

El camp elèctric

Volem estudiar la interacció entre càrregues elèctriques en repòs (electrostàtica), cosa que correspon a l'estudi de l'anomenat camp elèctric. Quan les càrregues elèctriques es mouen les interaccions que estudiarem no desapareixen, sinó que n'apareixen d'altres, són els efectes magnètics, responsabilitat d'un altre camp, el magnètic, que restarà per ser estudiat en un altre tema.

Des d'un punt de vista formal, és a dir sense tenir en compte el significat físic de les magnituds, aquest tema és molt semblant al del camp gravitatori. Cal tenir en compte, aleshores, que algunes qüestions que ara tractarem són aplicables al tema anterior. Si no es van explicar aleshores és perquè el tipus de problemes que volíem resoldre en el tema anterior no ho feia necessari.

En aquest sentit podem parlar també de dos punts de vista diferents a l'hora d'interpretar la interacció de forma anàloga a com fèiem en el camp gravitatori.

- Com una acció directa a distància.
- Com una acció indirecta a través del camp elèctric.

A continuació exposarem el primer punt de vista de forma relativament breu i passarem al segon.

Acció directa a distància

L'acció directa a distància es basa en la lei de Coulomb que té el següent enunciat.

“Dues càrregues puntuals q i q' s'atreuen, si tenen signes oposats, es repel·leixen, si tenen el mateix signe amb una força que és directament proporcional al producte de les càrregues i inversament proporcional al quadrat de la distància que les separa”

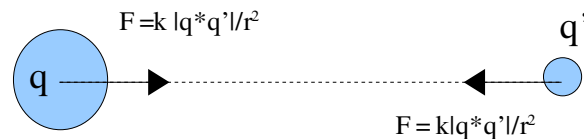
En forma matemàtica:

$$F = k * |q * q'| / r^2; \quad (1)$$

sent k una constant que en el buit i en el S.I. d'unitats val $9 * 10^9 \text{ N} * \text{m}^2 / \text{C}^2$, a on C és la unitat de càrrega elèctrica, el Coulmb.

Cal tenir en compte:

- Que aquesta és l'expressió del mòdul de la força.
- Que no parlem d'una força, si no de dues, la que cada cos fa sobre l'altre, forces que en mòdul valen el mateix, però que tenen sentits contraris.



A l'esquema es mostra només el cas atractiu, que correspon a càrregues de signes oposats. Com s'indica a l'esquema les dues forces tenen el mateix valor (mòdul), per això en aquest cas hem preferit indicar-les amb el mateix símbol (F), tot i ser forces diferents.

Sobre la força elèctrica cal saber que és una força conservativa, que com ja sabem significa tres coses que són completament equivalents:

1. El treball fet per la força elèctrica per anar d'un punt A a un punt B és el mateix sigui quin sigui el camí seguit per fer el recorregut.
2. El treball fet per la força elèctrica en fer un recorregut tancat (punt inicial= punt final) val zero.
3. El treball fet per la força elèctrica per anar d'un punt A a un punt B es pot expressar com a diferència (valor inicial- valor final) d'una funció (funció en sentit matemàtic) que rep el nom d'energia potencial elèctrica, és a dir

