només a Secundària. A Educació Infantil i Primària la situació era molt diferent. Tant l'alumnat com el professorat mostraven un gran interès la qual cosa ha fet que la proposta hagi acabat tenint més ressò en aquest nivells.

L'altre gran problema amb el que es troba el professorat és la manca de temps per a preparar o, fins i tot, consultar activitats ja preparades per fer-les servir a l'aula (perquè cada activitat preparada per altres professors i professores s'ha adaptat a la realitat de cada centre!) . La exigència d'haver d'omplir sovint formularis de tot tipus fa que no es pugui trobar l'espai de temps que es requereix per utilitzar la quantitat ingent de material actualment disponible a la xarxa. Fins i tot preparar un Moodle ocupa un munt d'hores tot i que ja comencen a estar disponibles aquest entorns per a tots els nivells de l'ESO a càrrec, a tall d'exemple, del professor Josep Lluís Cañadilla o de la professora Victòria Oliu i que es poden trobar a l'ARC.

Un altre problema és el desconeixement de l'existència de les eines que es volen fer servir en aquests tallers. He rebut peticions de diferents centres escolars de tots els nivells, públics i privats, per explicar-lis el programa GeoGebra.

També hi ha altres actituds, com la d'aquesta professora de Castella- La Manxa:

Tengo 39 años y desde los 15 (aproximadamente) llevo oyendo que se va a introducir el ordenador en los colegios. De hecho en mi colegio abrieron una escuela de informática por las tardes. Tuve mi primer spectrum con 15 años y desde entonces he pasado por diferentes generaciones de ordenadores hasta el ipad (aunque no sea un ordenador). Estudié la carrera de Matemáticas en la especialidad de computación, sin ordenadores en la facultad. Con ordenador en casa que compré de mi bolsillo. Desde que comencé a dar clase con alumnos he intentado utilizar el ordenador en el aula, no con mucho éxito por falta de material. Hasta que comencé a utilizar los blogs. Y ahora, que parecía que estábamos a punto de lograrlo. Ahora que ya nos llegaban los medios,... ¿Por qué en otras autonomías sí, y en la mía no? ¡Claro que si nos ponemos en el caso de Madrid o Valencia, ni eso!.

No me desanimo. En mi caso, seguiré como hasta ahora. Seguiré con mis blogs de aula y trabajando por el futuro. Un futuro que tal vez yo no conozca, aunque como no nos van a dejar jubilarnos tal vez si :-)

Pienso más en mis compañeros que no tienen confianza en

que la educación cambie y estoy hasta por darles la razón. Aunque personalmente, no creo que el ordenador nos vaya a cambiar si que creo que puede ser de gran ayuda.

L'ús didàctic de GeoGebra tampoc recull una més gran implicació de l'alumnat en les activitats que es proposen si exceptuem els casos d'Infantil i Primària. Alguns alumnes prefereixen fins i tot la classe amb "guix i pissarra" i que els donin tot resolt, haver de resoldre bàsicament fórmules i no haver de pensar. No volen anar més enllà d'aprendre unes tècniques que, un cop assolides, s'obliden en un termini més o menys curt de temps.

El professor Mark Dawes, de la universitat de Cambridge explicava en el "dia GeoGebra" a Salamanca, el setembre de 2010, els tres usos de GeoGebra:

The Three Modes

As I have deployed dynamic geometry in the classroom over a number of years I have considered there are three essentially different ways that it can be used.

Teacher demonstration involves a single copy of the program being projected at the front of the classroom. The materials are likely to have been created by the teacher in advance and either the teacher or a pupil manipulates the image in a way conceived of by the teacher to show a particular result. This may make use of the dragging capabilities of dynamic geometry and what Ruthven et al (2008) described as "an efficient means of generating multiple static figures".

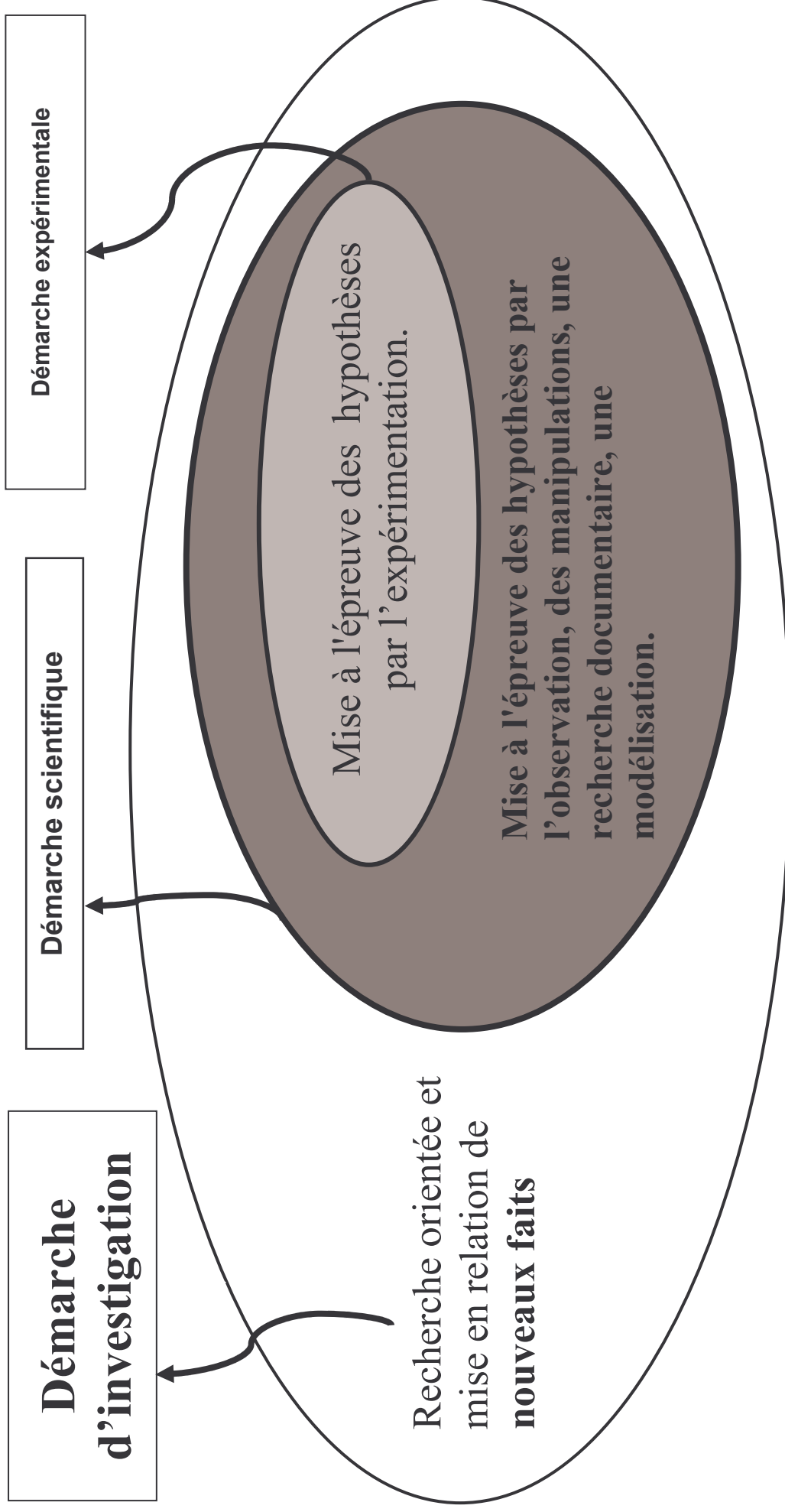
Pupils interact with teacher created files is where the teacher has a firm idea of the sorts of things the pupils should „discover“ during a particular lesson and creates a starting point for the pupils to manipulate. There may be specific instructions given about what changes to make and questions to answer using the file. Partially completed diagrams can also allow pupils to begin to use the software without being exposed to all of the toolbars, with the attendant risk that they will get bogged down in the workings of the software.

Pupils create their own files is where the pupils have a problem to solve and use dynamic geometry as a tool to do this, in the same way that they might use a spreadsheet or manipulatives if they are appropriate. This starts with an empty file and requires the pupils to be comfortable with the idea of experimenting with and using the software.

A França s'han endegat des de fa cert temps les "démarches d'investigation" de les quals donem aquí un esquema orientatiu:

LES DEMARCHES

(Comment ça marche)



“Embús tècnic” i “Memòria auxiliar”

Introduïm aquí dos termes il·lustratius de la situació que es viu actualment a l'ensenyament pel que fa a l'ús de les noves tecnologies. El primer és del professor Josep Gascón i fa referència a les dificultats amb les que es troba l'alumnat a l'hora de treballar amb les calculadores simbòliques i els programes com GeoGebra: hi ha un desconeixement de les instruccions i això fa que l'alumne no pugui treure totes les possibilitats d'ús d'aquestes eines. El segon és del professor Pere Marqués de la Universitat Autònoma de Barcelona. Proposa que tant l'alumnat com el professorat organitzin tot el material de diferent tipus que tenen al seu abast ja sigui en un blog o en un moodle o en una pàgina web que faci el paper de memòria auxiliar a disposició del seu usuari en el que avui s'anomena el “núvol” en referència als repositoris que es poden accedir amb connexió a la xarxa des de qualsevol indret.

“Enlluernats” i “embossats”

Amb aquest dos termes volem posar de manifest la situació que es planteja entre el professorat a l'hora de plantejar activitats com els Tallers de Geometria que han estat l'objectiu de la nostra recerca. Els professors enlluernats són aquells que, després de descobrir les possibilitats que ofereixen les calculadores simbòliques i els programes de geometria dinàmica, comencen a dissenyar activitats de gran valor pel que fa a la tècnica i a la visualització de les idees que volen posar de manifest però que no provoquen la reacció esperada de part de l'alumnat que les ha de fer servir. Els Tallers de Geometria volen ser una alternativa més viable que tingui en compte aquest punt de vista, sovint radicalment diferent del nostre, que té l'alumnat.

D'altra banda, també pretenem muntar una estructura per treballar que eviti la sensació d'embossament que experimenten molts professors davant del munt d'activitats que es posen a la seva disposició des de diferents pàgines web. Hi ha una sensació d'ofec que fa que s'acabi deixant de banda qualsevol nova manera de plantejar activitats didàctiques a l'aula amb les noves tecnologies davant de la dificultat que suposa escollir entre aquesta oferta tan amplia. El projecte ARC pretén precisament resoldre aquest problema i per això l'hem escollit com a repositori de la feina que s'ha desenvolupat al llarg de la llicència.

Una alternativa a les activitats que es troben a la xarxa

Un altre objectiu dels Tallers de Geometria és el d'oferir una proposta fent ús de les noves tecnologies, les anomenades TIC, sense reproduir els “tics” del que es fa habitualment a l'aula. Les eines de que disposem han de servir per plantejar una nova metodologia, una nova manera de fer i no continuar amb la mateixa forma de treballar en la que l'alumnat no es planteja qüestions sinó que només l'ensenyem a respondre a les qüestions que els plantegem nosaltres com a professorat.

El recurs al “catàleg”

La raó per la que vaig començar a treballar en el camp de la didàctica de les Matemàtiques va ser unes classes amb alumnat de matemàtiques aplicades a les ciències socials de primer de batxillerat. Em vaig trobar amb una situació que, fins aleshores, no havia sabut veure. En aquesta classe treballàvem un taller sobre vendes de samarretes desenvolupat per les professores Marianna Bosch i Noemí Ruiz. En aquest taller es plantejava a l'alumnat una situació en la que havien de respondre fent servir els coneixements assolits en cursos anteriors. A l'hora de preguntar de quin tipus de funció es tractava a partir de les dades d'una venda de samarretes per a un viatge de fi de curs l'alumnat responia fent ús del que podríem

anomenar el “catàleg”, és a dir, anaven dient totes les funcions que havien estudiat però no feien servir cap criteri concret per donar la resposta correcta.

Per tant, es tracta precisament d’evitar aquest recurs que posa de manifest que l’alumnat no sap que ha de fer amb les eines que els hem donat a la classe de matemàtiques.

La síndrome de “El llanero solitario”

Ens trobem entre el professorat situacions curioses com la que volem posar de manifest amb el terme de “llanero solitario”, un famós personatge de còmic dels anys cinquanta del segle passat. En molts departaments de matemàtiques ens trobem amb professors i professores que es troben completament sols a l’hora de fer ús de les noves tecnologies i, molt particularment dels programes com Wiris i GeoGebra. Són vistos amb certa comprensió pels seus companys però no hi ha, per la part d’aquests, cap intenció d’aprofitar una iniciativa novadora sinó que prefereixen mantenir-se en la seva “zona de confort” que consisteix en seguir amb el guix i la pissarra i sovint seguint fil per randa el llibre de text, obviant evidentment qualsevol proposta dins del llibre que tingui a veure amb les noves tecnologies. Puc afirmar el que dic perquè personalment he patit aquesta síndrome.

La raó de ser

Marianna Bosch i Josep Gascón descriuen de forma molt acurada la manca de raó de ser de molts coneixements que s’imparteixen a l’escola:

Para que cierto conocimiento sea enseñado en la escuela es necesario un trabajo transpositivo que haga posible que algo que no fue creado para la escuela sufra los cambios necesarios para poder ser reconstruido dentro de la escuela. El proceso de transposición didáctica comienza lejos de la escuela, en la elección de los cuerpos de conocimiento que se desea transmitir. Una vez realizada la elección, se genera un tipo de trabajo claramente creativo –no una mera “transferencia”, adaptación o simplificación–, que se puede describir como un proceso de deconstrucción y reconstrucción de los diferentes elementos de esos conocimientos, con el objetivo de hacerlos “enseñables”, preservando su potencia y funcionalidad. El trabajo transpositivo lo llevan a cabo una pluralidad de agentes –la “noosfera”– incluyendo los responsables de diseñar e implementar los planes de estudio, los matemáticos o científicos productores del conocimiento matemático, los miembros del sistema de enseñanza (profesores en particular), y todo esto bajo unas condiciones históricas e institucionales que no son siempre fáciles de discernir. Es un trabajo necesario para que la enseñanza sea posible, pero es también la fuente de muchas restricciones sobre el tipo de enseñanza que se puede impartir, sobre las actividades matemáticas que es posible o imposible llevar a cabo en la escuela. La limitación más fuerte ocurre cuando el proceso de transposición no es capaz de mantener o recrear una posible “razón de ser” de los conocimientos que la escuela se propone transmitir. ¿Por qué son tan importantes los triángulos? ¿Para qué sirven los límites de funciones? ¿Por qué necesitamos los polinomios?

D’altra banda un grup de professors francesos s’ha plantejat preguntes molt semblants pel que fa a la cerca de les raons de ser de l’estudi de tres grans dominis de les matemàtiques: Per què estudiar les funcions? Per què estudiar la geometria? Per què estudiar l’estadística? Els programes vigents poques vegades donen una resposta a aquestes preguntes. Les podem trobar en la Història (i, més concretament, en la història de les matemàtiques), en altres disciplines i en molts problemes actuals que ens trobem en la nostra societat. La geometria és ben present en el nostre món i ens ajuda a entendre l’espai en el que vivim:

Les formes dels objectes de la nostra vida quotidiana.

- L'arquitectura (a l'antiguitat, els constructors de catedrals, els intercanviadors d'autopistes).
- Les Arts (pintura, instruments de música).
- En diferents ciències (cartografia, òptica, astronomia, informàtica, biologia).
- La natura

Les preguntes que poden servir de referència per trobar resposta a les raons de ser podrien ser les següents:

- Com determinar magnituds inaccessibles?
- Com inscriure o circumscriure una figura a una altra?
- Com construir polígons regulars?
- Com podem cobrir el pla amb motius repetits? Amb quins algorismes?
- Com podem dissenyar frisos?
- Com construir segments de longituds donades a partir d'una certa relació?
- Com podem expressar una magnitud en funció d'unes altres?
- Com podem reconvertir una demostració geomètrica a un problema de càlcul?
- Com determinar un lloc geomètric?
- Com podem construir una figura que ha de complir certes condicions?
- Com podem saber si un mètode de construcció és exacte o aproximat?

Es tractaria de recórrer el conjunt de nocions de la geometria plana mantenint sempre la idea de construccions geomètriques. Podrem trobar així les transformacions geomètriques com a eines per a les demostracions. La construcció i reproducció de figures porten a diferents tipus de tasques:

- Analitzar una figura i extreure'n les seves propietats.
- Determinar els elements que permeten una construcció (els "punts clau").
- Veure si la construcció és possible i si és única.
- Validar la construcció.
- Valorar si el mètode de construcció és exacte o aproximat.
- Fer la construcció (escollint adequadament les eines).

Dels més petits als més grans

El que s'ha posat de manifest en aquesta llicència és que cal treballar l'ús de calculadores simbòliques i programes de matemàtiques dinàmiques des de les bases del sistema educatiu i no "des de dalt" com sembla ser la tònica habitual. Gran part de les activitats que es van fent es centren sobretot en els nivells educatius de secundària i semblen menysprear el gran ventall de possibilitats que s'obre des de Pàrvuls i passant per la Primària.

Projectes de futur

La conclusió principal d'aquest any de llicència és que el disseny d'un taller de geometria com el que vam proposar no pot ser un model tancat que el professorat pugui fer servir

directament a l'aula. Ans al contrari, el que cal es donar un patró i unes pautes i proposar diferents formes d'ús del material segons a quina tipologia d'alumnat va dirigit, respectant l'autonomia del professorat de manera que aquest es trobi davant d'un ventall de possibilitats a l'hora de fer ús dels materials. Per tot això caldrà que la recerca feta al llarg de la llicència s'estengui al curs vinent amb els següents objectius:

1. Continuar el disseny del Taller de Geometria per a l'ESO i estendre'l al batxillerat incorporant-hi l'ús de la calculadora Wiris.
2. Treball de recerca sobre el llibre d'Aristarc de Samos "Sobre les mides i les distàncies del Sol i de la Lluna". Es tracta de reproduir amb GeoGebra les *proposicions* del llibre de manera a visualitzar-ne la demostració.
3. Desenvolupar el taller amb els alumnes de pàrvuls i estendre'l a alumnes amb discapacitats amb la col·laboració del professorat de l'escola Ampans de Sant Fruitòs de Bages.
4. Introduir en l'ARC activitats del projecte Gauss traduïdes al català i adaptades a les necessitats dels alumnes donat que, de vegades, el nivell que es pretén assolir és massa alt.
5. Incloure en la web de la llicència el seguiment diari de totes les activitats i de les observacions que s'han anat fent al llarg de la llicència.

8. BIBLIOGRAFIA BÀSICA

- ARQUÉS, M.A. (2005). *Recursos didàctics amb suport informàtic per a l'àrea de matemàtiques al segon cicle de l'ESO –Activitats amb la Wiris-*. Memòria de llicència retribuïda 2004-05. Departament d'Educació.
- AUBANELL, A. (2006). *Recursos materials i activitats experimentals en l'educació matemàtica a secundària*. Antón Aubanell. Memòria de llicència retribuïda curs 2005-06. Departament d'Educació.
- BARTROLÍ, J. (1998). *Activitats de geometria amb ordinador per alumnes d'ensenyament secundari*. Josep Bartrolí. Memòria de llicència retribuïda curs 1997-98. Departament d'Educació.
- BOSCH, M. i GASCÓN, J. (1994). La integración del momento de la técnica en el proceso de estudio de campos de problemas de matemáticas. *Enseñanza de las ciencias*, 12(3), 314-332.
- BOSCH, M. y GASCÓN, J. (2006). La miseria del Generalismo Pedagógico ante el problema de la Formación del Profesorado. *Actas del I Congreso internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico*. Baeza.
- CONICYT (2002). *La matematica en educacion basica y media: un analisis de las discontinuidades entre ambos niveles educativos*. FONDECYT- 1020342, del govern de Xile. <http://www.conicyt.cl/bases/fondecyt/proyectos/01/2002/1020342.html>
- CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19/2, 221-266.
- CSASE (2005d). *Informes d'Avaluació 10. Informe pera la millora dels resultats del sistema educatiu a Catalunya*. Generalitat de Catalunya, Departament d'Educació, Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu.
- DESCARTES, R. (1981). *Discurso del método, Dióptrica, Meteoros y Geometria*. Madrid: Alfagurara

- DIEUDONNÉ, J. (1964). Pròleg del llibre *Álgebra lineal y geometria elemental*. En J. PIAGET et al. (1964).: *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Madrid: Alianza Editorial (pp. 285-290).
- ECHEVARRIA, M. J. (Ed.) (2006). Formación del profesorado y matemáticas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 41.
- ECHEVARRIA, M. J. (Ed.) (2006). La geometria, una enseñanza imprescindible. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 42.
- FERNÁNDEZ, J. (2006). *Com influeix el mètode d'ensenyament en l'aprenentatge de la geometria*. Memòria de llicència retribuïda 2005-06. Departament d'Educació.
- FONSECA, C. (2004). *Discontinuidades Matemáticas y Didácticas entre la Secundaria y la Universidad*. Tesis doctoral. Universidad de Vigo.
- GASCÓN, J. (2002). Geometria sintètica en l'ESO y analítica en el baxillerato. ¿Dos mundos completamente separados? *Suma*, 39, 13-25.
- GASCÓN, J. (2003). Efectos del “autismo temático” sobre el estudio de la geometría en secundaria. *Suma*, 44, 25-34.
- GUIA ETSTB (2006). Guia docent dels estudis d'enginyeria de la telecomunicació. UPC http://www.etsetb.upc.es/info_sobre/estudis/guia_docent/ -
- MASIP, R.S. (2000). *La geometria a l'educació secundària. Anàlisi i elaboració de recursos pedagògics*. Ramon S. Masip. Memòria de llicència retribuïda curs 1999-00. Departament d'Educació.
- NISS, M. (2002). *Mathematical Competences and the learning of mathematics: The Danish Kom Project*. (Accessible en http://www7.nationalacademies.org/mseb/mathematical_competencies_and_the_learning_of_mathematics.pdf)
- Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo, de 18 de diciembre de 2006, sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente. DO L 394/10 de 30 de diciembre de 2006.
- REIAL DECRET (1631/2006) Real Decreto 1631/2006 de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.

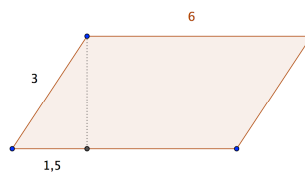
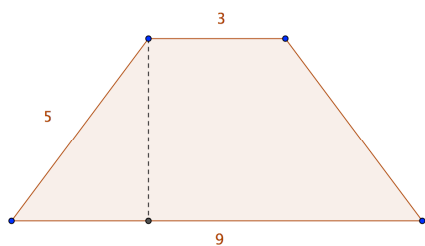
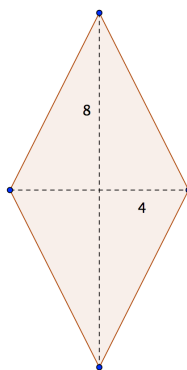
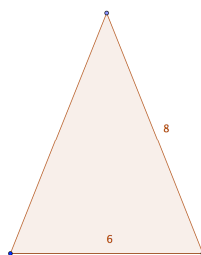
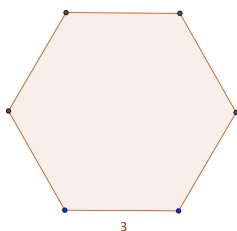
8. ANNEXOS

8.1 Esquelet del taller de geometria per a tercer d'ESO.

Sessió 1 (Introducció)

Aquesta és una prova que han fet els alumnes de 2n d'ESO:

Calcula el perímetre i l'àrea de les figures següents tot indicant el seu nom:

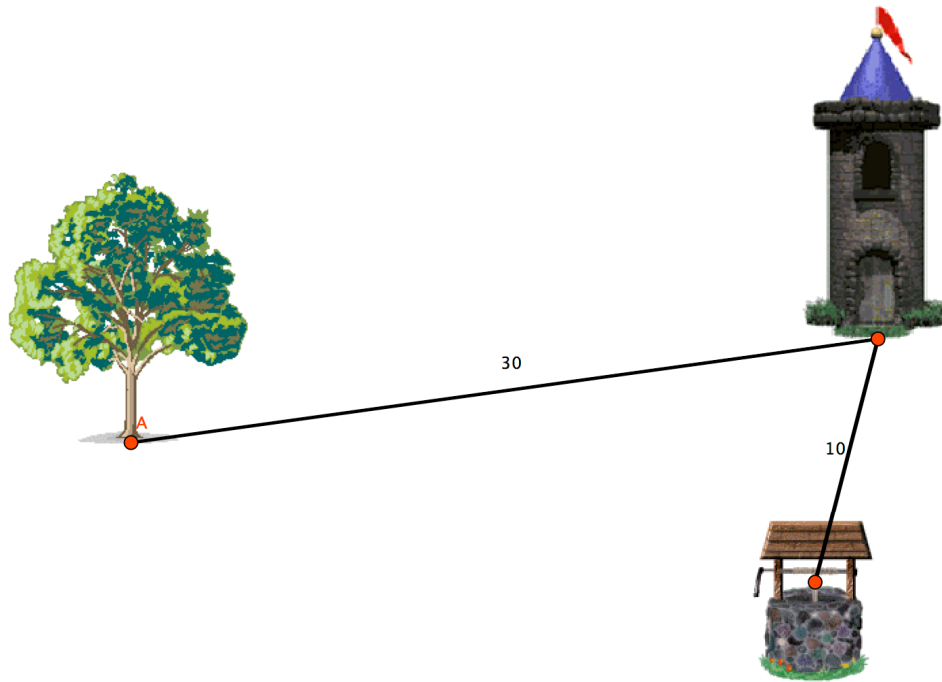


Plantejarem el problema d'una altra manera:

- Saps el nom de cadascuna d'aquestes figures i les fórmules per trobar-ne el perímetre i l'àrea?
- Sabries construir-les amb regla i compàs?
- Com les dibuixaries amb el programa GeoGebra?
- Contesta a la pregunta que es feia a la prova.

Aquest és un exercici proposat a uns alumnes amb el programa GeoGebra:

El tresor està a la mateixa distància de la torre i de l'arbre i a 14 m del pou.

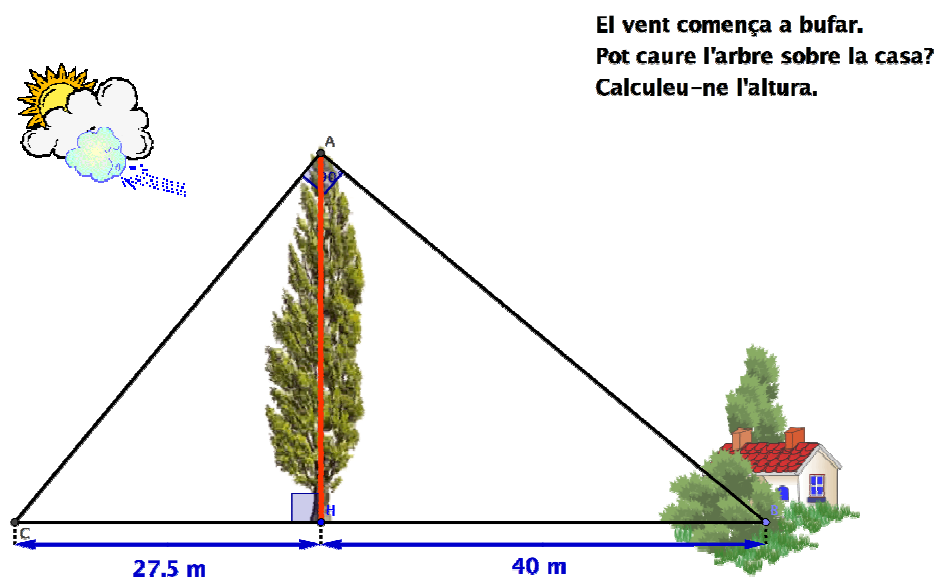


On és el tresor?