$$W_{A \rightarrow B}^{\text{elec}} = U_A - U_B; \quad (2)$$

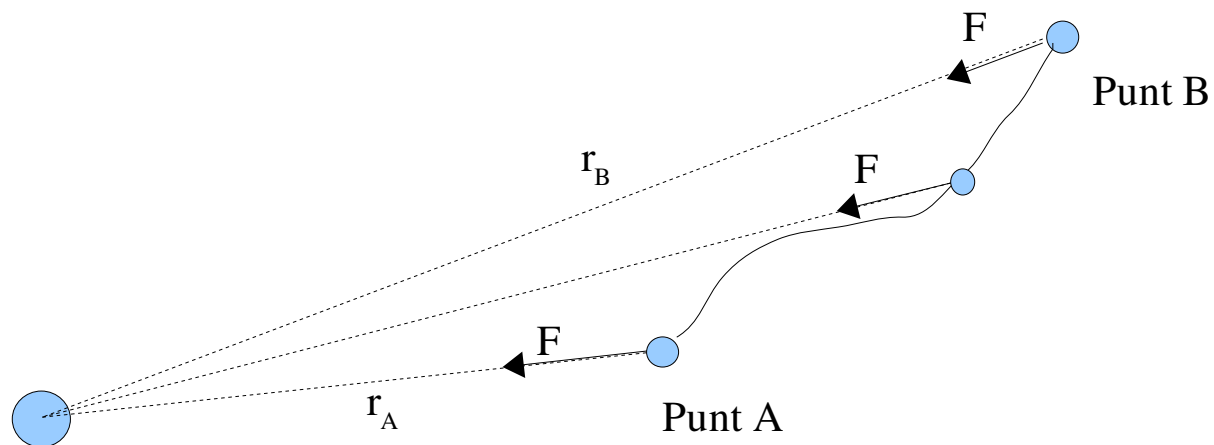
Resulta interessant determinar la forma d'U (energia potencial). Ho trobareu al llibre o en alguns dels recursos que es troben a Internet. En qualsevol cas la forma d'aquesta funció és

$$U = k * (q*q')/r; \quad (3)$$

cal tenir present que en aquesta fórmula les càrregues tenen signe i que l'energia potencial en el cas atractiu és negativa i val zero a l'infinit, mentre que en el cas repulsiu és positiva i també val zero a l'infinit.

De manera que el treball es pot expressar com

$$W_{A \rightarrow B}^{\text{elec}} = (k * (q * q') / r_A) - (k * (q * q') / r_B) ; (4)$$



Acció indirecta a distància a través del camp

Des del punt de vista de l'acció indirecta a través del camp el procés pel qual un cos de càrrega Q atreu o repel·leix un altre cos de càrrega q (a partir d'ara cos o càrrega de prova) es divideix en dos passos:

1. primer pas: El cos de càrrega Q crea un camp elèctric al seu voltant . El fet notable és que el camp en contra de ser un “ens” puntual com els cossos, és un ens extens.
2. Segon pas: El camp (que és un ens extens) actua sobre la càrrega de prova q .

A continuació detallarem més en què consisteix la “creació del camp” i com aquest actua sobre la càrrega de prova.

Primer pas: Creació del camp elèctric

Una sistema (conjunt) de càrregues crea al seu voltant un camp elèctric, regió que es caracteritza pel fet de què en cada un dels seus punts hi ha definides dues magnituds.

1. La intensitat de camp elèctric (o simplement camp elèctric) que en cada punt de la regió és la força que actuaria sobre la unitat de càrrega positiva si el col·loquèssim en aquell punt. Aquesta magnitud és vectorial i es representa per $\mathbf{E}$ (la negreta substitueix el símbol de vector a sobre de la E)
2. El potencial de camp elèctric que en cada punt de la regió el definim com l'energia potencial que tindria la unitat de càrrega positiva si la col·loquèssim en aquell punt. Aquesta magnitud per tant és un escalar, és a dir un nombre i es representa per V .

Segon pas: acció del camp sobre la càrrega de prova

Si en un punt P que pertany al camp hi ha una càrrega de prova q, aquesta sent una força i té una energia que venen donades per les fórmules següents (en negreta vol dir vector)

$$\mathbf{F} = q * \mathbf{E} ; (5)$$

$$U = q * V; (6)$$

Per entendre que aquestes fórmules només cal tenir en compte les definicions de $\mathbf{E}$ i V, respectivament la força i l'energia per unitat de càrrega.

Si de les fórmules anteriors aïllem $\mathbf{E}$ i V obtenim unes fórmules de validesa general i que podem adoptar, donat el seu significat, com les definicions d'aquestes magnituds.

$$\mathbf{E} = \mathbf{F} / q; (7)$$

$$V = U / q; (8)$$

En quant a les unitats, les de $\mathbf{E}$ són N/C i les de V són J/C, combinació que rep el nom de Volt (V).

Camp elèctric creat per una càrrega puntual Q

Les fórmules i definicions anteriors són prou abstractes com per necessitar un exemple per intentar entendre millor els conceptes. Per aquest motiu estudiem a continuació el camp creat per una càrrega puntual Q i el seu efecte sobre una càrrega puntual de prova q.

Primer pas: creació del camp

Per una banda sabem que una partícula de càrrega q és atreta per una càrrega Q amb una força que val

$$F = k * |Q*q|/r^2 ; (\text{mòdul de la força})$$

i té una energia potencial que val

$$U = k * (Q*q)/r$$

per tant la força i l'energia per unitat de càrrega, és a dir E i V, seran respectivament

$$E = F / |q| = k * |Q| / r^2 ; (9)$$

$$V = U / q = k * Q / r ; (10)$$

Segon pas: acció del camp sobre una càrrega de prova

Un cop determinades E i V en el punt en qüestió, si en aquest punt hi col·loquem una càrrega de prova q la força que hi actua i l'energia potencial les calculem de la següent manera,

$$F = |q| * E = |q| * (k * |Q| / r^2) = k * |Q * q| / r^2 ; (11)$$

$$U = q * V = q * (k * Q / r) = k * (Q * q) / r ; (12)$$

naturalment aquests resultats coincideixen amb els de la interpretació de la interacció com una acció directa a distància.

Representació gràfica de la intensitat de camp i del potencial de camp

Tot i ser una magnitud vectorial definida en cadascun dels punts del camp elèctric, la intensitat de camp elèctric es pot representar gràficament. S'utilitzen per aquest fi les anomenades línies de camp, que són línies determinades per la condició que en cada punt la intensitat és tangent a la línia que passa pel punt en qüestió.

Naturalment per cada punt de l'espai passa una línia de camp, però no es poden representar totes, perquè omplirien el paper (o el que fos) i per tant se'n representen unes quantes només. El criteri que permet decidir el nombre de línies a representar és el següent:

“el nombre de línies que travessen la unitat de superfície col·locada perpendicularment a les línies de camp és igual al valor de la intensitat del camp elèctric”

Per les nostres necessitats en el curs present només cal recordar que en els llocs que les línies estan més juntes el camp és més intens.

En quant al potencial de camp cal dir que també és una magnitud definida en cadascun dels punts del camp, però és una magnitud escalar. Aquest fet fa que la representació gràfica es faci amb les anomenades superfícies equipotencials. És a dir aquelles superfícies formades per punts en els quals el potencial pren el mateix valor.

Per cada punt del camp passa una superfície equipotencial, per tant no es poden representar totes i només se'n representen unes quantes. Es representen les superfícies el valor del potencial de les quals es diferencia d'una a la següent per un valor constant. De fet és el mateix que les línies de nivell d'un mapa, a on es representen per exemple les línies que corresponen a 0m, 50m, 150m, 200m,....

A continuació es mostren alguns exemples

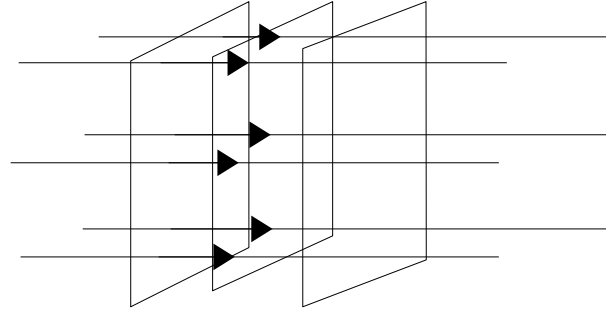
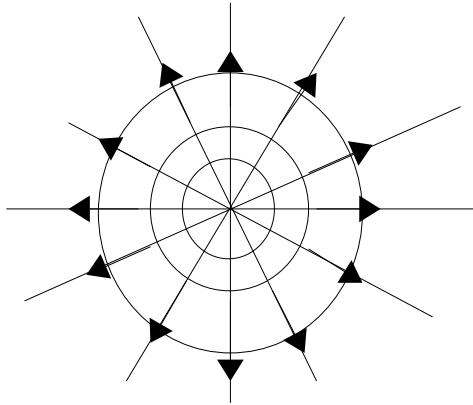