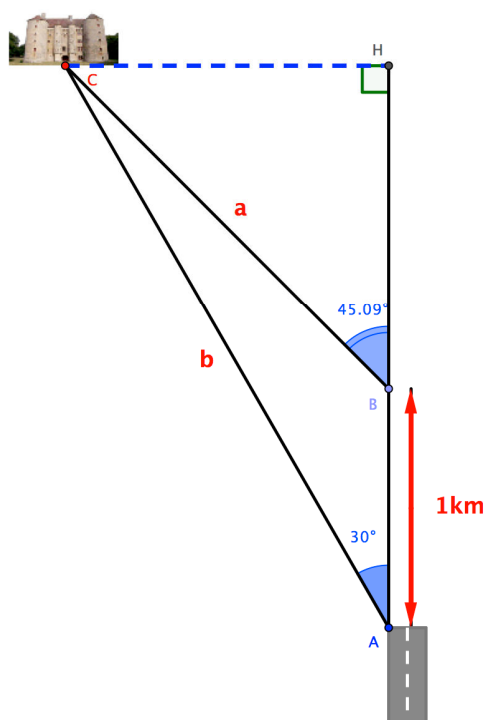
Problemes d'observació.

Sessió 2

En aquesta sessió veurem dues situacions més que hem de resoldre fent servir la construcció amb regla i compàs i després amb GeoGebra. Caldrà que discutim si el problema sempre té solució.



Volem mesurar la distància CH que hi ha entre un edifici C i una carretera ABH a partir de les mesures que es fan des de la mateixa carretera.



Tot seguit proveu de resoldre aquest exercici de 1r de batxillerat amb el mateix procediment. Esbrina primer què és un teodolit i després llegeix atentament l'enunciat del problema.

Dos amics, el David i la Berta, són cadascun al terrat de casa seva, veuen un vaixell i els interessa determinar la distància a què es troba.

a) Primer de tot volen calcular la distància que separa el teodolit del David del de la Berta. Sigui A el punt on el David té plantat el teodolit i B el punt on la Berta té situat el seu. El David mesura exactament al seu terrat una distància $AC = 10$ m, de manera que el triangle

ACB és rectangle a A. Llavors la Berta mesura l'angle a B d'aquest triangle i resulta que és de $5,60^\circ$. Calculeu la distància AB.

b) Per determinar a quina distància és el vaixell, el David mesura l'angle que formen a A les visuals A - vaixell i A - B, que resulta que és $75,50^\circ$, i la Berta l'angle que formen a B les visuals B - A i B - vaixell, que és de $81,60^\circ$. A quina distància és el vaixell de la Berta? Sense fer més càlculs, podem saber quin dels dos és més a prop del vaixell? Perquè?

Sessió 3

Un altre problema relacionat amb la mesura de distàncies:

L'Adrià i en Ricard volen mesurar l'altura a la que es troba un avió que sobrevola Premià. L'un es situa a prop de l'edifici del Naútic i l'altre a l'estació de tren. La distància entre ells és de 1300 m. Amb un teodolit mesuren els angles amb els que veuen l'avió respecte de l'horitzontal. L'Adrià troba un angle de 63° i en Ricard de 82° . A quina altura es troba l'avió? A quina distància es troba l'avió d'en Ricard?

De quantes maneres podem plantejar el problema segons la situació de l'avió?

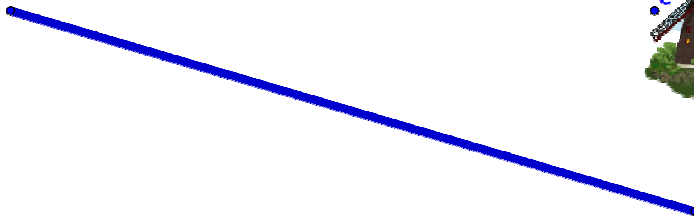
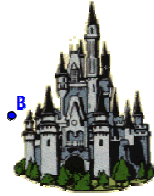
Volem trobar la distància entre dos punts inaccessibles C i D que es troben a l'altre vora d'un riu. Per això, amb un amic, ens situem en dos punts A i B separats per una distància de 20 m que mesurem amb una cinta mètrica.

- Des de A mesurem els angles que formen les visuals A - C i A - D que són respectivament de 57° i 80° .
- des de B mesurem els angles que formen les visuals B - C i B - D que són respectivament de 63° i 85° .

Fes un esquema de la situació i reproduïu-la amb GeoGebra per mesurar la distància entre C i D.

Observa que, en tots els exercicis proposats, treballem amb triangles. Indica, per a cada un d'ells, quines són les dades conegudes (costats i angles) amb un esquema.

Sessió 4



En el mapa troba la zona que correspon als punts que estan...

- a) a menys de 200 m del molí
- b) a menys de 100 m del riu
- c) estan més a prop del castell que de la casa
- d) estan més a prop de l'església que del castell

Un avió es troba a 35 km del centre d'una ciutat que ha de sobrevolar sense acostar-se a menys de 5 km d'aquest centre. Fes un dibuix amb GeoGebra de les possibles trajectòries de l'avió si vol passar el més a prop possible de la ciutat.

Un observador situat a 2 km de la carretera que uneix dues ciutats les observa amb un angle de 155° . A quina distancia es troba d'ambdues ciutats?

Sessió 5

Una demostració

Dibuixa amb GeoGebra un trapezi ABCD. No cal que sigui ni rectangle ni isòsceles. Traça les diagonals AC i BD i assenyala el seu punt d'intersecció. Volem demostrar que les àrees dels triangles AED i BEC són iguals. Comprova-ho amb l'eina corresponent del programa.

Per fer la demostració fareu el següent:

1. Dibuixeu una recta que passa per dos punts que anomenareu C i D.
2. Dibuixeu una recta paral·lela a l'anterior per un punt fixe que anomenareu A.
3. Dibuixeu el triangle ACD i comproveu amb l'eina de càlcul de l'àrea de GeoGebra que l'àrea no canvia. Perquè?

Ara retorneu al problema del trapezi i proveu de demostrar que les àrees esmentades són iguals tot tenint en compte que si $a = b$, aleshores $a - c = b - c$.

Un problema de tangència

Dibuixa un punt i una recta que no passi per aquest punt. Construeix una circumferència de 3 cm de radi que passi pel punt i sigui tangent a la recta. Prova primer de resoldre el problema amb regla i compàs.

Sessió 6

Dibuixa un triangle sabent que té un costat de 10 cm, que l'altura relativa a aquest costat amida 8 cm i que una altra altura d'aquest triangle amida 5 cm.

Qüestionari als alumnes

Nom	Curs

1. Valora del 1 al 5 les següents característiques del Taller (encercla l'opció triada):

(molt poc) 1 2 3 4 5 (molt)

(a)	Durada del taller					
(c)	Contingut teòric					
(d)	Contingut pràctic					
(e)	Dificultat					
(f)	Quantitat de treball fet a <i>classe</i>					
(g)	Quantitat de treball fet a <i>casa</i>					
(h)	Quantitat de treball fet amb ordinador					
(i)	Dificultat de l'ús de GeoGebra					
(k)	Valoració del GeoGebra coma eina de treball					
(m)	El taller mostra la utilitat de les matemàtiques?					
(n)	T'ha agradat treballar en grup?					
(o)	Us ha costat organitzar el treball en grup?					
(p)	T'ha estat útil fer el taller?					
(q)	T'ha agradat fer el taller?					

2. Has après nous coneixements matemàtics? I informàtics? Quins?

.....

.....

.....

.....

.....

3. Has repassat coneixements matemàtics? I informàtics? Quins?

.....

.....

.....

.....

.....

4. Creus que l'ús de GeoGebra ha sigut important? Per què? De quina manera pots comprovar propietats geomètriques amb el GeoGebra?

.....

.....

.....

.....

.....

5. Quines dificultats t'ha provocat l'ús de GeoGebra?

.....

.....

.....

.....

.....

6. Quines diferències creus que hi ha entre les classes normals de matemàtiques i el Taller que has realitzat.

.....

.....

.....

.....

.....

7. Comentarís sobre el Taller en general (coses que t'han agradat, que canviaries,...):

.....

.....

.....

.....

.....

8. Indica les dues coses del taller que més t'han interessat:

(a).....

(b).....

9. Indica les dues coses del taller que menys t'han interessat:

(a).....

(b).....

A continuació fareu la següent activitat amb el vostre grup fent ús del programa GeoGebra:

En un mateix triangle ABC dibuixa totes les rectes notables amb diferents colors:

- medianes en blau
- mediatris en vermell
- altures en verd
- bisectrius en negre

Troba els punts d'intersecció de cada tipus de recta (punts notables) anomenant-los amb la seva lletra inicial. Comprova que estan alineats (estan sobre una mateixa recta) i que la propietat es verifica per a tots els triangles. Aquesta recta s'anomena **recta d'Euler**. Crea una eina que dibuixi els punts notables i la recta d'Euler d'un triangle.

Entrega el dossier en acabar aquest qüestionari- prova.

8.2 Projecte de Geometria (Escola El Dofí de Premià de Mar)

TÍTOL

PROJECTE DE GEOMETRIA

AUTORS

Grup de 5è de primària guiats per la mestra/tutora i l'especialista d'esports

Mestres de Cicle: Llúcia Ventura, Anna Luna i Carles Mir.

Formador i orientador del programa GeoGebra: Bernat Ancochea

JUSTIFICACIÓ

S'ha constatat any rere any, que la Geometria és una matèria que es treballa poc al llarg de la primària. Actualment hi ha recursos informàtics que faciliten el treball en aquest apartat. És per això que ens hem plantejat treballar-ho a partir del GeoGebra, programa informàtic que s'utilitza per l'explicació i la pràctica dels conceptes treballats.

TEMPORITZACIÓ: 1r i 2n TRIMESTRES DEL CURS

TEMÀTICA DEL PROJECTE

Geometria de 5è

Educació Física: representació de relacions espacials amb el propi cos i amb objectes

TIC: GeoGebra

Plàstica: Identificació de conceptes geomètrics a les obres d'art

Creació d'obres d'art combinant diferents conceptes

COMPETÈNCIES BÀSIQUES

Comunicativa lingüística i audiovisual

Entendre els enunciatos de les diverses activitats proposades.

Utilitzar i comprendre els termes matemàtics.

Utilitzar termes matemàtics específics de la geometria per descriure amb precisió una situació o un cos geomètric.

Tractament de la informació i competència digital

Interpretar informació expressada en codi geomètric.

Establir relacions entre dades expressades en diferents llenguatges o unitats, com ara fotografies...

Utilitzar el geogebra per a representar situacions geomètriques

Aprendre a aprendre

Esforçar-se per resoldre les activitats més complexes.

Perseverar en l'aplicació dels procediments matemàtics estudiats.

Comprovar les solucions obtingudes.

Recapacitar sobre l'origen dels errors comesos.

Reconèixer una coherència global dels coneixements.

Artística i cultural

Identificar els conceptes treballats a classe en diferents obres d'art

Realitzar composicions i construccions geomètriques considerant les propietats dels elements treballats

Utilitzar la simetria en la mesura que és un element geomètric que permet apreciar l'estètica de diverses figures o d'objectes.

Matemàtica

Reconèixer i dibuixar tipus de rectes i angles.

Treballar amb polígons i cossos geomètrics.

Reconèixer la simetria de les figures i calcular les superfícies.

Autonomia i iniciativa personal

Organitzar-se per a poder fer fotografies dels diferents elements treballats a classe.

Estar pendents del què cal fer i no esperar que els altres prenguin les accions dels treballs en grup.

Reaccionar davant una dificultat i intentar resoldre-la.

Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic

Aplicar elements bàsics de geometria per interpretar l'entorn físic.

Competència ciutadana

Argumentar els propis punts de vista en front de les afirmacions dels altres alumnes en la resolució dels exercicis.

Aprendre a considerar els punts de vista que són diferents del propi.

Resoldre les activitats més complexes treballant en equip i observant els mètodes de resolució dels altres.

OBJECTIUS DIDÀCTICS

- 1.- Aprendre els conceptes geomètrics de cada tema.
- 2.- Identificar els conceptes treballats a classe, a l'entorn.
- 3.- Utilitzar el GeoGebra per a treballar els diferents conceptes.
- 4.- Utilitzar els diferents estris per a la representació en paper dels diferents conceptes: regla, compàs, semicercle, escaire, cartabó...
- 4.- Usar instruments de mesura adients a cada situació, seleccionant el més precís per a cada cas.
- 5.- Emprar les transformacions geomètriques del pla (translacions, girs...) per a seguir un itinerari a la realitat.
- 6.- Representar diferents relacions geomètriques amb el propi cos de forma individual i grupal.
- 7.- Relacionar l'art amb la geometria: identificar elements geomètrics en les obres d'art i aplicar la geometria en la creació de treballs artístics
- 8.- Valorar la pulcritud en una representació gràfica i en una construcció geomètrica.
- 9.- Identificar les fonts d'informació que es puguin tenir a l'abast aplicant els coneixements a les noves situacions.
- 10.- Ser conscient que les matemàtiques poden ser usades per expressar i conèixer més bé la realitat.

CONTINGUTS

MATEMÀTIQUES

Tema 1

- Punt, recta, semirecta, segment

- Rectes paral·leles
- Rectes perpendiculars
- Rectes secants
- Construcció de rectes de diferents tipus
- Mediatriu

Tema 2

- Els angles, concepte i tipus
- Utilització del transportador
- Identificació d'angles
- Bisectriu

Tema 3

- Polígons : elements que podem identificar
- Polígons regulars / irregulars
- Polígons regulars: de 3 a 10 costats.
- Construcció de polígons regulars a partir de la circumferència
- Perímetre
- Superfície del quadrat i del rectangle i de les figures que incloguin quadrats i rectangles.

MEDI

- La geometria aplicada al nostre entorn : identificació d'elements a la realitat

ARTÍSTICA

- Identificació dels conceptes treballats en obres d'art de Picasso i Mondrian
- Creació de les pròpies obres d'art utilitzant els conceptes treballats i observats.

EDUCACIO FISICA

- Representació de conceptes geomètrics fent servir el propi cos.

DESCRIPCIÓ DE LES ACTIVITATS

- 1.- Es presenten els continguts a classe a partir del llibre de matemàtiques de 5è de l'editorial text. També es realitzen els exercicis proposats al llibre.
- 2.- Un cop treballats els conceptes, es repassen amb la utilització del GEOGEBRA. Els alumnes poden veure tot el que han estudiat a la pantalla de la classe.
- 3.- Els alumnes practiquen els conceptes amb l'ordinador. Poc a poc, se'ls va ensenyant la utilització del programa.
- 4.- En grups, han de buscar pel poble, els conceptes treballats a classe a la realitat. Han de fer fotografies.
- 5.- S'instal·len les fotografies a l'ordinador i, a partir del programa, es poden marcar els elements identificats.
- 6.- Han d'elaborar un circuit per l'escola que impliqui tots els elements treballats (mesures, angles...) Han de sortir d'un punt i arribar a un altre punt. Uns elaboren i els altres executen i a l'inrevés.
- 7.- Presentarem obres d'art d'autors que representen els conceptes treballats: els alumnes els han d'identificar i utilitzar per a realitzar creacions plàstiques.
- 8.- Es realitza el control del tema treballat.

CRITERIS D'AVUACIÓ

- L'alumne va seguint el treball plantejat a classe i fora de la classe.
- Els conceptes bàsics queden assolits :
 - És capaç d'utilitzar el vocabulari correcte
 - Identifica els conceptes treballats (a la realitat, sobre paper)
 - Construeix les relacions que se li van demanant (rectes, angles, polígons...) utilitzant correctament els instruments de mesura
- Té interès per fer les feina ben feta i presentar els seus treballs amb la màxima qualitat possible.

METODOLOGIA

El treball de la Geometria es farà de forma interdisciplinar. Cada àrea treballarà els continguts del projecte al mateix temps per facilitar la consolidació dels mateixos.

S'utilitzaran diferents formes d'agrupament dels alumnes: treball individual, treball en parelles, treball en petit grup i treball en gran-grup.

Hi haurà treball escrit, treball manipulatiu, treball d'observació i treball amb l'ordinador. És a dir, el projecte contempla tot tipus de treball.

La base serà el pensament de l'alumne, la investigació i l'elaboració de conclusions.

La seqüència d'activitats sempre serà la mateixa:

- PRESENTACIÓ DELS CONCEPTES
- REALITZACIÓ D'EXERCICIS SOBRE EL PAPER
- ÚS DE L'ORDINADOR PER TREBALLAR ELS CONCEPTES
- RECERCA A L'ENTORN DELS CONCEPTES
- REPRESENTACIÓ DELS CONCEPTES AMB EL PROPI COS
- TREBALL AMB L'ORDINADOR DEL MATERIAL APORTAT PER L'ALUMNE
- OBSERVACIÓ D'ELEMENTS GEOMÈTRICS EN OBRES D'ART
- CREACIÓ D'OBRES D'ART UTILITZANT RELACIONS GEOMÈTRIQUES

MATERIAL

Llibre i quadernet de matemàtiques de 5è de l'editorial TEXT.

Ordinadors amb el programa GeoGebra instal·lat.

Regla, escaire, cartabó, compàs...

Càmeres digitals

Làmines de Mondrian , Picasso i d'altres...

PROCEDIMENT D'AVUACIÓ

Els treballs que es van proposant s'aniran avaluant.

Després de cada tema es farà un control respecte els conceptes bàsics.

8.3 GeoGebra, un pont entre Primària i Secundària

Comunicació presentada a la III Jornada GeoGebra a Barcelona.
(18 i 19 de febrer de 2011)

Les activitats que presentem són el fruit d'una col·laboració entre un professor de secundària, amb una llicència d'estudis per dissenyar uns tallers de geometria per a primària i secundària, i dos mestres de l'Escola Diputació de Barcelona que ni tan sols coneixien l'existència del programa GeoGebra. El "pont" del que parlem en el títol de la comunicació consisteix en la relació que s'estableix a l'hora de dissenyar aquestes activitats entre el professor de secundària que ha d'interpretar el que li explica el professor de primària i saber-ho plasmar amb el programa (i, de pas, li fa reflexionar sobre el que explica ell a l'aula) i, a la vegada, el que ha de fer el professor de primària descobrint tot el que pot fer el programa i veure com ho pot aplicar a l'aula.

Aquestes activitats volen contribuir a desenvolupar en els alumnes les següents **capacitats**:

- Observar i experimentar en l'entorn proper amb curiositat i interès, interpretant-lo i fent-se preguntes que impulsin la comprensió del món natural, físic i material.
- Desenvolupar habilitats de comunicació, expressió, comprensió i representació per mitjà del llenguatge gràfic, iniciant l'ús de les tecnologies de la informació i la comunicació.
- Aprendre i gaudir de l'aprenentatge, pensar i crear, qüestionar-se coses, fent-les ben fetes i fer créixer el coneixement d'una manera cada vegada més estructurada.

Es treballen els següents **continguts i processos** matemàtics:

- Continguts d'espai i forma:
 - Identificació de figures planes que formen part d'elements de la vida quotidiana.
 - *Identificar les figures planes com resultat de descompondre formes geomètriques.*
 - Identificar les transformacions geomètriques (simetries) en elements de l'entorn.
- Processos:
 - Ús d'estratègies per resoldre situacions que requereixin coneixements matemàtics, verbalitzant els processos i valorant els resultats.

Activitats que parteixen de l'observació de l'entorn proper dels alumnes

Figures geomètriques planes (ens mengem la geometria)

Els nens i les nenes estan identificant les figures geomètriques planes al seu entorn més proper, han començat identificant-les en els seus esmorzars. Un cop se'n adonen de que el que tenen a les mans té una determinada forma, continuen la seva identificació en altres objectes de la classe. Depenent de la capacitat d'observació, i la imaginació de cada alumne troben més objectes i més possibilitats al seu entorn.

Els fem adonar que aquelles figures les poden transformar, per exemple l'alumne que té un entrepà de forma quadrada el transforma (mossegant) en un triangle o en un rectangle, o els que tenen galetes circulars les transformen en un quadrat.

Una de les activitats que realitzem és fer-los dibuixar l'esmorzar, llavors els qüestionem: *cóm el transformarien en altres formes geomètriques?* i els alumnes tracen (sense dificultat

cognitiva) les línies que permeten transformar-lo en: dos rectangles, dos triangles, un rectangle i dos quadrats, etc (sí tenen dificultats motrius per fer-ho correctament).

Els nens i les nenes disposen de figures de cartolina donada per nosaltres, i un cop veuen les noves figures, les tallen per separar-les i veure quines han sortit. Posant en comú el treball veuen les diferents maneres de transformar. I també poden jugar de la mateixa manera com si fos un tangran.

La pregunta que ens hem fet és si es poden tallar i separar les figures amb el GeoGebra. També hem pensat una altra activitat: partint d'una figura (per exemple un quadrat) seccionar-la (per exemple en diagonal) i pintar cada secció d'un color. Repetiríem la figura per tal de construir una sanefa.

Els alumnes s'emocionen descobrint les formes geomètriques. Descobreixen l'espiral en una poma tallada de manera diferent, jugant lliurement al pati varen construir un quadrat amb els peus (també han construït un rombe), al mig d'una classe de llenguatge verbal una nena va descobrir que les seves cames construïen un triangle, o quan feien un treball de retallar una altra nena va ajuntar dues tisores formant un... Això només són uns pocs exemples del que la seva imaginació pot fer, que és molt més del que se'ns pot acudir a nosaltres

Dibuixos amb truc

A partir de l'activitat "busquem cercles" els nens i les nenes de la classe han après a mirar els objectes que tenim a l'aula d'una altra manera, analitzant les formes planes que en contenen per utilitzar-les com a plantilles a l'hora de fer dibuixos.

L'activitat consisteix en realitzar un dibuix lliure. Han de pensar què és el que volen dibuixar abans de començar. Després, si el que volen dibuixar té alguna forma geomètrica, busquen en el seu entorn algun objecte que la tingui i l'utilitzen com si fos una plantilla, per tal que el seu traç sigui més acurat. Han de tenir en compte no tan sols la forma, sinó també la mida de la figura que necessiten.

Els alumnes poden utilitzar la totalitat de les formes geomètriques, com per exemple les que troben a les capsas de cartó, les dels bastonets per netejar les orelles (que a la classe s'empren com a pinzells), les dels pots de pintura, les de les barres de cola, esborradors, peces de jocs de construccions, pots cilíndrics (son emprats com a capsas de música), càpsules de cafè (emprades també per fer seriacions i treballs de plàstica), peces de dòmino, rotlles de cinta adhesiva per precintat i tot el que tinguin al seu abast.

O també utilitzar una part de l'objecte, com per exemple la barra de cola per fer les diferents línies corbes dels núvols, o les càpsules de cafè per fer una part del cercle i així poder dibuixar el sol a la cantonada del paper.

Per dibuixar línies ben rectes els nens i les nenes han après a utilitzar llapis i retoladors com si fossin regles.

La gran majoria de dibuixos que produeixen són figuratius com el de la peixera o el de la festa d'aniversari, però també els agrada les composicions abstractes tot jugant a sobreposar formes geomètriques.

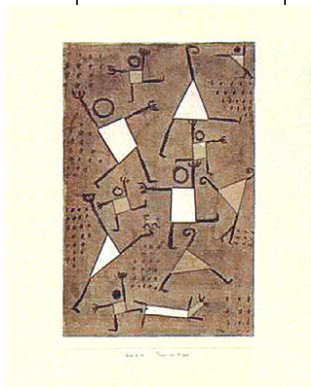
Evidentment, la creativitat dels alumnes supera les nostres perspectives i sempre ens sorprèn. No tant sols el resultat final sinó tot el procés que han hagut de fer per realitzar-los.

Mirem des de dalt

Una altra activitat és la de relacionar objectes. Segons la posició des d'on els mirem tindrem una visió o una altra.

QUÈ VEIEM SI MIREM DES DE DALT? (arrossega la foto al seu lloc)



Activitats que parteixen de l'observació d'un quadre

Mira quin quadre!

Una activitat realitzada a l'aula de P-5, inspirada en un treball presentat per Roser Gómez: “Matemàtica i art, un context interdisciplinar”. L'experiència de la Roser es molt més extensa i completa que la que hem portat a terme nosaltres.

La primera sessió la iniciem mostrant als nens i les nenes el quadre: “Ballant per por” de Paul Klee.1938.

Els alumnes, després d'observar el quadre, l'analitzen expressant verbalment el que veuen.

Es fixen en les figures geomètriques, les línies, els punts... i també en el que fan els personatges.

Per acabar els diem el títol del quadre.

A la següent sessió els plantegem fer un quadre amb el que han après.

Com coneixen molt bé les figures geomètriques que tenen a l'aula (blocs lògics), ja que sovint juguen amb elles per fer composicions, decideixen utilitzar-les com plantilles, per tal de dibuixar les figures.

Les retallen i les guarden en un sobre per a una altra sessió poder-les enganxar.

El color de fons del quadre no els va agradar gaire, preferien d'altres colors. Després d'escollir quin volien, en una altra sessió varen pintar un full DinA-3 amb el rodet i pintura.

Posteriorment van fer la seva composició amb les figures retallades i després d'enganxades les van animant, posant el cap, els braços i les cames, tot pensant en alguna acció.

La última sessió estava destinada a posar el títol al quadre, que evidentment no podia ser el mateix que el de Klee.

Si voleu veure el procés, el podeu mirar al nostre blog, cliclant [aquí](#).

Experiències amb GeoGebra

No hi ha alumnat més agraït que el d'Educació infantil. Veure com les seves mans arriben per molt poc a agafar els ratolins dels ordinadors, les seves exclamacions de sorpresa quan el triangle de la pantalla balla, com demanen el teu ajut sense cap recança o com s'ajuden els uns als altres és tot un espectacle

Una experiència amb alumnes de P5 de l'Escola Diputació de Barcelona

ACTIVITAT 1: PRESENTACIÓ DEL GEOGEBRA

plantilla lliure

Durada: **mitja hora**

Activitat amb **grup reduït** de 12 alumnes

L'activitat és realitza amb un sol ordinador, cada ordre donada la realitza un alumne i altres miren i participen oralment fent aportacions.

Descripció de l'activitat

Després de veure les icones que tenim a la part de dalt de la pantalla els hi anem donant als alumnes les següents consignes, amb la premissa "algú vol dibuixar...?":

- Un triangle blau (se'n adonen que els triangles els construïm amb els vèrtex i no amb els costats).
- Un triangle groc amb la punta cap a baix.

(Empren la icona d'esborrar i tindran la pantalla neta)

- Un cercle.
- Un triangle dins del cercle que toqui les puntes al cercle. (Hauran d'emprar la icona de moure els elements per a que coincideixin els punts).

(pantalla nova)

- Una línia llarga.
- Una altra línia al costat de la que hem fet com si fos la via del tren (utilitzem la fletxa per moure la línia o per modificar la longitud).
- Posa tres punts vermells com si fossin pedres que han caigut al mig de la via del tren.
- Ara les treus per a que pugui passar el tren.

(pantalla neta)

- Fes un cercle dins d'un altre amb el mateix centre.
- Fes una línia que passi pels tres punts que es veuen en els cercles.

(netejar pantalla)

- Fer un quadrat vermell (com han de manipular dos triangles els hi és difícil fer-lo bé i llavors visualitzen amb graella, modificant i comptant els quadradets de la graella.

ACTIVITAT 2

plantilla lliure

Durada: **mitja hora**

Activitat amb **grup reduït** de 12 alumnes

L'activitat és realitza per parelles.

Descripció de l'activitat

Confeccionar un dibuix amb les icones de “plantilla lliure”.

Durant el procés i a l'acabar l'activitat hi ha un traspàs d'informació entre els alumnes, mostrant el què fan o el que van aprenent.

Per què és útil el GeoGebra a l'etapa d'Educació Infantil?

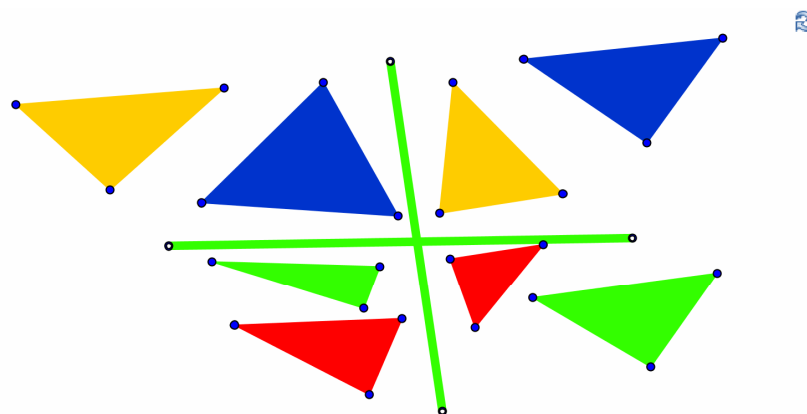
Les produccions digitals amb GeoGebra són produccions diferents a les fetes amb paper i llapis i fins i tot en altres programes de dibuix.