Figura de l'esquerra: representa les línies de camp creat per una càrrega puntual situada en el punt d'intersecció de totes elles. La càrrega és positiva, cosa que s'indica per les fletxes col·locades sobre les línies, que indiquen el sentit del camp. Observi's que les línies estan més juntes quan més a prop de la càrrega que crea el camp es troben, indicant que la intensitat de camp és més gran en aquestes regions. Si la càrrega que crea el camp fos negativa, el sentit atribuït a les línies seria el contrari.

Les línies circulars són de fet les superfícies equipotencials esfèriques.

Observi's que unes (línies de camp) són perpendiculars a les altres (superfícies equipotencials).

Figura de la dreta: Les línies de camp horitzontals estan igualment espaiades i per tant la intensitat de camp pren en tots els punts el mateix valor. Les superfícies equipotencials són els plans verticals. Les línies de camp són perpendiculars a les superfícies.

Aquesta propietat no és casual, succeeix per tots els camps.

Un camp com el representat de valor constant s'anomena uniforme.

Camp elèctric creat per un sistema de càrregues puntuals: Principi de superposició.

Si enlloc d'una càrrega puntual en tenim més d'una creant el camp, per trobar els valor de E i V en un punt P de l'espai cal aplicar l'anomenat principi de superposició :

$$E_P = E_{1P} + E_{2P} + + E_{NP} ; (13)$$

$$V_P = V_{1P} + V_{2P} + + V_{NP} ; (14)$$

És a dir la intensitat de camp en el punt P deguda a les N càrregues que formen el sistema és la suma (vectorial) de les intensitats degudes a cadascuna de les N càrregues per separat.

De la mateixa manera el potencial és la suma dels potencials deguts a cadascuna de les càrregues.

Un dels objectius del tema és aprendre a aplicar aquest principi quan N és igual a dos, tres o com a màxim quatre càrregues.

Un cop calculats E i V calcular la força F i l'energia U sobre una càrrega de prova q és tan fàcil com pel cas d'una única càrrega que crei el camp:

$$F_P = q * E_P$$

$$U_P = q * V_P$$

En aquestes fórmules es troba precisament l'avantatge d'utilitzar el camp. Un cop tenim E_P i V_P , l'aplicació senzilla de les fórmules anteriors permet calcular la força i l'energia per qualsevol càrrega de prova que col·loquem en el punt P . Cal estar atents quan fem els problemes per copsar aquest important aspecte.

Diferència de potencial

El treball fet per la força elèctrica en desplaçar una càrrega de prova entre dos punts d'un camp elèctric es pot escriure en funció de l'anomenada diferència de potencial (a partir d'ara d.d.p.).

Partirem la fórmula (2) d'aquest tema,

$$W^{\text{elec}}_{A \rightarrow B} = U_A - U_B ; (2)$$

i aplicant la fórmula (6), s'obté,

$$W^{\text{elec}}_{A \rightarrow B} = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q \cdot (V_A - V_B) ; (15)$$

la magnitud entre parèntesis és la d.d.p. entre el punt A i el punt B, a on A és el punt inicial del recorregut i B el final. Aquesta magnitud es mesura en Volts (=J/C) i es pot interpretar com el treball fet per la força elèctrica en traslladar la unitat de càrrega positiva d'A a B. Efectivament si en la fórmula (15) prenem $q=1\text{C}$ numèricament el treball coincideix amb la d.d.p.