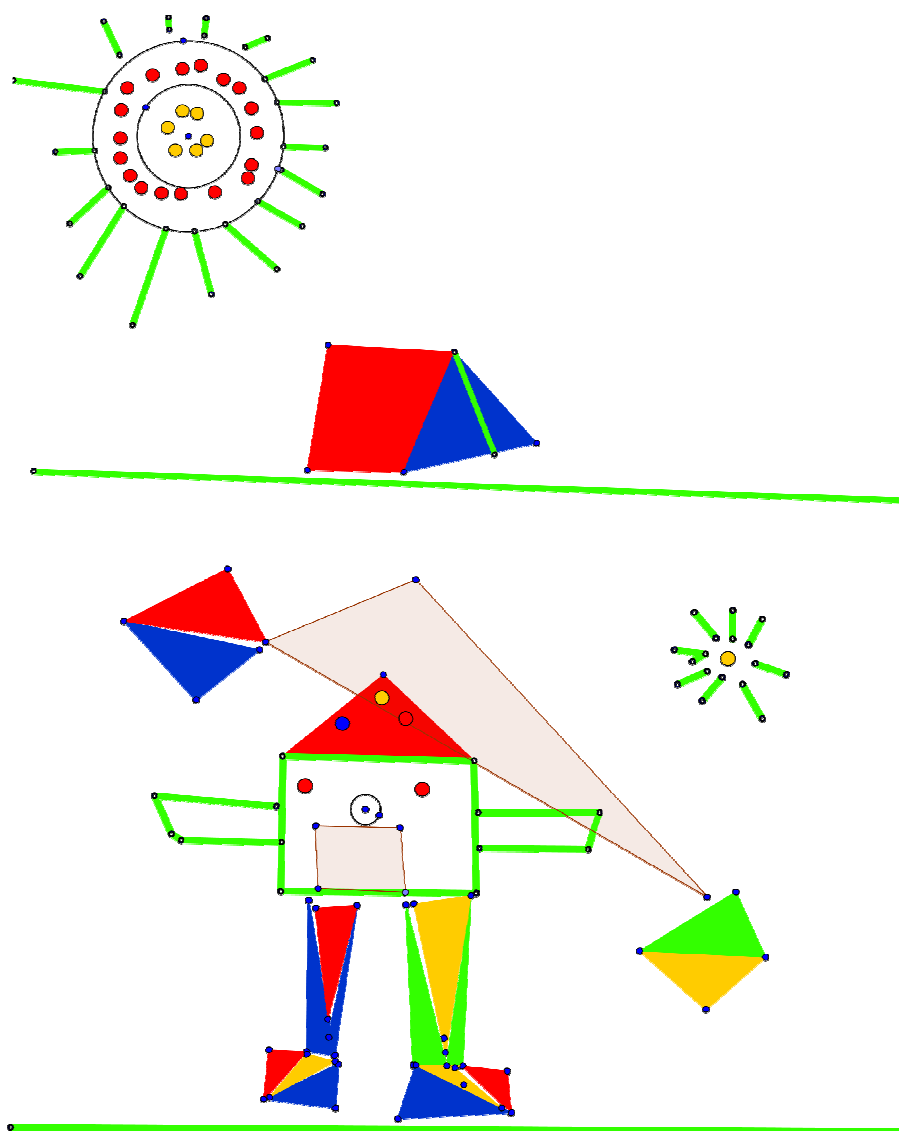
Els permet fer les línies amb traços ben definits i rectes. Fer-les en llapis els hi costa molt, encara que utilitzen un regle per la dificultat motriu que els suposa en aquesta edat.

El procés realitzat en GeoGebra és més flexible i ens permet modificar-les, canviant i corregint els errors comesos en el procés de producció.

Ens és útil per que podem **rectificar** un element sense esborrar-lo i haver-lo de construir de nou: canviant la **posició**, la **mida** i també el podem **desplaçar** dins de la composició que estem realitzant sense haver-lo de fer de nou.

Apliquem les mateixes estratègies d'aprenentatge que utilitzem amb la composició de textos quan fem el processador de text a l'hora de redactar un text. Rectifiquem les paraules, les frases o el text, modificant la posició, el contingut de la paraula o la frase i desplaçant-les si creiem que és adient.





Treball en curs

En aquesta col·laboració ens hem fixat com a objectiu introduir el programa GeoGebra des dels primers nivells educatius de manera que l'alumne es familiaritzi amb el seu ús i el vagi incorporant com a una eina més de treball amb totes les possibilitats que això comporta.

Actualment estem desenvolupant tot una sèrie de construccions amb GeoGebra en relació amb les activitats a l'aula que hem comentat anteriorment. Podem parlar del valor afegit del GeoGebra perquè incorporem elements nous al treball dels alumnes a més de tenir en compte que ells són nadius digitals. Aquesta línia de treball està en relació amb el fet que s'està desenvolupant un GeoGebra específic per a Primària.

Les preguntes i les possibles respostes

- Com vam començar? (Les activitats d'en Daniel Mentrard ens van servir per posar-nos en marxa)
- Quins antecedents? (el treball d'un grup de professors i professores de Navarra)
- Quin tipus d'activitats amb GeoGebra? (hem pres l'opció de dissenyar activitats en les que els alumnes interactuen amb el programa d'una banda, i activitats de "creació lliure" en les que els alumnes creen la seva pròpia construcció segons el model de Mark Dawes)
- Quins dubtes? (Què podia aportar de nou GeoGebra als alumnes respecte, per exemple, a altres programes)
- Pot ser GeoGebraPrim una bona eina perquè els alumnes treballin amb GeoGebra?
- Quines conclusions? (El públic en demana més)
- Quin futur? (Continuar treballant amb GeoGebra a nivells superiors i la possibilitat d'utilitzar els materials amb alumnat amb discapacitats)
- Què és la enginyeria didàctica? (dissenyar activitats pensant des del punt de vista dels alumnes, tenint en compte les dificultats que es poden presentar, adequant-les als diferents nivells i ritmes, modificant-les totes les vegades que calgui i elaborant-les amb la perspectiva de que en generin de noves que permetin que sorgeixin nous conceptes)

Enllaços del blog

[Ens mengem la geometria](#) i les fotos de la comunicació.

[Es busquen cercles](#)

[Dibuixos amb truc](#)

[Mirem des de dalt](#)

<http://p5diputacio09.blogspot.com/2010/05/lany-cerda.html>

[Mira quin quadre!](#)

[Blog TIC de P5](#) (amb l'ajut inestimable de Quim Mir)

8.4 Proposta de taller de Geometria a l'INS de Sant Andreu

4

GEOMETRIA

-  Consultes i dubtes de les activitats del taller
-  Els problemes d'en Bernat

MATERIALS

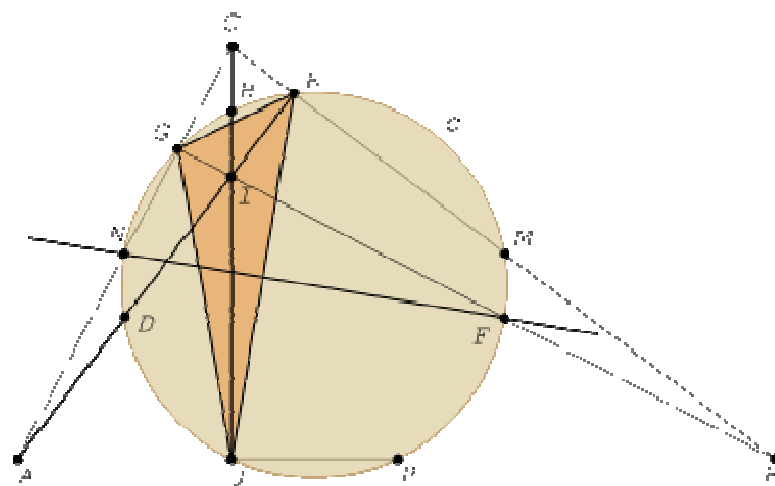
-  Taula polígons
-  Taula polígons
-  Exercicis de geometria del dossier (versió word)
-  Exercicis de geometria del dossier (versió pdf)

DEURES

-  Com heu de desar els fitxers
-  Tasques dels alumnes
-  Tasca 2 per a 3r D
-  Tasca 3 per a 3r D
-  Tasca 4 (3B, 3C i 3D)
-  Tasca 5 3D
-  Tasca 5 3B, 3C
-  Tasca 6
-  Tasca 7
-  Tasques llibreta
-  Examen
-  Tasca 8 (3a avaluació)
-  Taula polígons (3a avaluació)
-  Correcció examen geometria 3r D
-  Correcció examen geometria 3r C
-  Correcció examen geometria 3r B

RECURSOS

-  Geoclic
-  Accés al web de geogebra
-  Demostracions del Teorema de Pitàgores
-  Més demostracions de Pitàgores
-  Webs interactives de Matemáticas (Manuel Sada)



Tema 3. GEOMETRIA

uren

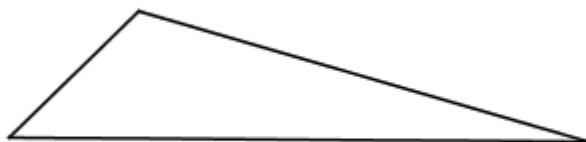
els quatre angles junts?

2. Dibuixa la mediatriu d'un segment AB de 4 cm.
3. Construeix les figures següents i traça els eixos de simetria:
 Quadrat Triangle equilàter Circumferència Rombe Rectangle
4. Construir un pentàgon de 4 cm de radi. Quant mesura cada un dels angles centrals?
5. Construeix un octàgon de 5 cm de radi. Quant mesura cada angle central ?
6. Calcula les àrees de les figures planes :
 - a) Rombe de diagonals 9 i 7 cm
 - b) Rombe de diagonals 45 i 39 cm
 - c) Quadrat de costat 24 cm
 - d) Quadrat de perímetre 66 cm
7. Calcula les àrees de les figures planes:
 - a) Triangle de base 24 cm i altura 29 cm
 - b) Rectangle de base 45 cm i altura 36 cm
 - c) Cercle de radi 25 cm
 - d) Trapezi de base 102 i 125 cm i la distància entre elles de 40 cm
 - e) Hexàgon de costat 9 cm i apotema 7,8 cm
8. Calcula l'àrea d'aquestes figures:
 - a) Quadrant d'un cercle de 12 cm de radi
 - b) Sector circular de radi 15 cm, $n^{\circ} 60^{\circ}$
 - c) Segment circular de radi 25 cm i angle central 60°
9. Dibuixar dues rectes paral·leles tallades per una secant; numerant els angles del 1 al 8. Quins angles són alterns interns? Quins angles són corresponents? Quins angles són alterns externs ?
10. a) Un triangle amb dos angles de 44° i 60° és acutangle?
 b) Un triangle amb dos angles de 65° i 91° és obtusangle ?
11. Dos angles d'un triangle mesuren $40^{\circ} 24' 56''$ i $66^{\circ} 45' 54''$. Quant mesura el tercer angle ?
12. Dibuixa un triangle amb les mesures següents:
 - a) $a = 6$ cm $B = 50^{\circ}$ $C = 45^{\circ}$
 - b) $a = 5$ cm $b = 4,5$ cm $c = 3,5$ cm
 - c) $a = 7$ cm $b = 5$ cm $C = 40^{\circ}$
13. Completa la taula :

Triangles	Base (cm)		Altura (cm)	Àrea cm²
	12		18	
	22			63
			73	430
			124	1200
Rombes	Diagonal gran		Diagonal petita	Àrea
	25		17	
	44		28	
	50			1350
	35			245
Quadrats	Costat		Perímetre	Àrea
	24			
			200	
				441
Trapezis	Base	Base	Altura	Àrea
	35	19	32	
	21	34		441
	45		22	356
		33	27	410

3.2 TRIANGLES. TEOREMA DE PITÀGORES

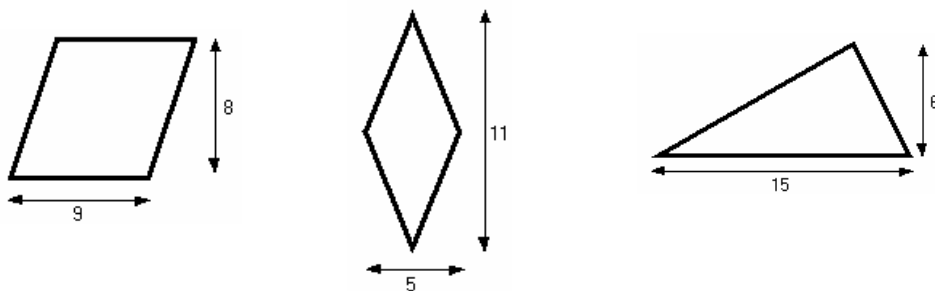
14. a) Dibuixa dos triangles un escalè i l'altre obtusangle traça les altures. Com s'anomena el punt on es tallen les altures?
b) Traça les bisectrius. Com s'anomena el punt on es tallen les bisectrius?
c) Traça en el dos triangles les mediatrius. Com s'anomena el punt on es tallen les mediatrius?
d) Traça les mitjanes. Com s'anomena el punt on es tallen les mitjanes?
15. Dibuixa la circumferència inscrita i la circumscrita al triangle



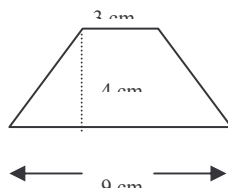
16. Calcula la hipotenusa d'un triangle rectangle de catets: a) 23 i 34 cm. b) 45 i 36 cm
17. Calcula un catet d'un triangle rectangle amb:
a) catet 45 cm i hipotenusa 73 cm b) catet 24 cm i hipotenusa 42 cm
18. Calcula la hipotenusa a o els catets b, c de cada apartat:

- a) $a = 15 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$. b) $b = 32 \text{ cm}$, $c = 24 \text{ cm}$.
 c) $a = 169 \text{ cm}$, $b = 65 \text{ cm}$. d) $a = 289 \text{ cm}$, $c = 255 \text{ cm}$

19. Els costats d'un rectangle mesuren 21 i 28 cm, respectivament. Calcula la diagonal.
20. a) És rectangle el triangle de costats 3 cm, 4 cm i 5 cm? Raona la resposta.
 b) Calcula la hipotenusa del triangle rectangle de catets 6 cm i 8 cm.
21. Troba la distància que hi ha d'un vèrtex a la diagonal oposada d'un rectangle, els costats del qual mesuren 4 i 3 cm, respectivament.
22. Calcula la hipotenusa d'un triangle rectangle isòsceles de catets: a) 44 cm b) 56 cm
23. El costat d'un triangle equilàter mesura 22 cm. Quant mesura l'altura?
24. Un triangle equilàter té perímetre igual 60 cm. Quant mesura l'altura?
25. El perímetre d'un triangle equilàter mesura 120 cm. Quina és la seva àrea?
26. El costat desigual d'un triangle isòsceles mesura 26 cm i els costats iguals 32 cm cadascun. Calcula l'altura.
27. Digues el nom dels polígons i calcula l'àrea i el perímetre en el cas en que es puguin calcular:



28. a) Calcula el costat que falta del trapezi:
 b) Calcula l'àrea i el perímetre de la figura anterior.



29. El costat desigual d'un triangle isòsceles mesura 34 cm i els costats iguals 38 cm cadascun. Calcula l'altura.
30. Calcula l'apotema d'un hexàgon regular de: a) 8 cm de radi. b) 120 cm de perímetre.
31. Calcula l'apotema d'un hexàgon regular de 10 m de costat.
32. Calcula l'àrea d'un hexàgon regular de 246 cm de perímetre.
33. Calcula el perímetre d'un rectangle de costat 23 cm i diagonal 45 cm.
34. Calcula l'àrea d'un rectangle de costat 52 cm i diagonal 63 cm.

35. El costat d'un rombe mesura 18 cm i una diagonal 24 cm. Calcula l'altra diagonal.
36. Un rombe té perímetre 60 cm i una diagonal 12 cm. Calcula l'altra diagonal.
37. Les diagonals d'un rombe mesuren 23 i 35 cm. Calcula el perímetre.
38. La diagonal d'un rombe mesura 46 cm i el perímetre 160 cm. Calcula l'àrea.
39. Un cercle està circumscrit a un quadrat d'àrea 45 cm^2 . Calcula l'espai que resta buit entre les dues figures. Mesura el costat del quadrat.
40. Un trapezi isòsceles de costats paral·lels 45 i 64 m té altura de 23m. Calcula el perímetre i l'àrea.
41. L'àrea d'un solar de forma rectangular és de 350 m^2 i el perímetre és de 78 m. Quants metres fa de llargada i d'amplada?
42. Quant fa l'àrea d'un hexàgon regular de 20 cm de costat?
43. Un trapezi rectangle té costats paral·lels de 220 m i 315 m i el costat inclinat mesura 62 m. En el seu interior hi ha una figura en forma de rectangle de costat 36 m i diagonal 48 m. Quin percentatge resta lliure?
44. Quant mesura la diagonal d'un cub de 5 cm de costat?
45. Aquest senyal de trànsit indica l'obligatorietat d'aturar-se. Calcula'n l'àrea si el costat fa 37 cm i el radi 48,3 cm.



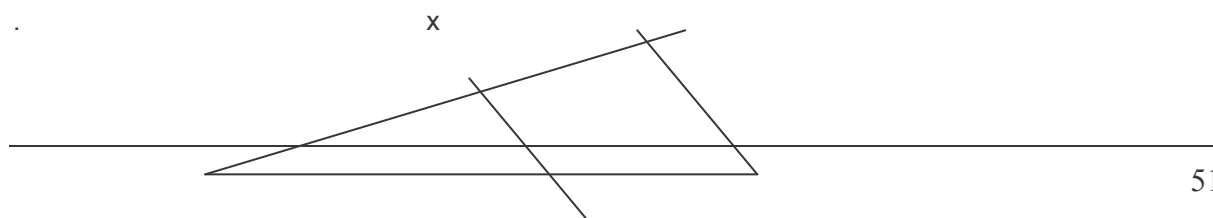
46. Jordi i Xavier han comprat cadascun un rem de 3 m. Els ascensors de cada casa tenen les següents dimensions:

Casa de Jordi:	Casa de Xavier:
Amplada: 1,5 m	Amplada: 1,5 m
Profunditat: 2 m	Profunditat: 1,5 m
Altura: 2 m	Altura: 2,2 m

Haurà d'utilitzar necessàriament algun d'ells, algun mitjà diferent del ascensor per pujar el rem a casa? Explica el procediment seguit per resoldre el problema.

3.3 TEOREMA DE TALES. SEMBLANÇA

47. Aplica el Teorema de Tales per calcular el valor de x en la figura següent:



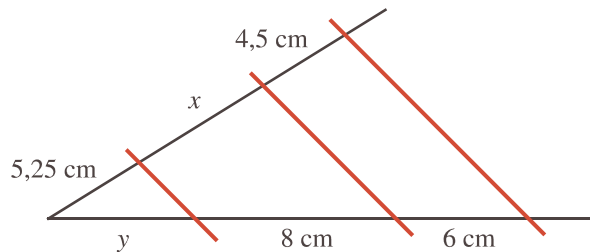
4 cm

6 cm

3 cm

48. Dibuixa un segment qualsevol i divideix-lo en cinc parts iguals.

49. Calcula el valor de x :



50. En un mapa dibuixat a l'escala 1: 50000 dos punts disten 3 cm. Quina és la distància que els separa en la realitat?

51. En un mapa dibuixat a escala 1: 300000, la distància que separa Girona i Figueres és 10,8 cm. Quina és la distància real entre aquestes dues ciutats?

52. a) La distància real, en línia recta, entre dues ciutats és de 48 km. En un mapa, es troben separades de 16 cm. Quina és l'escala del mapa?

b) Tenim un mapa a escala 1 : 1 500 000. Quina és la distància en el mapa que hi ha entre dos ciutats que estan separades en la realitat 360 km?

53. Tenim un mapa de carreteres a escala 1:400 000.

a) A quants km correspondrà 1 cm del mapa?

b) Si tenim dues poblacions amb una separació de 7,5 cm, quants km de distància tindran entre elles?

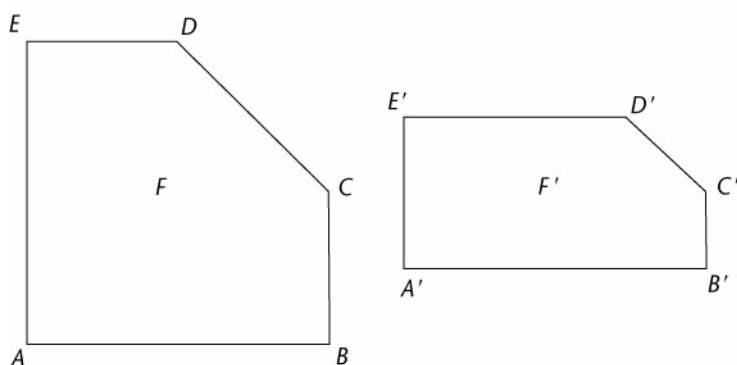
c) Entre dues poblacions comunicades per una carretera pràcticament recta tenim una distància de 6 km. A quants cm correspondrà en el mapa?

54. a) El recorregut d'una cursa de 140 km està representat en un mapa d'escala 1 : 200 000. Quina longitud té la cursa en el mapa?

b) En un mapa dos pobles disten 36,4 cm i en realitat estan a una distància de 18,2 km. Calcula l'escala d'aquest mapa.

55. Donades les figures F i F' contesta les següents preguntes :

a) Són paral·lels els costats corresponents de les dues figures?

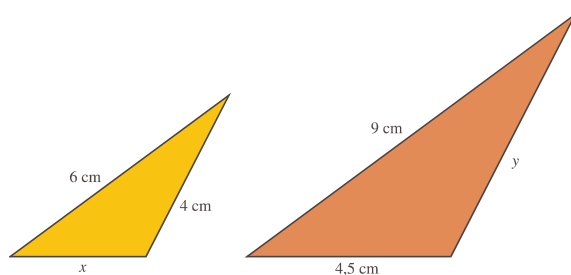


b) Digues el valor en graus dels angles de la figura F . Són iguals els angles de F' designats amb la mateixa lletra?

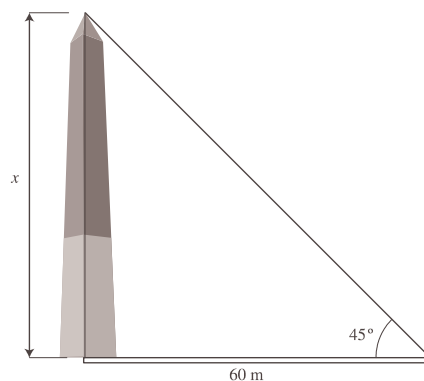
c) Calcula els quocients $\frac{AB}{A'B'}$, $\frac{BC}{B'C'}$, $\frac{CD}{C'D'}$, $\frac{ED}{E'D'}$.

d) Són semblants F i F' ?

56. Aquests dos triangles són semblants. Calcula la longitud del costat que falta a cada un.



57. Observa les mides de la gràfica i calcula l'alçada d'aquest obelisc:

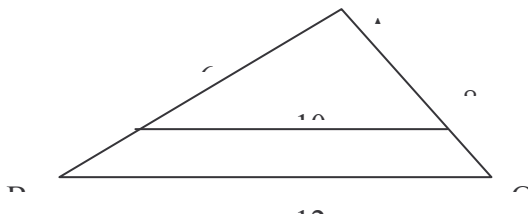


58. Calcula l'altura d'una torre que projecta una ombra de 18,5 m sabent que en el mateix moment un arbre de 3,5 m d'altura projecta una ombra de 0,75 m.

59. El perímetre d'un triangle isòsceles és 64 m i el costat desigual mesura 14 m. Calcula l'àrea d'un triangle semblant al primer el perímetre del qual és 192 cm.

60. En un triangle rectangle, l'altura relativa a la hipotenusa es divideix en dos segments de 20 m i 15 m. Calcula el perímetre i l'àrea

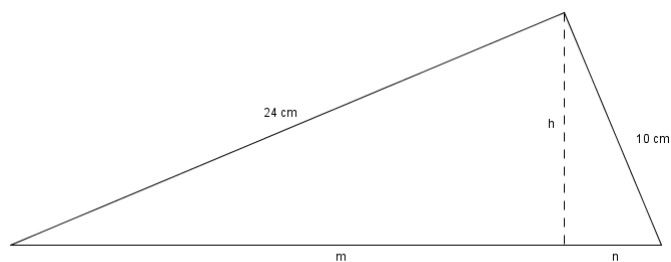
61. Troba la longitud dels costats AB i AC:



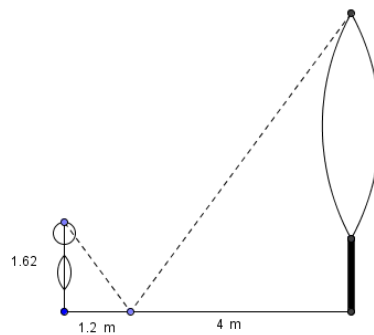
62. Els catets d'un triangle rectangle són 5 cm i 12 cm.

a) Troba l'altura sobre la hipotenusa. b) Troba les projeccions dels catets sobre la hipotenusa.

63. Calcula en aquest triangle rectangle les longituds h, m i n.



64. L'Eduard ha pres les mesures que hi ha en el dibuix. Quina és l'alçada de l'arbre?



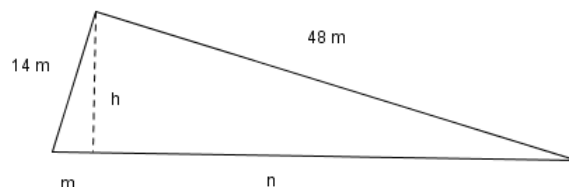
65. En un triangle rectangle
28 cm. Troba el perímetre.

divideix en dos segments de 24 cm i

66. En un triangle rectangle
30 m. Calcula el perímetre.

divideix en dos segments de 40 m i

67. Calcula en aquest triangle rectangle les longituds h, m i n.



68. Calcula l'altura d'una torre que projecta una ombra de 18,5 m sabent que en el mateix moment un arbre de 3,5 m d'altura projecta una ombra de 0,75 m.

69. Els costats d'un triangle mesuren 7 cm, 8 cm i 10 cm. En un altre triangle semblant el costat corresponent al de 8 cm del primer triangle mesura 6 cm.

- a) Troba els altres costats.
- b) Troba la raó de semblança.
- c) Troba la raó que hi ha entre les àrees, sense calcular-les.

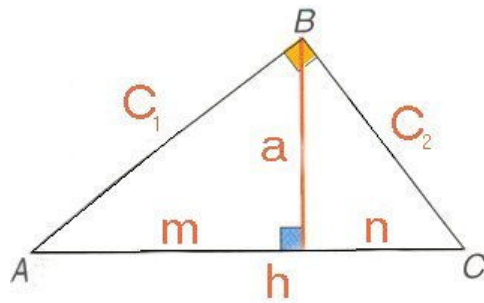
70. En un triangle rectangle un catet mesura 15 cm i l'altura sobre la hipotenusa és de 12 cm.

Troba:

- a) L'altre catet.
- b) La hipotenusa.
- c) Les projeccions dels catets sobre la hipotenusa.
- d) L'àrea.

71. En un triangle rectangle, el peu de l'altura corresponent a la hipotenusa la divideix en dos segments. Sabent que un d'aquests segments fa 4 cm i que la hipotenusa fa 9 cm, calcula: a) L'altre catet b) L'àrea i el perímetre.