La d.d.p. es una magnitud important, d'ús habitual per exemple en l'estudi del corrent elèctric. En aquest sentit només cal recordar la llei d'Ohm estudiada en altres curs,

$$I = (V_A - V_B) / R ;$$

Relació entre la diferència de potencial i la intensitat de camp elèctric

Estudiarem la relació indicada al títol per un camp uniforme, que ,com s'ha dit abans, és un camp la intensitat (E) del qual pren el mateix valor en tots els punts de l'espai (la seva representació gràfica s'ha mostrat més amunt) .

Si el camp és constant, segons la fórmula (5) la força que actua sobre una càrrega de prova q també ho és, per tant per calcular el treball fet per la força elèctrica en desplaçar la càrrega de prova podem aplicar la definició de treball en el cas d'una força constant, és a dir,

$$W_{A \rightarrow B}^{\text{elec}} = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{r} ;$$

en aquesta fórmula $\mathbf{F}$ i $\Delta \mathbf{r}$ són vectors i “ $\cdot$ ” és el símbol de producte escalar.

SI per simplificar suposem que $\mathbf{F}$ està adreçada segons l'eix de les x 's i que per tant només té una component, tindrem

$$W_{A \rightarrow B}^{\text{elec}} = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{r} = F_x \mathbf{i} \cdot (\Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k}) = F_x * \Delta x ;$$

tenint en compte la fórmula (15),

$$W_{A \rightarrow B}^{\text{elec}} = q*(V_A - V_B) ;$$

obtenim,

$$F_x * \Delta x = q*(V_A - V_B) ;$$

i dividint les dues bandes per q , s'obté,

$$E_x * \Delta x = V_A - V_B ;$$

que també se sol escriure així,

$$E_x = (V_A - V_B) / \Delta x ; (16)$$

que es pot reescriure en termes de l'increment del potencial enlloc de la diferència,

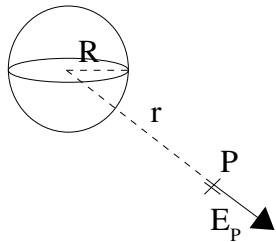
$$E_x = (V_A - V_B) / \Delta x = - (V_B - V_A) / \Delta x = - \Delta V / \Delta x ; (17)$$

Tant la (16) com la (17), equivalent una a l'altra, són importants i cal saber-les , tot i que el seu ús en aquest curs es bastant limitat.

Distribucions contínues de càrrega

Les distribucions de càrrega que estudiem a problemes estan formades per càrregues puntuals i s'anomenen distribucions discretes de càrrega. Per altra banda hi ha situacions en què per estudiar un sistema de càrregues és necessari tenir en compte un model en què les càrregues deixen de considerar-se puntuals i es passa a considerar que la càrrega es troba distribuïda contínuament en una regió de l'espai. Es parla de distribucions contínues de càrrega. Calcular el valor d'E i de V en aquests casos és més complicat des d'un punt de vista matemàtic i només es mostren els resultats per les distribucions més característiques.

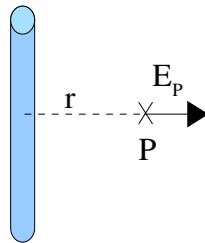
a) Conductor esfèric carregat



$$E_p = k |Q|/r^2; r > R$$

$$V_p = k Q/r; r > R$$

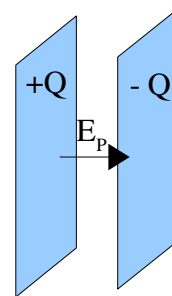
b) conductor linial o cilíndric de longitud infinita.



$$E_p = 2k (\lambda/r)$$

λ = densitat linial de càrrega

c) làmines paral·leles d'extensió infinita.



$$E_p = \sigma / \epsilon_0 \text{ si P entre les làmines;}$$

$$E_p = 0 \text{ si P fora de làmines;}$$

σ = densitat superficial de càrrega

ϵ_0 = coeficient dielèctric del buit

En els casos a) i b), la intensitat de camp representada correspon als cas en què la càrrega que crea el camp és positiva.

El coeficient dielèctric del buit és una constant relacionada amb la "k" de la següent manera : $k = 1 / 4\pi\epsilon_0$