72. Si en un triangle rectangle es compleixen els següents teoremes:



$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$a^2 = m \cdot n$$

$$m^2 = c_1 \cdot h$$

$$n^2 = c_2 \cdot h$$

Calculeu els valors de les incògnites en els següents triangles rectangles:

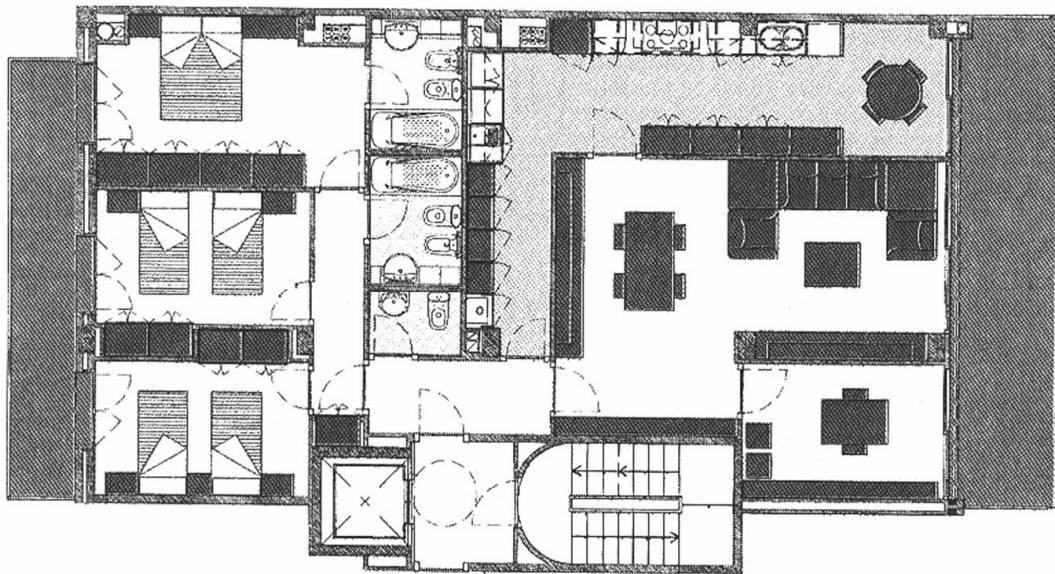
- a) Triangle que té per catets 3 i 4. Calcula h, m, n i a.
- b) Triangle que té per hipotenusa 10 i un dels catets val 6. Calcula l'altre catet i també la longitud dels segments m, n i a.

73. Els tres costats d'un triangle mesuren 5, 7, i 4 cm. Dibuixa un altre semblant de perímetre 22 cm. Quina és la raó de semblança?

74. Els tres costats d'un triangle mesuren 7, 8 i 6 cm; dibuixa un altre de raó 3/4 .

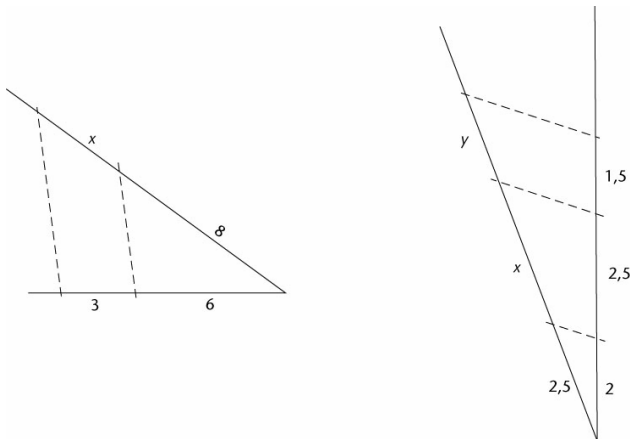
75. Un triangle té costats de longituds 16, 12 i 24 mm. La raó de semblança amb un altre triangle és de 4/5. Quant mesuren els costats de l'altre triangle?

En un anunci de pisos trobem el plànol adjunt. Mesurem la llargada exterior, sense comptar les terrasses (de A a B) i trobem que mesura 12 cm. Ens diuen que aquesta llargada equival en realitat a 24 m.

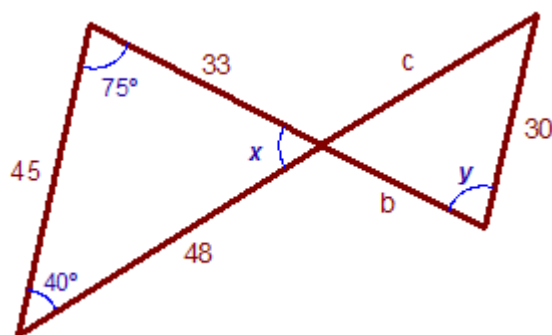
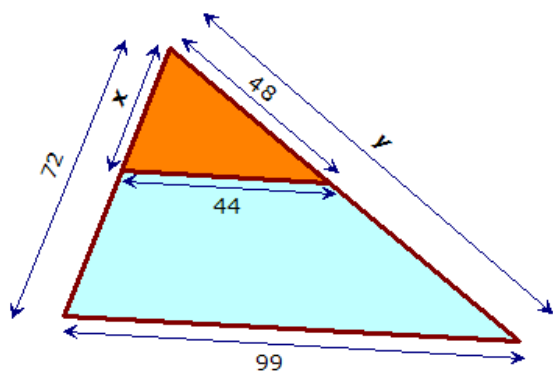


- Quina és l'escala del plànol?
- Quina és l'amplària del plànol?, quants metres farà el pis en realitat?
- Mesura les dimensions interiors de l'habitació de matrimoni i calcula'n la superfície en metres quadrats.

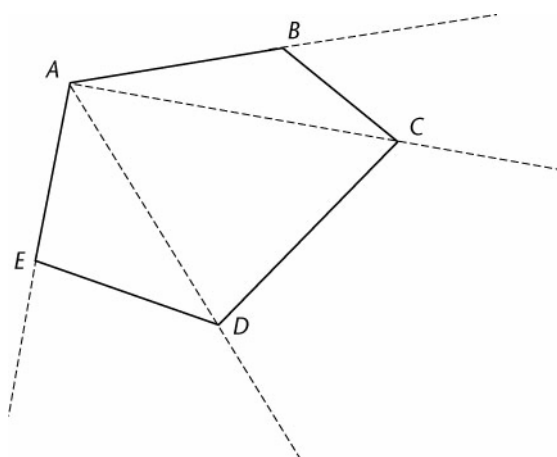
76. Calcula en cada cas les distàncies de les incògnites de cada una de les figures.



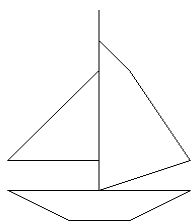
- Sobre un costat d'un angle de vèrtex O tenim els segments $OA = 10$ cm i $OB = 35$ cm. Sobre l'altre costat tenim $OA' = 16$ cm i $OB' = 56$ cm. Són paral·leles AA' i BB' ? b) Divideix el segment AB en dues parts proporcionals a 17 i 23 respectivament
- Esbrina els valors de les incògnites en cada cas raonant la teva resposta:



79. Construeix un polígon per mitjà de paral·leles semblant al de la figura i que tingui una raó de semblança de 2 .



80. Les ombres de dos edificis són a la mateixa hora del dia 12,2 m i 13,4 m. L'edifici petit té una alçada de 16,5 m. Quina és l'altura del gran?
81. La distància entre dues poblacions en línia recta és de 67 mm a escala 1/50000. Quina serà la distància real si s'ha d'afegir un 22% per diversos accidents del terreny?
82. Amplia la figura, pel mètode de projecció, a una altra que tingui els costats de longitud triple que la figura inicial:



83. Dos edificis tenen les seves alçades respectives de 76,5 i 102 m; el més alt projecta una ombra de 34,5 m. Quina ombra projectarà el petit a la mateixa hora?
84. Dos triangles MNO i PQR són semblants. Els costats del primer mesuren 1, 16 i 21 cm; el perímetre del segon mesura 84 cm. Quant mesura cada costat del segon?

85. El perímetre d'un triangle isòsceles és 64 m i el costat desigual mesura 14 m. Calcula l'àrea d'un triangle semblant al primer el perímetre del qual és 192 cm.
86. Dos quadrats tenen d'àrea 45 i 35 cm² i sabem que són semblants. Quina és la seva raó de semblança?
87. El perímetre d'un triangle isòsceles és 36 m i el costat desigual mesura 10 m. Calcula l'àrea d'un triangle semblant al primer el perímetre del qual és 108 cm.
88. Les longituds dels costats d'un camp triangular són 125 m, 75 m i 100 m. Es fa un dibuix a escala del camp i el costat més gran queda representat per 5 cm.
- a) Quan mesuren els altres dos costats del triangle en el dibuix a escala? b) Quina és l'escala a la que s'ha dibuixat el camp? c) Si l'àrea del camp és de 3 750 m², quina és l'àrea del dibuix a escala?

3.4 TREBALLEM AMB L'ORDINADOR

3.4.1 Punts notables d'un triangle

89. Dibuixa les tres **mitjanes** del triangle i el punt on es tallen (**baricentre**).
90. Dibuixa les tres **altures** del triangle i el punt on es tallen (**ortocentre**).
91. Dibuixa les tres **mediatrius** del triangle i el punt on es tallen (**circumcentre**). Dibuixa també la **circumferència circumscrita**.
92. Dibuixa les tres **bisectrius** del triangle i el punt on es tallen (**incentre**). Dibuixa també la **circumferència inscrita**.

3.4.2 Transformacions geomètriques

93. Dibuixa un polígon F qualsevol i un vector $\vec{v}$. Dibuixa la **translació** de F segons $\vec{v}$ i anomena al nou polígon F'.
94. Dibuixa un polígon F qualsevol (pot ser el mateix de l'exercici anterior o qualsevol altre) i un punt O. Fes un **gir de 30° de F respecte el centre de gir O**.
95. Dibuixa un polígon F qualsevol (pot ser el mateix de l'exercici anterior o qualsevol altre) i un punt O. Fes una **simetria central** de F respecte O. Anomena al nou polígon F'.
96. Dibuixa un polígon F qualsevol (pot ser el mateix de l'exercici anterior o qualsevol altre) i una recta r. Fes una **simetria axial** de F respecte la recta r. Anomena a la nova figura F'.
97. Fes una **homotècia** d'un polígon F de raó 2.

3.4.3 Composició de moviments

98. Fes una composició de **dues translacions** de vectors $\vec{u}$ i $\vec{v}$. Quin nou moviment has obtingut?
99. Fes una composició de **dos girs** (de 30° i 70°) amb el mateix centre de gir. Quin nou moviment has obtingut?

100. Fes una composició de **dues simetries centrals** de diferents centres de simetria. Quin nou moviment has obtingut?
101. Fes una composició de **dues simetries axials** d'eixos paral·lels. Quin nou moviment has obtingut?
102. Fes una composició de **dues simetries axials** d'eixos no paral·lels. Quin nou moviment has obtingut?
103. Voluntari: Investiga la **composició de dos moviments** de diferent tipus.

3.5 COSSOS GEOMÈTRICS

104. Calcula l'àrea dels cubs:
- a) aresta 45 cm
 - b) aresta 77 cm
 - c) Perímetre d'una cara 220 cm
 - d) perímetre d'una cara 300 cm
 - e) volum 729 cm^3
105. Calcula el volum dels cubs:
- a) aresta 12 cm
 - b) aresta 35 cm
 - c) perímetre d'una cara 64 cm
 - d) àrea cub 361 cm^2
 - e) àrea cub 729 cm^2
106. Calcula el perímetre dels ortoedres:
- a) costats 12, 18 i 35 cm
 - b) costats 25, 45 i 46 cm
 - c) costats 23, 34, i 35 cm
 - d) costats 76, 56 i 45 cm
 - e) costats 18 dm, 45 cm i 234 mm. Calcula el perímetre en dm.
107. Calcula l'àrea dels ortoedres:
- a) costats 56, 67 i 73 cm
 - b) costats 45, 56 i 34 cm
 - c) costats 38, 44 i 32 cm
 - d) costats 123, 144 i 155 mm. Dóna el resultat en dm^2
 - e) costats 12 dm, 123 cm i 1234 mm. Dóna el resultat en cm^2
108. Calcula el volum dels ortoedres:
- a) arestes 34, 23 i 12 cm
 - b) arestes 67, 54 i 23 cm
 - c) arestes 56 cm 9,4 dm i 345 mm. Dóna el resultat en dm^3

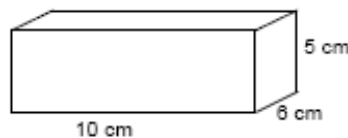
d) arestes 76 dm, 345 cm i 2345 mm. Dóna el resultat en m³

e) arestes 1345 mm, 5678 mm i 2345 mm. Dóna el resultat en dm³

109. S'ha d'encaixonar un quadre de les següents mesures 67 x 5,6 x 45 cm. La caixa ha de tenir una capacitat d'un 25% més de les dimensions del quadre. Quin serà el volum?

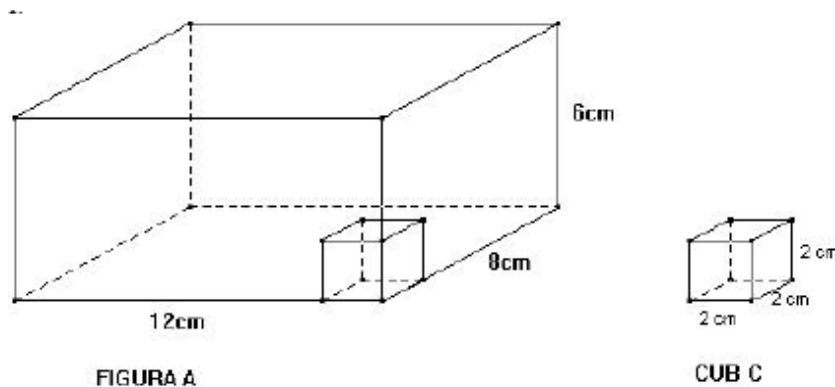
110. Una caixa de sabates mesura 45 x 24 x 33 cm, Quantes caixes hi cabran en un caixó de les següents mesures : 0,95 x 1,2 x 0,88 m ?

111. Quants centímetres quadrats de cartró es necessiten per construir una capsa, amb tapa, de dimensions 5 cm, 6 cm i 10 cm?



112. Un dau de joc té d'àrea 25 cm². Quin serà el volum de 45 daus iguals ?

113. a) Quants cubs C caben a la figura A? b) Calculeu el volum de C; c) Calculeu el volum de la figura A.



114. Un prisma regular hexagonal té el costat de la base igual a 45 cm i l'altura és de 78 cm. Quina serà la seva àrea lateral?

115. Un prisma regular de bases triangles equilàters té costat 56 cm. Si l'altura del prisma és de 89 cm, calcula l'àrea total.

116. Un prisma triangular té bases triangles equilàters de 120 cm de perímetre cadascun. L'altura del prisma és 123 cm. Calcula el volum en dm³.

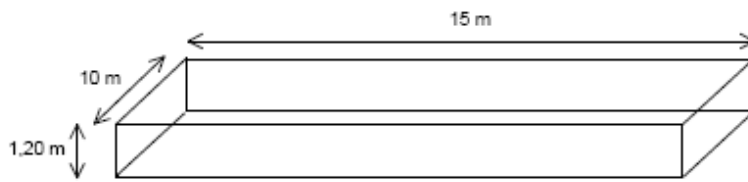
117. El perímetre de la base d'un prisma quadrangular regular mesura 64 m i l'altura del mateix és de 124 cm. Quina serà l'àrea total i el volum?

118. Disposem d'un bloc de pedra de 2.800 tones. Es vol fer una estàtua i s'ha de treure un 55% de pedra. Quina quantitat restarà per l'estàtua?

119. Un bloc cúbic de ciment fa 675 tones. Quant pesaran 125 blocs ?

120. Tenim un prisma de bases rectangulars de costat 80 cm i diagonal 125 cm; l'altura del prisma és igual als 3/5 del perímetre d'una base. Calcula l'àrea lateral, total i el volum.

121. En unes instal·lacions esportives hi ha dues piscines, una per a aprenents i l'altra per a la gent que ja sap nedar. La piscina per a aprenents té 10 m d'ample per 15 m de llarg. La fondària és d'1,20 m. 1. Quin és el volum, en metres cúbics, de la piscina? Quants litres hi caben?



(el dibuix és il·lustratiu, no és a escala)

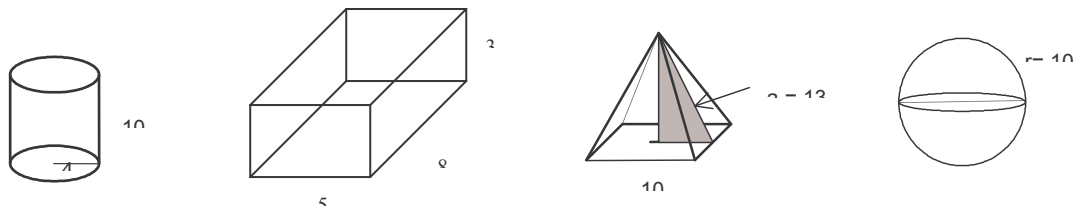
122. Calcula l'àrea total d'un cilindre de diàmetre de la base 45 cm i l'altura 76 cm.
123. Calcula el volum d'un cilindre de circumferència de la base 234 cm i altura 123 cm.
124. Calcula l'altura d'un cilindre d'àrea de la base 567 cm² i volum 867 cm³
125. Calcula la quantitat de gra que hi cabrà en una sitja de radi 5,6 m i altura 12,5 m.
126. Han pintat, a raó de 5 € el m², un dipòsit cilíndric obert de 2,2 cm de diàmetre i 4,8 m de fondària. Què caldrà pagar al pintor si es pinta el dipòsit per dintre i per fora (gruix menyspreable enfront de les mides)?
127. Una piràmide té per base un triangle equilàter de perímetre 45 cm. L'apotema lateral és 65 cm. Quina serà l'àrea lateral?
128. Calcula l'àrea lateral, total i volum d'una piràmide hexagonal regular si sabem que el costat de la base mesura 24 cm i l'altura de la piràmide 76 cm.
129. Una piràmide de base rectangular té costat 24 cm i la diagonal 32 cm, l'apotema lateral mesura 45 cm. Calcula l'àrea lateral, total i el volum.
130. Tenim una piràmide de base quadrangular de costat 18 cm i altura 45 cm. Calcula l'àrea lateral, total i el volum.
131. Una piràmide de base quadrangular té costat de 35 cm i l'altura de la piràmide és de 25 cm. Calcula l'àrea lateral, l'àrea total i el volum.
132. El costat de la base d'una piràmide hexagonal regular mesura 12 cm i l'apotema de la cara mesura 76,5 cm. Calcula l'àrea lateral, l'àrea total i el volum.
133. Una piràmide de base rectangular té costat 1,5 m i diagonal 2 m; l'altura de la piràmide és de 3,5 m. Calcula: àrea lateral, total i volum.
134. Una piràmide triangular regular equilàtera de perímetre de la base igual a 56 cm té una altura de 45 cm. Calcula: l'àrea lateral, total i volum.
135. La base d'una piràmide és un quadrat de superfície 48 m² i el volum és de 567 m³. Calcula l'altura i l'apotema de la cara.
136. Calcula l'àrea lateral d'un con si sabem que el perímetre de la base és de 78 cm² i l'altura 56 cm.

137. El radi de la base d'un con és de 23 cm, i la generatriu mesura 45 cm. Calcula el volum.
138. Calcula el volum d'un con de generatriu 45 cm i altura 40 cm.
139. Calcula l'àrea total d'un con d'altura 145 cm i circumferència de la base 216 cm.
140. Calcula el volum d'un con amb radi de la base 56 cm i generatriu 123 cm.
141. La generatriu d'un con mesura 5 m i el radi de la base és 2 m. Calcula l'àrea total i el volum.
142. Calcula l'àrea d'un cercle de 234,5 cm de circumferència.
143. Calcula l'àrea d'un cercle de 456 cm de circumferència.
144. Calcula l'àrea d'un sector circular de radi 12 cm i angle 45° .
145. Calcula l'àrea d'un sector circular de radi 18 cm i angle 65° .
146. Calcula l'angle d'un sector circular d'àrea del cercle $567,5 \text{ cm}^2$.
147. Calcula l'angle d'un sector circular si sabem que l'àrea de la circumferència és 345 cm^2 .
148. Un cercle té 7 cm de radi; calcula l'àrea del sector circular i la longitud d'arc corresponent amb un angle de 75° .
149. Un arc de circumferència de 12 cm de radi té 56 cm de longitud. Calcula l'àrea del sector i el valor de l'angle. Quants graus i minuts té ?
150. Calcula el costat d'un quadrat inscrit en una circumferència de 7 cm de radi.
151. Calcula el costat d'un octàgon inscrit en una circumferència de radi 5 cm.
152. Calcula l'àrea d'una esfera de:
- a) 6 cm de radi. b) 12 cm de radi c) 14 cm de radi.
153. Calcula el radi d'una esfera d'àrea:
- a) 345 cm^2 b) 234 cm^2 c) 1234 cm^2
154. Calcula el volum d'una esfera de radi:
- a) 25 cm b) 45 cm c) 12 cm
155. Calcula el volum d'una esfera de superfície:
- a) 567 cm^2 b) 1234 dm^2 c) 787 mm^2
156. Calcula el radi d'una esfera de volum:
- a) 567 cm^3 b) 1500 cm^3 c) 678 cm^3
157. Calcula el volum dels sectors esfèrics:
- a) radi 14 cm, $h = 18 \text{ cm}$
b) radi 14 cm, $h = 24 \text{ cm}$
c) radi 7 cm, $h = 11 \text{ cm}$
158. Una pilota té radi igual a 68 cm i s'assenyala amb 5 fusos esfèrics de 45° cada un. Calcula l'àrea d'aquest fusos.

159. Un pilota té 40 cm de radi. Quin serà el volum dels sectors esfèrics de radi 24 cm i altura 8 cm.

160. En un got cilíndric de 7 cm de radi que conté aigua fins una altura de 12 cm, s'hi posa una bola d'acer de 4 cm de radi. Quant ha pujat el nivell de l'aigua?

161. Calcula les àrees i volums de les figures:



(Les dimensions de les figures estan expressades en cm)

162. Calcula el volum d'una figura formada per un cilindre de 8 cm d'altura i 4 cm de diàmetre, rematat en les seves bases per:

- en la base superior un con recte de 5 cm d'altura;
- en la base inferior per una semiesfera.

Calcula la superfície exterior de la figura.

8.5 Estudi de cranis d'homínids i pòngids a l'Institut Valerià Pujol de Premià de dalt

Mesurar cranis és una activitat que ha estat clau per a la classificació d'homínids fòssils i per a la reconstrucció de restes òssies humanes actuals. L'estudi dels cranis d'espècies del passat ens permet reconstruir els canvis evolutius que ha anat patint la nostra espècie. Per altra banda, la comparació amb cranis i esquelets de pòngids, el grup de primats evolutivament més proper a nosaltres, ens permet definir les diferències entre aquests i els homínids.

Per fer un estudi acurat sobre cranis de diferents espècies d'homínids s'han de tenir en compte la forma i les parts dels ossos que el formen i tot un seguit de punts anomenats punts craniomètrics, així com diverses dimensions i índexs que es poden calcular mesurant les distàncies que separen aquests punts:

MÈTODE EXPERIMENTAL

Donat que es tracta d'una activitat força llarga, la dividirem en tres sessions. Les activitats seran realitzades en grups de 2 persones.

a) SESSIÓ 1

1. Relaciona correctament cada definició amb cadascun dels punts craniomètrics següents*:

1) Basi	a) punt més lateral de l'arc zigomàtic
2) Pròstion	b) punt d'intersecció de les sutures coronal (frontal) i sagital
3) Nàsion	c) punt sagital que sobresurt més del frontal, per sobre de la sutura naso-frontal
4) Opistocrani	d) punt sagital (línia mitja) anterior del <i>foramen magnum</i> (forat occipital)
5) Bregma	e) punt mig més baix de la volta alveolar entre els dos incisius mitjos superiors
6) Zígion	f) punt sagital de la part posterior del crani més allunyat de la glabel·la
7) Glabel·la	g) punt de la paret lateral del crani més allunyat, a cada costat del pla sagital
8) Èurion	h) punt mig de la sutura entre el frontal i els dos ossos nasals

2. Sobre el dibuix d'un crani humà que tens a la fotocòpia adjunta, marca el nom dels diferents ossos que estan assenyalats. Per fer-ho entra a l'activitat "ossos i punts del crani" del web "Parlem d'evolució".
3. A continuació escriu el nom dels punts craniomètrics indicats als cranis. Per esbrinar-ho fes servir les definicions de l'aparat 1 de la sessió d'avui i el crani d'*Homo sapiens* del web "Parlem d'evolució".
4. Finalment practica les definicions craniomètriques del web sobre evolució.

b) SESSIÓ 2

5. Utilitzant el programa GeoGebra calcularem les següents dimensions craniomètriques de 4 espècies diferents*: alçada basi-bregma, longitud màxima del crani, amplada màxima del crani, longitud de la cara, amplada de la cara, alçada de la cara superior i longitud de la base del crani. Abans de fer-ho cal que relacionis cadascuna de les següents definicions amb la dimensió craniomètrica a què es refereix:

1) Longitud màxima del crani	a) Distància entre el nàtion i el basi
2) Longitud de la base del crani	b) Distància des de l'opistocrani fins la glabel·la
3) Longitud de la cara	c) Distància entre el basi i el pròstion
4) Prognatisme	d) Distància entre el nàtion i el pròstion
5) Alçada Basi-Bregma	e) Distància entre els dos èurions
6) Amplada màxima del crani	f) Angle format pel nàtion, el pròstion i el basi
7) Amplada de la cara	g) Distància entre basi i bregma
8) Altura de la cara superior	h) Distància entre els dos zígions

6. Per poder mesurar les dimensions craniomètriques cal que et descarreguis els arxius dels cranis (es troben al curs “Biologia i Geologia de 4t d’ESO” de moodle) i els obris amb el programa GeoGebra. Seguidament, anomena els punts craniomètrics que hi apareixen marcats als cranis i localitza l’opistocrani (caldrà que dibuixis un arc). A l’opistocrani també cal que li posis nom.
7. Per acabar, mesura les dimensions craniomètriques indicades per aquesta sessió (apartat 5) i marca, amb un segment, cadascuna d’elles sobre els cranis.
8. Important!: anota les distàncies obtingudes en una taula i penja les imatges dels cranis treballats amb GeoGebra al moodle.

c) SESSIÓ 3

9. Calcula, amb les dades obtingudes a la sessió anterior, el prognatisme i l’índex cefàlic dels quatre cranis utilitzats en aquesta pràctica i anota’ls en una taula. En aquest punt cal que utilitzis les fórmules següents:

PROGNATISME

$$\alpha = \arccos \left(\frac{(alçada\ cara\ superior)^2 + (longitud\ cara)^2 - (longitud\ base\ del\ crani)^2}{2 \cdot (alçada\ cara\ superior) \cdot (longitud\ cara)} \right)$$

ÍNDEX CEFÀLIC

$$\text{Índex cefàlic} = \frac{(\text{Amplada màxima crani}) \cdot 100}{\text{Longitud màxima crani}}$$

10. A continuació torna a calcular el prognatisme (angle format per basi-pròstion-basi), però aquesta vegada de forma gràfica utilitzant el programa GeoGebra.
11. Finalment, representa dos gràfics en paper mil·limetrat, un amb les dades de prognatisme i un altre amb les dades d'índex cefàlic de les quatre espècies.

QÜESTIONS I INTERPRETACIÓ DELS RESULTATS

A partir de les dades obtingudes en aquesta pràctica i de l'estudi dels gràfics realitzats, respon les qüestions següents:

1. Quines conclusions pots extreure de l'observació del gràfic de prognatisme? Raona la teva resposta.
2. Sabent que l'índex cefàlic ens aporta informació sobre el grau d'arrodoniment o allargament del cap, quina conclusió pots extreure de l'observació del gràfic d'índex cefàlic? Raona la teva conclusió a partir de l'anàlisi dels gràfics.
3. Algun dels quatre cranis presenta cresta sagital? Defineix què és la cresta sagital i justifica la seva presència i/o absència en els diferents cranis.
4. Discuteix la validesa de la frase següent: "el ximpanzé és, d'entre les espècies utilitzades en aquesta activitat, l'avantpassat més antic de l'home modern".
5. Un altre aspecte important en l'evolució dels homínids és l'estudi de la capacitat cranial. Per poder-la mesurar en un crani real, s'han de tapar els forats amb cotó fluix i omplir el crani de llavors de mill. Un cop estigui ple, cal posar-les en una proveta per saber el volum que ocupen. Quina de les quatre espècies creus que ens hauria donat una capacitat cranial més gran si ho haguéssim fet? En què et bases?
6. No obstant, *Homo sapiens* no és l'espècie d'homínid amb major capacitat cranial. Quina és l'espècie d'homínid coneguda amb major capacitat cranial? Quina capacitat cranial tenia? On va viure i quan?

